

轉位기어의 性能 및 強度設計

朴 載 春

<京畿開放大學 機械設計學科>

1. 緒 言

機械의 核心部를 構成하는 gear裝置에도 工業의 發展에 따라서 점점 負荷容量의 限界에 가까운 狀態로까지 使用하는 設計를 要求하게 되며 gear의 高性能化, 高負荷化가 期待되고 있다.

動力기어에 要求되는 多樣한 性能을 滿足시키기 위해서는 標準기어의 設計만으로는 不足하고 工具를 轉位시켜서 矯正齒形기어(corrected tooth gear)를 創成하는 轉位기어(shifted profile gear)의 設計가 自由롭게 이루어지는 一般化가 되어야 하겠다.

轉位기어의 基礎圓, 모듈(module) 및 잇수를 同一하게 使用하지만 轉位係數의 採擇值에 따라서 性能 및 強度의 結果가 다르게 된다.

教育面에서나 生産面에서나 轉位기어를 사용하는 趨勢라고는 하나, 外國에 比하여 너무 消極的이고 아직까지 이 矯正齒形기어의 長點과 特徵을 쉽게 設計에 反映하지 못하는 點을 勘案하여, 여기서는 性能改善과 強度向上의 設計的 觀點에서 複雜性을 避하고 統一된 形式으로 體系化를 꾀하며, 轉位기어의 理論解析과 設計方法論을 論述하여 Engineering Calculation을 쉽게 解決할 수 있도록 여러 要求에 副應코져 한다.

2. 轉位기어의 特性

標準기어의 缺點을 補完하기 위하여 轉位기어가 發展해 왔다고 볼수 있으며, 이 gear의 設計

로 맞물림率의 向上, 미끄름率의 減少등의 性能 向上을 圖謀할 수 있고, 언더 컷(under cut)의 防止, 齒의 強度의 補強 및 中心距離의 增加를 이룰 수 있다.

設計者는 標準기어와 轉位기어를 따로 따로 區別해서 생각할 것 없이 全體를 하나의 gear觀念 속에서 다루고 入力條件만으로 轉位기어의 出力 또는 標準기어의 出力을 얻도록 하여야 할 것이다.

轉位기어의 特性을 總括的으로 생각하면 다음과 같은 長點과 特徵을 列舉할 수 있다.

• 長點

(1) 이뿌리 두께가 증가하여 負荷傳達 能力이 높아진다.

(2) 齒面의 인벌류우트曲線部가 증가하고 曲率반지름이 증가하여 性能이 좋아진다.

(3) 맞물림率을 증가 시킬수 있다.

(4) 齒面의 미끄름率(specific sliding)을 減少 시킬수 있다.

(5) 주어진 中心距離에 맞도록 기어를 設計할 수 있다.

(6) 잇수가 작은 피니언 및 기어에 대하여 언더 컷을 피할수 있다.

(7) 모듈에 해당하는 증가분을 주어서 잇수를 減少 시킬수 있다.

• 特徵

(1) (+)轉位는 齒形曲線의 曲率반지름과 이 뿌리 두께를 증가시키나, 이 끝 두께는 減少 시킨다.

(-)轉位는 이뿌리 두께를 減少시키고 이 끝 두

■ 解 說

계를 증가시킨다(그림 1).

(2) 한쌍의 기어의 轉位係數를 $x_1+x_2=0$, 즉 $x_1=-x_2$ 로 할때는 中心距離가 標準기어와 같아지며 맞물림 壓力角도 基準 壓力角과 같아진다.

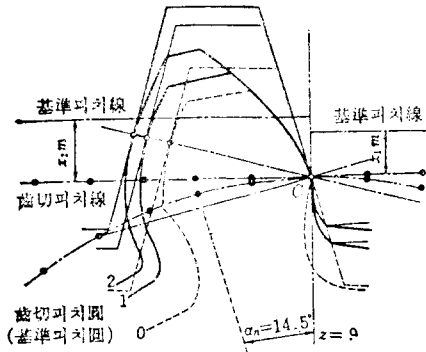


그림 1 轉位齒形의 變化

또 피치圓周上의 피니언 이두께는 증가하고 기어의 이두께는 減少하지만 2개의 합은 圓周 피치와 같아진다(長短齒기어: long and short addendum gear: 그림 2)

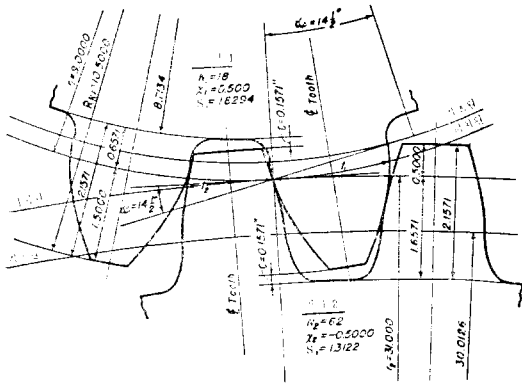
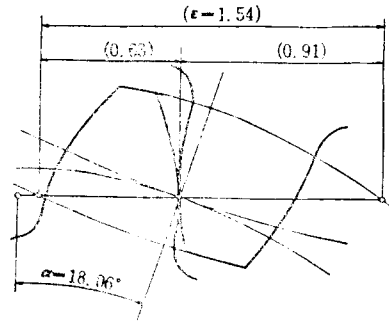


그림 2 장단 어텐덤 기어

(3) x_1 과 x_2 가 $x_1+x_2 \neq 0$ 일때는 한쌍의 이두께의 합은 標準기어보다 커지고 中心距離는 增加하며, 맞물림 壓力角 α_b 도 基準 壓力角(工具 壓力角: $\alpha_0=\alpha_s$)보다 커진다.

맞물림 피치圓(Rolling circle)은 基準 피치圓과 다르다.

(4) 맞물림률은 맞물림 壓力角이 작아지면, 또 一定 x_1 값에 대하여 x_2 의 값이 작아지면 增加



$\alpha=14.5^\circ, Z_1=14, Z_2=46$
 $x_1=0.4076, x_2=0.141, m=1$

그림 3 轉位 기어의 齒形

되고, 미끄럼률은 x_2 의 (+)증가(기어의 디텐덤의 減少도 效果)로 減少效果가 있다.

設計者는 轉位기어의 全般的 性質에 대하여 包括的인 觀念을 가지고 있어야 한다.

3. 轉位係數의 效果와 限界

잇수가 작은 피니언 혹은 기어에서는 언더컷이 發生되므로 이것을 避하기 위한 轉位係數 x 는

$$x = 1 - \frac{z}{2/\sin^2 \alpha_0}$$

z : 잇수, α_0 : 기준압력각

로 알려져있고

理論式 實用式

$$\alpha_0=14.5^\circ \text{ 때 ; } x \geq 1 - \frac{z}{32}, \quad x \geq \frac{26-z}{32}$$

$$\alpha_0=20^\circ \text{ 때 ; } x \geq 1 - \frac{z}{17}, \quad x \geq \frac{14-z}{17}$$

로 되지만, 轉位係數는 그림 4와 같이 잇수에 따라서 (+)領域에서 (-)領域까지 언더컷限界線 이상으로 採擇할 수 있고, 잇수가 $z < 16$ 로 적어질때는 轉位係數를 크게 取하던 이끝두께가 현저히 얇아지는 關係로 이끝뾰족限界線 以內로 制約을 받게된다.

轉位係數를 언더컷限界線 이상에서 필요에 따라서 (+)領域에서 (-)領域까지 仲縮性있게 選擇할 수 있지만 一般的으로는 強度設計를 고려하여 x_1 및 x_2 를 (+)값으로 그계 取한다.

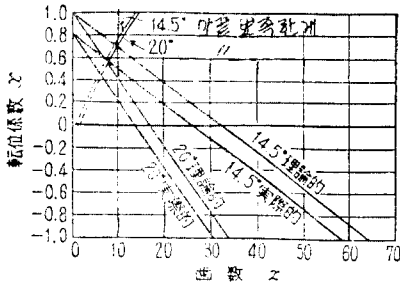


그림 4 轉位係數의 限界

一般的으로 推薦되어있는 轉位係數의 基準은 다음과 같다.

첫째, 中心距離 不變의 경우.

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$\alpha = 14.5^\circ, z_1 + z_2 \geq 64 \text{ 때 } x_1 = 0.5, x_2 = -0.5$$

$$\alpha = 20^\circ, z_1 + z_2 \geq 34 \text{ 때 } x_1 = (0.3 \sim 0.5), x_2 = -(0.3 \sim 0.5)$$

또 英國規格은

$$\alpha = 20^\circ, z_1 + z_2 \geq 60 \text{ 일때 } x_1 = 0.4(1 - z_1/z_2) \\ x_2 = 0.02(30 - z_1)$$

둘 중에서 큰값을 택하여

$$x_2 = -x_1 \text{ 로 한다.}$$

헤리컬 기어에 대하여

$$\alpha = 20^\circ, (z_1 + z_2) \sec^2 \beta \geq 60 \text{ 일때,}$$

$$x_1 = 0.02(30 - z_1 \cdot \sec^2 \beta)$$

$$x_2 = -x_1$$

소련의 예

$$\alpha = 20^\circ, x = 0.0061(100 - z)$$

둘째, 中心距離 增加의 경우.

$$x_2 = x_1 + x_2 \neq 0$$

$$\alpha = 20^\circ, z_1 + z_2 \leq 60 \text{ 때, } x_1 = 0.02(30 - z_1)$$

$$x_2 = 0.02(30 - z_2)$$

$$\alpha = 20^\circ, (z_1 + z_2) \sec^2 \beta \leq 60 \text{ 때,}$$

$$x_1 = 0.02(30 - z_1 \sec^2 \beta)$$

$$x_2 = 0.02(30 - z_2 \sec^2 \beta)$$

$$\alpha = 20^\circ, 10 < z_1 < 30 \text{ 때 } x_1 = x_2 = 0.5 \text{ (소련)}$$

위의 式이나 값에 반드시 拘束될 必要없이 轉位係數의 選擇은 目的에 따라서 各各 다른 값이 定해져야 할 것이다.

그림 5⁽¹⁾에 한쌍의 기어($z_1=14, z_2=28$)의

x_1, x_2 값의 使用限界 範圍와 一定 맞물림率의 曲線($\epsilon=1.2$), 한쌍의 同一 미끄름率(σ'_1, σ'_2) 曲線 및 等强度曲線(σ)등을 나타내고 있으며 이

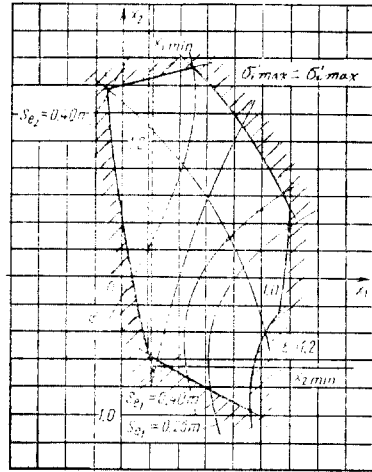


그림 5 $z_1=14, z_2=28$ 의 전위계수한계도, 곡선기호 : σ -동일 재료의 기어조의 등강도 곡선; $\sigma_{1 \max} = \sigma_{2 \max}$ -맞물림 시점, 종점에서 이뿌리면의 동일 미끄름율곡선; $x_{1 \min}$ 및 $x_{2 \min}$ -피니언 및 기어의 언더컷이 이러나지 않는 경계; s_{e1} 및 s_{e2} -이끝두께를 감소시키는 한계치

와 같은 limiting chart 을 통하여 轉位係數 x_1, x_2 와 性能 및 强度와의 關係를 미리 理解하고 選擇할수 있다. 즉 x_1, x_2 값의 組合은 3가지의 同一性能-强度曲線에서 여러가지 값으로 얻을 수 있음을 나타내고 있다.

다음에 面壓强度, 굽힘强度, 摩滅抵抗등의 設計目的을 基準으로 하는 最大轉位係數의 推薦值를 표 1에 表示한다. 여기서 보는 바와같이 轉位係數의 合($x_1 + x_2$)는 피치點에서의 曲率반지름을 크게 하기 위하여 可能的 限 큰값을 取하고 荷重傳達容量의 目的에 따라서 調整이 되어야 할 것이다.

轉位係數의 選定과 設計에서

- (1) 굽힘强度設計에서는 同一材料를 使用할때 齒形係數를 같게 하고
- (2) 面壓强度設計에서는 强度가 最大로 되게 하며
- (3) 摩滅抵抗을 위한 設計에서는 이뿌리면의

표 1 추천된 최대공구 전위계수

z_2	z_1												최대증가
	12		15		18		22		28		34		
	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	
18	0.30	0.61	0.34	0.64	0.54	0.54	—	—	—	—	—	—	CS
	0.57	0.25	0.64	0.29	0.72	0.34	—	—	—	—	—	—	BS
	0.49	0.35	0.48	0.46	0.54	0.54	—	—	—	—	—	—	WS
22	0.30	0.66	0.38	0.75	0.60	0.64	0.68	0.68	—	—	—	—	CS
	0.62	0.28	0.73	0.32	0.81	0.38	0.95	.039	—	—	—	—	BS
	0.53	0.38	0.55	0.54	0.60	0.63	0.67	0.67	—	—	—	—	WS
28	0.30	0.88	0.26	1.04	0.40	1.02	0.59	0.94	0.86	0.86	—	—	CS
	0.70	0.26	0.79	0.35	0.89	0.38	1.04	0.40	1.26	0.42	—	—	BS
	0.57	0.48	0.60	0.63	0.63	0.72	0.71	0.81	0.85	0.85	—	—	WS
34	0.30	1.03	0.13	1.42	0.30	1.30	0.48	1.20	0.80	1.08	1.01	1.01	CS
	0.76	0.22	0.83	0.34	0.93	0.37	1.08	0.38	1.30	0.36	1.38	0.34	BS
	0.60	0.53	0.63	0.72	0.67	0.82	0.74	0.90	0.86	1.00	1.00	1.00	WS
42	0.30	1.30	0.20	1.53	0.29	1.48	0.40	1.48	0.72	2.33	0.90	1.30	CS
	0.75	0.21	0.92	0.32	1.02	0.36	1.18	0.38	1.24	0.31	1.31	0.27	BS
	0.63	0.67	0.68	0.88	0.68	0.94	0.76	1.03	0.88	1.12	1.00	1.16	WS
50	0.30	1.43	0.25	1.65	0.32	1.63	0.43	1.60	0.64	1.60	0.80	1.58	CS
	0.58	-0.16	0.97	0.31	1.05	0.36	1.22	0.42	1.22	0.25	1.25	0.20	BS
	0.63	0.77	0.66	1.02	0.70	1.11	0.76	1.17	0.91	1.26	1.00	1.31	WS
65	0.30	1.69	0.26	1.87	0.41	1.89	0.53	1.80	0.70	1.84	0.83	1.79	CS
	0.55	-0.35	0.80	0.04	1.10	0.40	1.17	0.36	1.19	0.20	1.23	0.15	BS
	0.64	1.00	0.67	1.22	0.71	1.35	0.76	1.44	0.88	1.56	0.99	1.55	WS
80	0.30	1.96	0.30	2.14	0.48	2.08	0.61	1.99	0.75	2.04	0.89	1.97	CS
	0.54	-0.54	0.73	-0.15	1.14	0.40	1.15	0.26	1.16	0.12	1.19	0.07	BS
	0.65	1.18	0.67	1.36	0.71	1.61	0.76	1.73	0.87	1.85	0.98	1.81	WS
100	0.30	2.90	0.36	2.32	0.52	2.31	0.65	2.19	0.80	2.26	0.94	2.22	CS
	0.53	-0.76	0.71	-0.22	1.00	0.28	1.12	0.22	1.14	0.08	1.15	0.01	BS
	0.65	1.42	0.66	1.70	0.71	1.90	0.76	1.98	0.86	2.12	0.97	2.15	WS
125	—	—	—	—	—	—	0.75	2.43	0.83	2.47	1.00	2.46	CS
	—	—	—	—	—	—	1.11	0.21	1.12	0.07	1.20	0.09	BS
	—	—	—	—	—	—	0.76	2.38	0.86	2.40	0.92	2.40	WS

(주) CS—면압강도, BS—굽힘강도, WS—마멸저항

미끄럼률을 같게하고 미끄럼相對速度를 減少시키도록하며(기어側의 디번덤을 減少시키는 것 또한가지 效果方法),

(4) 齒面の 荷重分布의 改善과 騒音減少를 위

하여서는 作用弧의 增加를 위한 設計가 필요하며

(5) 이끝두께는 限界值 0.25m 이상으로 하고, 最少맞물림은 $\epsilon \geq 1.2$ 을 유지하도록 하여야 하며

$z \leq 16$ 에 대해서는 맞물림률이 1.2가 되는가를 檢討할 需要가 있다.

셋째, 基礎圓周上의 이 두께를 同一하게 하는 轉位係數(等強度齒의 轉位係數)

한쌍의 기어에서 피니언의 이뿌리가 기어의 것보다 弱하므로 基礎圓周上의 이 두께를 같게 하여 同一한 齒形強度(동일한 齒形係數)를 얻도록 한다.

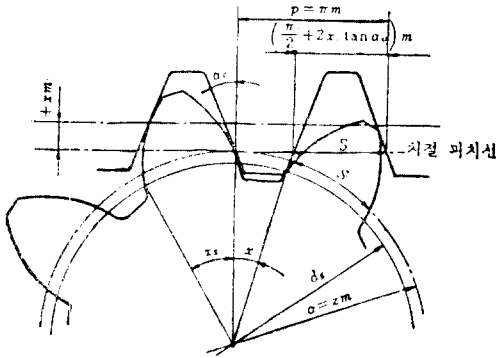


그림 6 전위기어의 기초원주상의 이 두께

그림 6에서 基礎圓周上의 이 두께 中心角 χ_s 는

$$\begin{aligned} \chi_s &= \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 2x \cdot \tan \alpha_c\right) m}{zm/2} + 2\text{inv} \alpha_c \\ &= \frac{\pi}{z} + \frac{4 \tan \alpha_c}{z} x + 2\text{inv} \alpha_c \end{aligned}$$

(z_1, x_1) 및 (z_2, x_2) 의 2기어의 χ_s 를 같게 놓으면

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= \frac{\text{inv} \alpha_c}{2 \tan \alpha_c} (z_2 - z_1) \\ &= \frac{\tan \alpha_c - \alpha_c}{2 \cdot \tan \alpha_c} (z_2 - z_1) \end{aligned}$$

$$\alpha_c = 14.5^\circ \text{ 때 } x_1 - x_2 = 0.0107(z_2 - z_1)$$

$$\alpha_c = 20^\circ \text{ 때 } x_1 - x_2 = 0.0205(z_2 - z_1)$$

여기서 x_1 값은 언더컷限界 정도로 취한다.

만약 中心距離 不變을 採擇할 때는⁽²⁾

$$\alpha = 20^\circ \text{ 때 } x_1 = 0.01(z_2 - z_1),$$

$$x_2 = -0.01(z_2 - z_1)$$

$$x_1 \leq 0.5$$

로 하여 等強度齒을 設計 할 수 있다.

4. 轉位기어의 理論과 諸元計算

工具壓力角 α_c (基準壓力角 $\alpha_0 = \alpha_c$)로 切削된 2개의 轉位기어 $o_1(z_1, x_1), o_2(z_2, x_2)$ 가 그림 7과 같이 맞물림 壓力角 α_b , 中心距離 a 로 맞물리고 있을 때,

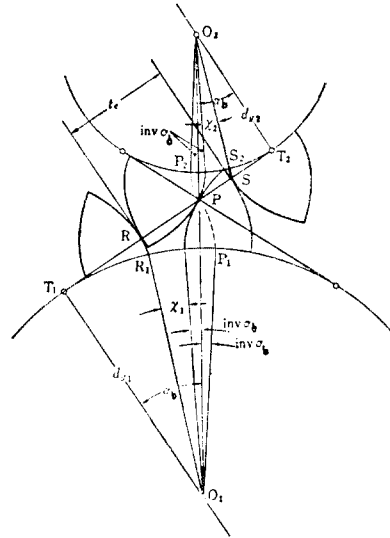


그림 7 맞물림 압력각

法線피치 t_e 는

$$\begin{aligned} t_e &= RP + PS = R_1 P_1 + P_2 S_2 \\ &= \frac{d_{e1}}{2} (\chi_1 + 2\text{inv} \alpha_b) + \frac{d_{e2}}{2} (\chi_2 + 2\text{inv} \alpha_b) \end{aligned}$$

윗 식에서 $d_{e1} = z_1 \cdot t_e / \pi$, $d_{e2} = z_2 \cdot t_e / \pi$ 을 代入 하면

$$\text{inv} \alpha_b = \frac{1}{z_1 + z_2} \left(\pi - \frac{z_1 \cdot \chi_1 + z_2 \cdot \chi_2}{2} \right)$$

다시 기초원주상의 이사이角 χ 는 이의 切削關係에서

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{1}{z \cdot m/2} \left(\frac{\pi \cdot m}{2} - 2xm \cdot \tan \alpha_c \right) - 2\text{inv} \alpha_c \\ &= \frac{\pi}{z} - 2\text{inv} \alpha_c - 4x \cdot \tan \alpha_c \end{aligned}$$

이것을 다시 $\text{inv} \alpha_b$ 式에 代入하고 齒面사이의 法線 backlash를 c_n 로 하면 中心距離增加量은 $c_n / 2 \sin \alpha_c$ 로 되고

解 說

$$\text{inv}\alpha_b = 2 \tan \alpha_c \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha_c + \left(\frac{c_n}{m \cdot \cos \alpha_c (z_1 + z_2)} \right) \quad (1)$$

α_b 의 近似計算式은

$$\tan \alpha_b = \tan \cdot \text{inv}^{-1} \left\{ 2 \tan \alpha_c \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha_c \right\}$$

$$\approx \tan \alpha_c \frac{4}{\sin 2\alpha_c} \left(\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} + \dots \right)$$

$$\text{또 } B = \frac{\text{inv}\alpha_b - \text{inv}\alpha_c}{\tan \alpha_c} + \left(\frac{c_n}{m \cdot \sin \alpha_c (z_1 + z_2)} \right) = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} + \left(\frac{c_n}{m \cdot \sin \alpha_c (z_1 + z_2)} \right) \dots (a)$$

中心距離 a 는

$$a = o_1 P + o_2 P = \frac{d_{g1} + d_{g2}}{2 \cos \alpha_b}$$

$d_{g1} = z_1 m \cos \alpha_c$, $d_{g2} = z_2 m \cos \alpha_c$ 를 代入하면

$$a = \frac{(z_1 + z_2)}{2} m \cdot \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_b} = \frac{z_1 + z_2}{2} m + \frac{z_1 + z_2}{2} \left(\frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_b} - 1 \right) m = \frac{z_1 + z_2}{2} m + y \cdot m = \frac{z_1 + z_2}{2} m + \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot B_v \cdot m \quad (2)$$

中心距離增加係數 y 는

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(\frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_b} - 1 \right) = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot B_v \dots (b)$$

$$B_v = \frac{y}{(z_1 + z_2)/2} = \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_b} - 1 \dots (c)$$

計算을 위한 中田의 換算近似式은

$$\alpha = 14.5^\circ ; B = B_v \sqrt{1 + 13.679 B_v}$$

$$B_v = \frac{B}{\sqrt{1 + 28.6 B}}$$

$$\alpha = 20^\circ ; B = B_v \sqrt{1 + 7.076 B_v}$$

$$B_v = \frac{B}{\sqrt{1 + 13 B}} \dots (d)$$

$x_1 = -x_2$ 의 轉位기어는 $\alpha_b = \alpha_c$ 가 되고 中心거리不變이다.

轉位기어의 諸元을 표시하면

(1) 피니언 및 기어의 이끝지름 d_{k1}, d_{k2} :

$$d_{k1} = (z_1 + 2) + 2x_1 \cdot m \dots (DIN)$$

$$d_{k1} = (z_1 + 2)m + 2(y - x_1)m$$

$$d_{k2} = (z_2 + 2)m + 2x_2 m \dots (DIN)$$

$$d_{k2} = (z_2 + 2)m + 2(y - x_1)m$$

(2) 이높이(工具切込量) h :

$$h = (2m + c) - (x_1 + x_2 - y)m$$

bottom clearance; $c = k \cdot m$

$$h = 2.25m - y \cdot m \dots (DIN)$$

(3) 맞물림퍼치圓(rolling circle)의 지름 d_{b1}, d_{b2} :

$$d_{b1} = d_1 \cdot \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_b}, \quad d_{b1} = \frac{2z_1 \cdot a}{(z_1 + z_2)} = \frac{2a}{u + 1}, \quad (d_i = z_i \cdot m)$$

$$d_{b2} = d_2 \frac{\cos \alpha_c}{\cos \alpha_b}, \quad d_{b2} = \frac{2z_2 \cdot a}{z_1 + z_2} = \frac{2a}{1/u + 1}$$

(4) 기초원지름 d_{g1}, d_{g2} :

$$d_{g1} = z_1 \cdot m \cdot \cos \alpha_c, \quad d_{g2} = z_2 \cdot m \cdot \cos \alpha_c$$

(5) 이뿌리원의 지름 d_{r1}, d_{r2} :

$$d_{r1} = (z_1 - 2 - 2k + 2x_1)m$$

$$d_{r2} = (z_2 - 2 - 2k + 2x_2)m$$

맞물림률을 높이기 위해서는 高齒를, 또는 이뿌리強度를 높이기 위한 低齒등을 設計할때도 轉位기어方式으로 한다.

高齒에서는 有效 이높이를 標準 普通齒의 (1.0 ~ 1.57)倍로 하고 低齒에서는 0.8倍로 設計하지만, 高齒단은 새로히 高齒用 Rack 切削工具가 必要하다.

어벤덤이나, 더텐덤을 필요한 倍率 λ_k 로 곱하여

(6) 이끝지름 d_k :

$$d_k = (z + 2\lambda_k)m + 2xm$$

高齒 : $\lambda_k = (1.0 \sim 1.57)$, 低齒 ; $\lambda_k = 0.8$

(7) 이높이 h :

$$h = (2\lambda_k \cdot m + c) - y \cdot m$$

(8) 이뿌리원 지름 d_r :

$$d_r = (z - 2\lambda_k - 2 \cdot k + 2x)m$$

轉位기어의 基準퍼치圓($d = z \cdot m$)上的 이두께 S , 이끝圓周上的 이두께 T 및 $\cos \alpha_b$ 는 다음과 같다.

$$(9) S = \frac{\pi m}{2} + 2x \cdot m \cdot \tan \alpha_c$$

$$(10) T = \left\{ \frac{\pi + 4x \tan \alpha_c}{2z} - (\text{inv}\alpha_k - \text{inv}\alpha_c) \right\} \cdot d_k$$

α_k 대신에 α_b 를 사용하면 맞물림퍼치圓上的 이

두께도 算出된다.

$$\alpha_k = \cos^{-1} \left(\frac{mz}{d_k} \cdot \cos \alpha_c \right) \dots \dots \text{이 끝切線角,}$$

$$(11) \cos \alpha_b = \frac{a_0}{a} \cos \alpha_c = \frac{(z_1 + z_2) m \cos \alpha_c}{2a}$$

$$a_0 = (z_1 + z_2) m / 2$$

轉位기어 設計計算의 手順으로는 언제나 맞물림 壓力角 α_b 와 中心距離增加係數 y 를 먼저 算出하여야 하며, 다음과 같이 行한다.

(1) x_1, x_2 를 먼저 決定하였을 경우;

$$B \rightarrow \alpha_b \rightarrow a \rightarrow B_v, d_{k1}, d_{k2}, h$$

(2) a 가 既知인 경우;

$$y \rightarrow B_v \rightarrow \alpha_b \rightarrow B \rightarrow x_1 + x_2 \rightarrow d_{k1}, d_{k2}, h,$$

α, B, B_v 사이의 數値는 여러 數表에도 提示되어 있다.

5. 轉位기어의 맞물림率과 미끄름

5.1. 맞물림率

인벌류우트 기어에서는 맞물림率은 作用線上的 물림始終點걸이를 法線피치 t_e 로 나눈 값이다.

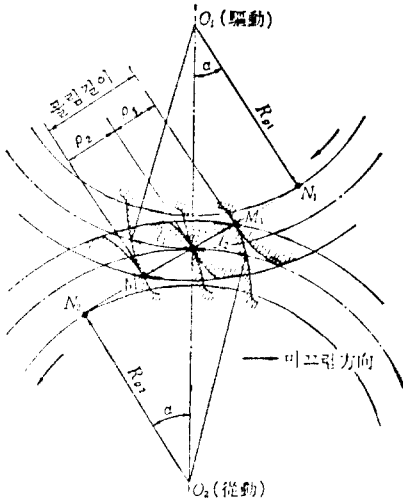


그림 8 기어의 맞물림 관계

그림 8에서

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \frac{M_2 P}{t_e} + \frac{M_1 P}{t_e}$$

= 遠退물림率 + 接近물림率

$$\epsilon_i = \frac{z_i}{2\pi} (\tan \alpha_{ki} - \tan \alpha_b), \cos \alpha_k = d_g / d_k$$

맞물림 壓力角 α_b , 맞물림 피치 圓지름 d_b , 中心距離 a 로 하면

$$\begin{aligned} \epsilon_b = \epsilon_1 + \epsilon_2 &= \frac{\sqrt{d_{k1}^2 - d_{g1}^2} - d_{b1} \cdot \sin \alpha_b}{2 \cdot t_e} \\ &+ \frac{\sqrt{d_{k2}^2 - d_{g2}^2} - d_{b2} \cdot \sin \alpha_b}{2 \cdot t_e} \\ &= \frac{\sqrt{d_{k1}^2 - d_{g1}^2} + \sqrt{d_{k2}^2 - d_{g2}^2} - a \sin \alpha_b}{2\pi m \cos \alpha_c} \end{aligned} \quad (3)$$

負荷分擔을 齒當 1/2 로 하기 위해서는 $\epsilon_b = 2$ 로 設計 하여야 하고, 이는 高齒設計을 採擇하여야 한다. 또 $\epsilon = 2$ 면 振動·騒音, 이의 摩擦 등을 減少할 수 있다.

$$\text{式 (3)에 } \alpha_b \text{ 關係를 } \tan \alpha_b = \tan \alpha_c \frac{4}{\sin 2\alpha_c}$$

$\left(\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \right)$ 로, $d_k = (z + 2)m + 2xm$ 을 代入하면 $\epsilon_{x1}, \epsilon_{x2}$ 는 x_i, α_c 와 z_i 의 關數로 表示된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{x1} &= \frac{\sqrt{(z_1 + 2)^2 - z_1^2 \cos^2 \alpha_c} - z_1 \cdot \sin \alpha_c}{2\pi \cos \alpha_c} \\ &- \left\{ \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} - \frac{1}{\pi \cos \alpha_c \sqrt{1 - \left(\frac{z_1}{z_1 + 2} \cos \alpha_c \right)^2}} \right\} x_1 \\ &+ \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} \cdot \frac{z_2 x_1 - z_1 \cdot x_2}{z_1 + z_2} \\ \epsilon_{x2} &= \frac{\sqrt{(z_2 + 2)^2 - z_2^2 \cos^2 \alpha_c} - z_2 \cdot \sin \alpha_c}{2\pi \cos \alpha_c} \\ &- \left\{ \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} - \frac{1}{\pi \cos \alpha_c \sqrt{1 - \left(\frac{z_2}{z_2 + 2} \cos \alpha_c \right)^2}} \right\} x_2 \\ &- \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} \cdot \frac{z_2 x_1 - z_1 \cdot x_2}{z_1 + z_2} \\ \epsilon_i &= \frac{\sqrt{(z + 2)^2 - z^2 \cos^2 \alpha_c} - z \sin \alpha_c}{2\pi \cos \alpha_c} \\ \phi(z) &= \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} - \frac{1}{\pi \cos \alpha_c \sqrt{1 - \left(\frac{z}{z + 2} \cos \alpha_c \right)^2}} \end{aligned}$$

로 놓으면

$$\epsilon_b = \epsilon_{x1} + \epsilon_{x2} = \epsilon_1 + \epsilon_2 - \phi(z_1)x_1 - \phi(z_2)x_2 \quad (4)$$

式 (4)로 보아서 x_2 가 +값이면 ϵ_b 는 減少하고, (-)값이면 增加함을 暗示한다.

맞물림率을 標準기어 때와 同一하게 하기 위하여 $\epsilon_x = \epsilon$ 로 놓으면 轉位係數는 다음과 같다.

$$x_2 = -\frac{\psi(z_1)}{\psi(z_2)}x_1 \quad (5)$$

이것을 展開하면

$$\frac{\psi(z_1)}{\psi(z_2)} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{z_2}{z_1+2} \cos \alpha_c\right)^2 - \sin^2 \alpha_c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_2}{z_2+2} \cos \alpha_c\right)^2 - \sin^2 \alpha_c}} \times \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{z_2}{z_2-2} \cos \alpha_c\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{z_1}{z_1+2} \cos \alpha_c\right)^2}}$$

로 된다. 設計者는 式 (3) 또는 式 (4)를 選別的으로 사용할 수 있다.

5.2. 미끄름率

齒의 摩滅를 極少化하기 위해서는 미끄름率을 되도록이면 작게하는 것이 要望되며, 미끄름摩滅깊이는 法線荷重, 미끄름率 및 接觸回數에 比例한다.

인벌류우트기어에서 驅動기어의 어텐덤과 디텐덤의 最大미끄름率을 $\sigma_{1max}, \sigma'_{1max}$ 로 하고 被動車의 이끝面 및 이뿌리面の 最大미끄름率을 각 $\sigma_{2max}, \sigma'_{2max}$ 로 하면 그림 8에서 맞물림壓力角을 α_b 로 할때 미끄름率의 式에

$$\rho = \sqrt{r_k^2 - r_g^2} - r \sin \alpha_b$$

을 代入하여

$$\sigma_{1max} = \frac{\rho_1 \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)}{r_1 \sin \alpha_b + \rho_1} = \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) \left/ \left\{ \frac{a \cdot z_1 \cdot \sin \alpha_b}{(z_1 + z_2) \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - a z_1 \sin \alpha_b} + 1 \right\} \right. \quad \dots\dots [\text{어텐덤 : 遠退側}]$$

$$\sigma'_{1max} = \frac{\rho_2 \left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right)}{r_1 \sin \alpha_b - \rho_2} = \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) \left/ \left\{ \frac{a \cdot z_1 \cdot \sin \alpha_b}{(z_1 + z_2) \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} - a \cdot z_2 \cdot \sin \alpha_b} - 1 \right\} \right. \quad \dots\dots [\text{디텐덤 : 接近側}]$$

$$\sigma_{2max} = \frac{\rho_2 \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right)}{r_2 \cdot \sin \alpha_b + \rho_2} = \left(1 + \frac{z_2}{z_1}\right) \left/ \left\{ \frac{a \cdot z_2 \cdot \sin \alpha_b}{(z_1 + z_2) \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} - a \cdot z_2 \cdot \sin \alpha_b} + 1 \right\} \right. \quad \dots\dots [\text{어텐덤 : 接近側}]$$

$$\sigma'_{2max} = \frac{\rho_1 \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right)}{r_2 \sin \alpha_b - \rho_1} = \left(1 + \frac{z_2}{z_1}\right) \left/ \left\{ \frac{a \cdot z_2 \cdot \sin \alpha_b}{(z_1 + z_2) \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - a z_1 \sin \alpha_b} - 1 \right\} \right. \quad \dots\dots [\text{디텐덤 : 遠退側}] \quad (6)$$

$\varepsilon_x \cdot \pi m \cos \alpha_c = \sqrt{r_k^2 - r_g^2} - r \sin \alpha_b$ 를 윗式에 代入하면

$$\sigma_{1max} = \frac{1 + z_1/z_2}{\left(\frac{z_1}{2\pi \varepsilon_{x1}}\right) \tan \alpha_c + 1}$$

$$\sigma'_{1max} = \frac{1 + z_1/z_2}{\left(\frac{z_1}{2\pi \varepsilon_{x2}}\right) \tan \alpha_c - 1}$$

$$\sigma_{2max} = \frac{1 + z_2/z_1}{\left(\frac{z_2}{2\pi \varepsilon_{x2}}\right) \tan \alpha_c + 1}$$

$$\sigma'_{2max} = \frac{1 + z_2/z_1}{\left(\frac{z_2}{2\pi \varepsilon_{x1}}\right) \tan \alpha_c - 1} \quad (7)$$

을 얻는다. 轉位기어로서 式 (6)에는 a, r_k, α_b 등이, 式 (7)에는 ε_x 가 代入되어 計算된다.

5.3. 한쌍의 잇면의 最大摩滅量을 均一하게 하는 轉位係數

標準기어에서는 이의 摩滅이 기어보다 피니언의 이뿌리面이 더 크므로 雙方의 最大摩滅量을 같게하기 위해서는 이뿌리面的 미끄름率의 比를 잇수比와 같게 놓으면 된다(單位時間當 齒面의 接觸回數는 잇수에 比例함).

$$\text{즉 } \sigma'_{1max}/\sigma'_{2max} = z_1/z_2$$

에 미끄름率式 (7)의 右邊을 代入하면

$$\varepsilon_{x2}/\varepsilon_{x1} = z_1/z_2 \quad (8)$$

가 얻어진다.

式 (8)에 式 (4)에서 얻은 ε_x 式을 代入하면,

$$\varepsilon_{(z2)} - \psi(z_2)x_2 + \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} \cdot \frac{z_2 x_1 - z_1 x_2}{z_1 + z_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

$$\varepsilon_{(z1)} - \psi(z_1)x_1 - \frac{2}{\pi \sin 2\alpha_c} \cdot \frac{z_2 \cdot x_1 - z_1 x_2}{z_1 + z_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$\therefore x_2 = \frac{\varepsilon_{(z1)} - u \cdot \varepsilon_{(z2)} + \left(\frac{2 \cdot u}{\pi \sin 2\alpha_c} - \psi(z_1)\right) x_1}{\frac{2}{\pi \cdot \sin 2\alpha_c} - u \cdot \psi(z_2)} \quad (9)$$

$$u = z_2/z_1$$

로 되고 式 (9)에 먼저 x_1 값을 代入하면 x_2 의 값이 얻어지고 兩齒面의 摩減는 같아진다.

6. 轉位기어의 强度設計

强度設計式도 맞물림 壓力角 α_b 를 基準으로 하여 이뿌리의 굽힘應力 또는 齒面의 接觸應力을 求하고 各種 修正係數들을 考慮한다.

6.1. 굽힘强度設計

齒의 折損을 이끄는 應力을 檢討하기 위하여 한개의 이끝에 全法線荷重 P_n 가 作用하는 것으로 보고 이뿌리 斷面에 發生하는 最大 굽힘應力 σ_b 를 생각하면

$$\sigma_b = \frac{6P_n \cdot l}{b \cdot S_f^2} \cos \alpha_w = \frac{6Pl \cos \alpha_w}{b \cdot S_f^2 \cdot \cos \alpha_b}$$

分子 · 分母에 모두 m 을 適用하면

$$\sigma_b = \frac{6Pl \cdot m \cos \alpha_w}{b \cdot m \cdot S_f^2 \cos \alpha_b}$$

齒形係數를

$$Y = \frac{6lm}{S_f^2} \cdot \cos \alpha_w$$

로 놓으면

$$\sigma_b = \frac{P}{b \cdot m \cos \alpha_b} \cdot Y$$

로 된다. 또 그림 9에서 齒切角을 α_k 로 하면

$$\alpha_w = \tan \alpha_k - \left(\frac{\pi}{2Z} + \text{inv} \alpha_c + \frac{2x}{Z} \tan \alpha_c \right)$$

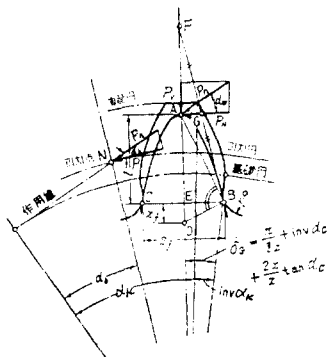


그림 9 齒의 굽힘强度

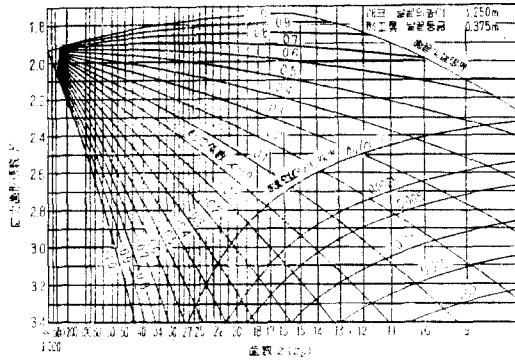


그림 10 應力齒形係數 $Y = \frac{6(lm)}{(S_f)^2} \cos \alpha_w$

x : 전위계수, $\cos \alpha_k = d_g / d_k$

여러 要因을 고려하는 修正係數로서 速度係數 $K_v = \left(1 + \frac{v}{3 \sim 15} \text{ 등} \right)$, 衝擊係數 $K_A = (1.00 \sim 2.00)$, 노치係數 $K_s \geq 1$, 齒面接觸係數 $K_b = 1 \sim 2$, 맞물림係數 $K_c = \frac{1.4}{\epsilon - 0.4} \leq 1$ 등을 곱하면 (수정계수는 참고서나 문헌에서 求함),

$$\sigma_b = K_v \cdot K_A \cdot K_s \cdot K_b \cdot K_c \cdot \frac{P}{b \cdot m \cos \alpha_b} \cdot Y \quad (10)$$

로하여 기어의 치수가 假定될 때의 發生應用으로 計算된다.

各種 材質의 이의 굽힘疲勞强度值 σ_{wo} 를 安全係數 $S_b = 1.5 \sim 4$ 로 나누어서 許容反復 굽힘應力을 $\sigma_{ba} = \sigma_{wo} / S_b$ 로 주면 使用應力은

$$\sigma_b = K_v \cdot K_A \cdot K_s \cdot K_b \cdot K_c \cdot \frac{P}{b \cdot m \cdot \cos \alpha_b} \cdot Y \leq \sigma_{ba} \quad (10a)$$

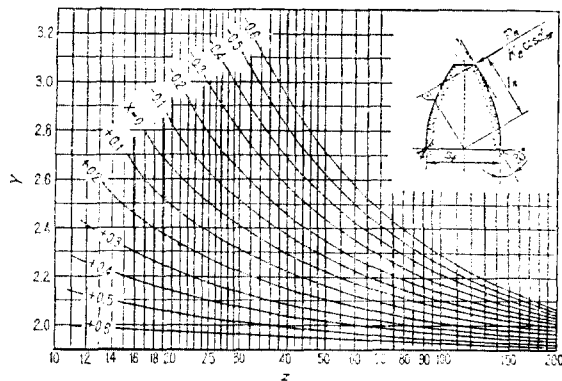


그림 11 轉位기어의 齒形係數 ($\alpha_c = 20^\circ$)

표 2 극부응력 (Y_F) 및 공침응력 (Y')에 계산기초를 둔 치형계수

$z(z_v)$	래크의 전위계수 x						래크의 전위계수 x						이론적 응력집중 계수 K_T $x=0$ 에서의
	-0.5	-0.2	0	+0.2	+0.5	+0.8	-0.5	-0.2	0	+0.2	+0.5	+0.8	
	치형계수 Y_F						치형계수 Y'						
10	—	—	—	—	—	2.96	—	—	—	—	—	1.56	—
12	—	—	—	—	3.55	3.08	—	—	—	—	1.94	1.62	—
14	—	—	—	4.05	3.56	3.14	—	—	—	2.41	1.92	1.62	—
16	—	—	4.47	3.99	3.57	3.17	—	—	2.96	2.29	1.90	1.62	1.54
17	—	—	4.30	3.97	3.58	3.21	—	—	2.80	2.25	1.88	1.63	1.53
20	—	—	4.12	3.90	3.59	3.25	—	—	2.55	2.17	1.87	1.64	1.62
25	—	4.39	3.96	3.81	3.60	3.33	—	2.81	2.33	2.09	1.86	1.67	1.70
30	4.67	4.14	3.85	3.75	3.61	3.37	3.18	2.54	2.22	2.03	1.85	1.69	1.74
40	4.24	3.90	3.75	3.68	3.62	3.44	2.74	2.30	2.10	1.96	1.83	1.71	1.79
50	4.02	3.83	3.73	3.66	3.62	3.48	2.47	2.18	2.04	1.93	1.82	1.73	1.83
60	3.93	3.82	3.73	3.68	3.63	3.52	2.33	2.12	2.00	1.91	1.82	1.74	1.86
80	3.98	3.81	3.74	—	—	—	2.18	2.10	1.96	—	—	—	1.91
100	3.87	3.80	3.75	—	—	—	2.12	2.02	1.95	—	—	—	1.94

이어야 한다.

中間車와 같이 兩振荷重을 받는 경우는 σ_w 대신에 $2\sigma_w/3$ 로 한다.

材料의 許容應力 σ_{ba} 의 값이 주어질 때는 許容接線荷重(回轉力)의 計算은 다음과 같다.

$$P = \frac{1}{K_v \cdot K_A \cdot K_s \cdot K_b \cdot K_c} \cdot \sigma_{ba} \cdot b \cdot m \cdot \cos \alpha_b \cdot \frac{1}{Y} \quad (11)$$

齒形係數 Y 는 轉位係數 x 와 잇수 z 의 函數로 되며 그림 10⁽⁶⁾ 및 그림 11⁽⁶⁾에 $\alpha_c=20^\circ$ 의 齒形係數값을 그림으로 표시한다.

또 이끝에 作用하는 垂直分力 P 에 의한 壓縮荷重도 생각하는 齒形係數를

$$Y' = \left(\frac{6l - s_f \cdot \tan \alpha_w}{S_f^2 / m} \cos \alpha_w \right)$$

로 하고 여기에 應力集中係數 $K_T^{(1)}$ (z 와 x 의 함수)을 곱한 齒形係數 $Y_F^{(1)} = Y' \cdot K_T$ 값을 일례로 표시하면 표 2와 같다.

표 2에서 z 가 증가하면 應力集中係數도 증가하고, x 의 증가에 대해서는 Y' 값은 減少함을 보이나, Y_F 값은 그리하지 못하다(z 증가에).

6.2. 面壓強度의 設計

一般的으로 表面硬化를 하지않은 기어에서는

齒面強度에 의하여 負荷能力이 定하여진다.

齒面の 凸面과 凸面과의 接觸應力이 材料의 限界値를 넘어서면 齒面損傷의 pitting(點腐蝕)이 일어난다.

齒面の 接觸點의 曲率반지름은 回轉에 의하여 變化하지만 피치點에서 Hertz式을 適用하여 最大接觸應力 σ_H (kg/mm²)을 求하면

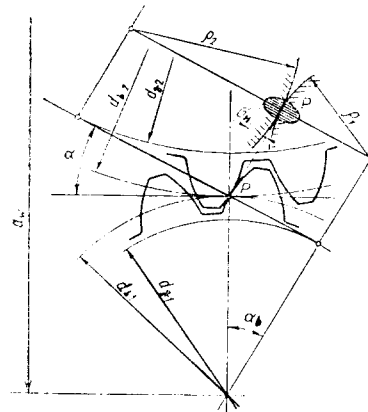


그림 12 접촉강도 계산을 위한 설명도

$$\sigma_H^3 = \frac{P}{\pi b \cos \alpha_b} \frac{(1/\rho_1 + 1/\rho_2)}{\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)}$$

μ_1, μ_2 ; 재료의 프와송의비

曲率반지름은

$$\rho_1 = \frac{d_{b1} \cdot \sin \alpha_b}{2}, \quad \rho_2 = \frac{d_{b2} \cdot \sin \alpha_b}{2} = \frac{u \cdot d_{b1} \cdot \sin \alpha_b}{2}$$

速度比; $u = d_{b2}/d_{b1}$

$u = \mu_1 = \mu_2$ 일 때는

$$\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} = \frac{1}{0.35} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$$

이들을 原式에 代入하면

$$\begin{aligned} \sigma_H^2 &= \frac{P}{b \cdot d_{b1}} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \frac{4}{\sin 2\alpha_b} \cdot 0.35 \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \\ \therefore \sigma_H &= \sqrt{\frac{2P}{b \cdot d_{b1}} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \frac{2}{\sin 2\alpha_b} \cdot \sqrt{0.35 \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $Z_H = \sqrt{0.35 \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}$

$$Z_M = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_b}}$$

$$Z_c^{(1)} = \sqrt{\frac{4-\varepsilon}{3}} \leq 1, (\varepsilon = 1.6 \text{ 때 } Z_c = 0.9)$$

로 놓으면

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_M \cdot Z_c \sqrt{\frac{2P}{b \cdot d_{b1}} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (12-a)$$

여기서도 修正係數로서 速度係數 K_v , 衝擊係數 K_A , 齒面接觸係數 K_b 및 새로이 潤滑係數 $K_L = (0.8 \sim 1.2)$ 를 導入하면 使用應用은

$$\begin{aligned} \sigma_H &= \sqrt{K_v \cdot K_A \cdot K_b \cdot K_u} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_c \cdot \sqrt{\frac{2P}{b \cdot d_{b1}} \cdot \frac{u+1}{u}} \leq \sigma_{H_0} \end{aligned} \quad (13)$$

로 된다.

σ_H 의 許容值 σ_{H_0} 는 헬쓰의 疲勞限度值 σ_{H_0} 를 安全係數 $S_H = 1 \sim 2.5$ 로 나눈값으로 주어진다.

$$\sigma_{H_0} = \sigma_{H_0} / S_H$$

調質材: $\sigma_{H_0} = 0.25 H_B \text{ kg/mm}^2$

表面硬化材: $\sigma_{H_0} = 2.5 H_{RC} \text{ kg/mm}^2$

H_B : 부린넬硬度, H_{RC} : 로크웰硬度
위 식을 變形하면 許容接線回轉力 P 는

$$P = \frac{1}{K_v \cdot K_A \cdot K_b \cdot K_L} \cdot \frac{1}{Z_H^2 \cdot Z_M^2 \cdot Z_c^2} \cdot \sigma_{H_0}^2 \cdot b \cdot d_{b1} \cdot \frac{u}{2(u+1)} \quad (14)$$

로 된다.

여기서 $Z_H^{(1)}$ 는 接觸齒面の 形狀을 고려한 係數로서 $Z_H = \sqrt{2/\sin 2\alpha_b}$ 와 같으며, 平齒車 및 헤리컬 기어에 있어서 $(x_1 + x_2)/(z_1 + z_2)$ 값이 증가할수록 Z_H 의 값이 작아짐을 알수있다.

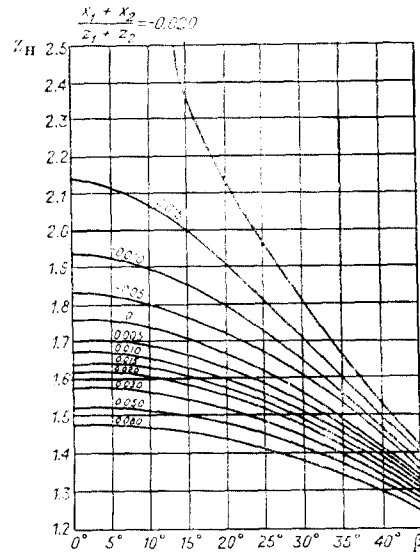


그림 13 평치차 및 헤리컬 기어 계산을 위한 Z_H 계수

또 $Z_c = \sqrt{(4-\varepsilon)/3}$ 은 어텐덤面(face)의 맞물림률을 고려한 것으로서 맞물림回轉 中の 有效接觸길이를 $3b/(4-\varepsilon)$ 로 보고 實驗的으로 計算한 것이다.

潤滑係數 K_L 는 齒面 및 潤滑狀態가 좋을 경우 1로해도 좋으나, 狀態가 좋지 않을 경우는 1보다 크게 한다. 油膜두께는 兩齒面の 구름速度가 클수록, 또 潤滑油의 粘度가 클수록 크다.

6.3. 헤리컬 기어의 強度計算

헤리컬 기어는 치직각 모듈(normal module) m_n , 齒直角基準壓力角 $\alpha_n (\alpha_n = \alpha_c)$, 相當平齒車 잇수 $Z_0 = Z/\cos^3 \beta$ 를 갖는 相當平齒車로 생각하

解 說

고 轉位係數 x 에 대한 기어의 正面맞물림壓力角(軸直角壓力角) α_{bs} , 軸直角基準壓力角 α_0 ($\tan \alpha_0 = \tan \alpha_n / \cos \beta$), 基礎圓筒上的 잇줄비틀림角 β_g 로 하던

$$P_n = P \cdot \cos \alpha_{bs} \cdot \cos \beta_g,$$

$$\text{有效齒幅} : b_n = b / \cos \beta_g$$

(齒幅이 클때는 平均全接觸線길이 $\epsilon_s \cdot b / \cos \beta_g$ 를 사용)을 Lewis 式에 代入하여 굽힘強度는

$$\sigma_b = K_v \cdot K_A \cdot K_s \cdot K_\epsilon \cdot K_b \cdot \frac{P}{b \cdot m_n \cos \alpha_{bs}} \cdot Y \cdot Y_B \leq \sigma_{ba} \quad (15)$$

$$\beta \leq 40^\circ \text{ 에서 } Y_B = 1 - \frac{\beta}{140} \quad (1)$$

$$P = \frac{1}{K_v \cdot K_A \cdot K_s \cdot K_\epsilon \cdot K_b} \cdot \sigma_{ba} \cdot b \cdot m_n \cdot \cos \alpha_{bs} \cdot \frac{1}{Y} \cdot \frac{1}{Y_\beta} \quad (16)$$

이다.

또 面壓強度式은

齒面の 曲率반지름을 각각

$$\rho_1 = \frac{d_{b1} \cdot \sin \alpha_{bs}}{2 \cos \beta_g}, \quad \rho_2 = \frac{d_{b2} \cdot \sin \alpha_{bs}}{2 \cos \beta_g}$$

로 하여

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{P}{\epsilon_b \cdot b \cdot d_{b1}} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \frac{2 \sqrt{\cos \beta_g}}{\sqrt{\sin 2\alpha_{bs}}} \cdot \sqrt{0.35 \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}} \quad (17)$$

$$\text{여기서 } Z_H = \sqrt{0.35 \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}, \quad Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_g}{\sin 2\alpha_{bs}}}$$

$$Z_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_s}} \quad (1) \text{ 로 놓으면}$$

$$\sigma_H = \sqrt{K_v \cdot K_A \cdot K_b \cdot K_L \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon \cdot \sqrt{\frac{2P}{b \cdot d_{b1}} \cdot \frac{u+1}{u}}} \leq \sigma_{Ha} \quad (18)$$

$$P = \frac{1}{K_v \cdot K_A \cdot K_b \cdot K_L} \cdot \frac{1}{Z_H^2 \cdot Z_M^2 \cdot Z_\epsilon^2} \cdot \sigma_{Ha}^2 \cdot b \cdot d_{b1} \cdot \frac{u}{2(u+1)} \quad (19)$$

로 된다.

또 相當曲率반지름 ρ_e 및 正面 맞물림 壓力角의 式은

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{2 \cos \beta_g}{\sin \alpha_{bs}} \left(\frac{1}{d_{b1}} + \frac{1}{d_{b2}} \right) =$$

$$\frac{(u+1)^2 \cos \beta_g}{u \cdot a \cdot \sin \alpha_{bs}},$$

$$\text{inv} \alpha_{bs} = 2 \tan \alpha_n \left(\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \right) + \text{inv} \alpha_{bs} + \left(\frac{c_n}{m \cos \alpha_n (z_1 + z_2)} \right)$$

이 된다.

6.4. 各種 強度設計式의 傾向과 기어의 實際

各國에서 使用되는 強度設計式은 여러가지 있고 特色이 다르지만 原理는 Lewis 의 굽힘強度와 Hertz 의 面壓強度式에 基本을 두고, 修正係數만이 各各 다르게 採擇되고 있다.

지금까지 本文에 使用되지 않은 修正係數로서는 荷重分布係數, 壽命係數, 치수效果係數, 硬度比係數, 齒面粗度係數, 運轉條件係數, 領域係數, 信賴度係數, 面壓速度係數, 溫度係數 등이 있고, 式에 따라서 필요한 修正係數가 採擇되기 때문에 各 式마다 係數의 樣相이 다르지만, 이들의 係數는 理論的 解析에 의한 것, 實驗에 의한 것, 經驗에 의한 것 등이 있고 內容이 大端히 複雜하다. 또 아직까지 不明한 것들도 있어서 앞으로 修正係數는 계속 더 研究되어야 할 것이다.

強度設計式에 修正係數를 어떻게 採擇하느냐에 따라서 負荷容量도 다르게 되고 特色도 多少 다르게 되지만 修正係數를 精密하게 採擇할수록 기어의 強度는 餘裕가 적어지고 實際에 가까워진다.

Enclosed gear (compacted gear)는 Open gear 등에 比하여 齒車裝置가 갖는 能力의 限界까지 使用하는 設計를 하는 경우가 있고, 이때는 修正係數를 더 綿密하게 고려해야 할 것이다.

各種 強度設計式을 使用하여 同一條件의 設計 入力에 대하여 計算해낸 許容接線荷重值⁽³⁾는 서로 相當한 差違⁽³⁾를 나타내고 있음을 알고있다. 이러한 差違는 式에 어는 程度의 許容荷重을 計算하였는지, 또는 影響을 미치는 諸要因을 어느 程度 고려했는가에 따라서 다르게 된다.

BS^(3,6)式이나, AGMA^(3,6)式이 他式보다 얕은 許容負荷值⁽³⁾가 算出되기 때문에 이들은 他式에

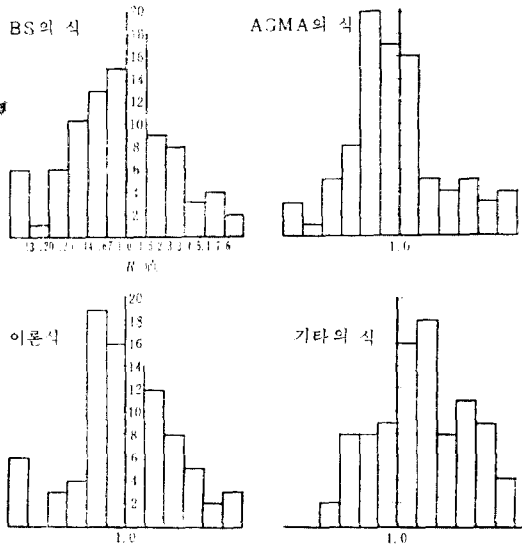


그림 14 損傷을 일으키는 項目에 의한 R 値의 分布

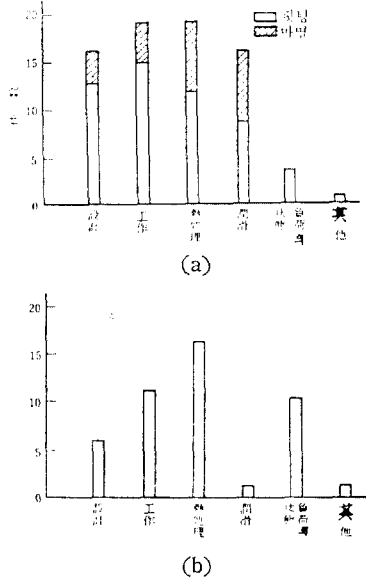


그림 15 (a) 齒面 損傷의 原因別 件數 (損傷齒車 41 件)
(b) 齒의 折損의 原因別 件數 (損傷齒車 29 件)

比較하여 多少 餘裕를 가지고 있음이 暗示된다. 따라서 修正係數에는 實績을 가지고 있는 會社側의 經驗値를 參照하는 것이 安全하다. 그리고 外國의 齒輪 損傷의 原因調査例⁽⁴⁾를 보면

$$R = \frac{\text{各 計算式에 의한 許容馬力}}{\text{實負荷(또는 모우터馬力)}}$$

로 할때 그림 14⁽⁴⁾와 같이

- (1) $R < 1$ 로 設計되어서 損傷이 많이 나타났고,
- (2) $R > 1$ 로 設計되어 損傷된 것은 기어의 熱處理, 工作, 潤滑, 기타 外的 要因으로 損傷을 일으킨 것이다.

齒面의 損傷의 原因別 件數와 齒의 折損原因別 件數는 그림 15⁽⁴⁾와 같이 나타났다.

이것으로서 기어의 損傷은 設計未備만이 아니라 製作技術의 精度와 組立誤差등에 起因하는 것도 상당히 높음을 나타내고 있으므로 會社側은 自社의 水準에 맞는 誤差補償係數를 設定할 필요가 있다고 본다.

7. 結 論

在來의 標準齒輪方式으로는 여러가지의 脆弱點이 있는데, 이러한 缺點은 齒形을 다시 矯正 (correction)하는 轉位齒輪方式으로 設計하여 性能이 改善되고 解決될 수 있다. Corrected tooth의 創成은 工具를 轉位하여 切削하므로 이루어지고, 이 방식은 齒形曲線의 曲率반지름을 增加시키며, 미끄럼率을 減少시켜서 强度를 增加시키도록 設計할 수 있다.

本 解説에서는 轉位齒輪 領域에서 기어의 性能改善와 複雜한 强度의 設計方法등을 最近傾向에 符合시키고 統一된 形式의 體系로 齒輪設計를 쉽게 發展시킬 수 있도록 試圖한 것이다.

轉位齒輪設計의 特徵을 要約하면 다음과 같다

- (1) 잇수가 작은 퍼니언의 언더 컷을 피할 수 있다.
- (2) 맞물림率과 미끄럼率을 改善하여 性能을 높일 수 있다.
- (3) 이의 굽힘强度, 面壓强度, 및 摩滅抵抗을 높일 수 있도록 設計할 수 있다.
- (4) 퍼니언과 기어를 等强度 또는 同一-미끄럼率로 設計할 수 있다.
- (5) 中心距離不變과 中心距離增加의 方式으로

■ 解 說

設計하여 要求條件을 넓게 滿足시킬 수 있다.

(6) 轉位係數는 多樣하고, 要求되는 目的에 맞는 값으로 採擇할 수 있으며 또 開發될 素地가 있다.

(7) 轉位係數는 可能한 限, 支障없는 範圍에서 크게 採擇한다.

(8) 轉位기어의 計算에는 언제나 맞물림壓力角, 맞물림피치圓지름, 增加된 中心距離의 算出이 先行되어야 한다.

(9) 強度設計에서는 修正係數를 嚴密하게 取할수록 精密設計가 되고 修正係數에 따라서는 理論적으로 大端히 複雜한 것들도 있으며 앞으로 새로운 修正係數가 開發될 것이다.

(10) 強度設計에서 工作, 熱處理, 潤滑 및 負荷狀態등의 影響을 豫見하는 會社側의 補償係數가 反映되면 安全도가 높아질 것이다.

(11) 齒面의 미끄름速度 V 는 피치點에서 맞물림 始點까지의 거리(접근 맞물림 거리)를 $\rho = \sqrt{r_k^2 - r_g^2} - r_b \sin \alpha_b$ 로 할 때

$$V = \frac{2\pi}{60} \cdot \rho(n_1 + n_2) = \frac{\pi}{30} \cdot \rho(n_1 + n_2) \text{ mm/sec}$$

이고 미끄름速度를 減하여 齒面의 마멸을 적게 하기 위해서는 r_k, r_b, α_b 를 조정하여 ρ 를 작게 할 것이다.

(12) σ_H 의 接觸응력 값을 적게하기 위해서는 맞물림 始點에서의 相當曲率반지름 $\rho_e, \left(\frac{1}{\rho_e} = \frac{\text{작용선길이}}{\rho_1 \cdot \rho_2}\right)$ 를 크게 하여야 할 것이다.

參 考 文 獻

- (1) D.N. Resheton: Machine Design, MIR Publishers Moscow, (1978)
- (2) 窪田, 日本機械學會講演前刷, (1956~4)
- (3) 日本機械學會, 齒車의 精度と設計に關する調査研究分科會報告書 (1977)
- (4) 日本機械學會, 齒車損傷の原因と對策に關する調査研究分科會報告書 (1974)
- (5) 朴載春, 李重鎬: 最新機械設計, 東明社
- (6) 便覽編集委員會, 機械設計便覽(新版, 下卷) 丸善株式會社, (1973)

