

<論 文>

數學船型 船尾에서 두꺼운 3次元 亂流境界層의
解析 및 實驗(Ⅱ)

—數值計算—

姜信榮* · 李澤植* · 趙亨熙**

(1984年 12月 15日 接受)

Calculations and Measurements of Three Dimensional Turbulent
Boundary Layers on the Stern of a Mathematical Ship Form (Ⅱ)

—Numerical Calculations—

Shin-Hyoung Kang, Taik-Sik Lee and Hyung-Hee Cho

Key Words: Boundary Layer(경계층), Turbulent Flow(난류유동), Ship Viscous Resistance
(선박 점성저항), Mathematical Ship Form(수학선형)

Abstract

Three dimensional turbulent boundary layer near the ship stern are calculated by integrating boundary layer equations. An orthogonal coordinates fixed on the body surface is adopted and the eddy viscosity turbulence model is used to make closure of the first order Reynolds stress terms. Second order effects of geometric curvatures in the boundary layer equation are included and measured or calculated external velocities are used as boundary conditions. Measured velocity profiles at the mid-ship section are used to start marching downstream. Momentum equation in the normal direction to the surface is integrated to obtain surface pressure distributions and compared with measured pressures by static holes on the stern.

Second order terms of curvatures show significant effects on the prediction of viscous flows near the stern. Estimated static pressures on the stern surface are qualitatively in good agreement with measured distributions.

기 호 설 명

$f(x, z), f(x, \theta)$: 모형 표면식

C_f, C_{fx}, C_{fo} : 마찰 저항계수

C_p : 압력계수

h_1, h_2, h_3 : Metric coefficients

b_0, c_0, d_0 : 모형을 정의하는 상수

K_r, K_s, K_{ij} : 곡률계수 ($i, j = 1, 2, 3$)

L : 물체의 반길이

P_0 : 기준 정압

P_s : 물체표면에서의 정압

* 正會員, 서울대학교 工科大学 機械工學科

** 서울대학교 大學院

- Re : Reynolds 수 $\left(= \frac{2 U_0 L}{\nu} \right)$
- (r, θ, x) : 물체 중심에 고정된 원주좌표계
- U, V, W : x, y, z 방향의 평균속도 성분
- U_0 : 기준속도
- U_e, W_e : 경계층 바깥에서 x, z 방향의 속도 성분
- U_s, W_s : 유선방향 및 유선에 직교하는 속도 성분
- U_T : 속도크기
- U_τ : 마찰속도 $(= \sqrt{\tau_w / \rho})$
- U^+ : 무차원 속도 $(= U / U_\tau)$
- $\overline{uv}, \overline{vw}, \overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}$: Reynolds 응력
- W_1 : 변수 $\left(= \frac{\partial W}{h_3 \partial z} \right)$
- W_2 : 변수 $\left(= \frac{\partial \overline{vw}}{h_3 \partial z} \right)$
- (X, Y, Z) : 물체 중심에 고정된 Cartesian 좌표계
- (x, y, z) : 물체표면에 고정된 직교좌표계
- y^+ : 무차원 변수 $\left(= \frac{U_\tau y}{\nu} \right)$
- α : 유동각도
- β : 포텐셜 유선에 대한 각도
- ρ : 밀도
- ν : 동점성 계수
- δ_1^*, δ_3^* : 배제두께
- $\theta_{11}, \theta_{31}, \theta_{13}, \theta_{33}$: 운동광두께
- (ξ, η, ζ) : 물체표면에 고정된 직교좌표계

1. 서 론

물체주위의 3차원 난류 경계층의 해석은 기계공학, 항공공학 및 조선공학에서 주요한 역할을 하고있다. 이들은 항공기, 잠수함, 선박등의 설계, 점성저항의 예측, 모형시험의 결과해석등에 이용되어 주요한 자료를 제공하여 준다. 최근들어 선박유체 역학 분야에서 이에 관한 연구를 많이 하고 있다⁽¹⁾. 선체(ship hull)가 받는 점성저항의 예측, 모형선-실선 상관관계, 부가물의 설계등을 위해서는 보다 정확하고 신빙성있는 3차원 난류 경계층의 예측이 요구된다. 경계층은 선수에서 부터 형성되어 선미(船尾)로 갈수록 두꺼워지기 때문에 일반적으로 유도된 얇은 경계층 이론으로는 선미에서의 유동을 잘 예측할 수 없다. 그러나 선미에서의 점성유동은 물체의 형상저항의 예측에 매우 중요하며 특히 선체를 추진하는 프로펠러가 여기 두꺼운 경계층 내에서 작동하기 때문에 추진성능, 진동, 캐비

테이션등을 고려한 추진기의 설계에 무척 중요하다. 선체 주위의 점성유동 예측을 위한 국내에서 초기적인 연구로 얇은 3차원 난류경계층 이론에 근거를 둔 수치해석적 연구^(2,3)가 있었다. 그 결과 참고문헌 (1)에서 종합되어 있는 바 자유표면의 교란을 무시한 상태로 약 80%까지의 점성유동은 신빙성있게 예측되었다. 그러나 실제로 중요한 선미에서의 유동 해석은 많은 어려움을 보여주었다. 강신형 등⁽⁴⁾의 논문에서는 실제 유동형상을 관찰하고 점성유동을 계측하여 수치해석적 연구에 이용될 실험 데이터를 확보하기 위하여 수학선형을 개발하고 풍동에서 실험을 수행하였다. 본 논문에서는 위 실험데이터를 근거로 한 수치해석적 경계층 계산의 시도를 중점적으로 다루었다. 선미에서 경계층이 두꺼워질때 우선 3차원 얇은 경계층 방정식에서 무시된 목를 포함하는 고차항을 포함시켜 그 영향을 고찰하고 다음으로 외점도 난류모델의 계수를 변화시켜 그 영향을 고찰하고 다음으로 외점도 난류모델의 계수를 변화시켜 실험치와 비교를 시도하였다. 이를 통하여 선미에서 두꺼운 3차원 난류 경계층의 수치계산을 시도하면서 문제점들을 파악하였다. 본 논문에서 다루고 있는 세부 내용은 참고문헌 (5)와 (6)에서 다루고 있다.

2. 물체주위의 유동해석

2.1. 난류경계층 방정식

경계층의 두께가 목물의 크기에 비하여 그리작지 않을때 Nash & Patel⁽⁷⁾에서 설명 되었듯이 일반적으로 잘 알려진 얇은 경계층 방정식에서 제외되었던 여러가지 항들을 고려하여야한다.

$$\begin{aligned} & \frac{U}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{W}{h_3} \frac{\partial U}{\partial z} + K_{12} UV \\ & + (K_{13} U - K_{31} W) W + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} + \overline{u^2} \right) \\ & + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) + \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{uw}) \\ & + (2K_{12} + K_{32}) \overline{uw} + (2K_{13} + K_{23}) \overline{uv} \\ & + (K_{21} + K_{31}) \overline{u^2} - K_{21} \overline{v^2} - K_{31} \overline{w^2} - \nu \left\{ \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right. \\ & \left. + (K_{12} - K_{22} + K_{32}) \times \frac{1}{h_2} \frac{\partial U}{\partial y} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$-K_{32} W^2 - K_{12} U^2 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} + \overline{v^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{U}{h_1} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{W}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z} \\ & + (K_{31} W - K_{13} U) U + K_{32} WV + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{uw}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{vw}) + \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P}{\rho} + \overline{w^2} \right) \\
 & + (2K_{31} + K_{21}) \overline{uw} + (2K_{32} + K_{12}) \overline{vw} - K_{13} \overline{u^2} \\
 & - K_{23} \overline{v^2} + (K_{13} + K_{23}) \overline{w^2} - \nu \left\{ \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right. \\
 & \left. + (K_{12} - K_{22} + K_{32}) \times \frac{1}{h_2} \frac{\partial W}{\partial y} \right\} = 0 \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z} - (K_{21} + K_{31}) U \\
 & + (K_{32} + K_{12}) V + (K_{13} + K_{23}) W = 0 \quad (4)
 \end{aligned}$$

여기서 좌표계 x, z 는 물체의 표면에서 직교하고 y 는 물체에서 수직방향이다. h_1, h_2, h_3 는 각각 x, y, z 방향의 metric coefficients 이고 K_{ij} 는 각각 곡률 파라메타이다. Fig. 1에 좌표계를 나타내었다.

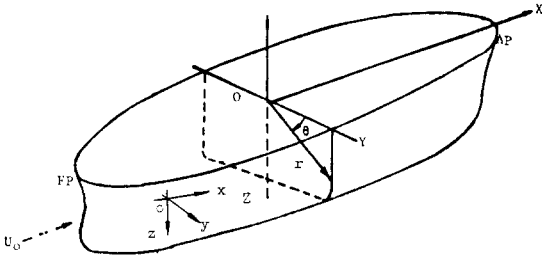


Fig. 1 Coordinates system

경계층의 두께가 표면의 곡률 반경과 거의 비슷한 크기가 되면 δ/R 은 1의 크기로 보고 $(\delta/R)^2 \ll 1$ 로 가정한다. 위 식들에서 보면 얇은 경계층 방정식에 비하여 우선 y 방향의 운동량 방정식을 포함하고 있다. 이는 경계층의 두께 방향으로 압력의 변화가 있게 되고 압력의 구배는 난류응력 및 원심력과 평형상태를 유지하고 있음이다. 이는 계산상이나 물리적으로 중요한 의미를 지니고 있는데 특히 경계층과 경계층바깥의 포텐셜 유동과의 상호작용을 고려하여 엄밀하게 경계층의 바깥 경계에서 경계조건이 주어져야 함을 말한다. 한편 이에 의하여 물체 표면에서의 압력이 정하여지므로 물체가 받고 있는 형상 저항의 추정이 가능하게 된다. 그러나 포텐셜 유동과 경계층 계산의 반복과정은 계산 시간이 많이 요할 뿐만 아니라 수치해석 과정이 어렵다. 한편 x, z 방향의 운동량방정식에서 보듯이 여섯개의 Reynolds 응력 성분이 모두 나타나기 때문에 난류모델이 복잡하여진다. 뿐만 아니라 흔히 얇은 경계층 또는 순환유동에서 개발된 모델이 얼마큼 적합한지는 의문이 많다. 또한 얇은 경계층의 경우와는 달리 metric coefficients h_1, h_3 도 x, z 뿐만 아니라 y 의 함수가 되고

geodesic 곡률 K_{13}, K_{31} 외에도 K_{32}, K_{12} 등과 결합된 항들이 포함되게 된다⁽⁷⁾.

따라서, 2차 경계층 방정식을 그대로 사용하여 두꺼운 3차원 난류경계층을 연구하기에는 아직 어려울 뿐만 아니라 많은 실험적 연구가 뒷받침 되어야 한다. 그래서 본 논문에서는 우선 얇은 경계층이론에서 출발하여 곡률변수등 기하학적 변수의 영향을 수치해석을 통하여 연구하고 병행하여 수행한 연구⁽⁶⁾의 실험 데이터 및 기존 실험데이터를 이용하여 난류모델의 수정을 시도하였다.

현재까지 두꺼운 경계층 내에서 Reynolds 응력 $\overline{uv}, \overline{vw}$ 외에는 믿을만한 난류모델이 없기 때문에 우선 식 (1)~(3)에서 위의 두항을 제외하고 나머지는 무시한다.

또한 y 방향의 좌표는 실제로 벽으로부터의 거리로 하면 $h_2=1, K_{21}=K_{23}=0$ 이 된다. 그러면 2차 경계층 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 & \frac{U}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{W}{h_3} \frac{\partial U}{\partial z} + (K_{13}U - K_{31}W) \\
 & W + K_{12}UV = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \nu \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right. \\
 & \left. + (K_{12} + K_{32}) \frac{\partial U}{\partial y} \right\} - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) - (2K_{12} \\
 & + K_{32}) \overline{uw} \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$-K_{12}U^2 - K_{32}W^2 - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{U}{h_1} \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{W}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z} + (K_{31}W \\
 & - K_{13}U)U + K_{32}VW = -\frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P}{\rho} \right) \\
 & + \nu \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + (K_{12} + K_{32}) \frac{\partial W}{\partial y} \right\} \\
 & - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{vw}) - (2K_{32} + K_{12}) \overline{vw} \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{h_1} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z} + K_{31}U + K_{13}W \\
 & + (K_{12} + K_{32})V = 0 \quad (9)
 \end{aligned}$$

의 방정식들이 만족해야할 경계조건은 다음과 같다.

$$U, V, W = 0; y = 0 \quad (10)$$

$$U = U_e, W = W_e; y = \delta$$

앞서 언급한바 h_1 과 h_3 는 y 의 함수가 되겠으나 표면 ($y=0$)에서의 Taylor series로 전개하여 y 의 일차항까지만 고려하기로 한다. 즉 h_1 과 h_3 는 y 의 일차함수로 보며 이는 위 경계층 방정식의 차원과 일치하게 된다.

$$h_1 = h_{1w}(1 - K_{12w}y), h_3 = h_{3w}(1 + K_{32w}y) \quad (11)$$

여기서 침자 w 는 물체표면에서의 값을 나타낸다. y 방향의 운동량방정식인 식 (7)은 속도 U 와 W 가 계산된 후 표면에 수직으로의 압력의 변화를 나타내겠으나 일단 포텐셜 유동과 경계층 상호작용을 보류하고 여기서는 고려하지 않기로 한다. 즉 $y=\delta$ 에서 U_e 와 W_e 가 주어지고 $y=0\sim\delta$ 에서 압력은 일정하다고 본 후 곡물의 영향을 보기로 한다. 이때 x, z 방향의 압력 구배는

$$-\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{U_e}{h_1} \frac{\partial U_e}{\partial x} + \frac{W_e}{h_3} \frac{\partial U_e}{\partial z} + (K_{13w} U_e - K_{31w} W_e) W_e + K_{12w} V_e U_e \quad (12)$$

$$-\frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{U_e}{h_1} \frac{\partial W_e}{\partial x} + \frac{W_e}{h_3} \frac{\partial W_e}{\partial z} + (K_{31w} W_e - K_{13w} U_e) U_e + K_{32w} V_e W_e \quad (13)$$

로 주어지며 V_e 는 연속방정식 (9)에서 계산되는 값을 이용하게 된다. 일차적으로 물체표면에서의 압력은 식 (7)을 y 방향으로 적분하여 구할 수 있다.

대칭면 유동은 주위의 유동과 독립적으로 계산될 수 있으며 계산결과를 위의 3차원 경계층의 경계조건으로 사용된다. 즉 $z=0$ 에서 대칭면 유동이 형성된다고 하면 $W, \overline{w}, K_{13}, K_{31}$ 이 영이므로 식 (8)이 항상 0이 된다. 따라서 식 (8)을 z 에 대하여 미분하면 다음의 대칭면 유동식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{U}{h_1} \frac{\partial W_1}{\partial x} + V \frac{\partial W_1}{\partial y} + W_1^2 + K_{31w} U W_1 \\ & - \frac{U^2}{h_3} \frac{\partial K_{13w}}{\partial z} + K_{32w} V W_1 \\ & = -\frac{1}{h_3^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \nu \left\{ \frac{\partial^2 W_1}{\partial y^2} \right. \\ & \left. + (K_{12w} + K_{32w}) \frac{\partial W_1}{\partial y} \right\} - \frac{\partial}{\partial y} W_2 \\ & - (2K_{32w} + K_{12w}) W_2 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $W_1 = \frac{1}{h_3} \frac{\partial W}{\partial z}$, $W_2 = \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w})$ 이다.

이 식의 해는 식 (6), 식 (9)와 함께 $z=0$ 을 따라 독립적으로 구하여진다. 한편 압력의 2차 구배는

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{h_3^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{U_e}{h_1} \frac{\partial W_{1e}}{\partial x} + W_{1e}^2 \\ & - \left(K_{31e} W_{1e} - \frac{U_e}{h_3} \frac{K_{13w}}{\partial z} \right) U_e - K_{32e} V_e W_{1e} \end{aligned} \quad (15)$$

로 주어진다.

난류모델은 Cabeci and Smith⁽⁸⁾에서 제안되고 Chang and Patel⁽⁹⁾에서 이용된 eddy viscosity 모델을 일단 수정없이 사용하였다. 그러나 두꺼운 난류 경계층 내의 난류응력 특성에 관하여 Patel⁽¹⁰⁾은 현존하는 실험데이

타를 관찰하면서 얇은 경계층에서 전통적인 두가지 층 즉, 내부층(inner layer)과 바깥층(outer layer)에 대하여 의문을 제기하였다. 즉 일반적인 얇은 경계층에서 보다 두꺼운 난류 경계층에서는 바깥쪽 상당한 부분에서 난류응력이 작게 나타나고 있다. 따라서 외점도나 난류 혼합거리를 경계층의 두께로 무차원할 경우 두꺼운 경계층에서는 상당히 작아지게 된다. 그러나 이러한 결론은 축대칭 또는 cross flow가 작은 경우에 그러하지만 cross flow가 클 때 다른 Reynolds 응력성분도 마찬가지로 인지는 확실치 않다고 하였다. 일반적으로 말해서 두꺼운 경계층의 안쪽은 얇은 경계층과 비슷한 난류특성을 보여주지만 바깥쪽에서는 난류의 생성보다는 단순한 곡물의 영향에 의하여 포텐셜유선이 모이게되고 따라서 경계층이 심하게 두꺼워지는 듯 보인다.

이상의 3차원 난류 경계층 방정식은 Kang⁽²⁾에서 채택된 얇은 경계층 해석에 적용되었던 Crank-Nicolson의 유한차분법과 소위 zig-zag형 유한차분법에 의하여 수치해석되었다. 따라서 본 연구에서는 기본적으로 얇은 경계층을 위해 개발된 프로그램을 2차항 또는 경계조건을 실험에서 측정된 데이터를 활용하여 수정하였다.

2.2. 포텐셜 유동의 해석

3차원 난류 경계층을 해석하기 위해서는 경계조건으로 경계층 바깥의 포텐셜 유동을 잘 예측함이 필수적이다. 우선 경계층의 존재를 무시한 상태에서의 포텐셜 유동은 대략 전체 유동의 80~90%(선미10~20% 제외)에서는 잘 예측할 수 있겠으나 선미에서 경계층의 두께가 두꺼워지고 후류가 형성될 경우 경계층과 포텐셜 유동의 상호작용이 강하게 된다. 그렇다 하더라도 기초적인 연구 단계에서 일반 3차원 포텐셜 유동을 효과적으로 수행하고 그 결과를 경계층 계산에 이용하여야 한다.

현재 가장 널리 활용하는 방법은 Hess and Smith⁽¹¹⁾ 방법으로 이는 물체표면을 4각형 요소로 분할하고 그 요소에 소스를 분포시켜서 포텐셜 유동을 계산하고 있다.

Hess and Smith 방법은 다음 몇가지의 단점이 있다. 첫째로 소스의 분포가 불연속적이고 판넬 위에서 강도가 일정하기 때문에 분할된 요소의 경계에서 점프가 생긴다. 둘째로 임의의 물체인 경우 분할된 요소가 경계에서 연속적이지 아니다. 따라서 경계근처에서 정확한 답을 구할 수 없다. 셋째로 경계조건이 적용되는 점이

실제 표면과 일치하지 않기 때문에 물체의 분할된 지점에서 답을 구할 수 없다. 본 연구에서는 경계층 계산의 경계조건과 포텐셜 유동속도가 같은 위치에서 계산된다면 불필요한 내삽법을 피할 수 있기 때문에 Webster⁽¹²⁾의 방법을 택하였다. 이는 물체 내부에 3각형 요소에 연속적으로 분포시킨 소스에 의하여 계산이 수행되며 국부 곡률반경에 따라 다소 제한은 되지만 일반적인 물체를 다룰 수 있다.

일단 물체표면에서 속도가 계산되면 Runge-Kutta-Gill의 방법에 의하여 유선을 추적하여 그림으로 나타내었다. 자세한 내용은 참고문헌 (5)에 나타나 있다.

2.3. 기하적 변수

일반적으로 물체의 표면을 하나의 좌표계로하고 공간에서 직교하는 좌표계는 물체 표면의 주곡률 방향과 이에 직교하는 좌표축이 된다. 그러나 경계층 이론에서는 물체 표면에서만 직교하는 좌표계를 일반적으로 택하고 있다. 다시말하여 표면위에서는 직교하지만 공간에 엄밀한 직교성을 상실하게된다. 일반적으로 표면이 $F(x, y, z)=0$ 의 함수로 정의될 때 우선 하나의 좌표축 $\xi=constant$ 가 임의로 주어지면 여기에서 직교하는 좌표축 $\eta=constant$ 를 구하게 된다. 다음에 표면에 직교하는 좌표축은 ξ 와 η 에 직교하게 된다⁽¹³⁾. 따라서 경계층계산에서 채택되는 좌표계에 따라서 각종 기하적 파라메타를 계산하여야 한다.

물체의 형상이 회전체에 가까운 경우, 즉 표면을 Fig. 1과 같이 (r, θ, x) 좌표계에서

$$r=f(x, \theta) \tag{16}$$

로 나타내면 편리한 경우가 많다. 이때 물체의 단면을 즉 $x=일정$ 면이 물체표면을 자르는 곡선을 $\xi=일정한$ η 축으로 택하고 표면에서 여기에 직교하는 좌표축을 ξ 로 하면 편리하다. (ξ, η) 방향의 metric coefficients를 각각 h_ξ 또는 h_ϵ 및 h_η 라면 각 좌표축의 geodesic 및 normal curvature는 다음과 같이 정의된다.

$$(K_\epsilon)_\epsilon = 일정 = \frac{1}{h_\epsilon h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} = K_{31} \tag{17}$$

$$(K_\epsilon)_\eta = 일정 = \frac{1}{h_\eta h_\epsilon} \frac{\partial h_\epsilon}{\partial \eta} = K_{13} \tag{18}$$

$$(K_\eta)_\epsilon = 일정 = \frac{1}{h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \xi} = K_{32} \tag{19}$$

$$(K_\eta)_\eta = 일정 = \frac{1}{h_\epsilon} \frac{\partial h_\epsilon}{\partial \xi} = K_{12} \tag{20}$$

자세한 유도과정은 참고문헌 (5)에 설명되어 있기에 여기서 생략하고 결과만 정리하면 다음과 같다.

$$K_{32} = \frac{-rf_{\theta\theta} + r^2 + 2f_{\theta}^2}{(r^2 + f_{\theta}^2)(r^2 + r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2)^{1/2}} \tag{21}$$

$$K_{31} = \frac{2rf_x f_{\theta} + r^3 f_x - r^2 f_x f_{\theta\theta}}{(r^2 + f_{\theta}^2)^{3/2}(r^2 + r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2)^{1/2}} \tag{22}$$

$$K_{12} = \frac{-rf_{xx}(r^2 - f_{\theta}^2) + 2rf_x f_{\theta} f_{x\theta}(r^2 + f_{\theta}^2) - rf_x^2 f_{\theta}^2 (r + f_{\theta\theta})}{(r^2 + f_{\theta}^2)^2 (r^2 - r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2)^{3/2}} \tag{23}$$

$$K_{13} = \frac{-f_x \{ (r^4 - r^2 f_{\theta}^2) f_{\theta x} - r^2 f_{\theta} f_x f_{\theta\theta} + r f_x f_{\theta}^3 \}}{(r^2 + f_{\theta}^2)^{3/2} (r^2 - r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2)} \tag{24}$$

$$h_x = \left(1 + \frac{r^2 f_x^2}{r^2 + f_{\theta}^2} \right)^{1/2} \tag{25}$$

$$h_\eta = \frac{(r^2 + f_{\theta}^2)^{1/2}}{r_\theta} \tag{26}$$

실제 경계층 계산에서는 항상 $\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}$ 의 형태로 나타나기 때문에 다음과 같이 h_θ 를 정의하고 계산은 (x, θ) 를 독립좌표로 생각하고 수치해석을 수행한다.

$$\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{1}{h_\eta r_\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{1}{h_\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \tag{27}$$

$$h\theta = (r^2 + f_{\theta}^2)^{1/2} \tag{28}$$

한편 대칭면 유동의 경계층 방정식 (14)에서 $\frac{\partial K_{13}}{\partial \theta}$ 이 계산되어야 하는 경우에는 식 (28)를 θ 에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial K_{13}}{\partial \theta} = -\frac{IV}{III} \tag{29}$$

여기서

$$III = (r^2 + f_{\theta}^2)^3 (r^2 + r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2)^2$$

$$IV = (r^2 + f_{\theta}^2)^{3/2} (r^2 + r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2) [f_{x\theta} \{ r^2 f_{x\theta} (r^2 + f_{\theta}^2) - r^2 f_x f_{\theta} f_{\theta\theta} + r f_x f_{\theta}^3 \} + f_x \{ 2 r f_{\theta} f_{x\theta} (2 r^2 + f_{\theta}^2 + r f_{\theta\theta}) + r^2 f_{x\theta\theta} (r^2 + f_{\theta}^2) - 2 r f_x f_{\theta}^2 f_{\theta\theta} - r^2 (f_x f_{\theta\theta}^2 + f_{\theta} f_{x\theta} f_{\theta\theta} + f_x f_{\theta} f_{\theta\theta\theta}) + f_x f_{\theta}^4 + r f_{\theta}^3 f_{x\theta} + 3 r f_x f_{\theta}^2 f_{\theta\theta} \} - f_x (r^2 f_{x\theta} (r^2 + f_{\theta}^2) - r^2 f_x f_{\theta} f_{\theta\theta} + r f_x f_{\theta}^3) \{ 3 f_{\theta} (r^2 + f_{\theta}^2)^{1/2} (r + f_{\theta\theta}) (r^2 + r^2 f_x^2 + f_{\theta}^2) + 2 (r^2 + f_{\theta}^2)^{3/2} (r f_{\theta} + r f_{\theta} f_x^2 + r^2 f_x f_{x\theta} + f_{\theta} f_{\theta\theta}) \}]$$

이다. 이때는 f 에 대한 3차 편미분 항들이 포함된다.

3. 경계층의 계산

2.1절에서 설명한 대로 본 연구에서는 Kang⁽²⁾에서 시도한 얇은 3차원 난류 경계층 계산 프로그램을 기본으로 하여 y 방향으로의 metric coefficient의 변화와 곡률 K_{12} 및 K_{32} 가 계산결과에 미치는 영향을 우선 보았다. 그 영향과 개선 프로그램의 정당성을 확인하기 위하여 먼저 Patel과 Lee⁽¹⁴⁾의 축대칭 두꺼운 난류경계층 실험데이터를 이용하였다. 이는 축대칭 유동인 경우 두꺼운 난류 경계층 연구의 대표적이고 성공적인

것으로 얻어진 연구결과가 일반 3차원의 경우에 많이 이용되고 있다. 연구에 사용된 회전체는 F-57 이라고 불리어지며 물체의 끝이 뾰족하게 되어 유동 박리가 일어나지 않고 저항이 상당히 적게 설계되었다. 또한 평

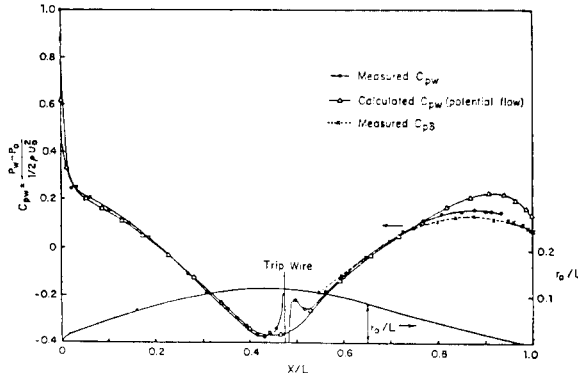


Fig. 2 Pressure distributions on F-57 body [ref. (14)]

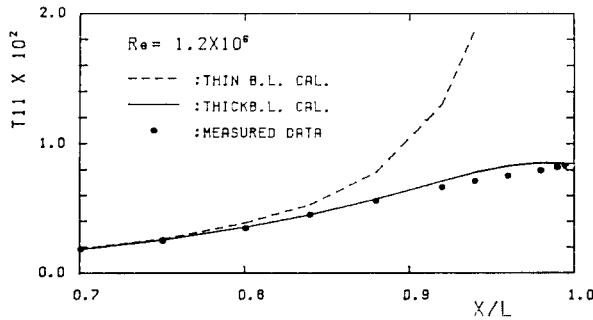


Fig. 3 Measured and computed momentum thickness on F-57 body

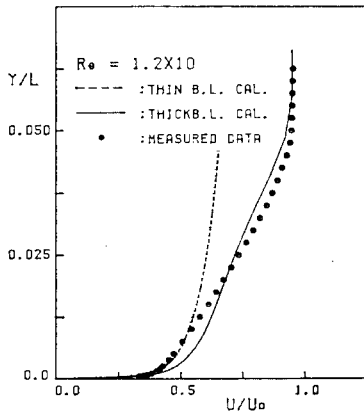


Fig. 4 Measured and computed velocity distribution at $X/L=0.96$ on F-57 body

균속도, 압력 및 Reynolds 응력 등 좋은 실험데이터를 보여주고 있기 때문에 본 연구에서 3차원 문제를 취급하기 전에 비교해 보기에 적합하다고 생각된다. 위 논문에 대한 자세한 내용은 여기서 생략하겠으나 모형의 개략도 및 예측된 압력분포를 Fig. 2에 인용하여 나타내었다. 여기에서 벽에서 예측된 압력계수 C_{pw} 와 경계층의 바깥 경계에서 측정된 C_{ps} 는 물체의 하류에서 상당한 차이가 있음을 보여준다. 계산을 $x=0.701$ 에서 측정된 속도분포를 초기조건으로 예측된 경계층의 끝에서의 속도를 경계조건으로 하여 수행하였다. Fig. 3에서 운동량두께를 보면 얇은 경계층 이론은 실제보다 상당히 두껍게 예측하지만 곡률 K_{12}, K_{32} 를 포함하면 전체적으로 좋은 예측을 할 수 있다. Fig. 4에서는 $x=0.960$ 에서의 속도분포를 비교하고 있는데 곡률을 고려하고 와점도 모델에 의한 속도 계산결과를 보이고 있다. 이상에서 축대칭 두꺼운 난류경계층의 연구결과로 미루어 경계층이 두꺼워 질때 3차원 문제에서도 곡률의 포함에 의하여 합리적인 결과를 얻을

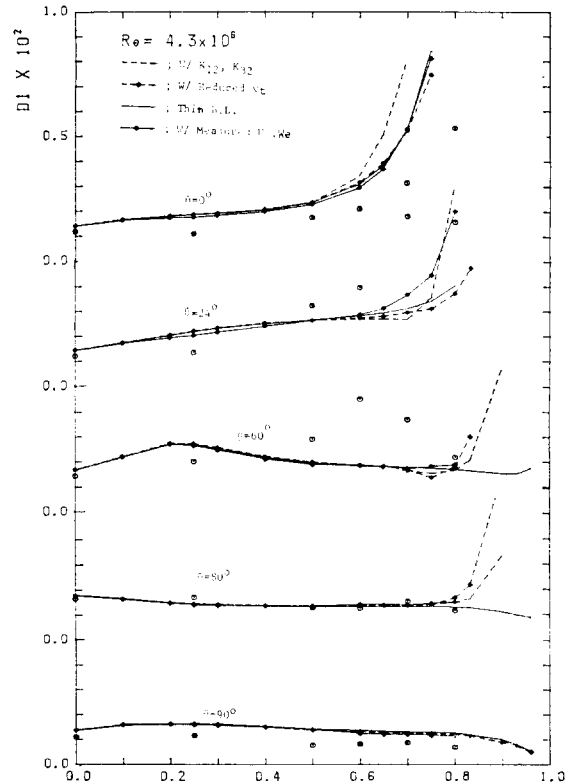


Fig. 5 Measured and computed displacement thickness

수 있다고 기대하였다.

다음에는 참고문헌 (6)에서 수행된 실험데이터를 이용하여 계산을 하였다. 앞에서 언급한 대로 우선 2차 경계층 방정식의 폭률이 선체와 유사한 3차원 물체의 선미에서 얼마만한 영향이 있으며 실제 데이터와 비교하여 합리적인 방향으로 예측되고 있는지를 보았다. 또한 본 연구에서는 Reynolds 응력을 측정하지 않았지만 두꺼운 경계층내의 난류응력에 얇은 경계층내의 난류응력에 비하여 상당히 작다는 연구결과가 최근 발표되고 있고 앞서 Patel⁽¹⁰⁾에서도 언급한 바 있다. 그러나 아직 경계층의 특성, 표면의 기하적 형상등에 따라서 어느정도 변하는지 정립된 모델이 없다. 그래서 이러한 가능성을 개략적으로 검토하여 보기 위하여 얇은 경계층에서 채택하고 있는 상수 0.0168 대신에 0.008를 사용하여 왜점도를 쫓아보았다. 이는 단순한 가정에 의한 계산결과의 변화량 및 그 수정방향을 알아보기 위함이다. 본 연구에서 시도된 계산을 요약하면 다

음과 같다.

- (1) 계산에 의한 포텐셜속도를 경계조건으로 얇은 경계이론에 의한 계산.
- (2) (1)에서 폭률 K_{12} 및 K_{32} 를 포함하여 계산
- (3) (2)에서 계산된 속도 대신에 경계층의 바깥에서 측정된 속도를 경계조건으로 사용하여 계산
- (4) 난류모델의 계수 0.0168 대신 0.008을 사용하여 계산

위의 모든 계산에서 초기조건은 $x=0.0$ 에서 측정된 속도 분포를 이용하였고 실험이 수행된 θ 의 위치 사이에 두 위치를 첨가하여 13개의 위치에서 계산을 수행하였기 때문에 내삽법으로 초기조건을 준비하였다. $\theta=90^\circ$ 의 대칭면에서 $\theta=0^\circ$ 방향으로 계산을 진행하였으나 $\theta=0^\circ$ 에서는 별도로 대칭면 유동으로 계산을 하였다.

Fig. 5에는 계산된 배제두께를 실험결과와 비교하였다. $\theta=0^\circ$ 에서 전반적으로 계산치가 실제보다 두절계

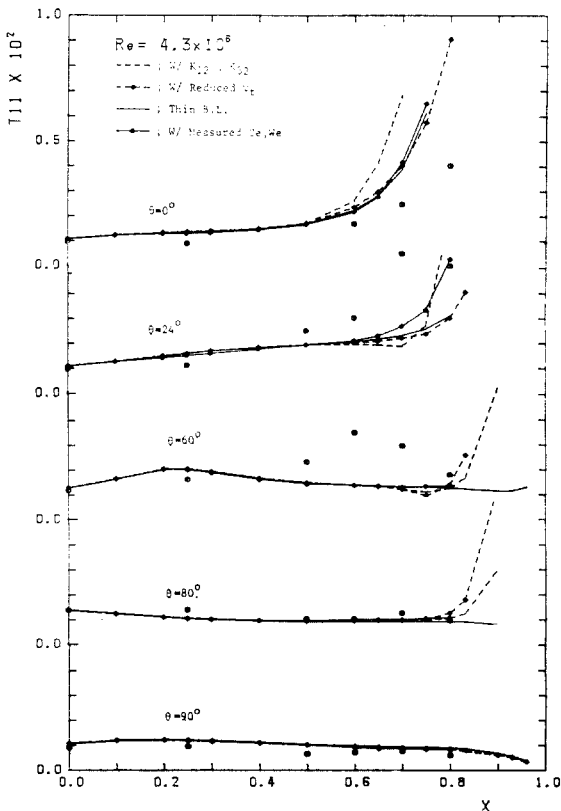


Fig. 6 Measured and computed momentum thickness

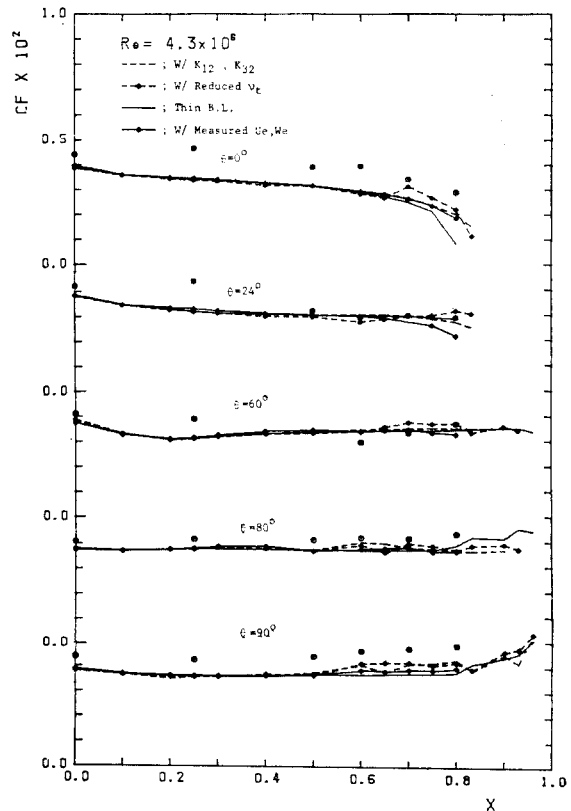


Fig. 7 Measured and computed skin friction coefficients

예측되고 있다. 얇은 경계층 방정식에 2차의 곡률영향을 고려하면 경계층이 더 두껍게 되지만 포텐셜 유동속도를 실험치로 하면 실험치에 가까이 된다. 그러나 외점도의 감소는 큰 영향을 주지 않았다.

$\theta=24^\circ$ 일때 배제 두께는 하류에 갈수록 $\theta=0^\circ$ 에서 보다 급히 두꺼워진다. 그러나 계산치는 이 보다 작게 예측되고 있다. 그러나 $x=0.8$ 에서는 실제 측정치는 더 이상 두꺼워 지지 않으나 계산치는 급히 증가하고 있다. $\theta=60^\circ$ 인 경우의 배제두께는 $x=0.6$ 을 전후하여 두께가 최대값을 보이고 있다. $x=0.6$ 이하에서는 $\theta=24^\circ$ 쪽으로 유체가 모이기 때문에 다시 감소한다. 그러나 계산치는 이를 예측하지 못하고 있다.

$\theta=80^\circ$ 및 $\theta=90^\circ$ 에서의 배제두께는 정성적 및 정량적으로 잘 일치하고 있다. 곡률 및 난류모델의 영향은 $x=0.8$ 이후에서 나타나고 있으나 실험데이터가 더 하류에서 없기 때문에 비교할 수 없다. 그러나 일반적으로 보아 곡률의 영향을 고려한 2차 경계층은 두껍게 예측되고 있다.

Fig. 6에는 운동량 두께를 나타내고 있다. 전체적인 경향은 앞서 배제 두께와 같다. 계산치는 θ 가 0° 에 가까울 수록 두껍게 되지만 실제물체에서는 $x=0.6$ 근처에서는 $\theta=60^\circ$, $x=0.7, 0.8$ 근처에서는 $\theta=24^\circ$ 에서 제

일 두꺼우며 예측되지는 않았으나 더 하류에서는 $\theta=0^\circ$ 에서 제일 두꺼워질 가능성을 보인다. $\theta=80^\circ$ 및 90° 에서는 계산이 실제 실험치와 잘 일치하고 $x=0.8$ 이하에서 곡률의 영향이 커진다. $\theta=0^\circ$ 및 24° 에서도 정량적으로는 미치지 못하지만 정성적으로 보아서는 곡률과 실제 외부유동속도로 이용하였을 때 가장 합리적인 결과를 나타내고 있다. 그러나 외점도를 반으로 줄였을 때 영향자체는 상당히 크지만 올바른 방향인가는 결론 내리기가 어렵다.

Fig. 7에는 x 방향의 마찰저항 계수를 비교하였다. 전반적으로 경향은 계산이 잘 나타내어 주며 $\theta=60^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 에서는 잘 일치하고 있으나 $\theta=0^\circ$ 및 24° 에서는 다소 차이가 있다. 이는 앞서 배제두께와 운동량두께를 살펴볼때 나타난 바와 같이 본 연구에서 채택한 모형 주위의 유동이 $\theta=0^\circ-60^\circ$ 사이에서 다소 특이하게 변하고 있기때문에 계산결과가 실제현상을 정량적으로 예측하지는 못하고 있기 때문이다. 계산에 의하면 $x=0.85$ 이후에 수선면 부근에서 유동박리가 나타나지만 실제 모형에서 관찰하지는 못하였다.

Fig. 8에는 x 방향의 속도분포를 비교하였다. $\theta=0^\circ$ 일때 얇은 경계층 방정식을 실제보다 지나치게 두꺼운 결과를 나타내지만 K_{12} 및 K_{32} 의 영향을 고려하여 실

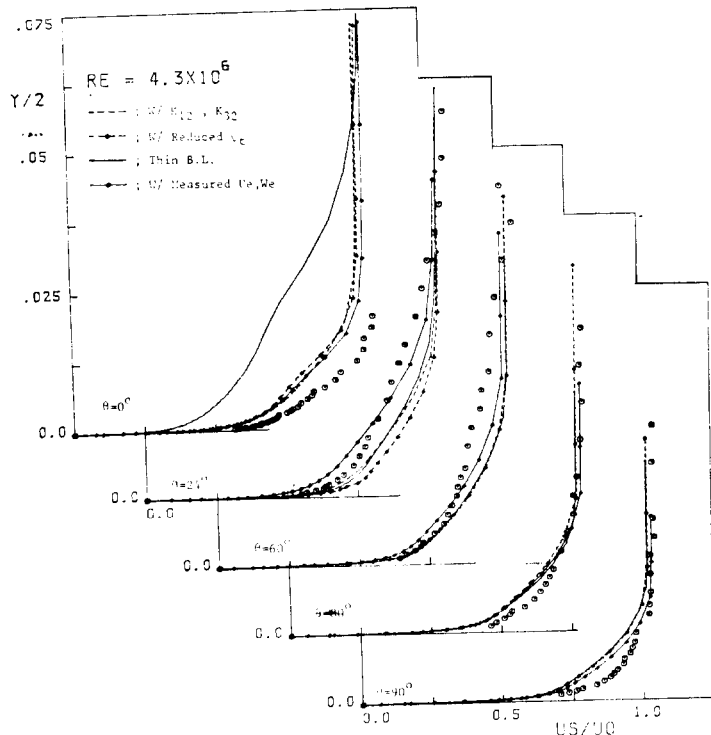


Fig. 8 Computed and measured stream-wise velocity distributions at $X=0.8$

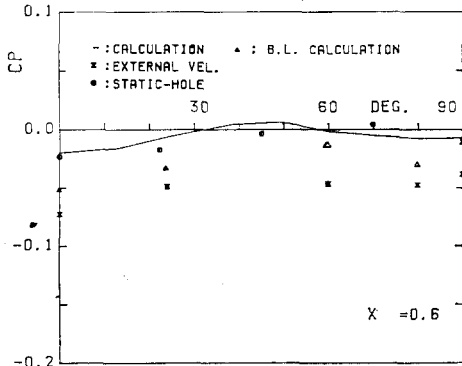


Fig. 9 Pressure coefficients at $X=0.6$

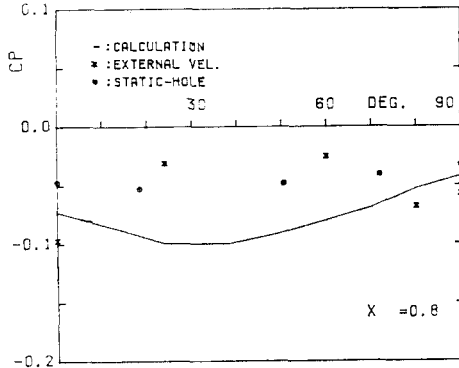


Fig. 10 Pressure coefficients at $X=0.8$

제와 가까운 결과를 얻었다. 그러나 아직 실제 속도분포와는 많은 차이를 보이고 있다. $\theta=24^\circ$ 인 경우에는 비교적 계산된 속도 분포가 측정된 속도분포와 비슷하게 보인다. 그러나 단순히 외점도를 줄여서는 결과가 오히려 좋지 않았다. $\theta=60^\circ$ 에서는 벽 가까이에서, $\theta=80^\circ$ 에서는 경계층 바깥쪽에서 계산과 측정결과가 일치하지만 각각 반대쪽에서는 차이를 보이고 있다. $\theta=90^\circ$ 는 대칭면 유동으로 속도분포의 경향은 잘 일치하지만 경계층의 두께가 실제보다 상당히 두껍게 예측되었다.

마지막으로 예측된 외부유동속도를 경계조건으로 하여 곡률의 영향을 고려하였을 때 y 방향의 운동량 방정식을 적분하여 경계층 내부로 정압의 분포를 계산하였다. 이때 경계층의 바깥 경계와 물체표면에서의 압력차를 계산할 수 있으며 이를 $x=0.6, 0.8$ 인 경우 Fig. 9 및 Fig. 10에 참고로 나타내어 비교하여 보았다. 몇군데에서는 경향이 다소 다르기는 하지만 $x=0.6$ 인 경우에는 실험결과와 정성적으로 잘 일치하고 있다. 본 연구에서는 경계층을 고려하여 포텐셜 유동을 계산하

지는 않았으나 y 모우멘텀 방정식을 고려하여 x 및 z 방향의 경계층 방정식을 해석하고 벽에서의 정압을 계산하는 방법에 의하여 물체의 형상저항을 예측함이 가능하리라 생각된다.

4. 결 론

이상의 두꺼운 3차원 난류경계층의 수치계산을 통하여 다음의 결론을 얻었다.

(1) 선미에서는 2차경계층 방정식의 곡률 영향을 우선적으로 고려하여야 두꺼운 경계층을 합리적으로 예측할 수 있다.

(2) 선미의 두꺼운 경계층 내의 외점도를 경계층의 바깥쪽에서 단순히 줄여서는 항상 좋은 결과를 얻기 어렵다. 이에 대해서는 좀더 연구를 해야한다.

(3) 포텐셜 유동과 두꺼운 경계층과의 상호작용을 효과적으로 고려하는 방법이 모색되어야한다. 경계층의 바깥 경계층에서의 속도는 전체 경계층 예측에 많은 영향을 미치고 있다.

(4) 앞으로 두꺼운 3차원 경계층 내에서 난류특성을 실험적으로 연구하여 Reynolds 응력과 물체의 기하적 형상 및 평균유동과의 관계를 연구하여야 한다.

후 기

본 연구는 1982년도 한국과학재단 학술연구비로 2년간 지원되어 이루어졌다. 이에 재단과 관계자 여러분에게 깊이 감사한다.

참 고 문 헌

- (1) Lars Larsson, SSPA-ITTC Workshop on Ship Boundary Layers, 1980, Proceeding, SSPA Report Nr 90, 1981
- (2) S.H. Kang, "Three-Dimensional Boundary Layers on Ship Forms at Zero Froude Number", J. of SNAK, 18-2, June, 1981
- (3) 강신형, "선체주위의 3차원 경계층 해석", 한국기계연구소, 연구보고서, UCE 72-113 A.D., 1981
- (4) 강신형, 이택식, 이근형, "수학선형 선미에서 두꺼운 3차원 난류경계층의 해석 및 실험 (I)", 대한기계학회논문집, 제 9권 제 3호, pp. 269~276, 1985
- (5) 강신형, 이택식, "두꺼운 난류 경계층 해석 및 실험", 한국과학재단, 학술연구 제 1차 중간보고서, 1983

- (6) 강신형, 이택식의, “두꺼운 3차원 난류 경계층 해석 및 실험”, 한국과학재단, 연구보고서, 1984
- (7) J.F. Nash and V.C. Patel, *Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer*, SBC Technical Books, 1972
- (8) T. Cebeci and A.M.O. Smith, *Analysis of Turbulent Boundary Layer*, Academic Press, New York, 1984
- (9) K.C. Chang and V.C. Patel, “Calculations of Three Dimensional Boundary Layers on Ship Forms,” IIHR Report 178, The University of Iowa, 1975
- (10) V.C. Patel, “Some Aspects of Thick Three-Dimensional Boundary Layers,” 14th Symp. on Naval Hydrodynamics, Ann Arbor, Michigan, 1982
- (11) A.M.O. Smith and J. Hess, “Calculation of Non-Lifting Potential Flow about Three-Dimensional Bodies,” Douglas Aircraft Co. Report ES 40622, 1962
- (12) W. Webster, “The Flow about Arbitrary Three Dimensional Smooth Bodies,” J. of Ship Research, 19-4, 1975
- (13) T. Miloh and V.C. Patel, “Orthogonal Coordinates Systems for Three-Dimensional Boundary Layers, with Particular Reference to Ship Forms,” J. of Ship Research, 1973
- (14) V.C. Patel and Y.T. Lee, “Thick Axisymmetric Turbulent Boundary Layer and Near Wake of a Low-Drag Body of Revolution,” IIHR Report 210, The Univ. of Iowa, 1977
- (15) N.C. Grooves, G.S. Belt and T.T. Huang, “Stern Boundary Layer Flow on a Three-Dimensional Body of 3 : 1 Elliptic Cross Section, DTN SRDC-82/002, 1982