

<論 文>

四층 準地均 數値模型에 관한 연구

A study on the 4-level quasi-geostropic numerical model

이 우 진*
Woo Jin, Lee

이 천 우**
Chun Woo, Lee

성 학 중***
Hak Joong, Seong

김 광 식****
Kwang Sik, Kim

ABSTRACT

A 4-level baroclinic numerical model is designed by using the vorticity equation and Omega equation. Block-Cyclic-Reduction method is applied to the solution of the Helmholtz differential equation, which is proved to be better than the Relaxation method from the composite viewpoint of accuracy, stability and economy.

It was investigated whether the model explains the physical process influenced by vorticity and temperature advection. It was also examined if the model atmosphere describes the general circulation. This examination is similar to Phillips(1956).

The result of this numerical experiment shows that the model explains qualitatively the Quasi-Geostrophic theory for the development of Baroclinic wave, as throughly described in Holton(1972).

1. 서 론

준지균 경압모형은 Charney(1949), Bolin(1956), Cressman(1958)등의 성공적인 순압모형 연구결과에 힘입어, 이 모형에 종관규모의 발산효과를 첨가한 것으로서, 50년대 후반부터 Cressman(1963), Staff Members of E.E.C(1965)등에 나타나 있듯이, 직접 현업에 활용되어 예보 직중을 향상에 크게 기여한 바 있으며, 최근까지도 이 모형의 연구에서 얻어진 지적·기술적 경험이 원시모형(primitive model)을 위시한 수치예보연구에 중요한 밑거름이 되고 있다.

이러한 역사적 배경이 종종 국내 수치예보 연구의 기본적인 방향을 제시하고 있고, 최근 학계(예를들면, 김정우 (1983))와 기상대에서 일차적으로 준지균 모

형연구에 주력하는 것도 자연스러운 추이라 할 수 있다.

이 연구는 이러한 전반적인 분위기에 편승해서, 4층 준지균 수치모형을 개발함으로써 수치예보의 실시 가능성을 예비적으로 고찰해 보려는데 그 목적을 두고 있다. 수치예보 연구는 그 성격상 이론적인 연구의 차원을 넘어서서 실제 기상예보업무에 좋은 참고자료를 제공하려는 다분히 실용적인 차원에서 진행되어야 하며, 따라서 이 연구는 이와같은 현실적인 관점을 중요시하여 기존의 연구와는 달리 다음과 같은 특색을 갖추고 있다.

1. 모형의 미분방정식을 푸는 방법에 있어서 완화법(relaxation method) 대신 Block-Cyclic-Reduction 방법을 적용함으로써 상당한 시간절감의 경제적 이득과 안정된 해를 얻고 있다.

2. 수치적분의 초기과정에서 고도값 z 를 유산함수 ψ

* 기상 연구소 氣象技佐
** 기상 연구소 電算處理官
*** 기상 연구소 物理副技監
**** 象氣研究所長

로 변환해야만 하는데, 이 연구는 그 방법의 일환으로 선형균형방정식(linear balance equation)을 적용함으로써 질량계와 바람장(wind field)이 어느정도 조화를 이룬 보다 안정되고 물리적으로도 합당한 초기 자료를 얻고 있다. 이에 대한 구체적인 내용은 제 2장에서 상세하게 다루고 있다.

제 3장은 이와같이 설계된 모형의 수치실험을 통해서 모형의 물리적 성격을 파악하고 모형의 예보한계를 검토하고 있다. 이 실험은 잘 발달된 경압대기를 초기치로 놓고 시간적분된 모형대기(model atmosphere)가 발달하는 모습을 에너지 순환법칙의 측면에서 살펴보고 있으며, 기상역학의 이론 특히 대기대순환의 원리에 잘 부합되는가를 검토하고 있다. 물론 이 실험만으로 이 모형의 성격이 완전히 밝혀졌다고 단정지을수는 없지만, 현재로서는 큰 무리가 없다고 생각한다.

2. 모형 설계

(1) 기본방정식

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} + J(\psi, \xi_g + f) - \bar{f} \frac{\partial w}{\partial p} = A_v \nabla^2 \xi_g - (k \xi_g)_p \dots (1)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + J(\psi, \alpha) - \sigma w = A_T \nabla^2 \alpha + \frac{RH}{PC_p} \dots (2)$$

(1)식, (2)식은 각각 준지균편계(quasi-geostrophic system)에서 와도방정식(vorticity eq.)과 열역학 방정식이다.

여기서

$(k \xi_g)_p$ = 지표마찰에 따른 와도변화

ψ = 유선함수(Stream function),

f, \bar{f} = 각각 코리올리(coriolis parameter) 매개변수와 그 평균값

A_v = 계산상의 편의를 위해 도입된 동와점성계수(Kinetic eddy viscosity),

A_T = 열적 와분산 계수(eddy diffusion coefficient for heat), 열적 와분산계수

k = Echman층에서의 마찰계수,

H = 단위질량당 가열율,

R = 건조공기의 기체상수,

C_p = 압비열

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, J(\alpha, \beta) \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

그리고 지균평 $v_g(u_g, v_g)$, 지균투도 ξ_g , 비적 α 는 유선함수로 각각 다음과 같이 정의된다.

$$u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \xi_g = \nabla^2 \psi, \alpha = -f \frac{\partial \psi}{\partial p} \dots (3)$$

(3)식에서 $\sigma \equiv -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$ 는 정적안정도(static stabil-

ityparameter)로서 p 만의 함수이고, θ 는 온위이다.

준지균평형을 설계하기 위하여 (1)식과 (2)식의 예보방정식을 동시에 푸는 대신에, $\frac{\partial \alpha}{\partial t}$ 를 소거(消去)하여 얻은 오메가방정식(Omega eq.)과 예보방정식(1)을 이용할 수 있는데, 이때 오메가방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \omega + \frac{\bar{f}^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -\frac{\bar{f}}{\sigma} \nabla^2 J(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial p}) + \frac{\bar{f}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} [J(\psi, \xi_g + f)] + \frac{\bar{f}}{\sigma} (A_T - A_v) \nabla^2 \frac{\partial \xi_g}{\partial p} - \frac{R}{C_p p \sigma} \nabla^2 H + \frac{\bar{f}}{\sigma} (k \xi_g)_p \dots (4)$$

(1)식과 (4)식은 ω 와 ψ 에 대한 닫힌 체계로서 초기상태의 ψ 가 주어지면 (4)식에 의해 ω 가 계산되고, (1)식에 의해 미래상태의 ψ 가 구해지는 하나의 앞진한 예보방정식의 체계를 이루게 된다. 이때 초기의 ψ 는 같은 시각의 고도장 Z 에 의해 결정되며, 동시에 준지균편계의 물리적 속박조건인 지균평관계(geostrophic relation)를 만족해야 한다. 본 모형에서는 ψ 와 Z 의 관계에 대한 선형균형 방정식(linear balance eq.)을 택하고 있다. 즉

$$f \nabla^2 \psi + \nabla \psi \cdot \nabla f = g \nabla^2 Z \dots (5)$$

여기서 g 는 중력가속도이다. 또한 (5)식은 역으로 ψ 에서 Z 값을 얻는데도 사용된다.

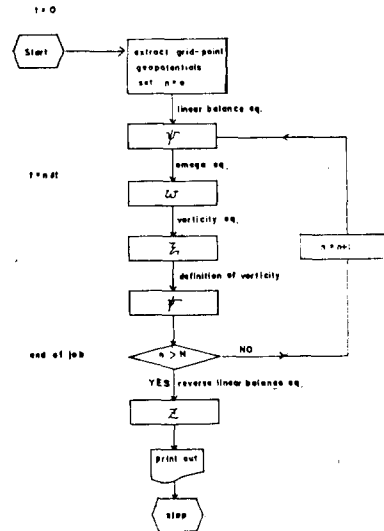


Fig. 1. Flow-chart of numerical model.

그림 1에 잘 나타나 있듯이 식 (1), (4) 및 (5)의 세식을 이용하면 초기의 Z 값에서 미래의 Z 값을 계산할 수 있다. 여기서 ψ 는 일단 와도방정식에서 와도의

시간적분을 통해서 미테의 ξ_k 를 얻은후, $V^2\psi \equiv \xi_k$ 식에서부터 얻어진다.

(2) Block-Cyclic-Reduction 해법(B-C-R)

앞장에서 제시된 세 방정식 (1)식 (4)식 및 (5)식은 구면좌표계에서 모두

$$-\frac{\partial^2 x}{\partial \lambda^2} + K_1(\varphi) \frac{\partial^2 x}{\partial \varphi^2} + K_2(\varphi) \frac{\partial x}{\partial \varphi} - K_3(\varphi)x = F(\lambda, \varphi) \dots \dots \dots (6)$$

의 형태로 환원될수 있는데, (1)식의 경우 $x = \frac{\delta \phi}{\partial t}$, (4)식의 경우 $x = \omega$, (5)식의 경우 $x = \psi$ 이다. 특히 오메가방정식 (4)식은 연직상호작용항인 $\frac{\bar{J}^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \beta^2}$ 를 갖는 3차원식 이므로 이를 2차원으로 환원하는 작업이 필요하다. 우선 (4)식을 4β 간격으로 연직차분하면 다음식을 얻는다.

$$V^2 \omega_k + a(\omega_{k+1} + \omega_{k-1} - 2\omega_k) = b_k \dots \dots \dots (7)$$

여기서 $a = \frac{\bar{J}}{\sigma(\Delta\beta)^2}$,

$b_k = (4)$ 식의 우변

$\sigma =$ 상수

$k =$ 연직지수(vertical index). 만약 연직 상한·하한을 각각 $k=0, l$ 로 표시하고 $(l-1)^2$ 행렬 $d_{ij} \equiv -2\delta_{i,j} + \delta_{i,m}(m \equiv |i-j|, 1 \leq i, j \leq l-1)$ 을 정의하면, d_{ij} 에 대한 고유치(eigenvalue) c_i , 변환행렬(transformation matrix) E_{ij} , 고유치를 주대각요소로 하는 대각행렬(diagonal matrix) Λ_{ij} 는 각각 아래와 같다. (이 논문에서 나열된 모든 행렬식에는 summation convention이 적용되어 있다)

$$d_{ij} \equiv E_{ip} \Lambda_{pq} E_{qj}^{-1}, \Lambda_{pq} = c_p \delta_{pq}, E_{ij}^{-1} = E_{ji} \dots \dots \dots (8)$$

$$(1 \leq i, j, p, q \leq l-1).$$

또한 $(l-1)$ 성분 벡터 $\omega_i = E_{ij}^{-1} \omega_j$, $b_i = E_{ij}^{-1} b_j'$, $b_n' = (-a\omega_0 + b_1)\delta_{1,n} + (-a\omega_l + b_{l-1})\delta_{l-1,n} + b_n(1 - \delta_{1,n} - \delta_{l-1,n})$ 을 정의하여 (7)에 적용하면 다음과 같은 $(l-1)$ 개의 2차원식을 얻는다.

$$(V^2 + aC_k)\omega_k = b_k, (1 \leq k \leq l-1) \dots \dots \dots (9)$$

위 식은 구면좌표계로 표현하면 쉽게 일반형인 (6)식의 형태로 환원된다.

(6)식은 소위 헬름홀츠(Helmholtz differential eq.) 미분방정식이라 불리워지며, 그 해법에는 크게 Gauss 소거법(消去法)을 적용한 직접해법과 완화법(relaxation)을 적용한 간접해법이 있다. 보통 전자보다는 후자가 알고리즘(algorithm)의 용이성과 간명함 그리고 초기 추측(initial guess)이 비교적 정확할때의 경제성 등의 이유로 선호되고 있지만 Rosmond와 Faulker(1976)가 밝힌바와 같이 전자의 경우 B-C-R방법을 적용하면,

후자보다 해의 정확도·안정도·시간절약의 종합적 측면에서 보다 우수함이 밝혀진 바 있다. (6)식을 $N \times M$ 개의 격자점(여기서 $N-1=2^n, n$ 은 정수)에 대해 차분하면 아래와 같다.

$$A^i \psi_{i-1,j} + B^i \psi_{i,j} + C^i \psi_{i+1,j} - \psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1} = G^i_j \dots \dots \dots (10)$$

$$\begin{aligned} A^i &= \left(\frac{4\lambda}{4\varphi}\right)^2 \left[-K_1(i) + \frac{4\varphi}{2} K_2(i)\right] \\ B^i &= 2 + \left(\frac{4\lambda}{4\varphi}\right)^2 \left[K_3(i)4\varphi^2 + 2K_1(i)\right] \\ C^i &= \left(\frac{4\lambda}{4\varphi}\right)^2 \left[-\frac{4\varphi K_2(i)}{2} - K_1(i)\right] \\ G^i_j &= -4\lambda^2 F_{i,j}, \quad i=1 \sim M, (\varphi \rightarrow \varphi + i\Delta\varphi) \\ & \quad j=1 \sim N, (\lambda \rightarrow \lambda + j\Delta\lambda) \end{aligned}$$

(10)식을 행렬식으로 나타내면 연립방정식의 체계가 되는데, 이것을 성분방정식으로 전개하는 방법에는 두가지가 있다. 첫째는 (10) 식을 $D_{ij}\psi_j = g_i, 1 \leq i, j \leq M \times N$ 의 형태로 표현하여 Gauss 소거법을 적용하는 방법이다. 이론상으로 이 형태는 계산이 가능하나 $M \times N$ 의 크기에 따른 수치계산상의 비경제성 때문에 실제로는 잘 쓰이지 않는다. 둘째는 (10)식을 다음과 같이 전개하는 방법이다.

$$D_{ij}^{mn} \psi_j^n = g_i^m, \quad 1 \leq i, j \leq N, 1 \leq m, n \leq M, N=2^k-1 \dots \dots \dots (11)$$

$$\begin{aligned} D_{ij}^{mn} &= E^{mn} \delta_{ij} - I^{mn} \delta_{i,j+1} - I^{mn} \delta_{i,j-1} \\ E^{mn} &= B^m \delta_{mn} + C^m \delta_{m+1,n} + A^m \delta_{m-1,n} \\ I^{mn} &= \delta_{mn} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

B-C-R방법을 소개하기 위해 $N=7$ 인 간단한 경우를 생각하기로 하자. 윗식에서 만약 i 가 짝수일때 그 주위의 열에 E^{mn} 을 곱하여 i 열에 더해지면 다음식을 얻는다. 이때 수정된 값에는 ()안에 sub index로 표시하자.

$$D_{ij}^{(1)mn} \psi_j^n = G^{(1)m}_i, \quad i, j=2, 4, 6 \dots \dots \dots (12)$$

$$\begin{aligned} D_{ij}^{(1)mn} &= E^{(1)mn} \delta_{ij} - I^{mn} \delta_{i,j-1} - I^{mn} \delta_{i,j+1} \\ E^{(1)mn} &= (E^{mn})^2 - 2I^{mn} \\ G^{(1)n}_i &= g^{m_{i-1}} + g^{m_{i+1}} + E^{mn} g^n_i \end{aligned}$$

$$D_{ij}^{(2)mn} \psi_j^n = G^{(2)m}_i, \quad i, j=4 \dots \dots \dots (13)$$

$$\begin{aligned} D_{ij}^{(2)mn} &= E^{(2)mn} \delta_{ij} \\ E^{(2)mn} &= (E^{(1)mn})^2 - 2I^{mn} = \{(E^{mn})^2 - 2I^{mn}\}^2 - 2I^{mn} \end{aligned}$$

이때 (13)식에서 $E^{(2)mn}$ 은 E^{mn} 에 대한 4차 다항식이므로 다음과 같이 표현할 수 있다. 즉 $E^{(2)mn} = \prod_{l=1}^4 (E^{mn} - \alpha_l^{(2)} I^{mn}) \dots \dots \dots (14) \dots$

여기서 근 $\alpha_l^{(2)} (l=1, 2, 3, 4)$ 을 구하기 위하여 $E^{(r+1)mn}$

$= (E^{(r)mn})^2 - 2I^{mn}$ 과 $2\cos(2^{r+1}\phi) = [2\cos(2^r\phi)]^2 - 2$ 를 대
비시키고, $E^{(r)}$ 을 $2\cos(2^r\phi)$ 라 놓으면, Chebyshev po-
lynomial of the 1st Kind의 이론에 따라서 근

$$\alpha_1^{(r)} = 2\cos\left[\left(\frac{2l-1}{2^{r+1}}\right)\pi\right], \quad l=1, 2, \dots, 2^r \dots \dots (15)$$

임을 알수 있다.

우선 (13)식을 다시 정의하면,

$$(E^{mn} - \alpha_1^{(2)} I^{mn}) \varepsilon_4^n = g_4^n \dots \dots \dots (16)$$

여기서 $\varepsilon_4^n = (E^{mn} - \alpha_2^{(2)} I^{mn})(E^{mn} - \alpha_3^{(2)} I^{mn})(E^{mn} - \alpha_4^{(2)} I^{mn})$ 이고, (16)식은 tri-diagonal Gauss소거법에 의해 풀
이 된다. 원식에서 계산된 결과를 이용하여 $(E^{mn} - \alpha_2^{(2)} I^{mn})$
에 대하여 Gauss소거법을 적용하고 계속하여 $(E^{mn} - \alpha_4^{(2)} I^{mn})$ 까지 총 4번의 Gauss소거법을 적용하면
 $\phi_4^n (n=1 \sim M)$ 의 해를 얻게된다. 이 결과를 (12)식에
적용하여 ϕ^2_n, ϕ_6^n 을 구할수 있고, 이 결과를 (11)식
에 이용하면 $\phi_1^n, \phi_3^n, \phi_5^n, \phi_7^n$ 을 얻게되어 완전한 $\phi_j^n (1 \leq j \leq N, 1 \leq n \leq M)$ 을 얻게된다. 이 과정에서 M^2 행렬
에 대해 총 12번의 tri-diagonal Gauss 소거법이 필요
한데, 이는 (10)식에 직접 Gauss 소거법을 적용하는
것에 비해서 B-C-R해법이 상당한 경제적인 이득을 얻
는 주요요인이 된다. 이러한 잇점은 N 이 커질수록 더
욱 증가된다. 한예로 $N=M=128$ 일 경우 successive-
over-relaxation방법보다 50배이상 시간절약의 효과를
볼 수 있다. (T.E. Rosmond & F.D. Faulkner, 1976)

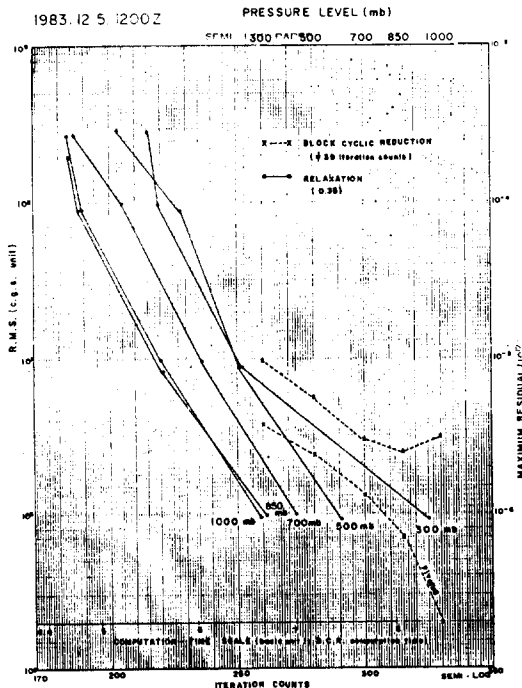


Fig.2 Comparison with successive over relaxation.

따라서 이 모형에서는 B-C-R 직접해법을 적용하고 있
다.

그림 2는 B-C-R해법과 완화법을 비교한 것이다. 이
때 오차 $\varepsilon \equiv [(\phi - \rho^{-2} \rho^2 \phi)^2]^+$ 로 정의한다. 이 비교를
위해서 수평격자는 (33×20) 으로 정했고 구면좌표계
(spherical coordinate system)를 사용하였다. 또한
완화법에는 가장 빠른 수렴도를 보이는 완화상수 $\alpha =$
0.35의 Successive over relaxation 해법을 채택했고,
B-C-R해법에는 계산오차(round off error)를 줄이기
위해 Bunnman invariant를 이용하였다.

상기 그림은 1983년 12월 5일 1200Z와 1983년 12월
6일 1200Z에 대한 300, 500, 700, 850, 1000 mb 5층의
자료, 도합 10 Sample에 대해 2번 실험하여 총 20 case
를 비교하여 종합분석한 것이다. 이 그림에서 알수 있
듯이 완화법의 오차허용 범위는 10^{-5} 으로 하였을 경우
완화법은 B-C-R해법에 비해 최소한 5배 이상 시간이
더 걸린다.

그리고 B-C-R해법은 완화법에 비해 상대적으로 해
가 안정되어 있으며, 만약 Gauss소거법에 단순한 bac-
kward 방법이 아닌 column-pivoting 방법을 적용할
경우 더욱 정확한 해($\varepsilon \sim 10^{-7}$)를 얻을수 있는 반면, 완
화법은 대개의 경우 10^{-6} 근처에서 진동하는 경향을 띠
고 있는 점으로 미루어 보아 완화법에 대한 B-C-R 방
법의 우수성을 입증할수 있었다.

(3) 수치계산

모형의 계산영역은 구면좌표계에서 동서방향으로 4°
씩 33개, 남북방향으로 $20^\circ N$ 에서 $70^\circ N$ 까지 2.5° 씩 20

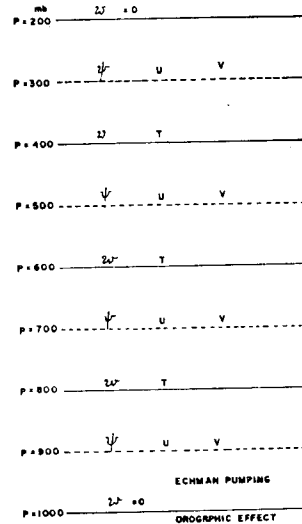


Fig.3 Vertical layering of the baroclinic atmosphere. Below 900mb is assumed to be the planetary boundary layer. Orographic effect is neglected.

개, 압력좌표계에서 연직방향으로 1000mb에서 200mb까지 4개, 총 2,640개의 격자점으로 구성되어 있고 수직단면도는 그림 3과 같다.

여기서 ω 층의 상한·하한인 200mb와 1000mb에서 $\omega=0$ 으로 가정하여, 지형효과와 영향을 무시하였다. 그리고 정적안정상수 σ 는 10^{-4} C.G.S Unit로 고정하였다. 이때 오메가 방정식 (4)식의 2차원 환원에 필요한 고유값과 고유벡터는 (8)식을 이용하면, 각각 아래와 같다.

$$C_A = \begin{pmatrix} -3.4142 \\ -2.0000 \\ -0.58579 \end{pmatrix}$$

$$E_{ij} = \begin{pmatrix} 0.50000 & 0.70711 & 0.50000 \\ -0.70711 & 0 & 0.70711 \\ 0.50000 & -0.70711 & 0.50000 \end{pmatrix}$$

또 시간적분간격은 $\Delta t = 1hr$ 로 정했고, 적분방법으로는 통상적인 leapfrog방법을 이용하고 매 6시간 마다 계산모드(Computational mode)를 감쇠시키기 위해 leapfrog bakward 방법을 적용하였다. (Haltiner, 1983). 또한 미소요란을 제거하기 위해 Shuman(1957)의 9-점 공간평균법(smoothing)을 이용했고 와도보존(vorticity conservation)을 위해서 이류항은 Arakawa(1966)의 9-점 차분법을 사용하였다. 그리고 선형 균형방정식의 경계조건으로는 Bolin(1956)에 의거하여 경내영역 안에서 총 발산량이 0이 되도록 경계선상의 유선 함수값을 교정하였고, 여기에 B-C-R 방법을 적용하면 초기의 Z값에서 초기의 ϕ 값을 얻을수 있는데, 이때 오차를 $\epsilon = [(Z_0 - v^{-2}(v^2 + f \cdot v)(v^2 + f \cdot d) - 1/2 Z_0^2)]^2$ 라 정의하여 계산해보면 대개 $10 \leq \epsilon \leq 20m$ 정도여서 이 선형균형 방정식의 초기화 과정이 큰 무리가 없다고 본다.

한편 와도방정식의 경계조건으로는 Charney(1949)의 시간의존 경계조건(time dependent boundary condition)을 적용하여, 경계영역 안에서 경계바깥으로 향하는 와도이류 효과를 내삼을 통해서 적절히 교정해 주었다. 그리고 유선 함수는 경계선상에서 항상 일정하도록 고정하였다.

3) 수치실험

(1) 기본자료

Phillips(1956)의 대기대순환 실험과 유사하게 분산항(diffusion term)의 계수 A_v, A_T 는 모두 $10^6 cm^2 sec^{-1}$, 지표마찰계수 k 는 $4 \times 10^6 sec^{-1}$, \bar{f} 는 $10^{-4} sec^{-1}$ 로 놓았다. 또한 비단열율(biadatac rate) H 는 위도선상에 선형관계를 가정하여, 적도에는 열공급 극에는

$$H = \begin{cases} 2h(11-j)/20, & j=1 \sim 10 \\ -2h(j-10)/20, & j=11 \sim 20 \end{cases}$$

열방출과정을 묘사했고, 이때 상수 h 는 위도 $45^\circ N$ 에서 순열유입(net heat flux)이 관측자료($\sim 6 \times 10^{19} cal/day$)와 일치하도록 $h=20 erg/sec$ 결정하였다.

또한 에너지 변환과정을 살피기 위하여 (1), 및 (2) 식으로 부터 다음과 같은 에너지 변환식을 유도하였다. 우선 요란을 정의하면,

$$A'(\lambda, \varphi, p) \equiv A(\lambda, \varphi, p) - \bar{A}(\varphi, p) \dots \dots \dots : \dots \dots (17)$$

여기서 $\bar{A}(\varphi, p) \equiv \frac{1}{L} \int_0^L A(\lambda, \varphi, p) \cos \varphi d\lambda$,

L =모델의 동서방향의 길이

a. 운동에너지

$$K \equiv \int_P \int_A \frac{(v\phi)^2}{2g} dsdp$$

b. 위치에너지

$$P \equiv \int_P \int_A \frac{\bar{f}^2}{2\sigma g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)^2 dsdp$$

c. 열에너지의 위치에너지로의 변환

$$\{\bar{Q}, \bar{P}\} \equiv -\frac{\bar{f}}{\sigma} \frac{R}{C_{PG}} \int_P \int_A \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \frac{\bar{H}}{P} dsdp$$

$$\{Q', P'\} \equiv -\frac{\bar{f}}{\sigma} \frac{R}{C_{PG}} \int_P \int_A \frac{\partial \phi'}{\partial p} \frac{H'}{P} dsdp$$

d. 요란의 분산에 따른 위치에너지의 감소

$$\{\bar{P}, A\} \equiv \frac{\bar{f}^2}{\sigma g} A_T \int_P \int_A \left(v \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} \right)^2 dsdp$$

$$\{P', A\} \equiv \frac{\bar{f}^2}{\sigma g} A_T \int_P \int_A \left(v \frac{\partial \phi'}{\partial p} \right)^2 dsdp$$

e. 요란의 마찰에 따른 운동에너지의 감소

$$\{\bar{K}, A\} \equiv \frac{A_v}{g} \int_P \int_A (v^2 \bar{\phi})^2 dsdp$$

$$\{K', A\} \equiv \frac{A_v}{g} \int_P \int_A (v^2 \phi')^2 dsdp$$

f. 행성경계층(planetary boundary layer)의 마찰에 따른 운동에너지의 감소

$$\{\bar{K}, k\} \equiv \frac{k}{g} \int_{PBL} \int_A (\Delta \bar{\phi}_{PBL})^2 dsdp$$

$$\{K', k\} \equiv \frac{k}{g} \int_{BBL} \int_A (\Delta \phi'_{PBL})^2 dsdp$$

g. 위치에너지의 운동에너지로의 변환

$$\{\bar{P}, \bar{K}\} \equiv \frac{\bar{f}}{g} \int_P \int_A \int \omega \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} dsdp$$

$$\{P', K'\} \equiv \frac{\bar{f}}{g} \int_P \int_A \omega' \frac{\partial \phi'}{\partial p} dsdp$$

h. 평균 위치에너지의 요란 위치에너지로의 변환

$$\{\bar{P}, P'\} \equiv \frac{\bar{f}^2}{\sigma g} \int_P \int_A \frac{\partial \phi}{\partial p} J\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial p}\right) dsdp$$

i. 요란 운동에너지의 평균 운동에너지로의 변환

$$\{K' \bar{K}\} \equiv -\frac{1}{g} \int_P \int_A \phi J(\phi, v^2 \phi + f) dsdp$$

지금까지 마련된 예보방정식과 기본적인 물리적과정
에 필요한 상수, 에너지 변환식을 토대로하여 경압대
기(baroclinic atmosphere)의 발달에 따른 에너지 변
환과정을 살펴보기 위해서, 우선 초기의 함수는, 선
형요란이론(linear perturbation theory) (Holton,1972)
에 의해서 잘 설명된 경압대기 발달의 최적조건으로서,
기압골은 상층으로 가면서 서쪽으로 180° 위상차의 기
울기를 갖게하고, 평균풍속은 10m/sec, 상·하층 풍
속차는 10m/sec, 파장은 약 4,000km가 되도록 sin 함
수로 주었다. 즉,

$$\psi_{i,j,k} = (10 - Z_k)10^{12} + (21 - j)a\Delta\phi(10 + \frac{U_T}{2} - (2.5 - k))10^2 + 500a\Delta\lambda\sin[2\pi i/16 + (5 - 2k)\pi/6],$$

1 ≤ i ≤ 33, 1 ≤ j ≤ 20, 1 ≤ k ≤ 4

여기서

a = 지구반경,

Δφ = 위도간격,

Δλ = 경도간격,

U_T = 풍속차 (단위는 m/sec)

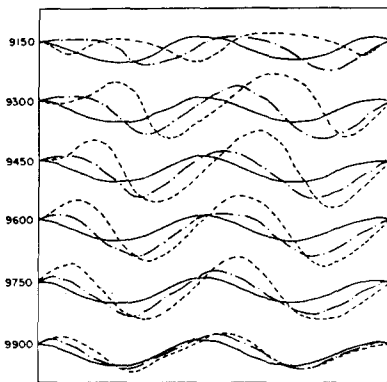


Fig. 4 Stream line at 300mb level. solidline 0hr, solid-dot line; 24hr, dashed line; 48hr

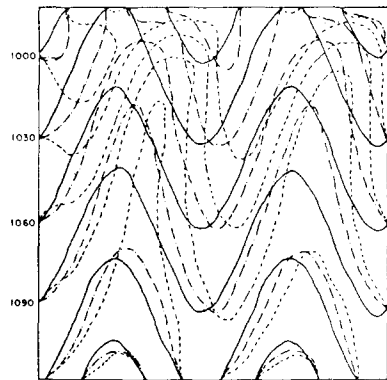


Fig. 5 The same as fig. 4 for 900mb level.

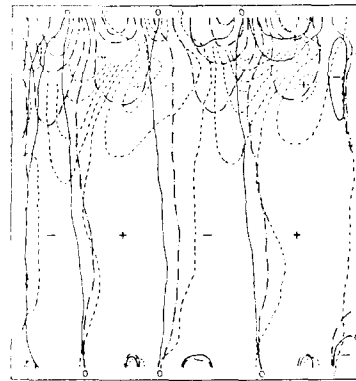


Fig. 6 Vertical velocity at 600mb level. line difference is 0.3cm/sec.

+; downward, -; upward

solid line; 0hr, solid-dot line; 24hr, dashed line; 48hr

(2) 실험결과의 분석 및 토의

앞장의 초기 φ를 이용하여 수치적분된 2일간의 모
형대기는 그림 4, 5, 6에 나타나 있다. 이 실험을 위해
서 사용된 컴퓨터 기종은 UNIVAC-1106이고, 이때 계
산시간은 cpu시간으로 약 29분 이었다. 또한 상기 그
림들은 등 위경도 간격을 일정한 길이로 수축시킨 사
각평면에서 묘사된 것으로 횡축은 동서방향이고 종축
은 남북방향이다. 이 그림에서 실제 격자 간격은 북쪽
에서 더 짧고 남쪽에서는 더 길다. 우선 그림 6에서
ω는 북쪽으로 갈수록 그 크기가 증가하는데 이는 초기
상태에서 위도에 무관한 편사풍 u의 상대와도가 동서
조화파의 와도에 얹히기 때문이다. 상기 그림에서 ω와
φ를 비교해보면 300mb 기압능과 900mb 기압골 사이
에는 상승류, 300mb 기압골과 900mb 기압능 사이
에는 하강류가 분포하는 것을 볼수 있는데 이는 준지균훈
이론과 잘 일치하고 있으며, 모형이 오메가 진단방정
식을 잘 설명하는 것으로 풀이할 수 있다. 다음으로
위의 그림에서 φ와 ω의 요란(disturbance)은 동진하면
서 발달하는 모습을 볼수 있는데, 이는 각각 와도이류
(vorticity advection)와 온도이류(temperature advec
tion)에 의한 영향으로서 준지균훈이론과 잘 일치하고 있
다. 여기서 기압능이 기압골과 비슷한 크기로 발달하
는 것을 볼수 있는데 이는 실제대기에서는 볼수 없는
현상이다. 실제대기를 경도풍(gradient wind)으로 근
사시켜보면 고기압은 발달에 한계가 있다는 것을 쉽게
확인할 수 있다. 따라서 이 모형대기의 기압능발달은
준지균훈이론의 기본가정에 기인하는 불가피한 제약으로
볼수 있다. 즉 준지균훈이론은 경도풍을 묘사하지 못하
고 지균훈만을 묘사하는 약점을 가지고 있다. 한편 상

Table 1. Various kinds of energy and energy transformation function during the course of integration. The trend of space mean stream function indicates the stability of numerical calculation for the period of 105hr.

unit	$\times 10^9$	$\times 10^{30}$ erg/sec	$\times 10^{20}$ erg/sec			$\times 10^{18}$ erg/sec				$\times 10^{14}$ erg/sec					
	$\bar{\phi}$	P	K	P'	K'	$\{\bar{P}, P'\}$	$\{P', K'\}$	$\{\bar{P}, \bar{K}\}$	$\{K', \bar{K}\}$	$\{\bar{P}, A\}$	$\{P', A\}$	$\{\bar{K}, A\}$	$\{K', A\}$	$\{\bar{K}, k\}$	$\{k', k\}$
0hr	4917	2.7	2.3	1.0	0.068	680	0.98	23	18	160	25	0.0	2.1	11	7.1
6	4917	2.7	2.3	1.0	0.075	610	1.2	-5.0	-12	160	25	0.0	2.5	10	7.1
24	4920	2.7	2.4	1.5	0.15	220	2.7	-18	-120	160	41	0.1	7.7	9.1	12
29	4921	2.7	2.4	1.7	0.18	87	3.2	0.68	-120	160	46	0.2	110	8.8	14
33	4922	2.7	2.4	1.8	0.21	-23	3.7	18	-110	160	50	0.3	13	8.7	15
48	4925	2.7	2.4	2.4	0.34	-360	5.3	68	-8.7	160	71	0.9	26	9.6	24
51	4925	2.7	2.5	2.5	0.37	-390	5.7	71	11	160	76	1.2	30	10	27
69	4928	2.7	2.8	3.1	0.63	-240	7.6	-4.2	120	150	110	3.6	60	15	47
72	4929	2.7	2.8	3.2	0.69	-140	8.0	-34	120	140	120	4.3	67	16	51
76	4931	2.7	2.8	3.3	0.76	11	8.6	-84	79	140	130	5.3	76	17	58
80	4933	2.7	2.9	3.4	0.85	190	9.2	-140	-13	140	140	6.5	87	19	65
96	4951	2.7	3.4	3.8	1.4	1000	9.9	-360	-1000	140	170	13	170	32	110
102	4958	2.7	3.6	4.0	1.8	1300	15	-100	410	140	200	13	250	36	150
103	4963	2.7	4.0	4.0	2.2	1300	24	-200	-370	140	250	15	280	37	160
104	4962	2.7	6.0	4.3	4.4	1000	110	1900	-8400	140	660	19	1300	40	170
105	4801	2.7	59	13	5.7	12000	9100	44000	79000	180	11000	55	38000	51	330
106	-1485														
107	-1062														

기 그림에서 초기상태에는 ϕ 와 ω 의 요란의 중심이 남북방향으로 일직선상에 놓여있다가, 시간이 흐름에 따라 차츰 경계선 근처에서 휘는모습을 들수 있는데 이는 경계조건의 오차에 기인한다고 생각된다.

도표 1은 모형대기의 발달에 따른 에너지 변환과정을 보인 것이다.

상기 도표에서 우선 공간평균한 유선함수 $\bar{\phi}$ 는 시간이 지남에 따라 서서히 증가하여 $t=105t$ 을 전후로 하여 급격히 감소하는데, 이는 모형의 수치적분이 약 4일간은 안정되 있다는 것을 보이고 있다. 위 도표에서 K, P', K' 의 계속적인 증가추세는 경압요란의 발달에 따른 동서류의 위치에너지가 요란 운동에너지로 변환되는 과정을 잘 나타내고 있다. 또 $\{\bar{P}, P'\}$ 와 $\{P', K'\}$ 의 추이는 33~72hr동안을 제외하면 일반적으로 증가하는데 이는 경압요란의 발달을 암시하고 있다. 이때 33~72hr동안의 $\{\bar{P}, P'\}$ 의 -부호는 모형이 모형기후에 접근할때 일어나는 진동으로 해석된다. 또한 $\{\bar{P}, \bar{K}\}$ 는 0hr때 +값을 갖는데 이는 가열에 의한 Hadly 순환을 나타내고, $\{K', \bar{K}\}$ 는 0hr때 +값을 갖

는데 이는 운동량 수송에 따른 Jet류의 발달을 나타내고 있다. 이때 $\{\bar{P}, \bar{K}\}$ 와 $\{K, \bar{K}\}$ 는 시간에 따라 부호가 반복하여 뒤바뀌는데 이는 가열에 의한 Hadly순환과 경압요란의 발달에 따른 Ferrel순환이 서로 경쟁하면서 모형기후에 수렴하는 과정으로 풀이된다. 위 도표에서 마찰에 따른 운동 위치 에너지의 소모량은 $\{\bar{P}, A\}$ 를 제외하면 시간이 지나면서 꾸준히 증가하는데 이는 K, P', K' 의 증가에 기인한 것이다. 상기 과정을 위도순환(meridional circulation)을 통해서 살펴보면 그림 7-10과 같다.

이 그림을 통해서, 0hr 때는 Hadly순환이 우세하나 시간이 흐름에 따라 Hadly순환과 Ferrel순환이 교대로 그 크기가 강해져서 96hr에 이르면 대기 순환의 3세포구조를 이루는 과정이 비교적 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

지금까지의 토의를 통해서, 가상적 경압대기를 초기자료로 입력한 경우, 와도이류에 의한 기압계의 동서 이동과, 온도이류에 의한 기압계의 발달과정을 모델이 잘 소화하고 있으며, 에너지 순환의 원리도 잘 충족되

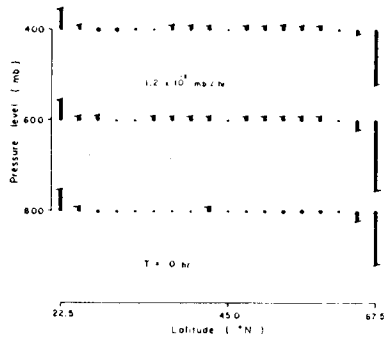


Fig. 7 meridional circulation at 0hr

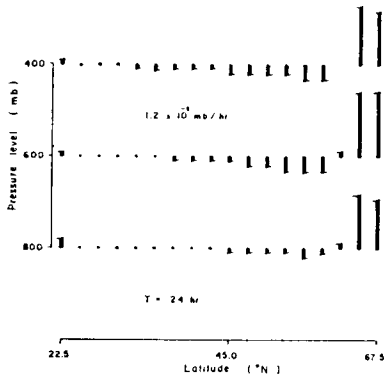


Fig. 8 meridional circulation at 24hr

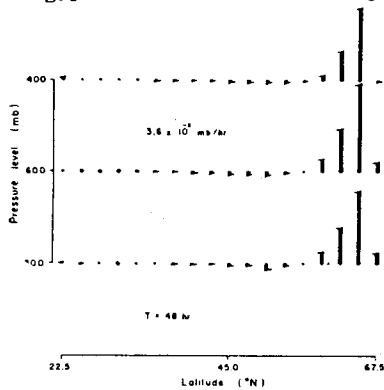


Fig. 9 meridional circulation at 48hr

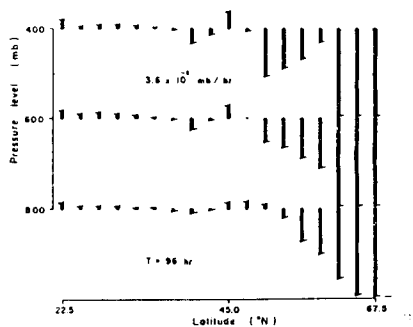


Fig. 10 meridional circulation at 96hr

고 있음이 밝혀졌다. 그러나 실제대기를 수작업으로 입력한 경우 초기자료의 불완전한 정수보정이(hydrostatic adjustment) 시간적분의 계산 불안정 현상을 유발 시킬수 있으며, 따라서 보다 세련된 객관분석법의 연구가 선행되어야 할것으로 평가된다.

참 고 문 헌

김정우, 1983: 한반도 지역에 대한 일기예보의 수치모형, 한국기상학회지 1, 33~50.

Arakawa, A., 1966: Computational design for equations of fluid motion in two dimensional incompressible flow. Part I. II. Comput. Phys. 1, 119~143.

Bolin, B., 1956: An improved barotropic model and some aspects of using the balance equation for three-dimensional flow. Tellus, 8, 61~75.

Charney, J.G., 1949: On a physical basis for numerical prediction of large scale motions in the atmosphere. J. Meteor., 6, 371~385.

_____, and A. Eliassen, 1949; A numerical model for predicting the perturbations of the middle latitude westerlies, Tellus, 1, 38~54.

Cressman, G.P., 1958: Barotropic divergence and very long atmospheric waves. Mon. Wea. Rev., 86, 295~297.

_____, 1963: A three-level model suitable for daily numerical forecasting. Tech. Memo. No. 22. National Meteorological Center, Weather Bureau, ESSA, U.S. Department of Commerce, 22pp.

Haltiner, G.J., 1980: Numerical Prediction and Dynamic Meteorology. 2nd. Ed., John, Wiley & sons, 477pp.

Holton, J.A., 1972: An Introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press, New York, 319pp.

Phillips, N.A., 1956: The general circulation of the atmosphere; A numerical experiment. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 82, 123~164.

Rosmond, T.E., and F.D. Faulkner, 1976: Direct solution of elliptic equations by block cyclic reduction and factorization. Mon. Wea. Rev., 104, 641~649.

Shuman, F., 1957: Numerical methods in weather prediction II, smoothing and filtering. Mon. Wea. Rev., 85, 357~361.

Staff Members of Electronic Computing Center,

1965: 72-hr baroclinic forecast by the diabatic quasi-geostrophic model. J. Meteor. Soc. Japan., 43, 246-261.