

<論 文>

Angle-Ply 複合積層板의 層間 균열 解析

金 曠 洙* · 洪 昌 善*

(1985年 1月 28日 接受)

Analysis of Delamination Crack in Angle-Ply Composite Laminate

K. S. Kim and C. S. Hong

Key Words: Graphite/Epoxy Composite(흑연섬유/에폭시복합재료), Angle-Ply Laminate (angle-ply 적층판), Delamination(층간분리현상), Strength(강도), Fracture(파괴)

Abstract

Delamination, a frequently observed failure mode in composite laminate, is a key issue in structural design and integrity prediction. In this paper, the stability of delamination crack is investigated for an angle-ply laminate subjected to uniform displacement and thermal loading. Due to the complexities of the problem, a quasi 3-dimensional finite element method is used to obtain strain energy release rate. The effect of parameters, such as temperature drop, loading type, stacking sequence, laminate thickness and width will be considered. Also, the effect of delamination crack on the tensile strength of angle ply laminate for small fiber orientations is evaluated by using a rule of mixtures and energy release rate concept in classical fracture mechanics.

1. 서 론

Angle-ply 복합적층판은 많은 복합적층판의 기본이 되는 요소로서 이의 파손특성에 대한 이해는 진보된 섬유강화 복합재료(advanced fibrous composites)의 구조설계 및 건전성(integrity) 평가 등에 있어서 매우 중요한 문제 중의 하나라고 여겨진다. 복합재료에 널리 적용되는 파손이론(failure theory)⁽¹⁾은 초기손상(first ply failure: F.P.F)하중만 예측할 수 있으나 angle-ply 적층판의 경우 균일한 축방향 하중하에서 발생하는 모든 층의 응력성분은, 건단응력 성분의 부호만 다를뿐, 각각 크기가 동일하게 되어 초기손상 발생과 동시에 전체파손(total failure)이 일어난다고 알려져 있다.

유한폭(finite width)의 angle-ply 적층판에 있어서 파손거동(failure behavior) 및 강도에 대한 실험결과 는 문제의 중요성에 비추어 볼 때 드문 실험이다. Rotem과 Hashin⁽²⁾은 angle-ply 적층판의 경우 섬유방향 각(fiber orientation)에 따라 3가지의 손상형태가 존재하는데 섬유 방향각이 45° 보다 작은 경우에 있어서는 층간균열(delamination crack) 현상이 가장 현저한 손상 형태임을 관찰한 바 있다. 그 뒤 R.Y. Kim⁽³⁾은 섬유방향각에 따른 angle-ply 적층판의 인장강도를 실험한 결과 섬유방향각이 작은 경우($\theta < 30^\circ$)는 파손이론⁽¹⁾에 의한 결과와 잘 일치하지 않음을 보였는데 이는 적층판의 자유단(free edge)을 따라 발생하는 층간응 력의 영향, 즉 층간균열현상이 고려되지 않은 이유로 추측하고 있다. 최근에 S.S. Wang⁽⁶⁾은 균일한 변위 하중을 받는 angle-ply 적층판의 층간균열에 대한 해석

* 正會員, 韓國科學技術院 機械工學科

을 시도한 바 있다. 임의적으로 정의된 응력확대 계수 및 에너지 방출률(energy release rate)을 파괴변수로 사용하여 균열길이, 섬유방향각 및 적층판의 두께가 층간균열에 미치는 영향을 밝히고 있다. 그러나 이제까지의 연구 결과들은 angle-ply 적층판에 있어서 층간균열과 인장강도와의 관계를 체계적으로 밝히고 있지 못한 실정이다.

본 연구에서는 준 3차원 유한요소법(quasi 3-D finite element method)을 사용하여 균일한 변위하중뿐 아니라 적층판의 제작 공정상 필연적인 열하중(thermal loading)의 영향을 동시에 고려하여 층간균열의 발생 및 성장에 대한 특성을 밝히고자 한다. 끝으로 층간균열이 인장강도에 미치는 영향을 혼합법칙(rule of mixtures)의 개념을 사용하여 평가하고자 한다.

2. 층간균열 해석

2.1. 문제설명 및 유한요소 모델

본 연구에서 고려하고 있는 angle-ply 적층판은 Fig. 1에 보인바와 같이 이방성의 섬유 강화층과 이들 사이를 연결하고 있는 등방성의 접착층(matrix layer)으로 구성되어 있다고 보았다. Fig. 2는 graphite/epoxy [$\pm\theta$], 적층판의 단면 사진으로 θ/θ 경계면을 따라서 수지가 많은(resin-rich) 영역이 존재함을 볼 수 있는데 그 두께는 대략 한층의 1/10 정도⁽⁷⁾로 균일한 두께를 갖고 있다고 볼 수 있다. 본 모델에서 접착층의 두께를 고려하는 이유로는, 첫째 층간판단면에 대한 관찰결과⁽⁸⁾ 층간균열은 접착층을 따라 전파되기 때문이며, 다음으로 불합리한 변위의 중첩현상은 angle-ply와 같이 균열선단에서 전단하중(Model III)이 작용할 경우 매우 현저해지기 때문이다⁽⁹⁾. 이러한 현상은 접착층이 없이 이상적으로 접착된 상태를 가정한 모델에 기인한 것으로 등방성의 접착층을 고려할 경우 제거된다고 보고된 바 있다⁽¹⁰⁾. 본 모델에서는 층간균열이 접착층 내에서 발생하여 원래의 균열방향으로 전파(self-similar-crack growth)된다고 가정하였다.

층립면에 대칭인 복합적층판이 균일한 변위하중 또는 균일한 온도변화에 의한 열하중을 받는 경우 발생하는 변형장(displacement field)은 다음과 같다^(4,5).

$$\begin{aligned} u &= \epsilon_0 x + U(y, z) \\ v &= V(y, z) \\ w &= W(y, z) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 ϵ_0 는 x 방향으로 작용하는 균일한 변형률이며 u, v 및 w 는 x, y 및 z 방향의 변위성분을 나타낸다.

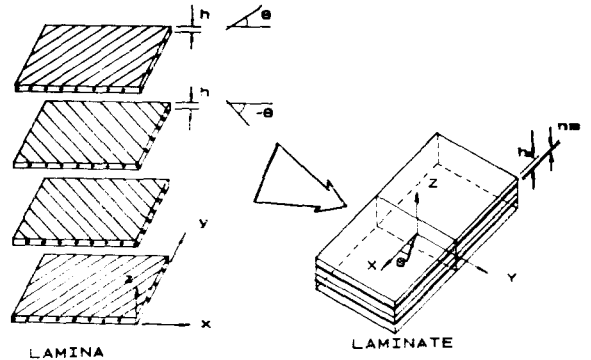


Fig. 1 Angle-ply laminate

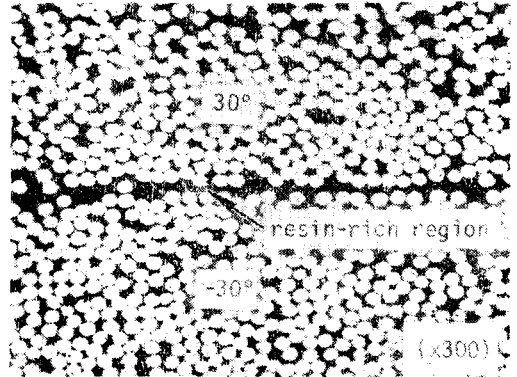


Fig. 2 Microstructure of graphite/epoxy composite

식 (1)과 같은 변형장 해석을 위하여 준 3차원 유한요소법⁽¹⁾과 유사한 방법을 이용하였으며 자세한 내용은 참고문헌(19)를 참고하기 바란다. 본 유한요소 해석에는 b/h 가 8이며 h 가 1 mm 인 적층판에 대해서 해석을 하였다. 기하학적 대칭성으로 부터 $y-z$ 평면의 1/4에 대해서만 절점당 자유도가 3개인 4-node isoparametric 요소를 사용하여 분할하였으며 접착층내에서의 응력변화는 거의 없었기 때문에 두께방향으로 2개의 요소만을 배열하였다. 층간균열은 균열선단의 절점을 2개의 절점으로 분리 시키므로서 점진적으로 요소의 크기 만큼 성장하도록 고려하였으며 균열이 진전됨에 따라 요소의 세분화를 다시 하므로서 균형진전폭(Δa)을 일정하게 유지하였다. Fig. 3에 보인 유한요소 모델은 216개의 요소와 257개의 절점으로 $\Delta a/h$ 가 0.2가 되도록 구성되어 있는데 이는 요소의 세분화에 따른 수렴도 조사 및 유효탄성계수 모델⁽¹¹⁾에 의한 결과이다.

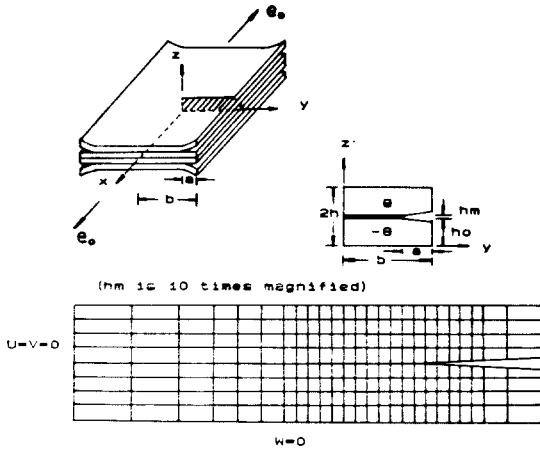


Fig. 3 Basic configuration and finite element model

2.2. 에너지 방출률의 계산

본 연구에서는 수정된 균열닫힘적분(modified crack closure integral)⁽¹²⁾을 사용하여 에너지 방출률을 계산하였다. 이 방법은 균열선단의 절점을 통하여 전달되는 힘과 균열이 Δa 만큼 성장한 후 균열선단에서의 상대변위를 이용하여 에너지 방출률을 계산하는데 균열선단의 정확한 응력장 해석이 요구되지 않기 때문에 계산이 간단한 장점이 있다. 변위하중과 열하중을 받는 경우 에너지 방출률은 적층판이 선형 탄성 거동을 보이는 까닭에 각각의 하중에 대하여 계산을 수행한 후 중첩원리(superposition principle)를 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다(Fig. 4 참조).

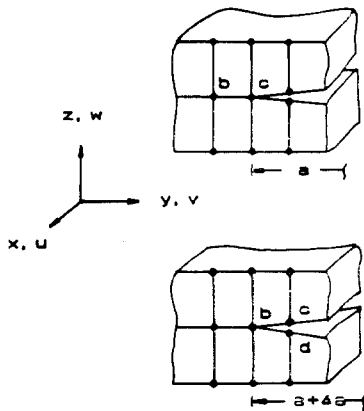


Fig. 4 Schematic configuration of virtual crack closure method

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} (F^z_{c,n} \cdot e + F^z_{c,T} \cdot \Delta T) [(w_c - w_d)_n \cdot e + (w_c - w_d)_T \cdot \Delta T]$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} (F^y_{c,n} \cdot e + F^y_{c,T} \cdot \Delta T) [(v_c - v_d)_n \cdot e + (v_c - v_d)_T \cdot \Delta T]$$

$$G_{III} = \frac{1}{2\Delta a} (F^x_{c,n} \cdot e + F^x_{c,T} \cdot \Delta T) [(u_c - u_d)_n \cdot e + (u_c - u_d)_T \cdot \Delta T] \quad (2)$$

여기서,

G_I, G_{II}, G_{III} : Mode I, II 및 III의 에너지 방출률 성분.

$F^z_{c,n}$: 변위하중으로 작용하는 균일한 변형률($e = 1 \times 10^{-6}$)에 의하여 절점 C에서 z-방향으로 작용하는 힘.

$F^z_{c,T}$: 열하중($\Delta T = -1^\circ F$)에 의하여 절점 C에서 z-방향으로 작용하는 힘.

$(w_c - w_d)_n$: 변위하중으로 작용하는 균일한 변형률($e = 1 \times 10^{-6}$)에 의하여 균열선단에서 발생하는 z-방향의 상대변위.

$(w_c - w_d)_T$: 열하중($\Delta T = -1^\circ F$)에 의하여 균열선단에서 발생하는 z-방향의 상대변위.

e : 변위하중으로 작용하는 균일한 변형률

ΔT : 균일한 온도변화

로 정의된다. 수치해석 결과 에너지 방출률이 적층판의 두께에 비례함을 알 수 있었다. 따라서 에너지 방출률은 두께($t = 4h$)에 무관한 함수로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$G_{Tot, /h} = (G_I + G_{II} + G_{III}) / h = \bar{G}_M \cdot e^2 + \bar{G}_{MT} \cdot e \cdot (\Delta T) + \bar{G}_T \cdot (\Delta T)^2 \quad (3)$$

여기서 $G_{Tot,}$ 은 전체에너지 방출률(total energy release rate)이며 특성 함수 \bar{G}_M, \bar{G}_{MT} 및 \bar{G}_T 는 각각 변위하중, 변위하중과 열하중의 중첩, 그리고 열하중에 의한 에너지방출률의 성분들로 유한요소법의 결과로부터 계산된다.

2.3. 인장 강도

섬유 방향각이 서로 다른 인접한 층사이의 구속조건이 적층판의 강도에 미치는 영향은 Fig. 5에서 보인 바와같이 $[-\theta]$, angle-ply 적층판과 θ 의 방향을 가진(off-axis) 적층판의 강도를 비교해 보면 쉽게 알 수 있다. Angle-ply 적층판의 강도가 훨씬 큰 이유는 외부 하중이 인장강도가 큰 섬유에 의하여 많이 분담되기 때문이다. 이와같은 인접한 층사이의 구속력으로 인하여 층간응력(interlaminar stress)이 발생하게 되는데 만약

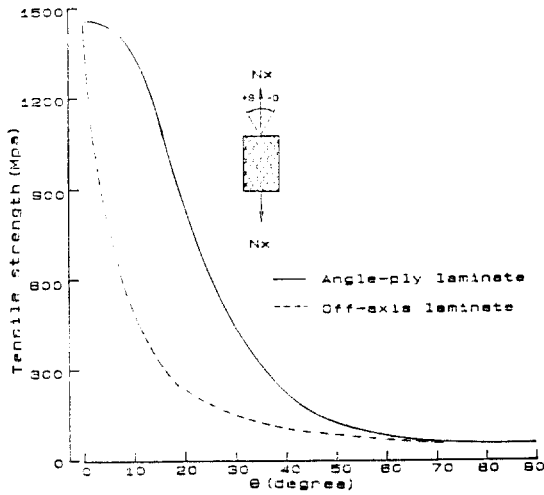


Fig. 5 The comparison of tensile strength between angle-ply and off-axis laminate based on failure theory

angle-ply 적층판의 경우 층간균열이 $+\theta/-\theta$ 경계면을 따라서 폭방향으로 완전히 전파되어 구속력이 사라지게 되면 θ 의 섬유방향을 갖는 적층판의 경우와 동일하게 됨을 알 수 있다. 따라서 자유단을 따른 층간균열이 폭방향으로 전파될 경우 angle-ply 적층판의 강도에 미치는 영향을 혼합법칙(rule of mixtures)의 관점에서 다음과 같이 평가할 수 있다. 즉, 적층판의 접착된 부분과 층간균열이 존재하는 영역이 외부하중에 서로 독립적인 요소로 작용한다고 볼때 외부하중(P_0)은 접착된 부분이 받는 하중(P_a)과 분리된 부분이 받는 하중(P_0)의 합으로 표시된다.

$$P_0 = P_a + P_0 \quad (4)$$

그리고 적층판의 파단은 층간균열 영역에서 발생한 기지균열(transverse cracking)로 인하여 곧바로 파단⁽¹³⁾되기 때문에 위의 두영역의 파단이 동시에 발생한다고 가정하면 적층판의 강도는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\sigma_c = \sigma_c - S(\theta) \cdot a^* / b \quad (5)$$

여기서

- σ_c : 층간균열의 영향이 고려된 적층판의 강도
- σ_c : 층간균열의 영향이 고려되지 않은 적층판의 강도
- $S(\theta)$: Angle-ply 적층판과 off-axis 적층판의 강도 차이
- a^* : 적층판이 파단되기 직전의 층간 균열길이
- $2b$: 적층판의 폭

이다. 식 (5)의 σ_c 와 $S(\theta)$ 는 고전 적층판이론(classical laminate theory)⁽¹⁴⁾과 파손이론⁽¹¹⁾으로 부터 계산이 되지만 a^* 는 파괴역학의 관점에서 계산된 에너지 방출률의 결과로 부터 예측할 수 있을 것이다.

3. 결과 및 검토

본 연구의 수치해석 결과는 $[\pm\theta]$ 적층판에 있어서 섬유방향각이 $15^\circ, 30^\circ$ 및 45° 의 경우에 대해서만 수행하였으며 사용한 재료상수(material constant)는 Table 1에 보인 바와같다.

Table 1 Material thermoelastic constants

○ Graphite/epoxy lamina	○ Interlaminar matrix layer
$E_{11} = 138\text{Gpa}(20 \times 10^6\text{psi})$	$E = 3.45\text{Gpa}(0.5 \times 10^6\text{psi})$
$E_{22} = E_{33} = 14.5\text{Gpa}(2.1 \times 10^6\text{psi})$	$G = 1.28\text{Gpa}(0.185 \times 10^6\text{psi})$
$G_{12} = G_{23} = G_{31} = 5.87\text{Gpa}(0.85 \times 10^6\text{psi})$	$\nu = 0.35$
$\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{31} = 0.21$	$\alpha = 32 \times 10^{-6}(\text{in/in}/^\circ\text{F})$
$\alpha_1 = 0.2 \times 10^{-6}(\text{in/in}/^\circ\text{F})$	
$\alpha_2 = \alpha_3 = 16 \times 10^{-6}(\text{in/in}/^\circ\text{F})$	

3.1. 에너지 방출률의 특성

먼저 적층판의 폭이 층간균열 성장에 미치는 영향을 살펴보았다. S.S. Wang⁽⁶⁾은 적층판의 폭이 넓어질수록 안정균열성장(stable crack growth)영역뿐 아니라 에너지 방출률의 크기가 최대로 되는 균열의 크기도 점차 증가한다고 하였다. 그러나 그의 결과를 잘 살펴 보면 균열길이를 폭으로 무차원화(nondimensionalize)시킬 경우 에너지 방출률은 폭의 크기에 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 이러한 경향은 본 수치결과에서도 확인되었기 때문에 층간균열에 대한 에너지 방출률 계산은 임의의 적층판($b/h=8$)에 대해서만 수행하였다. Fig. 6은 변위하중에 의한 에너지 방출률 성분, \bar{G}_M 의 특성을 보여주고 있는데 해석적 방법⁽⁶⁾의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나 그 크기에 있어서는 약간의 차이를 보이고 있는데 이는 본 모델에서 고려된 접착층의 영향때문이라고 생각된다. Fig. 7은 섬유방향각 및 무차원화된 균열길이(a/b)에 대한 에너지 방출률 성분, \bar{G}_M 을 보여주고 있는데 \bar{G}_M 의 최대값은 $a/b \approx .28$ 에서 발생하였으며, 섬유방향각에 따른 특성은 각각의 최대값으로 무차원화시킬 경우 동일한 결과

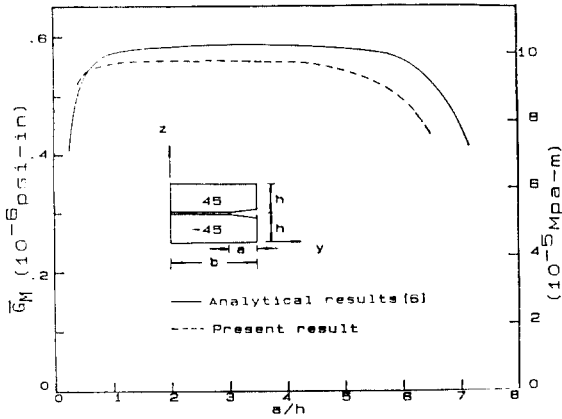


Fig. 6 Comparison of strain energy release rate due to displacement loading with analytical results

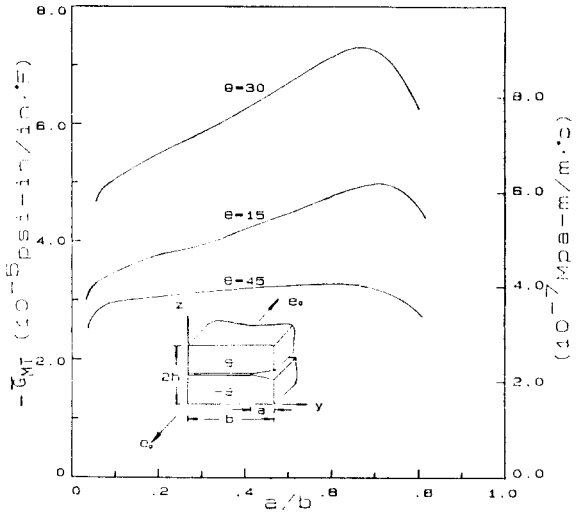


Fig. 8 Variation of strain energy release rate due to combined loading with various crack lengths and fiber orientations

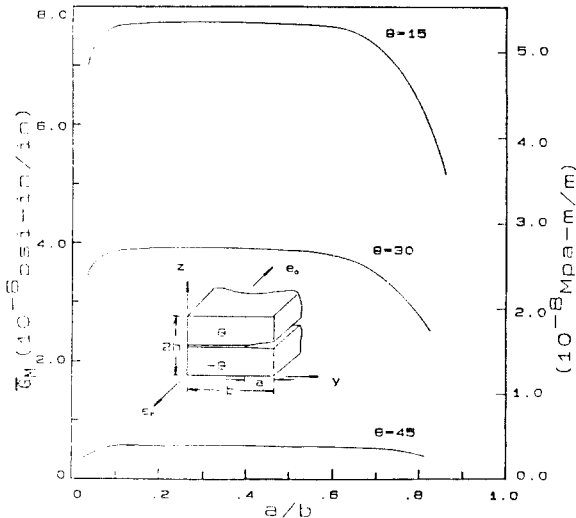


Fig. 7 Variation of strain energy release rate due to displacement loading with various crack lengths and fiber orientations

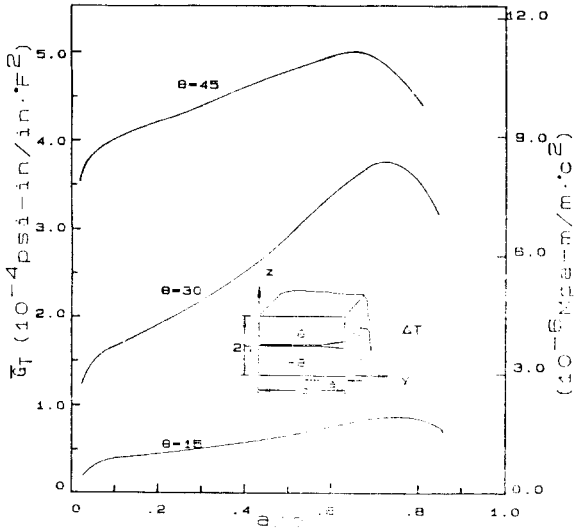


Fig. 9 Variation of strain energy release rate due to thermal loading with various crack lengths and fiber orientations

를 보여주고 있다. 변위하중에 의한 층간균열 발생은 인접한 층사이의 상호영향 계수(mutual influence coefficient)의 차이에 의한 층간전단응력, τ_{xz} , 때문에 발생하는데 angle-ply 적층판의 경우 섬유방향각이 대략 15° 인 경우 τ_{xz} 가 최대로 되며 이는 \bar{G}_M 의 결과에도 잘 나타나고 있다. Fig. 8 및 Fig. 9는 변위하중과 열하중의 간섭에 의한 에너지방출률, \bar{G}_{MT} ,와 열하중에 의한 성분, \bar{G}_T ,의 결과를 보여주고 있다. 열하중에 의

한 층간응력은 angle-ply 적층판의 경우 인접한 층사이의 열팽창 계수(α_{xz})의 차이 때문에 발생하며 섬유방향각이 45° 인 경우 그 크기가 최대로 된다^(3,14). 이러한 경향은 \bar{G}_T 의 결과에서도 섬유방향각이 45° 인 경우가 가장 큰 결과를 보인점과 일치하는 현상이다. \bar{G}_{MT} 의 경우 변위하중과 열하중에 의한 층간응력 성분의 부호

가 서로 상반되기 때문에 음의 값을 갖게되며 섬유방향각이 \bar{G}_M 과 \bar{G}_T 의 최대값이 발생하는 15° 와 45° 사이인 30° 에서 가장 큰 결과를 보인다. \bar{G}_{MT} 와 \bar{G}_T 의 최대값은 $a/b=0.6\sim 0.7$ 에서 발생하므로 \bar{G}_M 의 경우에는 다르게 불안정한 균열성장(unstable crack growth) 영역이 넓어짐을 알 수 있다.

이상의 결과에서 층간균열 모우드(model I, II 및 III)에 따라 에너지방출률을 분리하여 설명하지 않은 까닭은 계산결과 mode III의 결과가 mode I 및 II에 비하여 매우 큰 값을 갖기 때문이었다. 따라서 이와같은 적층판의 경우 mode III에 의하여 층간균열이 발생, 전파된다고 할 수 있다.

3.2. 균열의 발생 및 성장

거시적인 관점의 층간균열은 θ/θ 의 집착층에 존재하는 초기균열(a_0)에 대한 에너지방출률이 임계치(critical value)에 도달할때 발생한다고 볼 수 있다. 따라서 균열발생을 예측하기 위해서는 초기균열의 길이를 결정하여야 하는데 이는 보통 한층의 두께정도로 보는 견해가 지배적이다⁽⁵⁾. 위의 결과로부터 알 수 있듯이 angle-ply 적층판의 경우 mode III성분이 균열 발생에 지배적인 역할을 하기 때문에 균열발생의 기준식으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$G_{Tot.} = G_{III} \quad (6)$$

그러나 mode III에 대한 실험결과는 거의 찾아볼 수 없기 때문에 mode II에 대한 임계에너지 방출률(G_{IIc})을 보수적인 관점에서 G_{IIIc} 의 값으로 대체할 수 있다⁽¹⁶⁾.

즉,

$$G_{Tot.} = G_{IIc} \quad (7)$$

이다. Graphite/epoxy에 대한 mode II의 임계에너지 방출률은 실험결과^(17,18) 0.9부터 5.0(psi-in)라고 보고된 바 있다. 본 계산에서는 대략 평균치로 3.0psi-in를 G_{IIc} 로 가정하여 식 (7)을 파괴기준식으로 사용하였다.

이와같은 가정은 층간균열 발생 하중을 낮게 평가할지도 모르나 층간균열의 성장에 따른 안정성(stability) 문제를 고려하는 데는, 즉 적층판이 파단되기 직전의 균열길이(a^*)를 예측하는 데는 영향이 없다고 생각된다. Fig. 10은 $[\pm 15^\circ]$ 적층판에서 층간균열 길이에 따른 균열발생 하중을 나타내고 있다. 실험은 온도 변화로 인한 열응력의 영향 및 하중의 작용방향(인장/압축)에 따른 영향을 보이고 있는데 이는 $[\pm 30^\circ]$ 와 $[\pm 45^\circ]$ 적층판에서도 비슷한 결과를 관찰할 수 있었다.

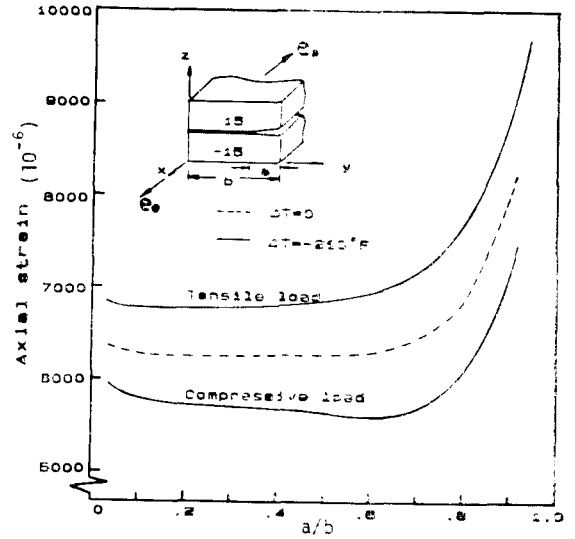


Fig. 10 Delamination onset strain with crack lengths

잔류열응력의 영향은 인장하중의 경우 열응력을 고려하지 않은 경우에 비하여 약 10% 정도 증가하나 압축하중의 경우는 반대로 층간균열 발생 하중이 감소하는 결과를 보이는데 이는 열하중에 의한 층간응력 성분, τ_{xz} ,의 부호가 인장하중에 의한 경우와 반대로 되어서 서로 상쇄되는 효과 때문이다. 그러나 열하중의 영향이 없는 경우는 점선으로 표시된 바와같이 하중의 작용방향에 관계없이 균열발생 하중(축방향변위하중)이 동일하였다. 또한 Fig. 10으로 부터 일단 초기균열이 발생을 하면 a/b 가 0.3 또는 0.4까지는 외력(인장하중)의 증가없이도 균열이 성장하나 그 이후는 안정 균열성장(stable crack growth) 특성을 보임을 알 수 있다. 그러나 압축하중의 경우는 층간균열이 인장하중에 비하여 쉽게 발생할뿐 아니라 $a/b \approx 0.8$ 까지는 외력의 증가없이도 균열이 성장하는 불안정 균열성장(unstable crack growth) 특성을 보이게 된다. 실험결과⁽¹³⁾에 의하면 층간균열 발생직후에 적층판의 파단이 일어나므로 a^*/b 는 인장하중의 경우 0.3 또는 0.4로 추측할 수 있다.

Fig. 11은 angle-ply 적층판에 있어서 섬유방향각이 적은 경우의 인장강도를 나타내고 있는데 실험결과⁽¹³⁾와 $a^*/b=0.3$ 으로 가정하여 예상한 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 12는 층간균열 발생과 적층판의 파단과의 관계를 보여주고 있는데 섬유방향각이 30° 보다 적은 경우는 층간균열이 초기손상 형태로 발생하며

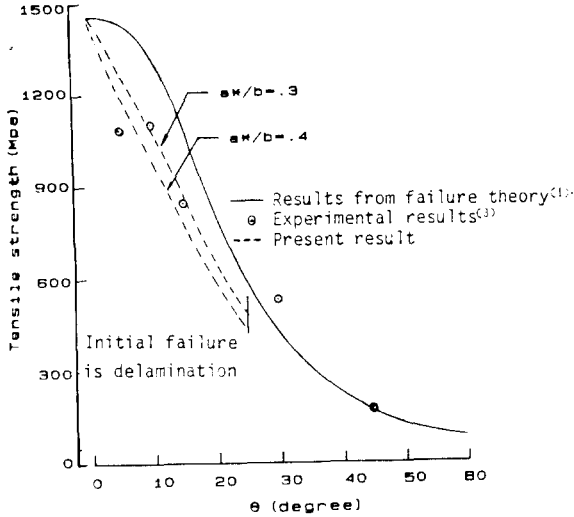


Fig. 11 Tensile strength of angle-ply laminate with fiber orientation

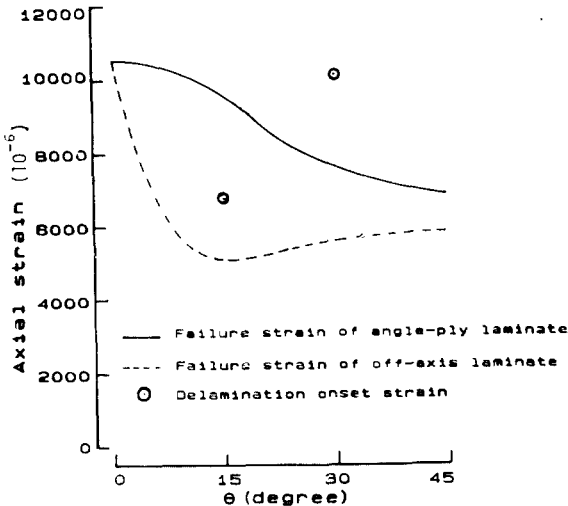


Fig. 12 Relationship between delamination and laminate failure

이 손상영역(off-axis laminate)을 따라서 곧바로 파손이 일어남을 보여주고 있다. 이는 실험결과⁽¹³⁾ 층간균열 발생 직후 적층판의 파단이 일어난다는 사실을 잘 설명해주고 있는 결과이다.

4. 결 론

선형탄성 파괴역학의 관점에서 변위하중 및 열하중을 받는 angle-ply 적층판의 자유단을 따라 발생하는 층간균열의 발생 및 성장에 대하여 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 층간균열의 특성은 섬유방향각, 적층판의 두께 하중의 방향 및 잔류열응력등에 크게 영향을 받는다.
- (2) 무차원화된 층간균열 길이와 에너지방출률의 관계로부터 층간균열은 불안정 균열성장에 뒤이어 안정 균열 성장 거동을 보임을 알 수 있다.
- (3) 열하중에 의한 에너지방출률 성분은 외부하중의 작용 방향에 따라 균열의 발생 및 성장에 영향을 미친다.
- (4) 섬유방향각이 적은 경우($\theta < 30^\circ$)에 있어서 적층판의 인장강도는 층간균열의 영향을 고려하므로써 보다 정확한 값을 예측할 수 있다.

References

- (1) S.W. Tsai and E.M. Wu, "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials", J. of Composite Materials, Vol. 5, pp.58~80, 1971
- (2) A. Rotem and Z. Hashin, "Failure Modes of Angle-Ply Laminates", J. of Composite Materials, Vol. 9, pp.191~206, 1975
- (3) R.Y. Kim, "On the Off-Axis and Angle-Ply Strength of Composites", ASTM STP 734, pp. 91~108, 1981
- (4) R.B. Pipes and N.J. Pagano, "Interlaminar Stress in Composite Laminates under Uniform Axial Extension", J. of Composite Materials, Vol. 4, pp. 538~548, 1970
- (5) A.S.D. Wang and F.W. Crossman, "Some New Results on Edge Effect in Symmetric Composite Laminates", J. of Composite Materials, Vol. 11, pp.92~106, 1977
- (6) S.S. Wang, "Fracture Mechanics for Delamination Problems in Composite Laminates", J. of Composite Materials, Vol. 17, pp.210~223, 1983
- (7) S.S. Wang, "An Analysis of Delamination in Angle-Ply Fiber-Reinforced Composite", ASME J. of Appl. Mech., Vol. 47, pp.64~70, 1980
- (8) T. Johannesson, et. al., "The Detailed Structure of Delamination Fracture Surface in Graphite/Epoxy Laminates", J. of Material Science, 19, pp.1171~1177, 1984
- (9) S.S. Wang and I. Choi, "The Interface Crack Behavior in Dissimilar Anisotropic Composites under Mixed-Mode Loading", ASME J. of Appl. Mech., Vol. 50, pp.179~183, 1983

- (10) C. Atkinson, "On Stress Singularities and Interfaces in Linear Elastic Fracture Mechanics", *Int. J. of Fracture*, 13, pp. 807~820, 1977
- (11) N.J. Pagano and E.F. Rybicki, "On the Significance of Effective Modulus Solution for Fibrous Composites", *J. of Composite Materials*, Vol. 8, pp. 214~228, 1974
- (12) E.F. Rybicki and M.F. Kanninen, "A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral", *Eng. Fracture Mech.*, Vol. 9, pp. 931~938, 1977
- (13) C.T. Herakovich, "Influence of Layer Thickness on the Strength of Angle-Ply Laminate", *J. of Composite Materials*, Vol. 16, pp. 216~227, 1982
- (14) Robert M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill, New York, 1975
- (15) C. Zweben, "Fracture Mechanics and Composite Materials: A Critical Analysis", *ASTM STP* 521, pp. 65~97, 1973
- (16) G.P. Anderson et. al., *Analysis and Testing of Adhesive Bonds*, Academic Press, New York, 1977
- (17) R.A. Jurf and R.B. Pipes, "Interlaminar Fracture of Composite Materials", *J. of Composite Materials*, Vol. 16, pp. 386~394, 1982
- (18) D.J. Wilkins et al., "Characterizing Delamination Growth in Graphite-Epoxy", *ASTM STP* 775, pp. 168~183, 1982
- (19) 과학기술처, 섬유강화 복합재료의 개발과 응용 (I), 1984