

## Fin Assembly에서의 2次元 熱伝達 解析 (The Two-Dimensional Heat Transfer Analysis in a Fin Assembly)

徐廷一\* · 趙珍鎬\* · 曹鐘徹\*\* · 姜熙永\*\*\*  
J. I. Seoh · J. H. Cho · J. C. Jo · H. Y. Kang

### Abstract

The conventional heat transfer analysis methods based on the one-dimensional theory are not adequate to be applied for the purpose of finned surface design because the two-dimensional effects in fact are induced within the supporting wall by the presence of the finnes. In this study, the two-dimensional heat transfer of a straight fin assembly is analyzed by using the integral method.

It is shown that all the effects of the system parameters i.e., the heat transfer parameters and geometrical parameters, on both the total heat transfer rate and the surface temperature effectiveness can be seen from the present analysis. The optimum combinations of these parameters for the design of finned surfaces may be estimated.

### 記号說明

$a, b, c$  = 무차원 핀 반두께, 반피치, 벽두께  
 $B_1, B_2, B_3$  = fin assembly Biot 數  
 $f(X), g(Y)$  = 假定函数  
 $G(a) = \int_0^a g(Y) dY$   
 $h$  = 对流熱伝達係數  
 $k$  = 熱伝導率  
 $L = (S + l)$   
 $l, p, s, t$  = 핀의 길이, 피치, 벽두께, 핀두께  
 $M = \sqrt{B_3 \sin a / \{(a + B_3) \sin a - a B_3 \cos a\}}$   
 $N = \{a B_3 \cos a - (a + B_3) \sin a\} / (B_3 \cos a - \sin a)$   
 $Q, Q^*$  = 放熱量, 無次元放熱量  
 $\gamma_k$  = 핀과 모체벽의 熱伝導率比 (=  $k_w/k_f$ )  
 $T$  = 온도 ( $\equiv T(x, y)$ )  
 $U = \int_{r_1}^{r_2} \theta dY$

$W$  = 핀 幅  
 $X, Y$  = 무차원 직교좌표  
 $X_1, X_2$  = 임의 직사각형 溫度分布場에서 橫斷境界의 兩端  $X$ 座標 ( $X_1 < X_2$ )  
 $Y_1, Y_2$  = 임의 직사각형 溫度分布場에서 縱斷境界의 兩端  $Y$ 座標 ( $Y_1 < Y_2$ )  
 $Z = a(b - a) \{ \cot(b - a) + \cot a \} / b$   
 $x, y$  = 직교좌표  
 $\beta_e, \epsilon_r$  = 각각 誤差限界, 相對誤差  
 $\eta$  = fin assembly 表面溫度效率  
 $\theta$  = 무차원 온도 ( $\equiv \theta(X, Y)$ )  
 (下添字)  
 $f$  = 핀  
 $H$  = unfinned side의 高溫流體  
 $L$  = finned side의 低溫流體

\* 漢陽大學校 工大 機械科  
 \*\* 漢陽大學校 大學院 機械科  
 \*\*\* 韓國에너지 研究所

$o = 1$  차원 해석결과

$w = \text{벽}$

I, II, III = 각각 부영역 I, II, III

## 1. 序 論

자동차, 항공기, 공기조화·냉동, 초저온 냉동, 전자, 가스터어빈 및 플라즈마 등과 같이 열전달에 관련되는 공학의 많은 부분에서 擴張表面技術은 대단히 중요하다. 擴張表面의 設計를 위한 열전달 해석은 일반적으로 핀 配列에서의 온도분포가 1차원적으로서 핀 行間壁面과 핀 베이스의 온도가 위치에 무관하고 동일하다는 가정하에 이루어지고 있다.<sup>[1]</sup> 그러나 이와같이 핀 부착으로 인한 2차원 열전도 효과를 무시한 설계 계산에서는 핀으로부터의 방열량이 過大 算定된다.<sup>[2]</sup> E. M. Sparrow 등<sup>[3]</sup>은 두꺼운 벽에 부착된 고립 직선핀에 대하여 핀 베이스 온도강하를 조사하였으며 最適設計條件의 Biot數에 대하여 10~20%의 溫度降下가 일어난다고 보고하였다. 모체벽과 재질이 다른 고립 직선핀이 부착된 모델에 관한 D. E. Klett 등<sup>[4]</sup>의 연구에서는 열전도율의 비가 클수록, 핀 두께에 대한 핀 높이의 비가 작을수록 온도강하가 크다고 보고하였다. 핀 配列에서의 열전달에 관한 연구로서는 처음으로 E. M. Sparrow와 L. Lee<sup>[2]</sup>가 핀 베이스와 行間壁面에서의 온도가 서로 다르지만 각각의 경우에 동일하다는 가정하에 두 부분에서의 熱 플럭스 모델을 설정하여 해석하였다. 또한 N. V. Suryanarayana<sup>[5]</sup>는 직선핀 배열에서 1차원 해석에 의한 방열량 산정의 타당성을 조사하기 위하여 finite differences를 이용한 2차원 해석 결과에 대한 상대오차를 조사한 결과, 통상적인 1차원 해석에 의한 결과는 방열량에서 80%까지 과대산정될 수 있는 것으로 나타났다. 그런데 [5]에서는 벽 두께와 핀 높이가 증가함에 따라서, 핀 行間거리와 finned side에 대한 unfinned side의 열전달계수 비가 감소함에 따라서 오차가 증가하고, 핀 높이와 핀 두께가 같은 경우에 1차원 해석이 만족할 만한 값을 제시한다고 하였으나 이것은 [4]에서의 결과와 相反된다. 그리고

L. Lee<sup>[2]</sup>는 튜브에 부착된 직선핀들 사이의 행간거리가 증가할수록 오차도 증가한다는 결론을 내렸으나 이것은 N. V. Suryanarayana<sup>[5]</sup>의 고찰에 相反된다. P. J. Heggs 등<sup>[6]</sup>은 직선핀과 環狀핀을 통한 1차원 및 2차원의 해석에 의한 방열량을 비교적 광범위한 system parameter들에 대하여 비교하여 각종 parameter들이 1차원 해석결과와의 상대오차에 미치는 영향을 조사하였으나, 앞선 연구들에서 finned surface와 unfinned surface를 통한 방열량에 대하여 분리된 표현식을 사용하였고 2차원 해석에서 finite differences와 같은 수치해법을 도입하였기 때문에 그러한 결과들로서는 앞에서 언급된 相反된 결론들을 해명할 수 없었다. 최근에 M. Manzoor 등<sup>[7]</sup>은 fin assembly에서의 열전달에 대한 1차원 해석방법으로서 수학적으로 formal한 이론을 제시하고 일반적으로 사용되고 있는 전기회로이론에 의한 기법(수학적으로 informal함)과 해석결과면에서 일치함을 보였으나 제시된 해석방법의 적용성 여부는 조사되지 않았으며, 핀 행간거리가 핀 두께보다 작은 경우에는 그러한 1차원 해석이 매우 부적합하다고 보고하였다. 그런데 擴張表面設計에 있어서 핀 행간거리는 핀 부착효과에 영향을 미치는 중요한 geometrical parameter로서 경시될 수 없으므로 fin assembly 열전달에 대하여는 가능한 해석적인 방법으로 2차원 해석이 이루어져야 할 것이다.

따라서 본 연구에서는 이에 부응하기 위하여 fin assembly에서의 2차원 열전달을 積分法<sup>[8-12]</sup>으로 해석하여 모든 parameter들의 項으로 표시되는 온도분포와 방열량 및 表面溫度效率(surface temperature effectiveness)들에 대한 解를 구하였다. 그리고 몇가지 중요한 heat transfer parameter들과 geometrical parameter들의 영향도 조사하였다. 또한 본 연구에서는 fin assembly 熱交換性能의 合理的인 判定基準으로서 새로운 表面溫度效率를 定義하여 핀 行間거리의 最適值를 구할 수 있도록 하였다.

## 2. 解 析

Fig. 1에 圖式的으로 나타낸 바와 같이 평면벽

에 등간격으로 부착된 사각형단면의 직선핀들로 구성되어 있는 하나의 熱交換器를 解析 모델로 고려하기로 한다. 이러한 용도의 fin assembly에서는 거의 強制對流로써 熱交換을 시키므로 핀 相互間 또는 핀과 핀行間壁面과의 相互輻射 뿐만 아니라 핀으로부터 冷却流體로의 輻射熱傳達은 일반적으로 무시할 수 있다.

본 연구에서 선정된 fin assembly 모델에서는 핀 중심선과 핀 行間 중심선이 두개의 對稱線組合을 이루므로 인접한 두대칭선 사이의 빗금친領域을 세계의 副領域으로 분할하여 해석하기로 한다.

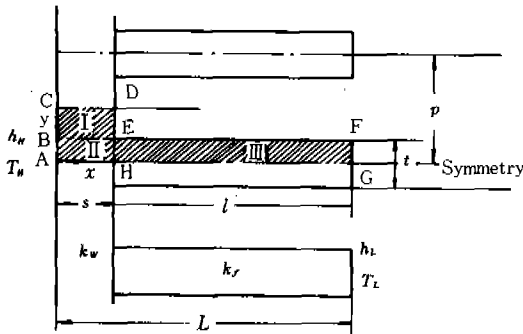


Fig. 1 Schematic configuration of a longitudinal rectangular fin assembly and related coordinate system

앞에서 설정한 溫度分布場에서의 열전달에 관한 이론적인 해석을 위하여 다음과 같은 假定을 하였다.

〈假定〉

- (1) 핀과 모체벽의 재질은 均一, 等方性이며, 각각의 熱傳導率은 고려중인 溫度範圍内에서는 溫度에 관계없이 一定하다.
- (2) 핀과 모체벽면사이에는 完全히 接觸되어 接觸熱抵抗이 무시된다.
- (3) 内部熱源이 없고 fin assembly 全體에 걸쳐서 熱流動은 2次元的이다.
- (4) 對流熱傳達은 Newton의 冷却法則으로 記述될 수 있다.
- (5) 핀 側의 對流熱傳達係數는 解析領域内的 핀 表面과 行間壁表面 全體에 걸쳐서 一定하다.
- (6) 壁內側 高溫流體와 핀側 冷却流體의 溫度는 각각 解析領域内에서 均一, 一定하다.

해석을 간편하게 하기 위하여 무차원 형태의

媒介變數들

$$\theta = (T - T_L) / (T_u - T_L), \quad X = x/L, \quad Y = y/L, \\ a = t/2L, \quad b = p/2L, \quad c = s/L, \quad B_1 = h_u L / K_w, \\ B_2 = h_l L / K_w, \quad B_3 = h_l L / K_f, \quad \gamma_\kappa = \frac{K_w}{K_f}$$

를 導入하여 fin assembly 모델에서의 온도분포를 나타내는 미분방정식과 그 경계조건들을 無次元化하여 기술 하면 다음과 같다.

미분방정식

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = 0 \quad \text{in all regions} \dots\dots\dots (1)$$

경계조건

$$AB \text{와 } BC \quad \frac{\partial \theta_w}{\partial Y} = -B_1 (1 - \theta_w) \dots\dots\dots (2a)$$

$$BE \quad \frac{\partial \theta_{wI}}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_{wII}}{\partial Y} = f(X) \dots\dots\dots (2b-1)$$

$$\theta_{wI} = \theta_{wII} \dots\dots\dots (2b-2)$$

$$CD, AH \text{ 및 } HG \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \dots\dots\dots (2c)$$

$$DE \quad \frac{\partial \theta_{wII}}{\partial X} = -B_2 \theta_{wII} \dots\dots\dots (2d)$$

$$EH \quad \frac{\partial \theta_{wII}}{\partial X} = \frac{1}{\gamma_\kappa} \frac{\partial \theta_f}{\partial X} = g(Y) \dots\dots\dots (2e-1)$$

$$\theta_{wII} = \theta_f \dots\dots\dots (2e-2)$$

$$EF \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = -B_3 \theta_f \dots\dots\dots (2f)$$

$$FG \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial X} = -B_3 \theta_f \dots\dots\dots (2g)$$

여기서  $f(X)$ 와  $g(Y)$ 는 假定函數이다.

2-1. 近似溫度分布에 대한 表現式的 假定

핀의 방열효과로 생기는 2차원 열유동에서는 유사한 유체유동의 경우에서와 같이 핀으로 들어가는 熱流線에 대한 vena contracta 효과가 있다. 따라서 副領域 I과 II(모체벽)에서는 두 영역 상호간에 縱方向으로의 熱傳導에 의한 熱플럭스 接受로 인하여, 그리고 副領域 III(핀)에서는 핀 표면의 대류열전달에 의한 중심부에서 표면으로의 熱傳導로 인하여 固定된 X座標에 대한 溫度分布는 Y座標에 따르는 勾配를 가질 것이므로, Laplace 方程式(1)에서 無次元 空間座標 Y

에 관한 偏微分項을 Y에 대한 積分으로 제거하기로 한다.

이러한 目的에 따라 고찰하고 있는 全領域에 걸쳐 近似溫度分布를 다음과 같이 假定하기로 한다.

$$\theta(X, Y) = \alpha(X) + \beta(X) \sin Y + \gamma(X) \cos Y \dots (3)$$

여기서  $\alpha, \beta, \gamma$ 는 X만의 함수로서 未定函數이다.

### 2-2. Fin Assembly에서의 溫度分布

積分法에 의한 2차원 정상상태 열전도에 관한 기존 연구들<sup>(8-11)</sup>에서와 마찬가지로 각 부영역에 대응하는 一連의 縱斷境界條件(예를 들면, 부영역 I에 대하여는 식(2b-1)과 식(2c)에 식(3))을 적용하면 온도분포식은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\theta_{wi}(X, Y) = \alpha_{wi}(X) + f(X) \cos(b-Y) / \sin(b-a) \dots (4a)$$

$$\theta_{wii}(X, Y) = \alpha_{wii}(X) - f(X) \cos Y / \sin a \dots (4b)$$

$$\theta_r(X, Y) = \alpha_r(X) \{1 - B_3 \cos Y / (B_3 \cos a - \sin a)\} \dots (4c)$$

미분방정식(1)을  $Y=Y_1$ 에서  $Y=Y_2$ 까지 적분한 다음, 각 부영역에 대응하는 縱斷境界條件을 적용하고  $U(X) = \int_{Y_1}^{Y_2} \theta(X, Y) dY$ 를 정의하면 각 부영역에 대하여 식(1)은 다음과 같이 無次元空間座標 X에 대한 2階常微分方程式들로 된다.

$$\frac{d^2 U_{wi}(X)}{dX^2} - f(X) = 0 \dots (5a)$$

$$\frac{d^2 U_{wii}(X)}{dX^2} + f(X) = 0 \dots (5b)$$

$$\frac{d^2 U_r(X)}{dX^2} - M^2 U_r(X) = 0 \dots (5c)$$

방정식(5)를 풀기 위하여는  $X=X_1$ 과  $X=X_2$ 에서의 境界條件雙을 사용하여야 하는데, 그 境界條件雙들은 실제의 해에 의해서만 만족되므로 가정근사식(3), 즉 방정식(5)에 모순이 없는 새로운 형태의 修正境界條件이 필요하다. 따라서 縱斷境界條件들인 식(2a), (2d), (2e) 및 (2g)를 修正形態로 변환하면 다음과 같다.

$$AB \quad \frac{dU_{wi}(X)}{dX} = -B_1 \{a - U_{wi}(X)\} \dots (6a)$$

$$BC \quad \frac{dU_{wi}(X)}{dX} = -B_1 \{(b-a) - U_{wi}(X)\} \dots (6b)$$

$$DE \quad \frac{dU_{wi}(X)}{dX} = -B_2 U_{wi}(X) \dots (6c)$$

$$EH \quad \frac{dU_{wi}(X)}{dX} = \frac{1}{\gamma_r} \frac{dU_r(X)}{dX} = G(a) \dots (6d-1)$$

$$U_{wi}(X) = U_r(X) \dots (6d-2)$$

$$FG \quad \frac{dU_r(X)}{dX} = -B_3 U_r(X) \dots (6e)$$

경계의 일부가 熱接觸抵抗이 없이 完全接觸된 두 溫度分布場에서의 2차원 熱傳導問題는 極少數의 특별한 경우를 제외한 일반적인 경우, 즉 두 온도분포장의 기하학적 형상, 치수 및 境界 조건(대칭경계조건의 경우는 제외)들 중에서 어느 한가지라도 相異하면 두 온도분포장의 공유면에서 境界조건으로 주어지는 온도분포의 동일 조건과 熱플럭스의 동일조건을 적용하기가 어려운 경우가 대부분이므로 解析的인 解를 구하기가 대단히 어렵다. 본 연구에서는 이러한 難題를 해결하기 위하여  $f(X)$ 를 먼저 常數係數를 갖는 任意函數들의 線型sum으로 假定하여 부영역 I과 II에서의 온도분포를 구한 다음 공유면에서 境界조건으로 주어지는 온도분포의 동일 조건식(2b-2)를 적용함으로써  $f(X)$ 에 대한 假定表現式에 未定으로 남아있는 常數係數들을 결정하기로 한다. 그러나 본 연구에서 얻게 되는 부영역 I과 II에서의 온도분포식들이 X에 관한 多項式의 형태로 표시되므로 식(2b-2)를 적용하기 위해서는  $Y=a$ 에서의 온도분포식을 未定係數法으로 X의 同一幕項의 係數를 等置하여 常數를 결정하게 되며, 이때의 X역함 갯수와 미정상수의 갯수가 같아야 하는 조건을 만족시키고 식(5)의 積分項이 쉽게 처리될 수 있는 가장 단순한 형태의 函數들의 線型sum으로  $f(X)$ 를 選定하여야 할 것이다. 이러한  $f(X)$ 에 대한 表現式의 假定問題는 현재와 같은 연구에서는 대단히 중요하다. 따라서 본 연구에서는 앞에서 記述한 조건에 부합되는  $f(X)$ 의 표현식을 선정하기 위하여 여러가지 함수들의 組合들에 대하여 解析을 反

復한 끝에 選定한 假定表現式은 다음과 같다.

$$f(X) = \sum_{n=1}^m A_n X^{n-1} + A_{m+1} e^x + A_{m+2} e^{-x} \dots \dots (7)$$

식(7)을 식(5)에 代入하여  $U_w(X)$ 의 解를 구하고  $U(X)$ 에 대한 定義와 式(4)로부터  $\alpha$ 를 구하면 각각 다음과 같다.

$$\alpha_{wI}(X) = \frac{1}{b-a} \left[ C_1 + C_2 X + \sum_{n=1}^m A_n \left( \frac{X^{n+1}}{n(n+1)} - X^{n-1} \right) \right] \dots \dots (8a)$$

$$\alpha_{wII}(X) = \frac{1}{a} \left[ C_3 + C_4 X - \sum_{n=1}^m A_n \left( \frac{X^{n+1}}{n(n+1)} - X^{n-1} \right) \right] \dots \dots (8b)$$

$$\alpha_f(X) = C_5 \sinh(MX) + C_6 \cosh(MX) \dots \dots (8c)$$

여기서

$$C_1 = \{B_2 + B_1(1+B_2c)\}^{-1} \left[ B_1(1+B_2c)(b-a) - \sum_{n=1}^m A_n \left\{ \frac{c^n}{n} + \frac{B_2 c^{n+1}}{n(n+1)} \right\} - A_{m+1} \{(1+B_2c)(B_1-1) + (B_2+1)e^c\} - A_{m+2} \{(1+B_2c)(B_1+1) + (B_2-1)e^{-c}\} \right]$$

$$C_2 = B_1 C_1 + A_{m+1}(B_2-1) + A_{m+2}(B_1+1) - B_1(b-a)$$

$$C_3 = [C_4 + A_{m+1}(B_1-1) + A_{m+2}(B_1+1) + B_1 a] / B_1$$

$$C_4 = G(a) + \sum_{n=1}^m A_n \frac{c^n}{n} + A_{m+1} e^c - A_{m+2} e^{-c}$$

$$C_5 = \frac{\gamma_* G(a) [M \sinh M + B_2 \cosh M]}{M \cdot N [M \sinh \{M(1-c)\} + B_2 \cosh \{M(1-c)\}]}$$

$$C_6 = -\frac{\gamma_* G(a) [M \cosh M + B_2 \sinh M]}{M \cdot N [M \sinh \{M(1-c)\} + B_2 \cosh \{M(1-c)\}]}$$

부영역 I 과 II의 公兪境界조건식(2-2)를 사용함으로써 식(7)의 미정계수  $A_i (i=1, 2, 3 \dots m+2)$ 가 결정된다. 여기서 무차원 공간좌표  $X$ 는  $0 \leq X \leq c < 1$ 의 범위를 가지므로 식(7)에 포함된 두 지수함수를 Maclaurin 級數展開形態로 표시할 때 다음 조건을 만족하는 最小整数  $m$  값을 선택할 수 있다.

$$\left| e^x - \sum_{n=0}^{m+1} \frac{X^n}{n!} \right| = \left| \sum_{n=m+2}^{\infty} \frac{X^n}{n!} \right| \leq \beta e \quad |X| \leq c < 1 \dots \dots (9a)$$

$$\left| \left[ \sum_{n=m+2}^{\infty} \frac{X^n}{n!} \right] / e^x \right| = |\epsilon_r| \leq \beta e, |X| \leq c < 1 \dots \dots (9b)$$

위 식(9a)와 (9b)에서  $\beta e$ 를 무시할 수 있는 정도의 작은 값이라고 하면 식(7)에서의 두 지수함수  $e^x$ 와  $e^{-x}$ 를 각각  $\sum_{n=0}^{m+1} X^n/n!$ 과  $\sum_{n=0}^{m+1} (-X)^n/n!$ 로 代置할 수 있다.

따라서 미정계수법으로 임의 整数  $m$ 에 대한 미정계수들 사이의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$0 \leq j \leq [(m+1)/2] \text{에 대하여} \\ A_{m-1-j} = \frac{(-1)^{j+1} Z}{|m-2j-1|!} \sum_{n=0}^j (-1)^{j+n} (Z-1)^n \cdot [A_{m+1} + (-1)^{m-2j-1} A_{m+2}] \dots \dots (10a)$$

$$0 \leq j \leq [m/2] \text{에 대하여} \\ A_{m-2j-1} = \frac{(-1)^{j+1} Z}{|m-2j-2|!} \sum_{n=0}^j (-1)^{j+n} (Z-1)^n \cdot [A_{m+1} + (-1)^{m-2j} A_{m+2}] \dots \dots (10b)$$

식(10a)와 (10b)에서  $j$ 가 上限界值인 경우에 표시되는  $A_{-1}$  또는  $A_0$ 의 값은 다음 관계가 있으며  $A_{-1}$ 과  $A_0$ 에 대한 어떤 물리적 의미는 전혀 없다.

$$\left. \begin{aligned} A_{-1} &= \frac{1}{2} \left( \frac{a}{b} C_1 - \frac{b-a}{b} C_3 \right) \\ A_0 &= \frac{a}{b} C_2 - \frac{b-a}{b} C_4 \end{aligned} \right\} \dots \dots (11)$$

또한 미정값  $G(a)$ 는 벽과 핀의 접촉경계 조건식(2e-2)의 修正形態인 식(6d-2)으로부터 결정된다. 이  $G(a)$ 가 갖는 物理的인 意味는 單位幅의 핀 베이스를 통하여 傳導되어 핀 표면에서 對流로써 전달되는 放熱量이다.

### 2-3. Fin Assembly에서의 總括放熱量 및 表面溫度效率

Fin assembly로부터의 總括放熱量은 母體壁內側面(즉  $X=0; 0 \leq Y \leq b$ )을 통하여 對流로 전달되는 열량이므로 부영역 I과 II에서의 溫度分布式(4-I)과 (4-II)로부터 구하면 다음과 같다.

$$Q_{actual} = -2K_w W \left[ \int_0^{y/2} \frac{\partial T_{wi}(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} dy + \int_{y/2}^{y'} \frac{\partial T_{wi}(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} dy \right] \dots\dots(12)$$

위 식 (12)의 적분항들을 無次元化하여 계산하고 無次元形態의 總括放熱量  $Q^*$ 에 대한 식을 구하면 다음과 같이 표시된다.

$$Q^* = \frac{Q_{actual}}{2K_w W(T_H - T_L)} = -(C_2 + C_4) \dots\dots(13)$$

핀이 부착되지 않은 경우에 벽에서의 熱流動은 1차원적이므로, 본 해석에서 도입한 무차원 변수를 사용하여 무차원 형태의 온도분포를 구하면 다음과 같다.

$$\theta_o(X) = \frac{B_1}{B_2 + B_1(1 + B_2 c)} \{ (1 + B_2 c) - B_2 X \}, \quad 0 \leq X \leq c \dots\dots(14)$$

擴張表面의 熱交換性能을 표시하기 위하여 통상적으로 사용되고 있는 핀 效率는 핀 자체에만 관련된다. 그러나 擴張表面을 이용하는 대부분의 응용면에서는 fin assembly를 사용하므로 이에 대한 熱交換性能의 尺度가 필요하다. 이 때문에 fin assembly 열전달의 1차원 해석에서는 고려중인 全擴張表面이 핀 베이스와 접촉된 모체벽면의 온도와 같은 온도로 유지된다고 할 때의 熱傳達率에 대한 실제 계산된 熱傳達率과의 비로서 정의되는 總括表面溫度效率이 사용되고 있으나, 이것으로는 핀 부착으로 인한 모체벽면에서의 2차원 열전달 효과가 고려될 수 없으므로 핀 行間거리가 熱交換性能에 미치는 영향에 대한 檢討가 불가능하다. 따라서 本 研究에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 2차원 해석에 적합한 fin assembly의 熱交換性能의 判定基準으로서 새로운 表面溫度效率을 「핀이 부착되지 않은 경우에 예측되는 finned side의 primary surface에서의 온도와 같은 온도로 fin assembly 全表面이 유지된다고 할 때의 熱傳達率에 대한 실제 핀 부착에 의한 fin assembly 全表面으로부터의 增加된 熱傳達率의 비」로 定義하였다.

정의에 의하여 表面溫度效率  $\eta$ 를 정리하면 다음과 같이 간단한 형태로 표시된다.

$$\eta = \frac{Q_{actual} - Q_{unfinned}}{Q_{ideal}} = \frac{B_1 B_2 b + \{ B_2 + B_1 (1 + B_2 c) \} (C_2 + C_4)}{B_1 B_2 (b + 1 - c)} \dots\dots(15)$$

이와 같이 정의된 表面溫度效率의 현저한 특징은 핀 行間거리의 最適値를 구할 수 있는 점이며, 그것에 관하여는 계산例에서 자세히 고찰하기로 한다.

### 3. 解析例의 모델 設定

실제의 열전달 해석에서 식 (9a)와 (9b)의  $\beta e$ 를  $1.0 \times 10^{-5}$  이하인 값으로 취하면 공학적으로 허용 가능한 값으로 간주될 수 있으므로 본 보고에서도 해석결과에 대한 計算例로서  $\beta e \leq 1.0 \times 10^{-5}$ 으로 두었다. Fin assembly에 대한 무차원 總括放熱量과 表面溫度效率은 heat transfer parameter 들로 媒介變數化된  $B_1, B_2, B_3$ 와 geometrical parameter 들인  $a, b, c$ 의 函數이다. 본 연구에서 얻은 解析的 解로부터 이러한 6가지 媒介變數들의 모든 組合에 대하여 넓은 영역에 걸쳐 온도분포, 방열량 및 표면온도효율을 쉽게 조사할 수 있으나, 연구의 目的이 理論的 提示에 있고, 많은 양의 계산자료를 수록하는 것이 불가능하므로 여기서는  $B_1 = 20$ 으로 固定하고 나머지 매개변수들은 實用 擴張表面設計에서 채택되고 있는 범위내의 값들로서, 限定된 범위에 대해서만 제시하기로 한다.

### 4. 結果 및 考察

식 (13)으로 정의된 無次元 總括放熱量은  $K_w, W, T_H, T_L$ 이 一定할 때 다른 system parameter 들의 조합들에 대하여 相互 比較可能한 相對値를 나타낸다. 이 無次元 總括放熱量값의 크기는  $2K_w W (T_H - T_L)$ 값의 크기에 좌우되므로 限界値를 명시할 필요가 없다. 그리고 식(15)에 의하여 표시되는 fin assembly 表面溫度效率은 식(15)의 첫째 분모에서 一般的으로 사용되는 핀 效率의 定義를 위한 基準値인  $Q_{ideal} - Q_{unfinned}$  대

신에  $Q_{ideal}$  을 사용하였기 때문에  $\eta$  값이 全般的으로 낮게 算定되는데, 이  $\eta$  가 갖는 實際的 物理的 意味는 핀 무차원효과로 인한 放熱量의 增加率, 즉 放熱性能向上率이다. 따라서 擴張表面性能을 표시하기 위한 여러가지 放熱效率에 關한 定義式들이 提示되어 있으나<sup>[12]</sup> 본 연구에서 精 的한 fin assembly 表面溫度效率  $\eta$  도 最適 設計計 算에서 有用하다고 생각된다.

무차원 핀 길이는  $(1-c)$  이므로 핀 두께를 핀 길이의 1/10과 1/5 인 경우, 즉  $a=0.05(1-c)$  와  $a=0.1(1-c)$  인 경우를 例로서 考 慮하였다. Fig. 2a 와 2b 는  $B_1$  가 無次元 總括放熱量  $Q^*$  와 表面溫度效率  $\eta$  에 미치는 影響을 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 고정된  $B_2$  에 대하여  $B_1$  의 증가는  $K_f$  의 감소를 의미하므로  $Q^*$  와  $\eta$  값이  $B_1$  의 증가에 따라 감소한다. 그리고 母體壁의 무차원 두께  $c$  가 커질수록  $Q^*$  와  $\eta$  는 모두 저하되며, 무차원 두께가 작을 때는  $B_1$ , 즉  $K_f$  의 영향을 크게 받으나, 두께가 커질수록 그 영향은 작아진다. 또한 예상대로  $a$  가 클수록  $Q^*$  는 상대적

으로 큰 값을 나타내고 있으며, 무차원 벽 두께에 대한 효율의 變動範圍가 작아진다.  $B_1$  가  $B_2$  에 접근할수록 (즉,  $K_f$  가  $K_w$  에 가까울수록) 무차원 벽 두께가 表面溫度效率에 미치는 영향은 감소되며 그 영향이 완전히 없어지는 特定  $B_1$  값이 존재하게 된다. 그리고 이러한 효과는  $a/(1-c)$  가 커질수록 더욱 현저해진다. Fig. 3 은

$\frac{B_2}{B_1} (= \frac{K_w}{K_f} = \gamma_k)$  가 0.1, 0.2, 0.5, 1 인 경우에 대하여 무차원 벽 두께  $c$  가  $\eta$  와  $Q^*$  에 미치는 영향을 나타낸 것이다. 이 그래프들로부터 Fig. 2 에서의 결과들을 再確認할 수 있다. 以上과 같은 결과들은 物理的인 意味로 考 察할 때 실제 경우에 예측되는 현상과 부합된다.

Fig. 4 는 一定한 무차원 벽 두께와 무차원 핀 半 두께에 대하여 무차원 핀 半 피치가  $Q^*$  와  $\eta$  에 미치는 영향을 나타낸 것이다. 여기서는 最大 表面溫度效率를 갖는 무차원 핀 半 피치  $b$  의 最適值가 존재함을 알 수 있으며, 이 최적치는  $B_2$  값에는 크게 영향을 받지 않으나  $B_1$  에 의하

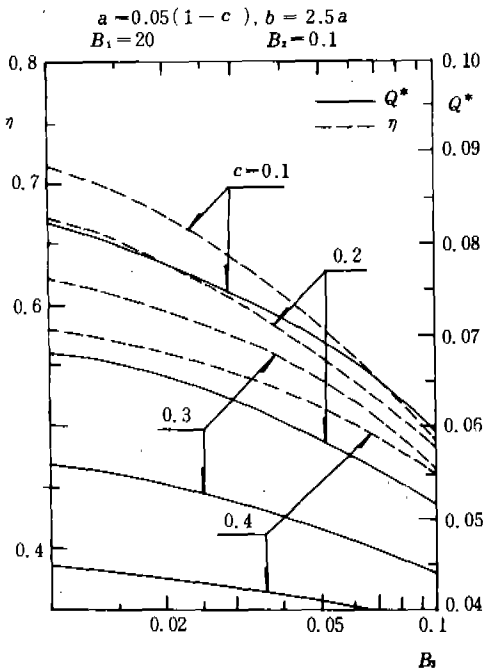


Fig. 2a. The effects of variation in  $B_1$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a=0.05(1-c)$ .

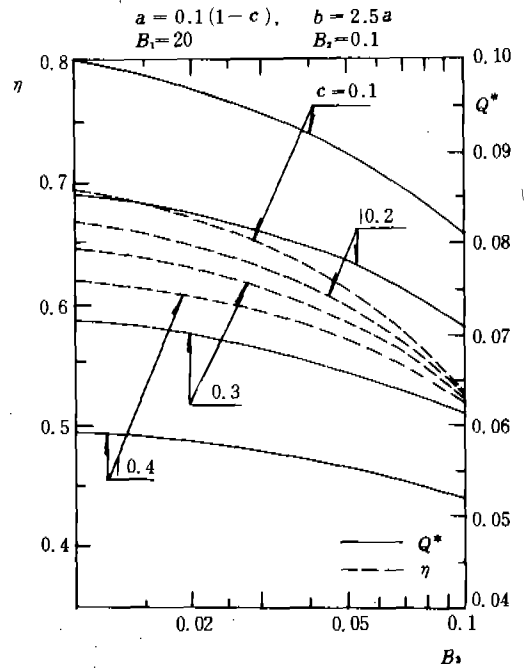


Fig. 2b. The effects of variations in  $B_1$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a=0.1(1-c)$

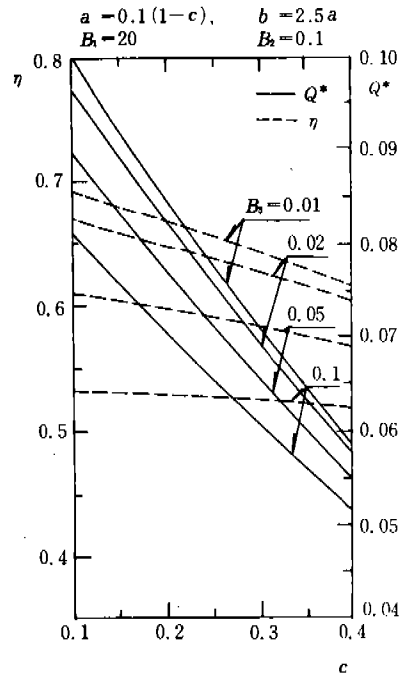
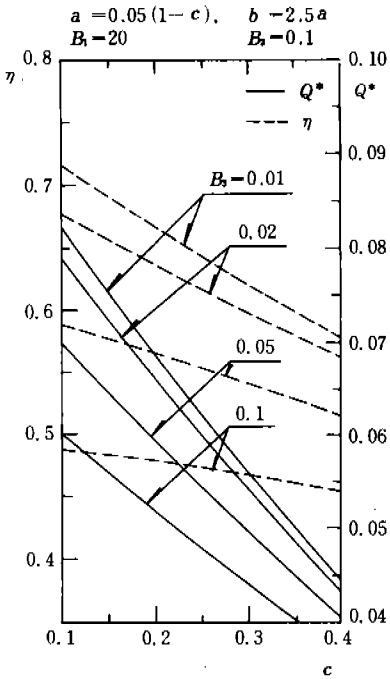


Fig. 3a. The effects of variation in  $c$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a = 0.05(1-c)$

Fig. 3b. The effects of variation in  $c$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a = 0.1(1-c)$

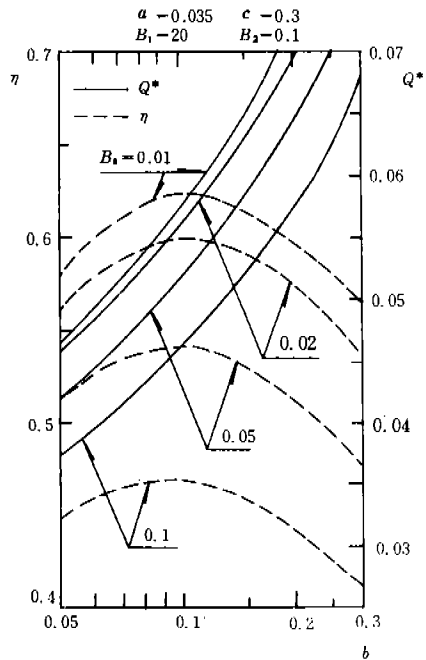
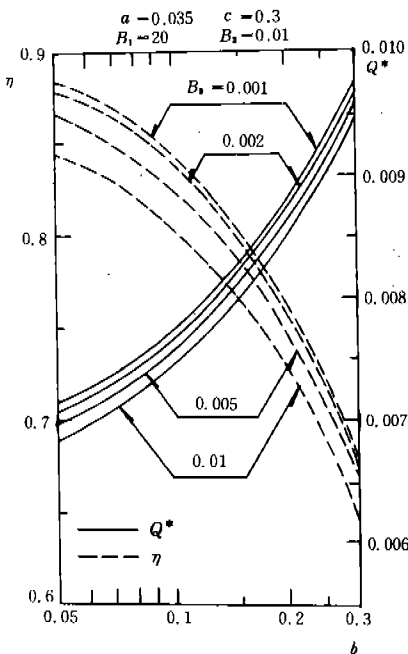


Fig. 4a. The effects of variations in  $b$ ,  $B_2$  and  $B_3$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a = 0.035$  and  $c = 0.3$

Fig. 4b. The effects of variations in  $b$ ,  $B_2$  and  $B_3$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a = 0.035$  and  $c = 0.3$



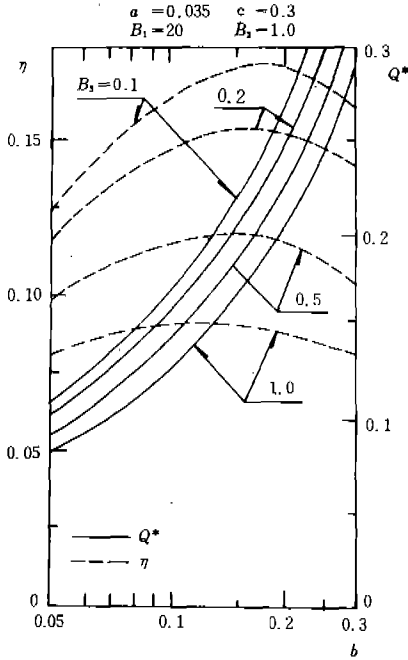


Fig. 4c. The effects of variations in  $b, B_1$  and  $B_2$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a=0.035$  and  $c=0.3$

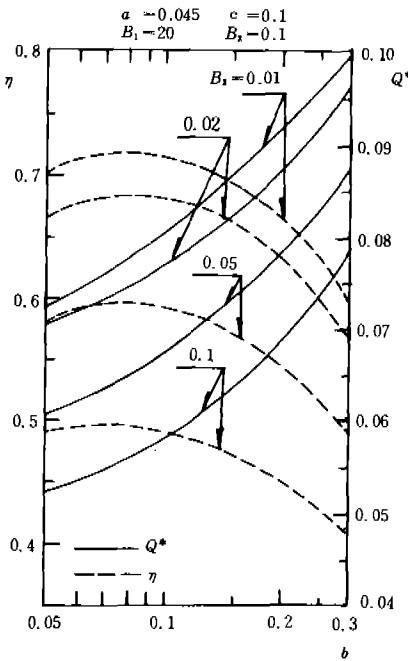


Fig. 5. The effects of variations in  $b$  and  $B_1$  on  $\eta$  and  $Q^*$  for the case  $a=0.045$ ,  $c=0.1$  and  $B_2=0.1$

여 크게 좌우된다. 이때  $B_2$ 가 작을수록, 즉 finned side의 對流熱傳達係數  $h_2$  값이 작을수록 최적 무차원 핀 반피치  $b$  값은 작아지고  $B_2$ 가 증가할수록 커진다. 이는 finned side에서 對流熱傳達係數가 커질수록 핀 행간거리가 크게 설계되는 것이 바람직함을 뜻한다. 또한 Fig. 4b와 Fig. 5를 살펴보면 서로 다른  $c$  값에 대하여  $B_1$ 와  $b$ 가  $Q^*$ 와  $\eta$ 에 미치는 영향의 일반적인 경향은 비슷하나  $c$  값이 감소함에 따라 최적의  $b$  값은 감소한다. 따라서 모체벽 두께가 커지면 핀 행간거리도 크게 설계되어야 할 것이다.

이상에서 기술된 내용들은 특정 경우에 대한 일반적인 사항들이며 비교적 정확한 fin assembly設計計算 資料는 本 解析의 結果들로부터 쉽게 얻을 수 있음을 강조해 둔다.

### 5. 結論

積分法에 의한 fin assembly에서의 2次元 熱傳達 解析으로부터 얻은 結論을 要約하면 다음과 같다.

- (1) Fin assembly에서의 熱傳達을 數學的으로 엄격한 公式化에 의하여 2차원적으로 해석할 수 있는 方法을 提示하였다.
- (2) 핀 길이, 핀 두께, 핀 행간거리, 모체벽 두께, 핀과 모체벽의 熱傳導率, finned side와 unfinned side에서의 對流熱傳達係數의 項으로 표시되는 새로운 fin assembly 表面溫度效率을 提案하였다.
- (3) 本 研究에서 제시한 解析의 方法으로 예측되는 溫度分布, 總括放熱量 및 表面溫度效率에 대한 解들은 單純한 형태로 표시되며, 모든 system parameter들의 項으로 나타나므로 통상적인 1차원 解析의 方法이나 2차원 數值的 方法에 의한 解析의 경우보다 여러가지 利點을 가지며, 특히 1차원 解析으로는 고려할 수 없는 핀 행간거리의 最適值를 구할 수 있고 핀과 모체벽에 대하여 分離된 設計計算을 할 필요가 없다.
- (4) 本 研究에서 제시한 理論은 기하학적 형상이나 경제조건이 다른 경우의 fin assembly 熱傳達 解析에 대하여도 쉽게 適用可能하다.

参 考 文 献

1. D. Q. Kern and A. D. Kraus, *Extended Surface Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1972.
2. E. M. Sparrow and L. Lee, "Effects of Fin-Base Temperature Depression in a Multifin Array," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 97, 1975, pp. 463-465.
3. E. M. Sparrow and D. K. Hennecke, "Temperature Depression at the Base of a Fin," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 92, 1970, pp. 204-206.
4. D. E. Klett and J. W. McCulloch, "The Effect of Thermal Conductivity and Base-Temperature Depression on Fin Effectiveness," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 94, 1972, pp. 333-334.
5. N. V. Suryanarayana, "Two-dimensional Effects on Heat Transfer from an Array of Straight Fins," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 99, 1977, pp. 129-132.
6. P. J. Heggs and P. R. Stones, "The Effects of Dimensions on the Heat Flowrate Through Extended Surfaces," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, 1980, pp. 180-182.
7. M. Manzoor, D. B. Ingham and P. J. Heggs, "The One-Dimensional Analysis of Fin Assembly Heat Transfer," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, 1983, pp. 646-651.
8. A. A. Sfeir, "The Heat Balance Integral in Steady-State Conduction," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 98, 1976, pp. 466-470.
9. L. C. Burmeister, "Triangular Fin Performance by the Heat Balance Integral Method," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 101, 1979, pp. 562-564.
10. J. C. Jo, "A Study on the Heat Transfer in a Straight Fin of Rectangular Profile," M. S. Thesis, Hanyang Univ., 1980.
11. J. C. Jo and J. H. Cho, "Heat Transfer Analysis in a Straight Fin of Trapezoidal Profile by the Heat Balance Integral Method," *Journal of the S. A. R. E. K.*, Vol. 11-3, 1982, pp. 1-8.
12. J. I. Seoh, J. H. Cho and J. C. Jo, "Analysis of Two-Dimensional Transient Heat Conduction Problems in a Finite Strip by the Heat Balance Integral Method," *Trans. KSME. Journal of the KSME*, Vol. 7-4, 1983, pp. 417-424.
13. Maurizio Cumo, Sergio Lopez and G. C. Pinchera, "Numerical Calculation of Extended Surface Efficiency," *Chemical Engineering Process Symposium Series, Heat Transfer-Cleveland, Surface Efficiency*, Chemical Engineering Process Symposium Series, Heat Transfer-Cleveland. No. 59, Vol. 61.