〈論　文〉

# 降雨데이터를 必要로 안하는 洪水豫報(2)
# A new approach of flood prediction (not requirin rainfall data)

## —칼만 · 휠터를 倂行하는 경우—

日　野　幹　雄*
Mikio Hino,
金　治　弘**
Chi-Hong Kim,

要　旨

우선 洪水流量은 降雨가 水文流出系를 通하여 變換된 것이므로, 原理的으로는 流量데이터만으로, 즉 降雨데이터 없이도 洪水豫測이 可能함을 記述한다.

다음에 降雨流出系의 强한 非線型性은 流量을 數值휠터에 依해 2～3의 成分으로 分離할 때 各成分系부터는 除去되는 것(但, 降雨의 分離法則이 非線型이 된다. "휠터分離AR法")에 對하여 記述한다.

第三으로, 實測流量과 豫測流量의 誤差가 가장 信賴度가 높은 情報임을 指摘하고, 이 誤差를 利用하는 휠터링의 方法으로서 세 가지의 考察法이 있음을 提示한다.

마지막으로 逆算降雨에 칼만 · 휠터를 適用하는 方法을 提案하고, 그 方法을 效果的으로 하는 여러 가지 技法을 記述한다.

### 1. 序　論

#### (1) 降雨데이터없이 洪水豫測이 可能한가?

降雨는 "降雨流出系"로의 入力이고, 이 入力情報없이는 洪水流出의 豫測은 不可能한 것처럼 생각된다. 事實, 지금까지의 洪水豫測法은 우리들의 提案(降雨逆推定에 依한 洪水豫測, 日野, 金. 1984.2)을 除外하면 모두 降雨情報가 주어지는 것을 前提로 하고 있다.

그러나 돌이켜 생각해 보면, 降雨데이터는 降雨의 時間的 · 空間的 分布의 確率性 때문에 반드시 信賴性이 높은 것은 아니다. 한편 觀測되는 洪水流量은 降雨에 依해 驅動되는 "水文系"부터의 出力이므로, 觀察法을 바꾸면 入力情報의 變換된 것이라고 看做할 수 있다. 따라서 原理的으로는 時時刻刻으로 入信하는 洪水流量데이터로부터 過去의 降雨量을 逆算할 수 있을 것이다. 지금까지 이와 같은 降雨逆算이 成功하고 있지 않는 것은 流出系가 强한 非線型性을 갖기 때문이다.

最近, 日野 · 長谷部(1979. 1981. 1984)는 流出解析法의 하나로서 "휠터分離AR法"을 提案하고, 流量時系列만으로부터 (i) 流出成分系(地下水 · 中間流 · 地表流)의 各各의 流出特性의 同定(AR係數, 單位圖), (ii) 降雨데이터의 逆推定, (iii) 降雨의 各成分系로의 非線型分離法則의 決定, (iv) variable-source-area와의 有關性을 行하였다.

이 降雨逆算法을 洪水豫測에 應用하는 것은 앞의 著者 등의 報告(1984)로 試圖되었다. 그 結果 짧은 豫測時間에 對해서는 長周期成分 · 短周期成分과 함께 良好한 結果를 주어졌으나, 豫測時間이 길어짐에 따라 短周期成分의 豫測性이 나빠짐을 알았다. 前報告에서는 이 때문에 短周期成分에 對해서는 降雨데이터로 利用하여 豫測性을 높이는 方法을 提示하였다.

* 東京工業大學
** 成均館大學 工科大學

註 : 本論文은 1984年 20月 9日 日本鹿兒島大學에서 開催된 自然科學災害심포지움에서 筆者가 發表한 論文을 우리말로 번역한 것이다

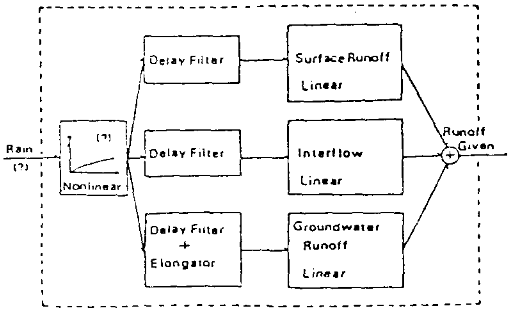


**Fig. 1.** Block diagram of a nonlinear hourly rainfall-runoff system.

本報告에서는, 칼만·휠터를 併用하여 逆算降雨를 逐次修正하는 方法을 提案한다. 또한 注意하고 싶은 것은 우리들의 方法에서는 미리 非線型分離휠터를 準備할 必要는 없다. 우리들은 系의 出力데이터로부터 逆으로 앞으로 앞으로 거슬러올라가서 必要하다면 非線型降雨分離휠터가 結果로서 求해지기 때문이다.

(2) 洪水豫測으로의 휠터링理論의 適用法

洪水豫測에는 ⓐ 降雨데이터를 入力으로 하여 一方的으로 洪水水位 또는 洪水流量을 豫測計算하는 경우와 ⓑ 現時點에서 觀測된 洪水流量을 數時間前에 行해진 豫測値와 比較해서 그들사이의 差를 價値있는 情報로 생각해서 豫測値를 逐次修正해 나가는 경우이다.

豫測値와 實測値의 差는 가장 信賴할 수 있는 情報이므로, 이것을 積極的으로 利用 안할 必要는 없고 現在에는 거의 ⓑ인 경우를 가르켜도 좋을 것이다.

이와 같이 豫測値와 實測値의 差를 利用해서 豫測値를 修正하는 경우에 휠터링에 依해 무엇을 修正하는가에는 몇 가지의 方法이 있다. 그들을 列記하면 다음과 같다.

**(i) 洪水豫測値乃至는 流域貯溜量을 修正하는 方法 :** 普通의 制御系인 경우에는 系의 特性은 不變이고, 萬若에 豫測과 實測사이에 誤差가 나왔다 하면, 그것은 狀態遷移系든가 觀測系로의 noise에 依한 것으로 생각된다. 그러나 洪水의 問題에서는 流量의 觀測値의 精度는 相當히 좋고 豫測流量과 實測流量의 差를 系로의 noise만에서 求한다는 것은 適當하지 않을 것이다.

**(ii) 洪水豫測式中의 파라메터를 修正하는 方法 :** 洪水豫測式中의 파라메터(例를들어, 單位圖, 貯溜函數의 係數 등)는 降雨와 流出을 單一 入力—出力系로 생각할 때는 一般으로 變動性이 높고, 洪水마다 다른 값을 取하는 경우가 적지 않다. 따라서 洪水의 豫測과 實測에 差가 나타났다고 하면, 이들 파라메터를 同定하고 고친다고 생각하는 것은 當然하다. 그러나 이와 같이 降雨—流出系를 單一 入出系로서 파라메터修正을 行하는 方法도 반드시 洪水豫測性을 높이고 있지 않다.

**(iii) 降雨를 逆算하는 方法 :** 著者 등은 앞서 流出成分分離後의 ARX 式에 의한 降雨逆算法이 長周期成分의 豫測에는 有効함을 指摘했다. 洪水豫測의 困難性은 系의 非線型性外에 降雨의 空間的, 時間的 確率性이든가 成分系로의 非線型分離法則에 있음을 생각하면 오히려 實測流量과 豫測流量의 誤差를 成分降雨推定値의 修正에 쓰는 것이 得일 것이다.

## 2. 降雨逆算에 依한 洪水豫測法

여기서 提案하는 "降雨逆算洪水豫測法"은 다음 스텝부터 成立되어 있다.

**(1) 洪水時系列의 分離**

時時刻刻 들어오는 流量時系列을 數値휠터에 依해 2～3의 流出成分(地下水流·中間流·地表流)으로 分離한다. 分離를 위한 數値휠터로서는 質量—dashpot—spring 系의 共振特性을 利用한 次式의 $W(\tau)$를 쓴다.

$$W(\tau)\begin{cases} =c_0\exp(-c_1/2\ \ \tau)\sinh(\sqrt{c_1^2/4-c_0\ \ \tau})/\sqrt{c_1^2/4-c_0}) & (\tau\geq 0) \\ =0 & (\tau<0) \end{cases} \quad\cdots\cdots(1)$$

上式中의 파라메터 $c_0, c_1$은 洪水의 減衰時間常數 $T_c$와 휠터의 減衰파라메터 $\delta$로부터

$$c_0=(\delta/T_c)^2,\ c_1=\delta^2/T_c \quad\cdots\cdots(2)$$

數値휠터의 分離時間常數 $T_c$는 미리 過去의 洪水데이터의 減衰部의 片對數프롯트

$$y(t)=y(t_0)e^{-t/T_c} \quad\cdots\cdots(3)$$

로부터 求해둔다. 또 하나의 파라메터인 測衰係數 $\delta$에는 適當한 값($\delta\geqq z$)을 준다.

**(2) 成分流量時系列부터의 降雨時系列의 逆推定**

이와 같이 해서 成分分離한 洪水時系列 $y^{(l)}(t)(l=1, 2, 3$ ; $1=$地下水, $2=$中間流, $3=$表面流)는 ARX 式으로 表示할 수 있다.

$$y_i^{(l)}=a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots+a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}$$
$$+\lambda b^{(l)}x_i^{(l)}+\varepsilon_i \quad\cdots\cdots(4)$$

水文系를 몇 個의 流出成分系로 分離하면 이 AR 係數 $a_i^{(l)}$는 洪水마다 그다지 큰 變化가 없는 것이 確認되고 있다.

따라서 上式을 다시 쓰면 洪水를 가져오는 降雨量을 次式에 依해 推定할 수 있다.

$$x^{(l)}(t)=[y^{(l)}(t)-a_1^{(l)}y^{(l)}(t-1)-a_2^{(l)}y^{(l)}(t-2)$$
$$\cdots-a_pg^{(l)(l)}(t-1)]/\lambda \quad\cdots\cdots(5)$$

一般으로 降雨와 洪水量을 表示하는 常用單位는 다르

므로, 그 때문의 單位變換係數가 $\lambda$이다. 降雨 $x$를 $(mm/h)$, 流量 $y$를 $(m^3/s)$로 表現할 때

$\lambda = A/3.6$ 〔A: discharge area in km²〕 ……(6)

**(3) 洪水豫測**

이와 같이 逆推定한 成分降雨時系列부터 數時間後의 成分降雨를 豫測할 수 있다면, 이것을 入力으로 하여 洪水豫測이 可能하다.

一般으로 AR 形式의 豫測은 $y$의 些少한 誤差로 큰 變動을 表示하는 傾向에 있으므로, 이것을 MA 形式으로 變換한 次式을 쓰는 便이 좋은 경우도 있다. 應答函數 $h_i$는 AR 係數 $a_i$의 變換에 依해 求해진다.

$$y^{(l)}(t+t_{PR}) = h_0{}^{(l)}x^{(l)}(t+t_{PR}) + h_1{}^{(l)}x^{(l)}(t+t_{PR-1}) + \cdots + ht_{PR}{}^{(l)}x(t)^{(l)} + \cdots + h_m{}^{(l)}x^{(l)}(t+t_{PR-m}) \quad \cdots\cdots(7)$$

$$y(t+t_{PR}) = \sum y^{(l)}(t+t_{PR}) \quad \cdots\cdots(8)$$

## 3. 逆算降雨時系列에 對한 Kalman 휠터의 適用

**(1) 最適推定하여야 할 降雨時點의 選定**

위와 같이 하여 逆算된 降雨時系列中 短周期成分은 相當히 甚한 變動을 表示한다. 이 때문에 이 逆算降雨를 그대로 外挿하고, 洪水豫測에 쓰이는 데는 無理가 있다. 그래서 豫測流量과 實測流量의 差를 가장 精度 높은 情報로서 利用하고, 逆算降雨의 修正을 行한다. 그 때문에는 現時點의 流量에 가장 크게 影響하는 時點의 降雨, 즉 成分單位圖의 피이크値를 發生시키는 時點만큼 앞의 降雨에 對하여 휠터링을 行하는 것이 効果的이다.

**(2) 遷移方程式**

降雨를 Kalman filter 理論에 있어 狀態量로 選定할 때 우선 問題가 되는 것은 降雨에 對한 狀態遷移方程式이다. 그 까닭은 時間單位든가 日單位로 볼 때 降雨는 白色 noise의 性質을 갖고, 따라서 遷移行列은 零이 되고 만다. 그래서, 現時點을 包含한 過去數時間스텝의 降雨를 하나로 묶어서 이것을 狀態量벡터로 한다. 이때 狀態遷移方程式은 다음과 같이 된다.

$$X(t) = \phi X(t-1) + f(t) + w(t) \quad \cdots\cdots(9)$$

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1{}^1(t) \\ x_2{}^1(t) \\ \vdots \\ x_{i_{dm}}(t) \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & \cdots\cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots\cdots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (10\&11)$$

$$x_{i_d}{}'(t) = x(t-t_s-i_d+1) \quad (i_d = 1, 2, \cdots, i_{dm}) \quad \cdots(12)$$

**(3) 觀測方程式(流量은 降雨의 觀測値)**

降雨를 最適推定하여야 할 狀態量 $x$로 보고 그 觀測量 $Z$는(通常인 경우와 같이 雨量計에 依한 降雨 그 自體의 觀測値가 아니고), 全然 새로운 視點에 서서 洪水流量을 降雨의 觀測量으로 看做한다. 즉 "水文系는 降雨의 觀測系이다."라고 생각한다.

**(4) 強化觀測方程式**

또 一般으로 洪水豫測인 경우에는 現象의 샘프링時間間隔에서의 變化가 急하여 普通의 制御·豫測問題의 경우에 比하여 情報量이 적다. 그래서, 이 缺陷을 補充하기 위해 現時點을 包含한 過去數時間分의 洪水流量을 한 덩어리로 하여 이것을 洪水觀測量벡터로서 取扱한다.

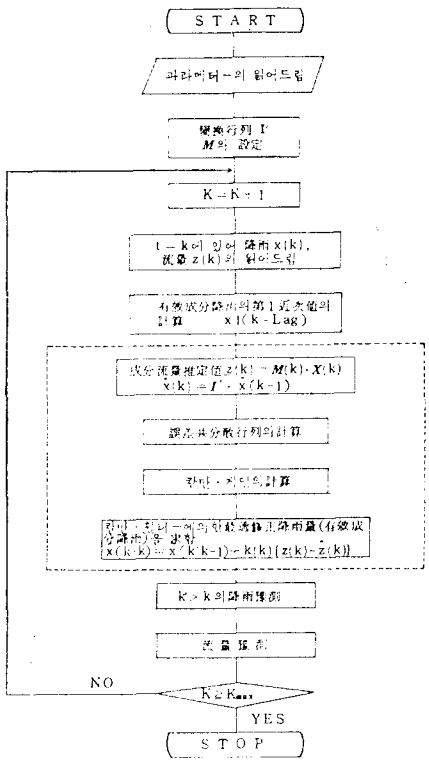


**Fig. 2**

**(5) 칼만·휠터理論**

이와 같이 豫測하여야 할 狀態量 $x$의 遷移方程式 (9)와 $x$의 觀測方程式(15)가 決定되면 칼만·휠터에 依한 $x$의 逐次의 最適推定量 $x$는 次式에 依해 求해진다.

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)[Z(t) - \hat{Z}(t|-1)] \quad (13)$$

$$K(t) = P(t|t-1)M^T(t)[M(t)P(t|t-1)M^T(t) + R(t)]^{-1} \quad \cdots\cdots(14)$$

$$\hat{Z}(t) = M(t)\hat{x}(t-1|t-1) + M'x' + v(t) \quad \cdots\cdots(15)$$

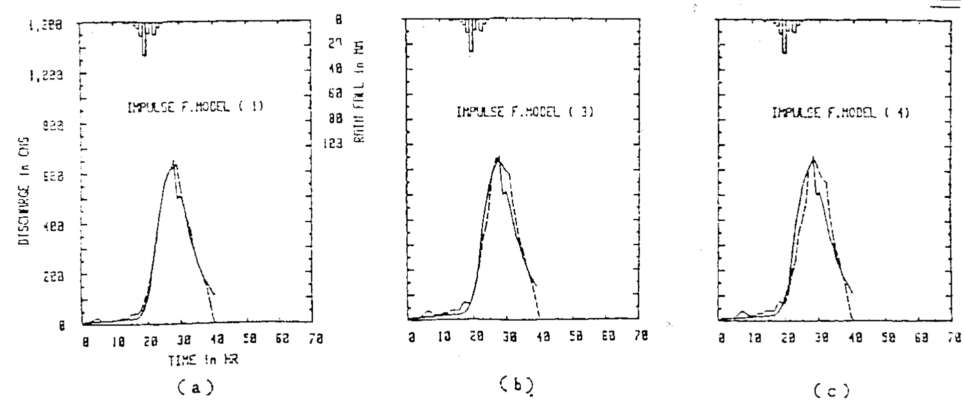


**Fig. 3** Flood prediction of the short preiod component, Kanna R.

$$Z(t)=\begin{pmatrix} y(t) \\ y(t-1) \\ y(t-2) \\ \vdots \\ y(t-m) \end{pmatrix}$$

$$M(t)=\begin{pmatrix} h_{t_s} & h(t_{s+1})\cdots\cdots\cdots\cdots h_{td} & \\ h(t_{s-1}) & ht_s\cdots\cdots\cdots\cdots h(t_{d-1}) & \\ \vdots & & \\ h(t_{s-m}) & h(t_{s-m+1}) & h(t_{d-m}) \end{pmatrix} \quad \cdots(16\ \&\ 17)$$

**(6) 豫測結果**

神流川의 洪水에 對하여 위 方法을 適用한 경우 中, 短期流出成分의 豫測結果를 下圖에 表示한다. 圖中 ( )內의 數値는 豫測時間이다.

## 参 考 文 獻

1) 日野幹雄：Kalmanの 豫測推定理論の 平易な誘導について， 東京工業大學土木工學科硏究報告，No. 15, 1973.

2) Hino, M.: On-line prediction of hydrologic systew, Proc. 15 th Congress of IAHR, vol. 4, pp. 121-129(1973).

3) 日野幹雄：水文流出系へのカルマン・フィルター理論の適用，土木學會論文報告集，第221號，1974.

4) 日野幹雄・長谷部正彥：流量時系列のみによる流出解析について，土木學會論文報告集， 第300號，1980. 8月.

5) 日野幹・長谷部正彥：フィルター分離 AR法による非線型流出系の同定と豫測(時間單位)，土木學會論文報告集，第324號，1982.

6) 日野幹雄・金治弘：降雨データを用いない洪水豫測法に關する硏究，第28回 水理講演會論文集， 403-408(1984).

7) R. E. Kalman: A new approach to linear filtering and prediction problems, Trans. ASME., J. Basic Eng., Vol. 82, March, 1960.