大韓機械學會論文集, 第9卷 第3號, pp. 367~372, 1985.

<論 文>

유한요소법을 이용한 현수애자의 응력 해석

금영탁* · 박관흠* · 유영면* · 이종원*

(1985년 3월 9일 접수)

Stress Analysis of Electric Suspension Insulators with the Finite Element Method

Y.T. Keum, K.H. Park, Y.M. Yoo, and C.W. Lee

Key Words: Electric Insulator(현수애자), Finite Element Method(유한요소법), Stress Analysis(응력해석), Interface Element(경계층요소), Ceramic(세라믹)

Abstract

The finite element analysis technique is employed for improving the failing load of current high-strength suspension insulators. Two types of axi-symmetric finite elements, interface and simple four-node, are used for modelling of the insulator: the former for the bituminous layer and the latter for the remanning whole body.

As a result of sensitivity analysis, it is found that failing load mainly depends upon the pin size as well as the position of cap jaws. It is also confirmed that role of the bituminous layer coated at the cap lip is significant. A design modification is recommended and it is verified through experiments that failing load is increased about 25% of that of the original design.

기 호 설 명

E : 탄성계수

$[E]$: 탄성계수 행렬

$\underset{\sim}{\varepsilon}$: 변형도 벡터, $[\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{rz}]^T$

$\underset{\sim}{f}$: 체적력 하중 벡터

$\underset{\sim}{f}^e$: 체적력에 의한 요소하중 벡터

$[K]_e^b$: 몸체요소의 강성행렬

$[K]_e^I$: 경계층요소의 강성행렬

$[N]$: 경계 $\partial\Omega_2$에 수직인 단위벡터의 방향여현 행렬

$\underset{\sim}{q}$: 한 유한요소의 변위벡터, $[u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4]^T$

$\underset{\sim}{u}$: 변위벡터, $[u, v]^T$

$\underset{\sim}{\hat{u}}$: 주어진 변위벡터

$\underset{\sim}{u}^e$: 요소변위 벡터

$\underset{\sim}{\sigma}$: 응력벡터, $[\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_{rz}]^T$

$\underset{\sim}{\hat{\sigma}}$: 주어진 변위 하중벡터

$\underset{\sim}{\hat{\sigma}}^e$: 경계하중에 의한 요소하중 벡터

Ω_e : 선형탄성 변형체 내부

$\partial\Omega_1$: 변위량이 주어진 한계

$\partial\Omega_2$: 외부하중이 작용하는 경계

$\partial\Omega_e$: 요소경계

* 정회원, 한국과학기술원 CAD/CAM 연구실

1. 서 론

대형화된 산업체의 전력수요는 초고압 송전선 사용을 필요로 하고 있는 고강도 현수애자의 개발을 초래하게 된다.

이를 위해 본 연구는 유한요소법(finite element method)을 이용하여 현수애자의 내부응력분포를 규명하고 설계 지침을 마련하는 것을 목표로 수행되었다. 최

근 유한요소법을 이용한 구조물 응력해석은 범용화되어 모든 산업분야에서 각광을 받고 있지만 자기(ceramic)를 소재로 한 구조물에서는 좀처럼 시도되지 않고 있고. 특히 현수애자와 같이 단일재료가 아니며 소재들 간의 접촉문제를 갖고 있는 복잡한 구조물은 그 경향이 더욱 심하다.

Heuer 는 원추형 애자의 해석을 ANSYS 프로그램을 사용하여 시도하였으나 시멘트와 자기간의 접촉문제를 다루지 않았고[1], Iwama 와 Kito 는 이에 대한 언급이 없이 유한요소법에 의한 자기내부의 응력분포 결과와 실험식과를 거략적으로 비교하였다[2]. Fig. 1은 현수애자의 외관과 단면도이다. 철개의 핀(pin)과 캡(cap), 자기, 철재와 자기를 접착시키는 시멘트(cement), 접촉면의 불균일 상태를 보상시키는 역청(bituminous layer), 그리고 시멘트와 자기간의 사층(sand band)으로 구성되어 있는 현수애자의 핀의 하단에서 송전선 무게의 하중이 가해지고 캡의 홈으로 다른 애자가 연결되어 송전탑에 부착된다. 본 해석에서는 핀의 하단에 정적으로 사용하중이 가해진다고 가정하였다.

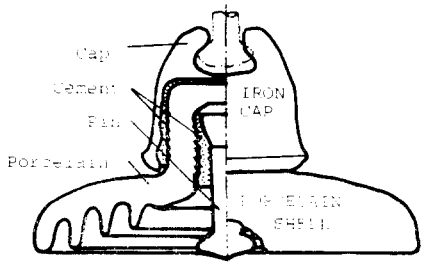

Fig. 1 Electric insulator

2. 유한요소 수식화

2.1. 애자몸체[3,4]

애자몸체(Ω)가 주어진 하중하에서 정적평형상태에 도달할 때 임의의 애자부분 ω에서의 적분형 평형상태 방정식은 다음과 같다.

$$\int_\omega ([B]\underset{\sim}{\sigma}+\underset{\sim}{f})dv=0 \tag{1}$$

여기서 $[B]$는 $\begin{bmatrix} \frac{1}{r}+\frac{\partial}{\partial r} & 0 & -\frac{1}{r} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{1}{r}+\frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix}$

를 의미한다.

식 (1)을 애자몸체의 평형상태를 표시하는 편미분 방정식계로 표시하면

$$[B]\underset{\sim}{\sigma}(r,\theta,z)+\underset{\sim}{f}=0,\ (r,z,\theta)\in\Omega \tag{2}$$

† Swanson Analysis System, Inc., Elizabeth, Pa.

이고, 탄성해석의 경우 애자의 재질들이 균질, 등방성이면 Hook의 법칙은 다음과 같다.

$$\underset{\sim}{\sigma}=[E]\underset{\sim}{\varepsilon} \tag{3}$$

여기서

$$[E]=\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix} 1, & \frac{\nu}{1-\nu}, & \frac{\nu}{1-\nu}, & 0 \\ & 1, & \frac{\nu}{1-\nu}, & 0 \\ & & 1, & 0 \\ & \text{대칭} & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

를 의미한다.

또한, $$\underset{\sim}{\varepsilon}=[D]\underset{\sim}{u} \tag{4}$$

라는 변형률—변위 관계식이 성립한다.

여기서는 $[D]$를 $\begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix}^T$ 를 나타낸다.

식 (2)에 식 (3)과 식 (4)를 대입하면

$$[B][E][D]\underset{\sim}{u}+\underset{\sim}{f}=0 \tag{5}$$

를 얻어 이는 상태변수 $\underset{\sim}{u}$로 표시된 애자해석의 지배방정식(governing equation)이다.

또한 식 (5)와 더불어 고려되어야 할 경계조건(boundary condition)은 핀 하부에서의 지연 경계조건(natural boundary condition)

$$[N]\underset{\sim}{\sigma}=\hat{\sigma}$$

혹은 $$[N][E][D]\underset{\sim}{u}(s)=\hat{\sigma}(s),\ s\in\partial\Omega_2 \tag{6}$$

와 캡 상부에서 필수경계조건(essential boundary condition)

$$\underset{\sim}{u}(s)=\underset{\sim}{\hat{u}}(s),\ s\in\partial\Omega_1 \tag{7}$$

이다. 따라서 현수애자의 유한요소해석에서 요구되는 변분식화(variational statement)는, $\underset{\sim}{v}$를 적합변위(admissible displacement)라 할 때

$$\int_\Omega [B]\underset{\sim}{v}^T[E][D]\underset{\sim}{u}dV=\int_\Omega \underset{\sim}{v}^T\underset{\sim}{f}dV+\int_{\partial\Omega_2}\underset{\sim}{v}^T\underset{\sim}{\hat{\sigma}}ds$$
$$\text{for all } \underset{\sim}{v}\in\hat{H}^1(\Omega) \tag{8}$$

그리고

$$\underset{\sim}{u}=\underset{\sim}{\hat{u}} \text{ on } \partial\Omega_1 \tag{9}$$

를 만족하는 $\underset{\sim}{u}\in H^1(\Omega)$를 구하는 것이다. 여기서 $\hat{H}^1(\Omega)$는 $\partial\Omega_1$에서 $\underset{\sim}{v}=0$이고 $H^1(\Omega)$*에서 벡터값을 갖는 함수공간(function space)이다. 식 (8)의 유한요소 근사는 Galerkin 방법에 의하여 다음과 같이 된다.

* Ω에서 함수자체와 함수 1차 미분의 제곱이 적분 가능한 함수 공간

$$\int_{\Omega^e}[B]\underset{\sim}{v_h}^{e^T}[E][D]\underset{\sim}{u_h}^e\,dV=\int_{\Omega^e}\underset{\sim}{v_h}^{e^T}\underset{\sim}{f}\,dV+\int_{\partial\Omega_2}\underset{\sim}{v_h}^{e^T}([N]\underset{\sim}{\sigma})ds \tag{10}$$

여기서, 시도함수(trial function) $\underset{\sim}{u_h}^e=[\Psi^e]\underset{\sim}{u}^e$ 이고 $[\Psi^e]$는 $\Sigma_1\Psi_1{}^e$로서 요소내의 변위보간 함수를 나타낸다.

식 (10)은 간략하게 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[K]_b{}^e\underset{\sim}{u}^e=\underset{\sim}{f}^e+\underset{\sim}{\hat{\sigma}}^e \tag{11}$$

여기서 $[K]_b{}^e$는 요소강성 행렬로서,

$$[K]_b{}^e=\int_{\Omega^e}[B][\Psi^e]^T[E][D][\Psi^e]dV \tag{11 a}$$

$$=2\pi\iint[B][\Psi^e]^T[E][D][\Psi^e]\,rdrdz$$

$\underset{\sim}{f}^e$는 체적력에 의한 요소하중 벡터로서,

$$\underset{\sim}{f}^e=\int_{\Omega^e}[\Psi^e]^T\underset{\sim}{f}\,dV \tag{11 b}$$

$$=2\pi\iint[\Psi^e]^T\underset{\sim}{f}rdrdz$$

$\underset{\sim}{\hat{\sigma}}^e$는 주어진 외부하중(traction)에 의한 요소하중 벡터로소

$$\underset{\sim}{\hat{\sigma}}^e=\oint_{\partial\Omega^e}[\Psi^e]^T\underset{\sim}{N}\underset{\sim}{\sigma}\,ds \tag{11 c}$$

를 각각 의미하며 자중에 의한 영향을 고려하지 않을 경우에는 식 (11 b)항은 무시된다.

2.2. 역청과 경계층[5,6]

캡 혹은 핀과 시멘트 사이의 역청은 압축전단력에 대해서는 슬립을 동반하고 인장력에는 서로 분리되는 성질을 갖는다. 또한 자기와 시멘트간의 사층도 인장력의 차단은 물론 마찰력으로 힘을 전달하는 특성을 갖는다. 따라서 이들의 역학현상을 반영하는 수식화가 필요하다. Fig. 2는 두께가 없는 계층요소를 나타낸다.

경계층 요소의 상부와 하부의 변위들은

$$\left.\begin{aligned}u_{top}&=\frac{1}{2}(u_3+u_4)+\frac{s}{l}(u_3-u_4)\\ v_{top}&=\frac{1}{2}(v_3+v_4)+\frac{s}{l}(v_3-v_4).\\ u_{bot}&=\frac{1}{2}(u_1+u_2)+\frac{s}{l}(u_2-u_1)\\ v_{bot}&=\frac{1}{2}(v_1+v_2)+\frac{s}{l}(v_2-v_1)\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

이고, 요소의 중앙에서 측정된 상부와 하부의 상대변위(relative displacement)는 다음과 같이 표현된다.

$$\underset{\sim}{w}=\begin{Bmatrix}u_{top}-u_{bot}\\ v_{top}-v_{bot}\end{Bmatrix} \tag{13}$$

$A=1-2s/l$, $B=1+2s/l$로 놓고 식 (12)를 (13)에 대입하면 다음과 같은 간략한 행렬식을 얻는다.

$$\underset{\sim}{w}=\frac{1}{2}[H]\underset{\sim}{q} \tag{14}$$

여기서

$$H=\begin{pmatrix}-A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A & 0\\ 0 & -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A\end{pmatrix} \tag{14 a}$$

$$\underset{\sim}{q}=[u_1,v_1,u_2,v_2,u_3,v_3,u_4,v_4]^T$$

이다. 상대변위에 의한 단위 길이당 힘 벡터 $\underset{\sim}{p}$는

$$\underset{\sim}{p}=[k]\,\underset{\sim}{w} \tag{15}$$

로 표시되고, 여기서

$$\underset{\sim}{p}=\begin{Bmatrix}p_s\\ p_n\end{Bmatrix},\qquad [K]=\begin{pmatrix}k_s & 0\\ 0 & k_n\end{pmatrix} \tag{15 a}$$

$[K]$는 단위길이당 경계층의 강성(stiffness)을 의미하며, k_s와 k_n는 경계층의 s 방향과 n 방향의 것으로 Fig. 3과 같은 직접전단 시험(direct shear test)결과에서 얻는다.

한개의 경계층 요소가 갖는 탄성에너지 U는

$$U=\frac{1}{2}\int_{-l/2}^{l/2}\underset{\sim}{w}^T\underset{\sim}{p}\;2\pi(R+s\cos\theta)ds$$

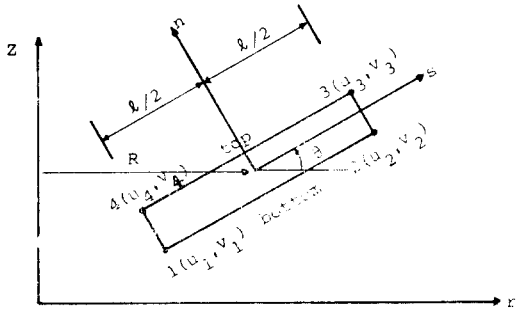

Fig. 2 Interface element geometry

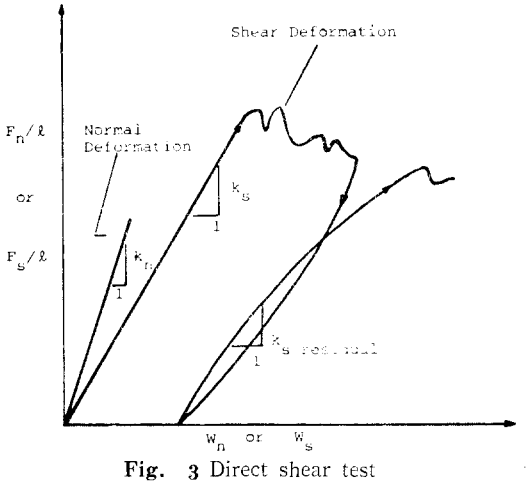

Fig. 3 Direct shear test

$$=\frac{1}{8}\int_{-l/2}^{l/2} q^T[H]^T[k][H]q\ 2\pi(R+s\cos\theta)ds \tag{16}$$

여기서 R은 s-n 좌표계 원점의 반경을 의미하고, 식 (16)의 $[H]^T[k][H]$는 식 (14 a)와 식 (15 a)에 의하여 다음과 같다.

$$[H]^T[k][H]=\begin{pmatrix} k_sA^2 & 0 & ABk_s & 0 & -ABk_s & 0 & -A^2k_s & 0 \\ 0 & A^2k_s & 0 & ABk_n & 0 & -ABk_n & 0 & -A^2k_n \\ ABk_s & 0 & B^2k_s & 0 & -B^2k_s & 0 & -ABk_s & 0 \\ 0 & ABk_n & 0 & B^2k_n & 0 & -B^2k_n & 0 & -ABk_n \\ -ABk_s & 0 & -B^2k_s & 0 & B^2k_s & 0 & BAk_s & 0 \\ 0 & -ABk_n & 0 & -B^2k_n & 0 & B^2k_n & 0 & BAk_n \\ -A^2k_s & 0 & -ABk_s & 0 & ABk_s & 0 & A^2k_s & 0 \\ 0 & -A^2k_n & 0 & -ABk_n & 0 & ABk_n & 0 & A^2k_n \end{pmatrix} \tag{17}$$

식 (16)에서 경계층 길이의 함수인 항들은 다음과 같이 적분 계산된다.

$$\int_{-l/2}^{l/2}\left(1-\frac{2s}{l}\right)^2(R+s\cos\theta)ds=\frac{l}{3}(4R-l\cos\theta) \tag{18 a}$$

$$\int_{-l/2}^{l/2}\left(1-\frac{4s^2}{l^2}\right)(R+s\cos\theta)ds=\frac{2}{3}lR \tag{18 b}$$

$$\int_{-l/2}^{l/2}\left(1+\frac{2s}{l}\right)^2(R+s\cos\theta)\ ds=\frac{l}{3}(4R+l\cos\theta) \tag{18 c}$$

식 (18 a), 식 (18 b), 그리고 식 (18 c)에 의하여 식 (16)은

$$U=\frac{1}{2}l\underset{\sim}{q}^T[k]_{l^e{}'}\underset{\sim}{q} \tag{19}$$

로 표현되고, 여기서 $[k]_{l^e{}'}$는 경계층 요소의 s-n 좌표계의 강성행렬이다. 즉,

$$[k]_{l^e{}'}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix} \alpha k_s & 0 & \beta k_s & 0 & -\beta k_s & 0 & -\alpha k_s & 0 \\ 0 & \alpha k_n & 0 & \beta k_n & 0 & -\beta k_n & 0 & -\alpha k_n \\ \beta k_s & 0 & \gamma k_s & 0 & -\gamma k_s & 0 & -\beta k_s & 0 \\ 0 & \beta k_n & 0 & \gamma k_n & 0 & -\gamma k_n & 0 & -\beta k_n \\ -\beta k_s & 0 & -\gamma k_s & 0 & \gamma k_s & 0 & \beta k_s & 0 \\ 0 & -\beta k_n & 0 & -\gamma k_n & 0 & \gamma k_n & 0 & \beta k_n \\ -\alpha k_s & 0 & -\beta k_s & 0 & \beta k_s & 0 & \alpha k_s & 0 \\ 0 & -\alpha k_n & 0 & -\beta k_n & 0 & \beta k_n & 0 & \alpha k_n \end{pmatrix} \tag{20}$$

이며 $\alpha=(4R-l\cos\theta)$, $\beta=2R$ 그리고 $\gamma=4R+l\cos\theta$를 각각 의미한다.

r-z 축에 대한 강성행렬 $[k]_{l^e}$는 좌표변환 행렬 $[R]$을 이용하여,

즉, $$[k]_{l^e}=[R]^T[k]_{l^e{}'}[R] \tag{21}$$

에 의하여 얻는다.

3. 수치해석

3.1. 해석과정

일반적으로 구조물의 강성행렬 $[K]$와 하중벡타 $\{F\}$를 구하고 이들로 구성된 행렬식의 해를 구하기 위하여 대형 소프트 웨어들을 -NASTRAN, ANSYS, SAP-사용하는 것이 보편적이나 애자의 구조형태에서 수반되는 모델특성 때문에 이들을 사용하는 것이 불가능하였다. 애자의 구조해석용으로 작성된 'PHENIX'프로그램의 계산과정은 다음과 같다.

(1) 역청과 경계층의 한 요소에 대한 강성행렬 $[K]_{l^e}$이 계산된 후,

(2) 직접행렬법(direct stiffness method)에 의하여 미리 구한 애자 몸체의 강성행렬 $[K]_b$에 조합된다.

(3) 모두 조합된 강성행렬 $[K]$와 외부 하중에 의한 하중벡터 $\{F\}$로 된 행렬식을 필수경계조건을 이용하여 벌칙법(penalty method)[4]으로 풀어 변위들을 구하고 경계층 요소의 응력값들을 구한다.

(4) 만일 어떤 경계층 요소응력의 수직 성분(n방향)이 인장일 경우에는 $k_s=0$, $k_n=0$로 하고 문제는 다시 반복한다.

(5) 경계층의 수직응력 (σ_n)과 마찰 계수 (μ)로서 전달 응력을 계산하고, 이값이 경계층의 전단 강도보다 클 경우 $k_s=0$로 하고 다시 강성행렬과 하중벡터를 형성하고 문제가 반복된다.

(6) 안정상태가 될때까지 반복작업을 계속할 수 있

도록 강성행렬 $[K]$과 하중벡터 $\{F\}$를 전작업상태에서 보관된다.

3.2. 해석조건

전술한 하중상태에서 유한요소법 해석의 경계조건은 캡상부의 E.B.C., 즉 $u=0$ 와 핀 하부의 자연경계조건 즉 인장력에 의한 외부하중이다. 애자의 유한요소법 해석에 사용된 재료는 6종료로 아스팔트 코팅(경계층 요소 Ⅰ), 시멘트—자기 간의 사층(경계층 Ⅱ), 핀, 캡 시멘트, 그리고 자기이다. 해석을 위한 유한요소모델은 절점수 628개, 자유도수 1,208, 그리고 축대칭 4각형 요소 511개로 구성되어 있으며 Fig. 4는 이를 나타낸다.

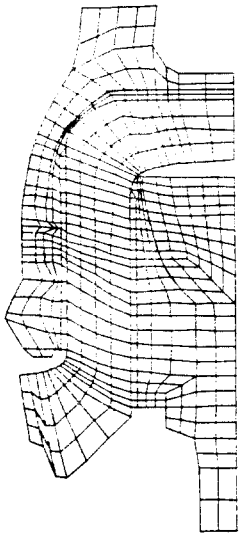

Fig. 4 Finite element model

3.3. 해석결과 및 고찰

핀의 중간턱은 자기의 파괴강도에 영향을 줄 수 없으나 장시간 사용에 따르는 전기 및 화학적 부식에 대한 내구성을 증가시킨다. 또한 인장력에 대한 시멘트와 핀 혹은 캡간의 상호 분리성을 관찰할 수 있다. 핀과 캡에 존재하는 역청은 핀과 접하는 시멘트에 압축변을 주면서 미끄러지고 캡과 접하는 시멘트에 인장변형을 유발시킨다. 특히 핀상부에 형성된 크랙팁은 시멘트와 자기에 응력집중을 유발하지만 사층의 존재로 이로 인한 강도저하를 방지한다. 핀과 자기간에 존재하는 시멘트는 핀으로부터 자기에 지지력을 전달하고 이로 말미암아 분포되는 내부 하중 상태는 핀의 하중지지면의 상·중·하부에서 응력집중을 유발하여 시멘트의 균열을 발생시킨다. 또한 하중 지지면의 하부에서의 압축력은 자기 하부의 굽힘력으로 작용한다. 핀돌출부 주위의 시멘트는 하중을 전달하지는 않지만 사층으로 전달되는 압축 응력을 균일하게 분포시켜 준다.

Fig. 5는 자기 부분의 주응력 분포를 보여주고 있다. 인장력은 핀과 캡이 주로 받고 자기와 시멘트는 인장력을 전달하면서 이를 압축력과 전단력으로 변환시킨다. 핀저항력의 하부에서 전달되는 힘에 의한 자기하부의 굽힘력은 자기의 핀쪽에 인장력을 유발하여 캡입술에서 발생된 크랙의 전파를 돕는다. 또한 핀머리 상부주의의 인장력은 역청의 효과에 의하여 미끄름이 발생하면서 곧 사라지고, 캡입술 주위의 것은 시멘트의 분쇄에 의한 인장 크랙이 발생하면서 소멸된다.

캡부분에서 가장 하중을 많이 받는곳은 캡턱과 캡입

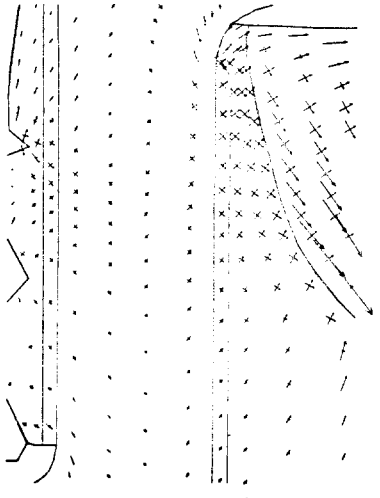

Fig. 5 Principal stress of insuloatr interior

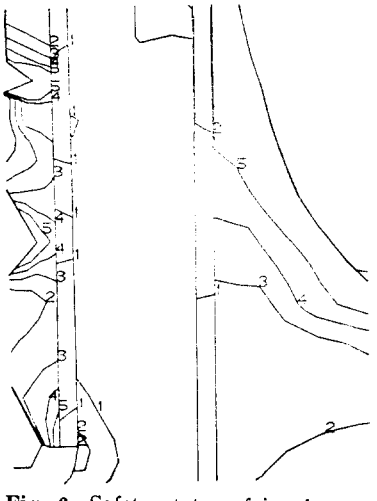

Fig. 6 Safety status of insulator

술이지만, 하중이 주는 굽힘의 영향은 상부에 크게 나타나고 있다. Fig. 6은 해석한 현수애자의 안전상태를 각 재료별로 탄성파괴학설에 의하여 Scalar 양들로 나타내고 이들을 등고선으로 나타낸 것이다.

4. 결 론

이상과 같은 유한요소법에 의한 응력해석으로 부터 애자 설계 지침이 다음과 같이 작성되었다.

(1) 핀의 모양과 크기 그리고 위치가 애자의 강도를 좌우한다. Fig. 7은 핀크기에 따른 자기의 인장응력 분포도이다. 핀의 최적크기보다 크거나 작은 것들은 자기 내부의 핀쪽부 큰 인장응력을 유발하여 캡입술에서 유발된 인장파괴를 도와 애자의 강도를 저하시킨다.

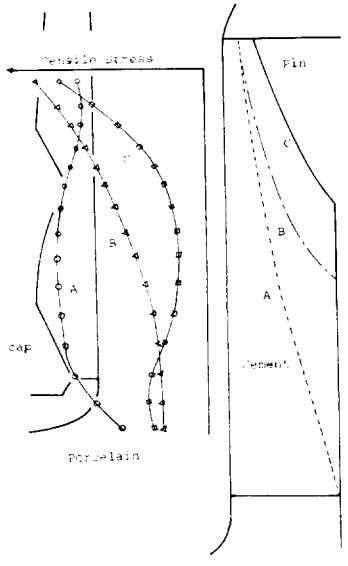

Fig. 7 Tensile stress distributions of porcelain according to changes of pin-head size

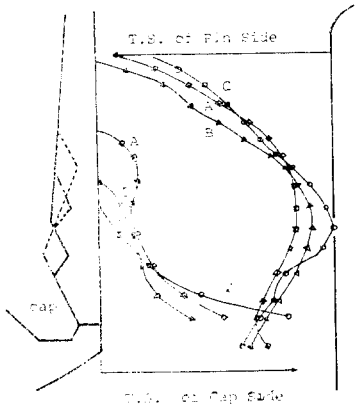

Fig. 8 Tensile stress distributions of porcelain according to changes of cap-jaw position

(2) 캡턱의 위치와 수량은 애자강도의 다른 변수이다. 캡턱의 위치가 자기내부에 미치는 영향이 Fig. 8에서 보여주고 있다. 캡턱 주위에서 발생한 인장력의 방향이 핀머리 상부에서 발생한 그것의 방향과 일치하여 크랙이 생긴다.

위와 같은 현수애자의 설계지침은 재설계에 반영되어 25%하중 증가의 목표 달성이 실험을 통하여 확인되었다.

후 기

본 연구는 과학기술처 특정연구사업의 일환으로 한국과학기술원과 고려애자(주)가 공동 수행하였으며 이에 관계자 여러분께 감사를 표합니다.

참 고 문 헌

(1) A.H. Heuer, "Finite Element Analysis of a Ceramic Cone Insulator," American Ceramic Society Bulletin, Vol. 54, No. 6, 1975

(2) Takayuki Iwama and Kunizi Kito, "Ultra-high Strength Suspension Insulators and Insulator String Assemblies for UHV Transmission Line", IEEE PAS-101, 1982

(3) O.C. Zienkiewicz, The Finite Element Method, 3rd ed., McGraw-Hill, 1977

(4) E.B. Becker, G.F. Carey and J.T. Oden, Finite Elements, Prentice-Hall, 1981

(5) S.H. Advani and J.K. Lee, "Stress Responses Associated with Underground Coal Gasification", Jun., 1983

(6) R.E. Goodman, R.L. Taylor and T.L. Brekke, "A Model for the Mechanics of Jointed Rock" JSMF Proc. ASCE, May, 1968

(7) J.C. Jaeger and N.G.W. Cook, Fundamentals of Rock Mechanics, Chapman and Hall, 1979

(8) S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd ed., McGraw-Hill, 1970

(9) 한국과학기술원, 특고압 애자 개발에 관한연구 (응력해석부분), 1982

(10) A.F. Kozlouski, "Factors in the Design of Suspension Insulators", Mar. 1984

(11) J. Kaminski, Jr., "Long Time Mechanical and Electrical Strength of Suspension Insulators", IEEE PAS-82, 1963