

<論 文>

有限要素法을 利用한 朝鮮朝式 鐘形 構造物의 動的 解析

鄭 錫 柱\* · 孔 昌 德\*\* · 廉 永 夏\*\*\*

(1985年 1月 18日 接受)

A Study on the Dynamic Characteristics of the Yi-Dynasty Bell-type Structure by the Finite Element Method

Suk Choo Chung, Chang Duck Kong and Young Ha Yum

Key Words: Bell-type Structure(鐘形 構造物), Dynamic Behavior(動的 特性), Finite Element Method(有限要素法), Natural Frequency Mode Shape(固有振動數 모우드形態), Beat Frequency(울림周波數)

Abstract

Dynamic characteristics of the Yi-Dynasty bell-type structure including the acoustic effects, such as the beat frequencies, are analyzed numerically. Numerical solutions of natural frequencies and their corresponding mode shapes are obtained by the finite element method with triangular and quadrilateral plate-shell elements.

Test bells of model A and model B are 40% subscale of the Kapsa-Bell in Kongju which is Chosen among the typical Yi-Dynasty bells.

To consider the asymmetric and geometrical effects on the dynamic and acoustic response, these bells are analyzed under the variation of the Dangjwas, the thickness, the added mass and the position of holes.

The impulse method is adapted to assess experimentally with fast fourier transform analyzer. Experimental results are good agreement with numerical solutions.

It is also investigated that both of the natural frequency and the beat frequency, which are significant factors for the acoustic wave, can be adjusted by the variation of the Dangjwas, the thickness, the added mass and the position of holes.

記 號 說 明

- $G_i$  : 節點番號( $i=1, 2, 3, 4$ )
- $[K]$  : 全體座標系에 關한 剛性 매트릭스
- $[M]$  : 全體座標系에 關한 質量 매트릭스
- $q_i$  : 一般化 座標系( $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ )

- $u, v, w$  : 局部座標系의 變位
- $X_n$  : 材質座標系
- $x, y, z$  : 局部座標系
- $X_G, Y_G, Z_G$  : 全體座標系
- $\alpha, \beta, \gamma$  : 四邊形 要素의 局部座標系와 그 對角線이 이루는 角
- $\alpha_1', \alpha_2', \beta_1', \beta_2'$  : 回轉成分
- $\theta_n$  : 材質座標系의 回轉

\* 正會員, 京畿工業開放大學 機械設計學科

\*\* 正會員, 檀國大學校 大學院

\*\*\* 正會員, 서울大學校 工科大學 機械設計學科

1. 緒 論

鐘形 構造物의 動的 特性 研究 또는 音響 特性 研究은 Rayleigh<sup>(1)</sup>에 의해 低固有振動數(low natural frequency) 領域의 振動모우드가 거의 굽힘에 의해 일어난다는 假定下에서 取扱되기 시작하였다.

그 후 西洋의 教會鐘에 대해서는 1920年~1930年代에 Jones<sup>(2)</sup> Curtiss<sup>(3)</sup>등에 의해 進行되었고 東洋의 梵鐘에 對해서는 Aoki와 Yamashita Kobasi<sup>(4,5)</sup>등에 의해 이루어졌는데 主로 鐘의 基本 固有振動數의 解析, 測定 및 鐘의 形狀에 따른 變化에 대해 檢討 되었다. Komatsuzawa<sup>(6)</sup> 등은 鐘의 各 部分音에 對한 具體的 研究과 울림 周波數의 矯正, 餘韻의 調整 등 鐘의 設計에 相當히 有用한 資料를 실험으로 提議하고 있다.

최근에 와서는 數值解析方法인 有限要素法등에 의하여 解析되어 오고 있다. 朝鮮朝式 梵鐘은 西洋鐘과는 振動樣式과 構造形態에 있어 判異하게 다르다. 西洋鐘의 境遇는 教會의 chime bell로서 打音을 重要視하고, 朝鮮朝式 梵鐘의 境遇는 餘音 卽, 基本音을 重要視하고 있다.

그리고 朝鮮朝式 梵鐘은 日本 梵鐘과 類似하기는 하나 日本 梵鐘에 비하여 幾何學的 形狀이 複雜하고, 構造特性上 얇은 셸로 假定하기 어려우며, 또한 撞座, 龍頭 등의 非對稱性을 가지고 있다.

朝鮮朝式 鐘形 構造物의 動的 特性 解析은 非對稱性 效果가 考慮된 基本音 卽, 固有振動數 및 모우드 解析이 이루어져야 한다. 그러므로 朝鮮朝式 鐘形 構造物을 解析하기 위한 가장 適切한 方法은 有限要素法을 利用한 數值解析의 方法이다.

最近 國內에서도 朝鮮朝式 梵鐘에 대한 振動解析<sup>(7-14)</sup>이 活潑히 試圖되었으나, 大部分 單純한 球, 圓筒, 圓錐 등의 結合體로서 近似理論을 適用하여 解를 試圖하였고, 有限要素法을 利用한 解析이 있어서도 非對稱性 解析은 實驗에 依存하고 있다.

本 論文에서는 鐘形 構造物의 特徵인 非對稱性을 考慮할 수 있고 굽힘에너지(flexural energy)와 擴張에너지(extension energy)를 모두 考慮하여 有限要素의 分割이 容易한 四邊形과 三角形 판-셸 有限要素를 使用하였다.

實際 計算한 鐘形構造物은 甲寺鐘과 類似한 모양으로 1/2.5로 縮小한 두께가 서로 다른 A形과 B形 鐘이다.

非對稱성과 構造의 部分的 形狀變化가 鐘構造物의 動的 特性 및 音響에 미치는 影響을 分析하기 爲해 撞座 個數, 鐘의 全殼의 形狀, 下端部의 두께, 附着質量個數

및 貫通 구멍의 位置를 變化시켜 보았다. 本 研究에 使用된 프로그램은 NASTRAN 프로그램이고, 鐘形 構造物과 같이 大型 매트릭스에서 몇 개의 基本 모우드들의 固有值를 求하는데 適合한 IPM 방법(Inverse Power Method)가 使用되었다.

2. 有限要素法

非對稱성이며 複雜한 形狀을 가진 朝鮮朝式 鐘形 構造物의 動的 特性을 解析 하기 위한 數值的 解析方法으로 有限要素法이 解析의 容易성과 正確性을 위해 最適한 方法이다. 鐘形 構造物을 解析하는데 使用된 有限要素는 굽힘과 膜應力 特性을 가진 三角形 및 四邊形 板-셸 要素들이다.

使用된 座標系는 Fig. 1에 表示되어 있다.

板-셸 要素는 膜應력과 굽힘 剛性은 물론 橫剪斷靚 剛性을 가지며 異方性材質特性이 適用되었다.

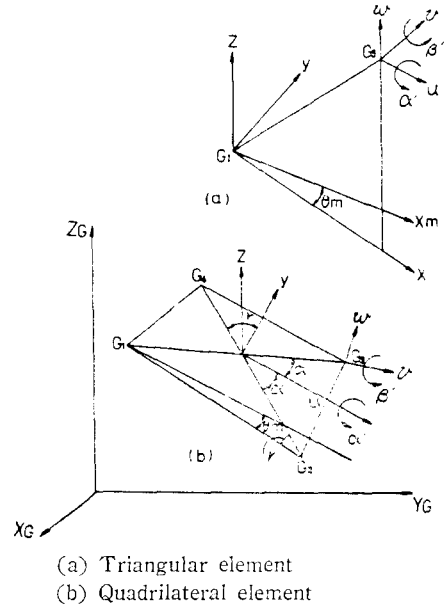


Fig. 1 Coordinate system of plate-shell finite element

要素의 各 節點에서 膜應力 및 굽힘 變位들이 다음과 같은 벡터로 표시된다.

$$\{u\} = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ \alpha_1' \ \beta_1' \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ \alpha_2' \ \beta_2' \ u_3 \ v_3 \ w_3 \ \alpha_3' \ \beta_3']^T \quad (1)$$

여기서  $u, v$ 는 각각  $x$  축과  $y$  축에 평행한 面內變位(inplane displacements)들이고,  $w$ 는  $x-y$  평면에 수직 한 처짐(deflection),  $\alpha'$ 와  $\beta'$ 는  $x$  축과  $y$  축 방향의 회

轉(rotation)들이다.

변위 벡터는 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$u = q_1 + q_2x + q_3y \tag{2}$$

$$v = q_4 + q_5x + q_6y \tag{3}$$

$$w = \gamma_x x + \gamma_y y + q_1x^2 + q_2xy + q_3y^2 + q_4x^3 + q_5xy^2 + q_6y^3 \tag{4}$$

$$\alpha' = q_2x + 2q_3y + 2q_5xy + 3q_6y \tag{5}$$

$$-\beta' = 2q_1x + q_2y + 3q_4x^2 + q_5y^2 \tag{6}$$

$$\gamma_x = \frac{\partial w}{\partial x} + \beta' \tag{7}$$

$$\gamma_y = \frac{\partial w}{\partial y} - \alpha' \tag{8}$$

여기서,  $\gamma_x$ 와  $\gamma_y$ 는 橫剪斷變形率이고,  $q_1, q_2, \dots, q_6$ 는 一般化 座標系(generalized coordinates)에 관한 常數들이다.

四邊形 要素는 2個의 三角形 要素를 重疊하므로써 求解지며, 重疊時 인접한 三角形 要素들의 變位 및 回轉들의 內部的 適合條件을 滿足하도록 사선을 따라  $x$ 軸을 一致시켰다.

鐘形 構造物의 動的 特性은 한個 내지는 두個의 基本 固有振動數가 지배하는 餘音이므로 自由振動特性을 解析하면 된다. 따라서 運動方程式은 다음과 같이 된다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \tag{9}$$

解를 求하기 위해 變位 벡터를 다음과 같이 놓는다.

$$\{u\} = \{\bar{u}\}e^{i\omega t} \tag{10}$$

여기서  $\bar{u}$ 는 變位벡터 振幅이고  $\omega$ 는 固有振動數이다.

$$[K]\{\bar{u}\} - \omega^2[M]\{\bar{u}\} = 0 \tag{11}$$

또는

$$([K] - \lambda[M])\{\bar{u}\} = 0 \tag{12}$$

여기서  $\lambda = \omega^2$ 으로 固有值(eigen value)이고,  $\{\bar{u}\}$ 는 부합되는 固有值벡터이다.

本 研究에 使用된 方法은 IPM이며 이것은 많은 固有值 中 몇 개의 固有值를 구함은 물론 固有值 및 固有值 벡터의 精確한 값을 얻을 수 있는 方法이다.

### 3. 問題說明과 計算過程

典型的인 朝鮮朝式 鐘으로 公州 甲寺鐘을 選定하여 鐘의 動特性과 音響效果를 研究하기 위하여 甲寺鐘을 實則하여 1/2.5로 縮小製作하였다.

解析 모델은 全般的인 鐘形狀에 관한 效果를 조사하기 위하여 平均 두께가 각각 6 mm 와 10 mm 짜리의 두 개의 鐘을 製作하였으며, 그 圖面은 Fig. 2와 같고 製作된 實物은 Fig. 3에서 볼 수 있다.

解析 모델의 材質은 靑銅으로서 機械的 性質은 Table 1과 같다.

Table 1 Mechanical properties of the test bell

Material type (bronze)	Young's modulus (kg/mm <sup>2</sup> )	Poisson's ratio	Weight density (kg/mm <sup>3</sup> )	Tensile strength (kg/mm <sup>2</sup> )	Impact value (kg-m)	Hardness	
						HRB	HBN
18% Sn	9.03×10 <sup>3</sup>	0.34	8.6×10 <sup>-6</sup>	44.79	11.76	72.8	102.

本 研究를 遂行함에 있어 다음과 같이 假定하였다.

(1) 彈性範圍內에서 解析하였으며, 하나의 要素內에서는 그 材料의 두께는 一定하다.

(2) 常溫에서의 溫度變化에 依한 材料의 特性變化가 微細하므로 考慮하지 않았다.

(3) 境界條件으로는 鐘構造物의 頂點을 固定시켜 이 頂點에서의 6個의 自由度( $u, v, w, \alpha', \beta', \gamma'$ )를 固定하였으며 다른 모든 節點에서의 모든 自由度는 自由롭게 하였다.

(4) 鐘의 實物에는 上部에 龍頭가 附着되어 있으나 이를 無視하였다.

(5) 鐘構造物은 三角形과 四邊形 板-殼 要素의 結合體로 하였다.

本 研究에 使用된 프로그램의 흐름圖는 Fig. 4와 같다. 그리고 鐘構造物을 解析함에 있어 mesh의 分割은 實構造物에 最大限으로 近接시키면서 컴퓨터 計算時間을 節約하기 爲해 軸方向으로 두께의 變化가 심한 곳은 잘게 나누고, 두께 變化가 緩慢한 곳은 길게 나누어 軸方向으로 16個로, 圓周方向으로 12個로 나누었다. 圓周方向의 境遇에 解析值의 精確度를 檢討하기 爲하여 9個, 10個, 12個로 나누어 檢討한 結果 별다른 差異가 없었으며, 모두 12個로 나눈 境遇에 收斂하고 있으므로 精確度를 높이기 爲하여 12個를 選定하였다. 따라서 總要素數는 192個이고, 節點數는 193個이다. 이들 中 鐘 上部의 頂點周圍에는 構造上 三角形 要素로 分割하여 그 要素數가 12個가 되었고, 나머지 180個는

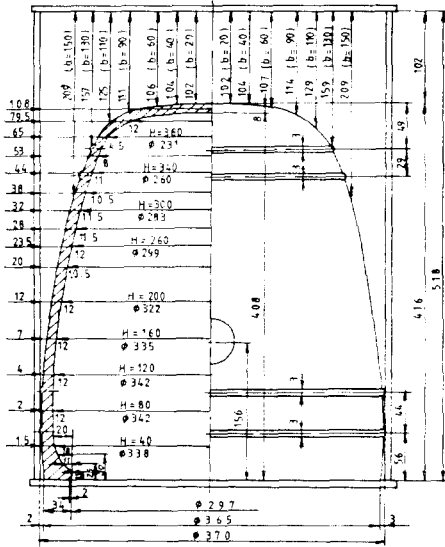


Fig. 2 Model-A bell

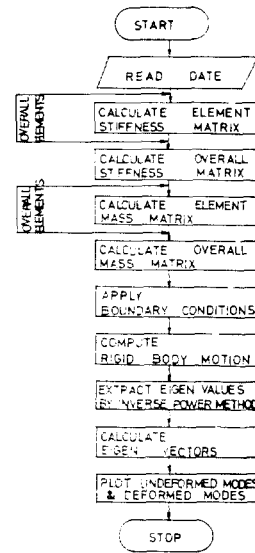


Fig. 4 Flow chart of the computer program



Fig. 3 Test bell A, B

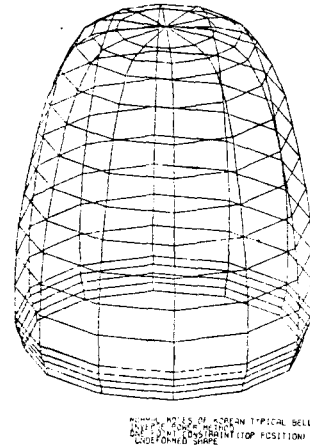


Fig. 5 Mesh generation of model-A

모두 四邊形 要素들로 構成하였다.

Fig. 5는 鐘構造物의 要素分割을 컴퓨터 그래픽을 이용하여 그린 것이다. 또한 컴퓨터의 計算時間을 最小化하기 爲하여 대역폭(band width)을 最小化하는 方向으로 分割時 要素의 番號 및 節點番號를 最適化하였다.

鐘構造物의 무게 效果 및 非對稱性 效果를 調査하기 爲하여 다음과 같은 段階로 나누어 解析 檢討하였다.

- (1) 무게가 다른 2가지 모델의 解析
- (2) 撞座가 2個인 境遇와 4個인 境遇
- (3) 下端部의 外側 무게를 增減한 境遇
- (4) 下端部의 外側에 荷重(1개당 무게 38.6g)을 1個, 2個 또는 4個를 附着한 境遇
- (5) 上部 또는 下部에 구멍이 있는 境遇

#### 4. 結果 및 檢討

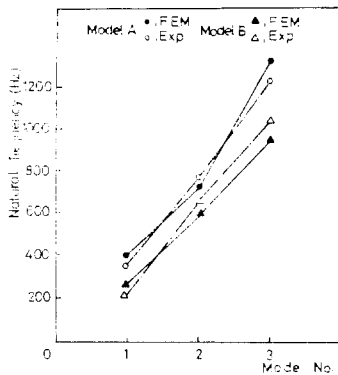
##### 4.1. 全般的인 무게 變化에 따른 效果

Table 2와 Fig. 6는 平均 무게가 각각 10 mm와 6 mm 짜리의 解析 모델 A 및 B의 固有振動數로서 무게의 增加에 따라 固有振動數가 增加하고 있음을 나타내고 있다.

또한 B종의 振動모우드를 살펴보면 Fig. 7과 같다. Fig. 8을 보면 鐘을 打擊 후 1~2個의 基本 固有振動

**Table 2** Comparison of natural frequencies for model 'A' and model 'B', results of F.E.M. and experiment

Flexural mode No.	Natural frequencies (Hz)						Increment (Hz)			Mode shape
	Model 'A'			Model 'B'			F.E.M	Exp.	Dev. (%)	
	F.E.M	Exp	Dev. (%)	F.E.M	Exp.	Dev. (%)				
1	392.	350.	10.7	256.	225.	12.0	136.	125.	8.20	4-0
2	917.	925.	0.9	606.	638.	4.9	311.	288.	7.60	6-0
3	1301	1225	5.9	911.	1003	9.1	390.	223.	42.0	8-0



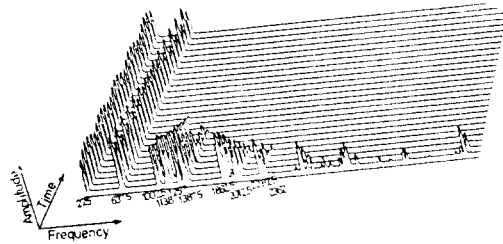
**Fig. 6** Comparison of natural frequencies for model A and model B results of F.F.M. and experiments

數 만 남음을 알 수 있고 이로서 朝鮮朝式 鐘이 餘音에 지배됨이 證明 되었다.

**4.2. 撞座 效果**

朝鮮朝式 梵鐘에는 대부분 撞座가 附着되어 있어 非對稱性 效果를 주고있다.

本 研究의 解析모델인 鐘의 撞座는 圓形으로서 그 두



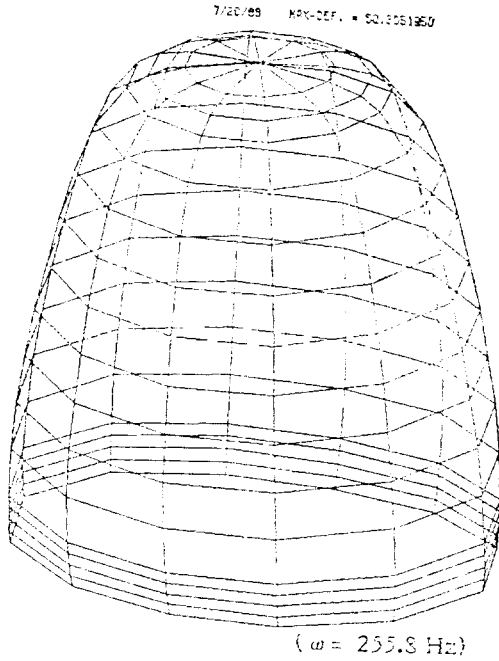
**Fig. 8** Variation of the amplitudes vs time for natural frequencies of model B

께 또한 一定하지 않으나 要素의 個數를 줄여 컴퓨터의 計算時間을 短縮하기 위하여 두께가 一定한 四角形의 撞座로 假定하여 얇은 鐘에 附着 하였다. 撞座 한 個의 크기는 두께가 3 mm, 幅이 89.3 mm, 높이가 40 mm로서 그 中心을 頂點으로 부터 233 mm 에 위치시켰으며 實際의 形態와 類似하게 2 個인 境遇와 4 個인 境遇를 解析하였다. 撞座附着에 따른 解析結果로서는 撞座를 붙임으로서 각 磬 모드에 關해서 큰 變化는 없었고 非對稱性 效果로 나타나는 울림 周波數는 撞座를 4 個 附着한 境遇보다 2 個를 附着한 境遇가 더 크게 나타났다.

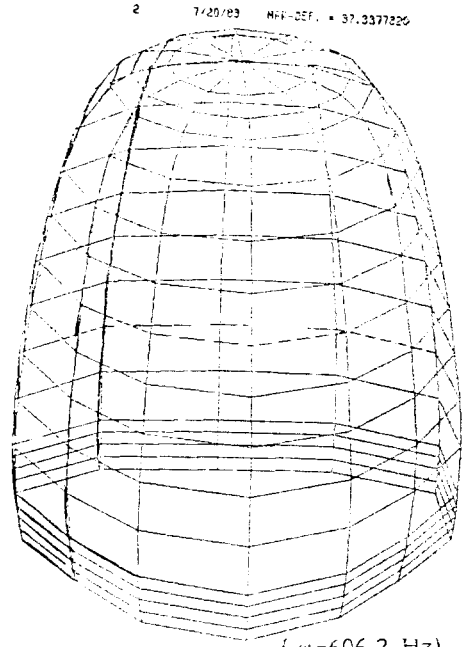
Table 3 과 Fig. 9 는 撞座附着效果에 따른 固有振動數 및 울림 周波數의 變化를 보여주고 있다.

**Table 3** Variation of natural frequencies and beat frequencies by the effect of Dangjwas

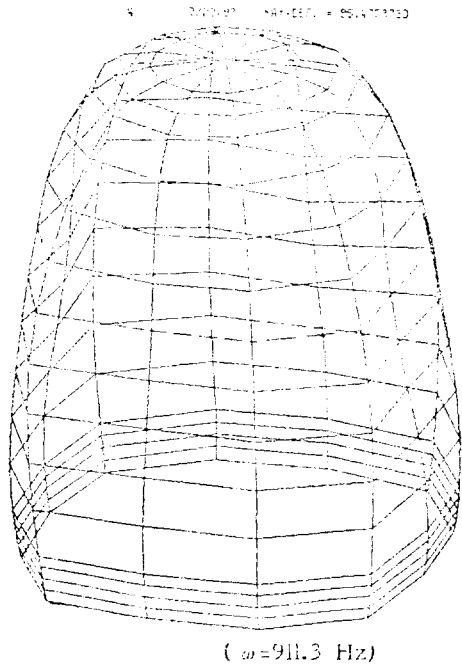
Classification		Without Dangjwas (Hz)	2 Dangjwas (180 equi-space)		4 Dangjwas (90 equi-space)		Mode shape
			Natural freq (Hz)	Beat freq (Hz)	Natural freq (Hz)	Beat freq (Hz)	
1	Low	255.839	255.706	0.173	255.743	0.166	4-0
	High		255.845		255.909		
2	Low	606.168	605.800	1.027	606.458	0.	6-0
	High		606.823		606.458		



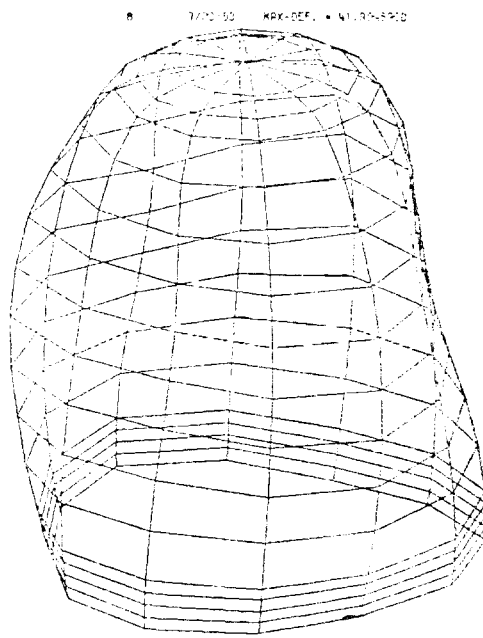
NOMINAL MODE OF MODERN TYPICAL BELL (B TYPE)  
INFLUENCE OF ASYMMETRIC EFFECT  
ON THE POSITION OF THE TOP POSITION  
MODE NUMBER: 1008.1609 FREQ. 255.8306



NOMINAL MODE OF MODERN TYPICAL BELL (B TYPE)  
INFLUENCE OF ASYMMETRIC EFFECT  
ON THE POSITION OF THE TOP POSITION  
MODE NUMBER: 1008.1609 FREQ. 606.1609



NOMINAL MODE OF MODERN TYPICAL BELL (B TYPE)  
INFLUENCE OF ASYMMETRIC EFFECT  
ON THE POSITION OF THE TOP POSITION  
MODE NUMBER: 1008.1609 FREQ. 911.2671



NOMINAL MODE OF MODERN TYPICAL BELL (B TYPE)  
INFLUENCE OF ASYMMETRIC EFFECT  
ON THE POSITION OF THE TOP POSITION  
MODE NUMBER: 1008.1609 FREQ. 1098.675

Fig. 7 3 dimensional mode shapes of model B without asymmetric effect

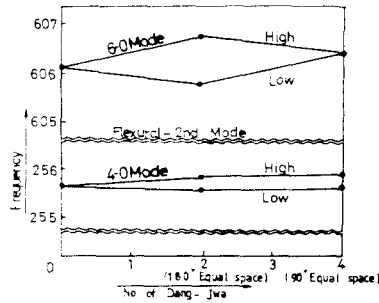


Fig. 9 Variation of natural frequencies and beat frequencies by Dangjwas effect

4.3. 鐘 下端部の 두께 效果

朝鮮朝式的 梵鐘은 構造的으로 下端部圍가 두꺼운데 이 部分의 두께를 軸對稱 圓周方向으로 增減하여 固有 振動數의 變化를 살펴보았다. 解析모델중 얇은 鐘의 下端部位의 혀의 두께를 5mm 增加시킨 境遇와 5mm 減小시킨 境遇에 있어 固有振動數를 計算하였다.

Table 4 와 Fig. 10 은 解析結果로서 鐘의 下端部の 두께를 增加 및 減小 시키는데 따라 相當한 幅의 固有 振動數의 變化를 보이고 있으며, 이를 이용하면 鐘의 設計時나 또는 製作後에 基本固有振動數의 高低를 調節 할 수 있다.

Table 4 Variation of natural frequencies by the effect of the variation of the thickness of the rim for model 'B'

Flexural mode No.	Original shape (Hz)	Increase thickness (Hz) (+5mm)	Decrease thickness (Hz) (-5mm)	Mode shape
1	255.8386	283.4888	236.0185	4-0
2	606.1680	663.7341	560.4336	6-0

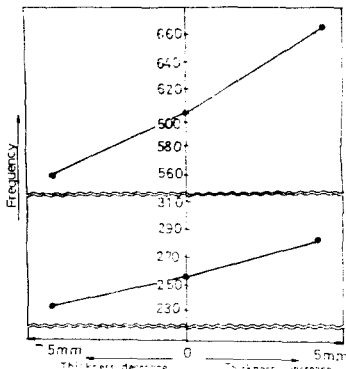


Fig. 10 Variation of natural frequencies by the effect of the variation of the thickness (t=5mm) at the rim of model B

4.4. 荷重 附加 效果

얇은 鐘의 下端部 外側에 荷重을 附着하여 固有振動數와 울림 周波數를 計算 하였다. 附着荷重 하나의 크기는 두께가 5mm, 幅 90.3mm, 높이 10mm의 4角 形態를 가지며 하나의 무게는 38.6g으로 附着位置

Table 5 Comparison of mass effect (38.6g per mass), results of F.E.M. and experiment (model B)

No. of mass	Flexural mode No.	Type of frequency	1	
			Low	High
			Wit- hout mass	
	6-0	F.E.M.	225.7	225.9
		Experiment	225.0	
		Deviation(%)	11.8	
	4-0	F.E.M.	0.2	
		Experiment	1.4	
		Deviation(%)	-1.2	
1 Mass	6-0	F.E.M.	257.3	258.5
		Experiment	223.0	
		Deviation(%)	13.5	
	4-0	F.E.M.	1.2	
		Experiment	1.7	
		Deviation(%)	-0.4	
2 Mass	6-0	F.E.M.	258.8	261.3
		Experiment	222.0	
		Deviation(%)	14.6	
	4-0	F.E.M.	2.5	
		Experiment	1.9	
		Deviation(%)	0.6	
4 Mass	6-0	F.E.M.	261.7	—
		Experiment	220.0	
		Deviation(%)	16.8	
	4-0	F.E.M.	5.3	
		Experiment	—	
		Deviation(%)	—	

는 頂點으로 부터 軸方向으로 荷重中心까지 408 mm 이다. 荷重을 2個 附着時는 180°간격으로, 또한 4個附着時는 90°간격으로 하였다. 附着荷重의 모양을 四角形으로 한 것은 實驗時 製作과 附着이 容易하고 解析時에 컴퓨터의 計算時間을 節約하기 위한 것이다.

解析 結果는 Table 5 와 같으며, Fig. 11 과 Fig. 12 에서 볼 수 있다. 數值解析 結果에 의하면 荷重을 1個 附着했을 때의 첫번째 굽힘 모드에서 低周波數(L)가 257.3 Hz, 高周波數(H)가 258.5 Hz 이고, 울림 周波數는 1.2 Hz 이다. 두번째 굽힘 모드에서는 (L) 608.0 Hz 와 (H) 613.6 Hz 로서 울림 周波數가 5.6 Hz 가 되었다. 荷重 2個의 境遇는 첫번째 굽힘 모드에서 2.5 Hz, 두번째 굽힘 모드에서 11.1 Hz 의 울림 周波數를

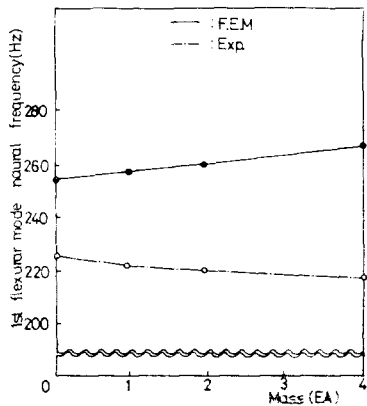


Fig. 11 Comparison of natural frequencies due to added mass effect, results of F.E.M. and experiments

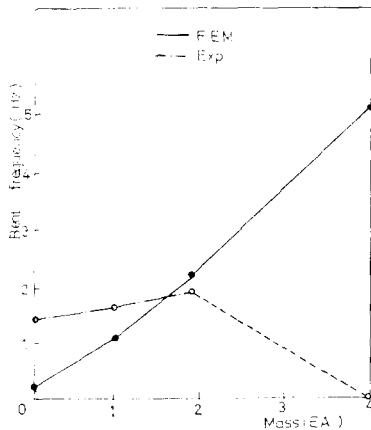


Fig. 12 Comparison of beat frequencies due to added mass effect results of F.E.M. and experiments

보이고 있으며, 4個의 荷重이 附着되었을 때는 첫번째 굽힘 모드에서 5.3 Hz 의 울림 周波數를 갖고 있으나 두번째 굽힘 모드에서는 울림 周波數가 零으로 高周波數(H)와 低周波數(L)의 크기가 같았다.

Fig. 11 에 의하면 固有振動數의 高低周波數의 境遇 荷重의 增加에 따라 數值解析의 경우는 약간 增加하고 있으나, 實驗에서는 오히려 減小를 보이고 있다. 이와같은 原因은 有限要素法에 의하여 解析할때는 要素에 剛性和 質量을 同時에 주게되어 質量보다는 剛性的의 效果가 더 크게 作用한 것이고 實驗의 境遇는 荷重을 接着劑 등으로 附着하여 質量效果만을 주고 있으므로 固有振動數는 減小하게 되는 것으로 생각된다.

따라서 實驗値와 解析値를 同一한 結果로 誘導해 내려면 解析할때에 質量效果만 주도록 하든가, 아니면 實驗時 溶接 또는 機械加工法 등에 의해 質量과 剛性效果를 同時에 주는 方法이 模索되어야 할 것이다.

4.5. 貫通 구멍 위치에 따른 效果

모델 B의 上部 및 下部에 구멍을 뚫어 固有振動數와 울림 周波數의 變化를 살펴보았다. 鐘의 上部에 뚫은 구멍의 크기는 幅이 51.1 mm 높이가 19.7 mm 의 四角形 구멍이며 그 位置는 鐘의 頂點으로부터 軸方向으로 구멍의 中心까지 16.5 mm 에 位置시켰다.

鐘의 下部에 만든 구멍의 크기는 幅이 93.1 mm 높이가 40 mm 의 四角形 구멍으로 頂點에서 부터 軸方向으로 구멍의 中心까지 353mm 에 位置시켰다.

구멍을 四角形으로 만든 理由는 要素數를 最小화하여 컴퓨터의 計算時間을 節約하기 위해서이다.

Fig. 13 은 孔멍판의 위치에 따른 固有振動數와 울림 周波數의 變化를 보이고 있다.

구멍을 上部 및 下部에 位置시킨 경우, 各 굽힘 모드 의 低周波數는 구멍이 없는 境遇에 비해서 減小하였

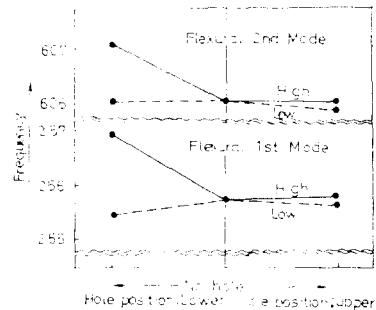


Fig. 13 Variation of natural frequencies and beat frequencies by the effect of the hole position



으나 高周波數는 약간 增加趨勢를 보이고 있다. 그리고 울림 周波數는 各 급힘모우드에서 모두 增加現狀을 보이고 있다. 울림 周波數를 더욱 크게 하려면 구멍을 鐘의 上部보다는 鐘의 下部에 뚫는 것이 더욱 效果의 임을 알 수 있다.

## 5. 結 論

本 研究는 非對稱性을 갖는 두꺼운 朝鮮朝式 鐘形 構造物의 動特性 解析과 이 資料를 利用한 音響調節 및 設計 方案에 대한 結果는 다음과 같다.

(1) 全 構造物의 두께가 全般的으로 增加할 수록 基本固有振動數들은 增加하였고, 모우드 番號가 增加할수록 그 增加 幅도 커졌다. 따라서 鐘의 設計時 基本振動數의 增減은 全構造物의 두께를 增減하므로써 遂行할 수 있다.

(2) 鐘의 下端部 두꺼운 部分(허)의 두께를 增減할 때 基本振動數의 增減이 큰 幅으로 變化하였다. 따라서 鐘構造物의 設計 및 製作 후에도 鐘 全體 構造物에 커다란 損傷을 주지 않고, 단지 下段部 두께를 약간 調節하므로써 基本固有振動數의 高低를 調節할 수 있다.

(3) 撞座, 荷重附加 및 貫通구멍에 의하여 軸에 대한 非對稱性 效果를 賦與할 경우, 剛性과 質量分布에 變化를 주게 되므로 圓周方向으로의 節線位置에 따라 同一한 振動 모우드에 2개의 高低振動數(H와 L)가 發生하여 울림 現象이 나타났다.

(4) 撞座에 의한 非對稱性 效果로 나타난 울림 周波數는 撞座를 4개 附着한 것 보다는 2개를 附着하는 경우가 더 크게 나타났다. 따라서 울림 周波數의 幅을 크게 하려면 撞座를 4개 보다는 2개를 附着하는 것이 더 效果의이다.

(5) 荷重附加에 의한 非對稱性 效果를 준 境遇, 高低振動 周波數는 荷重을 附着하지 않은 境遇보다 有限要素法에 의한 解析值로는 增加하였고, 實驗結果는 減少하였다. 울림 周波數의 境遇에도 附加荷重의 個數가 2개까지는 增加하다가, 4개의 境遇는 減少하였다.

따라서 울림 周波數의 幅을 크게 하려면, 荷重을 1개 또는 2개를 附着하는 것이 4개를 對稱으로 附着하는 것보다 效果의이다.

(6) 貫通구멍에 의한 非對稱性 效果를 준 境遇, 各 급힘모우드의 低周波數는 구멍이 없는 境遇에 비해 減少하였으나, 高周波數는 약간 增加 하였다. 그리고 울림 周波數는 各 급힘모우드에서 增加現狀을 보였고, 上部에 位置한 것보다, 下部에 位置한 것이 울림 周波數의 幅이 더욱 커지는 現狀을 보였다.

## References

- (1) Lord Rayleigh, "Scientific Papers I, II", Sound, 1877
- (2) A.T. Jones and G.W. Alderman, J. Accoustic Society of America 3, 297, 1931, 4, 331, 1933
- (3) A.N. Curtiss and G.M. Grannini, J. Accoustic Society of America, 4, 245, 1933, 5, 159, 29 3, 1935
- (4) K. Yamashita, and I. Aoki, "On the Frequencies of the Sound Emitted by Japanese Hanging Bells", Memoris of the Coll. of Sci, Univ. Ser. A. Vol. 15, 1932
- (5) K. Yamashita, and I. Aoki, "The Effect of the Length on the Frequency of Sound Emitted by a Circular Cylinder with a Hemispherical Cap", Memoirs, Y., Proc, Physics-math, Soc., Japan 16, 94, 293, 1942, Proc, Phys, Soc., Japan, 2, 185, 3, 26, 1948
- (6) I. Aoki, A. Komatsuzawa and M. Ise, "Effect of Local Loading on the Accoustical Property of Japanese Bell", Journal of JAS, Vol. 26, 1970
- (7) 青本一郎, "日本梵鐘の調律法", 日本音響學會講演文集, 1967
- (8) 李長茂, 廉永夏, "鐘形 構造의 振動特性에 關한 研究", 韓國梵鐘研究會, No. 3, pp. 31~38, 1980
- (9) 李 梁, 廉永夏, 李長茂, 尹炳培, 郭在敬, "圓筒體의 振動 및 應力解析에 關한 研究", 서울大學校 工科大學 研究報告, 第12卷 第2號, 1980
- (10) 廉永夏, 李長茂, 郭在敬, "鐘體를 理想化한 圓筒體의 固有振動과 應力解析에 關한 研究", 韓國梵鐘研究會, No. 3, pp. 19~30, 1980
- (11) 廉永夏, 金爽鉉, "鐘形構造에 關한 研究", 韓國梵鐘研究會, No. 4, 1981
- (12) 廉永夏, 郭在敬, 鄭錫柱, "圓錐形 鍾의 音響調節에 關한 實驗的 研究", 大韓機械學會論文集, 第6卷 第4號, pp. 353~360, 1982
- (13) 廉永夏, 李榮培, 鄭錫柱, "韓國鐘 構造에 關한 研究", 韓國梵鐘研究會, No. 5, pp. 49~60, 1982
- (14) Jahangir Ansari, "Dynamic Response Analysis of Shell of Revolution Due to External Forces Using F.E.M, 서울大學校 工科大學 機械設計學

- 科 博士學位 論文, 1983
- (15) NASTRAN Theoretical Manual, NASA SP-221, Section 5·5·3, 1980
- (16) MSC/NASTRAN Primer, Static & Normal Modes Analysis, 1982
- (17) K.J. Bath and E.L. Wilson, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1976
- (18) J.H. Wilkison, J.H., "The Algebraic Eigen Value Problem", Landom Oxford Press, 1965
- (19) L.Meirovitch, Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill, 1975