東洋에서의 級數硏究 參考

이 창 구

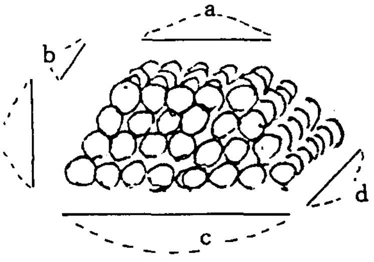
한양대학교 수학과 교수

東洋數學의 特徵은 代數的인 方法에 있다. 特히 이들은 一般的인 文字의 사용을 피하고 있으나, 같은 類型의 문제를 되풀이하면서 一般的인 공식을 默示的으로 體得할 것을 기대하고 있었다.

특히 級數의 合을 구하는 수법을 퇴타술 또는 타술 유제술, 계술이라 한다.

文獻上으로 나타나기는 3세기경의 위(魏)의 유휘(劉徽)는 이미 무한급수의 합을 구하는 문제를 생각하고 있었다.

이 분야에 관한 연구는 동양수학 가운데에서도 거의 주류의 위치에 있었다. 北宋의 沈活은 몽계필담(蒙溪筆談)에서 수많은 과학논문을 발표한바 있다. 특히 그는 會圓術이라는 항목으로 원의 산법에 관한 문제를 다루고 있으며, 또 권 18에 극적술(隙積術)을 소개하고 있다. 그것은 술독을 사다리 꼴 모양으로 쌓아 올릴때의 그 총합을 구하는 것이다.



극 적 술

지금 밑변에 가로와 세로를 각각 c와 d개를 배열하고, 즉 밑의 제 1 층에는 cd개의 술독이 있다. 제 2 층에는 각각 가로 세로 한개씩 적게 배열한다. 따라서 제 2 층에는 $(c-1)(d-1)$개가 있다. 이와 같이 차례로 h층에 이른다. h층에는 ab개가 있다. 또 거꾸로 h층으로 부터 시작하여

$$N = ab+(a+1)(b+1)+ \cdots\cdots +(a+h-1)(b+h-1)$$

을 구하는 일이 된다. 여기서

$$a=c-(h-1),\ b=d-(h-1)$$

沈活은 이급수의 합이

$$N=\frac{h}{6}\{(2b+d)a+(2d+b)c\} + \frac{h}{6}(c-a)$$

로서 그 공식으로 삼고 있다.

그는 그 이유를 이론적으로 제시하고 있지는 않은데 아마도 부피계산으로 얻어진 것으로 믿어진다.

후세 심활의 「극적술」은 퇴타술 또는 타술이라 불리우고 같은 크기의 물건을 쌓아 올리는 문제를 뜻한다. 그러나 청(淸)의 수학자 고관광(顧觀光)은 「퇴타술은 양휘(楊輝), 주세걸(朱世傑)이 자세히 연구했으나 그 창시자는 심활이다.」 하고 있으며, 실제로 그 주장은 옳다. 그 후 양휘의 「양휘산법」과 주세걸 사원옥감(四元玉鑑)에서는 세밀히 연구되어 있다. 가령 주세걸은 「사원옥감」의 교초형단(交草形

段) 7문, 전적교참(箭積交參) 7문, 여상초수(如像招數) 5문, 하권의 과타첩장(果垜疊藏) 20문, 합계 39문제가 급수의 합을 구하는 문제이다. 모두가 현원술로서 처리된다.

가령 교초형관의 첫문제는 다음과 같다.「여기에 교초(소, 말의 먹이인 풀) 680다발이 있다. 이것을 낙일형(落一形)으로 쌓아 올린다. 밑의 것은(柢子)얼마 있는가」 답 15다발.「낙일형」이란 삼각뿔(三角錐)로 쌓아 올림을 뜻한다.)

$$680 = 1+3+6+\cdots\cdots+\frac{n(n+1)}{2}$$
$$= \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

n은 밑에 있는 것의 갯수이다.

이책에는 다음표와 같이 여러종류의 급수에 관한 방법이 다루워지고 있다.

1. 교초타(茭草垜)

$$1+2+3\cdots\cdots+n = \frac{1}{2}n(nt_1)$$

2. 낙일형타(落一形垜, 三角垜)

$$1+3+6+\cdots\cdots+\frac{n(n+1)}{2}$$
$$= \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

3. 산성형타(撒星形垜, 三角落一形垜)

$$1+4+\cdots+\frac{1}{6}n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4!}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

4. 산성경락일형타(撒星更落一形垜, 三角撒星形垜)

$$1+5+\cdots\cdots+\frac{1}{4!}n(n+1)(n+2)(n+3)$$
$$= \frac{1}{5!}n(n+1)\cdots(n-4)$$

5. 삼산살성경락일형타(三角撒星更落一形垜)

$$1+6+\cdots\cdots+\frac{1}{4!}n(n+1)\cdots\cdots(n+4)$$
$$= \frac{1}{6!}n(n+1)\cdots\cdots(n+5)$$

6. 람봉형타(嵐峰形垜)

$$1+2(1+2)+\cdots\cdots+n(1+2+\cdots\cdots$$
$$= \frac{1}{4!}n(n+1)(n+2)(3n+1)$$

7. 람봉경락일형타(嵐峰更落一形垜, 三角嵐峰形垜)

$$1+2(1+3)+\cdots\cdots+n(1+3+\cdots\cdots$$
$$+\frac{n}{2}(n+1) = \frac{1}{5!}n(n+1)(n+2)(n+3)(4n+1)$$

여상초수(如像招數)의 문제는 역계산(曆計算)으로 알려져 있는 보간법(補間法)과 일치하는 것이다. 그 보기로서 다음이있다.「지금 관(官)에서 입방(立方)으로서 병정을 모집한다. 처음 방면삼척(方面三尺)으로 모집하고 다음 방면을 1척씩 늘리고 모집한다. 한사람당, 하루 돈을 250문을 지급한다. 이미 23,400명을 뽑았고, 돈23,462관(貫)을 지급하였다면 몇일간이나 모집하였을까?

답 15일

(「방면3척」이란 길이와는 관계없고,입방으로 모집한다는 것을 뜻한다. 첫날에 $3^3=27$명을 모집한다.

다음날 한척을 늘이고 $4^3=64$명을 모집하고 몇일후에는 234,000명 모집한다. 이 기간을 구하는 것이 문제인 것이다. 이것은 앞서 설명한 공식에서 4차를 전제로 하고 보

간식이 사용되는 것이다. 「사원옥감」에서는 4차의 보간식을 쓰고 있다. 보간식을 사용해서 급수의 합을 구하는 방법을 초차법(招差法, 招差術)이라 한다.

한국의 전통수학에서는 이 타술에 관한 연구가 매우 활발했으며 특히 이상혁(李尙爀)의 익산(翼算)에서는 본격적으로 연구되어 있다.

參考文獻

沈 活著 梅原 郁譯注	夢漢筆談	平凡社
劉 徽著 載 雲校	九章算術	臺滴商務 印書舘
李 尙爀	翼 算	

之得縣數[illegible]

解曰此以反錐差乘四角垛積故用四角撒星衩

積法求之也

設如官司依平方招兵初段方邊五尺次段方邊轉

多一尺每人初日給米三升次日轉多三升已支米

四千四百七十七石三斗二升問招來幾日第九問

答曰十五日

法以初段方積二十五爲一差次方積三十六倍

之得七十二爲二差再次方積四十九內減次方

積餘十三爲積較三之得三十九爲三差又再次

故用四角垛積法求之而遞加之數爲四故四之

也以日數乘減招以減於初招則餘爲末日招數

內減遞加數與第一問同

設如三角垛果子一所直錢五百零四文只云底面

每箇直錢三文次上層層每箇累貴二文問底邊幾

何 第三問

答曰七箇

法立天元一爲三角落一底邊太丨以天元加一

乘之又天元加二乘之爲三角垛積六倍太‖|||

丨又天元加三乘之仍倍之得太一‖二‖一‖‖於上