〈講 座〉

日本의 流出豫測에 關한 最近의 硏究動向

金 治 弘*

머 리 말

筆者는 文敎部海外派遣硏究敎授의 一員으로서 1982年 9月 10日부터 1983年10月 10日까지 日本의 東京工業大學 工學部 土木工學科 日野硏究室의 客員硏究員의 資格으로 洪水豫測에 關한 硏究를 한 바 있다.

本報告는 同硏究期間中 日本의 流出豫測에 關한 많은 硏究論文에 接할 機會가 있어 筆者나름대로 流出豫測硏究의 動向을 把握하였기에 이를 簡單히 紹介해서 本學會會員의 參考가 되면 多幸으로 생각하는 바이다.

1. 流出豫測의 硏究에 對한 分類

一般으로 水資源問題의 治水에 關해서 流出豫測을 大別하여 計劃豫測과 逐次豫測으로 나눌수 있다. 前者는 治水計劃에 있어서의 計劃洪水量의 策定을 그基本目的으로 하는데 反하여 後者는 洪水가 發生했을 때에 洪水災害防止 또는 輕減을 위해 正確하고 迅速한 水文量情報를 提供하는 것을 第一의 目的으로 하고 있다. 따라서 兩流出豫測은 本質的으로 目的이 다르기 때문에 採用流出모델의 構造式이 相異하다. 즉 前者에 對해서는 對象流域의 境界條件이 여러가지로 相異하더라도 採用流出모델은 流域特性値와 降雨特性値를適切하게 反映되지 않으면 안된다. 그러한 要件을 가추고 있는 流出모델로서 日本에서는 Kinematic Wave法을 들고있다. 이것은 英國의 M.J. Kirkby "Hillslope Hydrology"(1978年發刊)의 影響을 多分히 받고 있으며 이 Kinematic Wave法을 日本에서는 雨水流法이라고 命名하고 있다. 近年 山間小流域의 雨水流出에 Kinematic wave모델을 適用해서 그 適合性을 檢證하고 있는 硏究成果가 많이 發表되고 있다. 그러나 比較的 큰 流域에서의 流出解析에 Kinematic Weave모델을 適用하는데는 아직도 여러가지 問題點이 남아 있는것 같다. 이 Kinematic Weave法에 依한 流出모델은 流域內에 있어 雨水의 空間的變動까지 追求코저하기 때문에 時間座標外에 空間座標를 必要로 하고 一般으로 그 모델은 偏微分方程式으로 記述되며 分布常數系流出모델(distributed model)이라 불리우고 있다. 그러므로 單位流域數가 많으면 計算이 複雜해지고 計算量이 增大하게 된다. 한편 流出의 逐次豫測을 迅速히 行하기 위해서는 分布常數系流出모델보다도 現象을 說明하는 獨立變數가 時間뿐이고 空間座標가 無關하여 一般으로 常微分方程式으로 記述되는 集中常數系모델(lumped model)의 편이 有利하다. 日本에서는 集中常數系流出모델中에서도 貯溜函數法이 降雨—流出系의 非線型性을 比較的 單純한 構造式으로 表現할 수 있는 特徵이 있다하여 많이 쓰이고 있다. 그런데 從來부터 提案되어 있는 貯溜函數法에서는 모델·파라매터의 物理的 意味가 Kinematic wave모델에 比하여 不明確하다. 即 貯溜函數파라매터와 流出特性을 規定하는 斜面길이, 傾斜, 粗度등의 流域特性値 및 降雨特性値와의 相互關係가 定量化되어 있다고는 할 수 없다. 이 貯溜函數모델은 우리나라 漢江洪水豫警報시스템에도 適用하고 있어 周知하는 것처럼 그 모델構造決定에서 보면 比較的 긴 lead time에서의 流量豫測의 精度에 影響을 끼친다. 따라서 水文曲線의 形狀特性, 즉 上昇部, 下降部의 流量豫測에서의 支配的要素가 되는 기울기, 尖頭附近에서의 曲線形의 效果를 適切하게 表現할 수 있는 貯溜函數모델 構造式의 決定이 流出逐次豫測을 위해不可缺하다.

以上의 記述에서 잘 아는것 처럼 Kinematic Wave모델을 위한 應答特性이 等價가 되는 貯溜函數모델로 理論的으로 導出할 수 없는가 하는 問題가 當然히 提起된 것이다. 萬若에 이 理論展開가 可能하면 貯溜函數모델에 包含되는 파라매터의 物理的解釋이 容易하게 되고 또한 實際의 流出計算에 있어서는 Kinematic Wave모델을 採用하는 것보다 貯溜函數法을 採用하는 편이 훨씬 計算이 容易하기 때문이다. 이러한 見解下에 Kinematic Wave法과 貯溜函數法을 混用해서 集中化하는 手法이 開發되고 硏究되어 왔다.

한편 從來의 流出解析의 大部分은 入力(降雨)과 出力(流量)의 양측의 資料를 利用해서 시스템特性(單位圖,

* 成均館大學校 工科大學 土木工學科

應答函數등)을 求하는 直接的인 問題이고 一般으로는 同定問題(Identification)라고 불리우고 있다. 그러나 잘 符合되는 流量豫測이 不可能한 것은 降雨豫測의 困難性과 水文現象의 非線型性에 있다고 보는 見地에서 流出成分分離法이라는 方法을써서 洪水現象을 各成分으로 線型化할 수 있어 流出豫測을 精度높게 하는 手法을 開發했다. 그래서 以上 두 가지 技法을 簡單히 說明하고저 한다.

2. Kinematic Wave 法을 貯溜函數法에다 集中化하는 手法의 理論

Kinematic Wave 法(雨水流法)과 貯溜函數法은 實際의 流出解析에 廣範圍하게 日本에서는 쓰여지고 있다. Kinematic Wave 法은 斜面·河道流出系를 同一의 모델構造式으로 記述 할 수 있는 것, 또 流出現象의 水理學的 特性을 모델 自身에 反映시킬 수 있는 特徵을 갖고 있다. 한편 貯溜函數法은 流出過程의 非線型性을 比較的 單純한 構造式으로 表現할 수 있고 또한 流出逐次豫測에서 要求되는 單純性과 迅速性을 兼備하고 있다. 이 反面 貯溜函數法에 있어서는 파라메터의 物理的意義가 Kinematic Wave 法에 比하여 不明確하다는 缺點이 있다. 지금까지는 貯溜函數法의 모델의 構造는 洪水時에 볼 수 있는 貯溜量～流量曲線의 2價性을 定性的으로 說明하는데 不過하고 모델構造가 과연 妥當한 것인가 아닌가에 對하여는 全然 생각안했던 것을 밝혀낸것이 最近의 硏究의 成果가 아닌가 본다.

最近 칼만 휠터(Kalman Filter)理論은 洪水流出의 逐次豫測에 威力을 發揮하는 一手法으로 널리 쓰이고 있는데 比較的 긴 lead time 의 流出豫測問題에서는 모델構造의 設定이 洪水 水文曲線의 豫測精度와 本質的으로 關聯 해 온다. 따라서 最近의 硏究로서는 貯溜函數法을 Kalman 法의 豫測理論과 Coupling 해서 精度가 높은 流出逐次豫測을 行한다면 水文曲線全體의 形狀特性을 正確히 表現할 수 있는 貯溜函數型 構造式의 決定이 必要하게 된다는 것이다. 이와 같은 立場에서 雨水流法과 貯溜函數法과의 相互關係를 究明한 것이다. 즉 우선 貯溜量～函量曲線의 2價性을 表現하는 데 어떤 構造式이 適切한가를 Kinematic wave 理論으로부터 明確히하고 貯溜方程式을 提案했고, 矩形 및 三角形降雨波形에 對한 Kinematic Wave 理論의 應答에 이 提案한 貯溜方程式을 代入하여 Kinematic Wave 法의 파라메터와 貯溜函數의 파라매터間의 近似式을 決定하고 있다. 以下에 本理論의 槪要를 說明코저 한다.

Kinematic Wave 法은 斜面·河道流出系의 兩쪽에 適用할 수 있으나 여기서는 單一矩形斜面上의 流出過程을 想定해서 Kinematic Wave 모델의 集中化를 試圖했다. 一定勾配斜面上의 흐름의 基礎方程式은 다음式으로 주어진다.

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=r \tag{1}$$

$$q=\alpha h^m \tag{2}$$

$$s=\int_0^L h(x,t)dx \tag{3}$$

여기서 t : 時間, x : 斜面上流端부터의 距離

h : 水深, q : 斜面單位幅溜量

s : 斜面單位幅貯流量

r : 有効雨量强度, L : 斜面길이

α,m : 斜面流常數

Kinematic Weave 모델을 貯溜函數모델로 變換하기 위해서 兩모델 파라매터間의 相互關係를 定量化할 必要가 있다. 그래서 實用解析上 函數形의 近似式을 導出하기 위해 (1)～(3)式을 無次元化하여 對象變量의 數를 줄인다. 지금 Y 및 y_*를 各各變量 y의 無次元量 및 그 規準化演算子로 定義하고 y_*로서 다음의 諸量을 採用한다.

$$\left.\begin{array}{l} t_*=(L\ r^{1-m}/\alpha)^{1/m}(\text{到達時間}),\ x_*=L, \\ h_*=rt_*,\ q_*=\alpha h_*^m=\mathrm{L}r, \\ r_*=r(\text{平均雨量强度}),\ s_*=Lrt_* \end{array}\right\} \tag{4}$$

(4)式의 規準化演算子와 $y=y_*Y$의 關係式을 (1)～(3)式에 代入하면 (5)～(7)式이 얻어진다.

$$\frac{\partial H}{\partial T}+\frac{\partial Q}{\partial X}=R \quad (0\leq \times \leq 1) \tag{5}$$

$$Q=H^m \tag{6}$$

$$S=\int_0^1 H(X,T)dX \tag{7}$$

降雨繼續時間 T_r을 갖는 矩形降雨波形 R에 對한 (5)～(6)式의 理論解, 즉 水深 $H(X,T)$ 및 斜面末端에서의 水文曲線 $Q(T)=Q(1,T)$는 잘 알려져 있다.[1] 지금 $H(X,T)$의 理論解를 (7)式에 代入해서 整理하면 (8)式의 貯溜方程式이 얻어진다.

$$S=\begin{cases} \dfrac{m}{m+1}Q^{1/m}+\dfrac{(R-Q)}{m(m-1)R^2}Q^{(2-m)/m}\dfrac{dQ}{dT} & (0\leq T\leq T_c) \quad (8a) \\ \dfrac{m}{m+1}Q^{1/m} \quad (T_c<T<T_r) & (86) \\ \dfrac{m}{m+1}Q^{1/m}+\dfrac{\{R(m-1)+Q\}\ (R+Q)}{m^2(m+1)R^2}Q^{(2-2m)/m}\dfrac{dQ}{dT} & (T\geq Tr) \quad (8c) \end{cases}$$

여기서 T_c는 無次元到達時間이고, $T_c=R^{(1-m)/m}$로 주어진다. 또, Q는 斜面末端에서의 流量이다. 또한 (8)

式은 $T_r > T_c$ 의 條件下에서의 解이다. (8a), (8b), (8c)式은 各各 水文曲線의 上昇部, 피이크部 및 下降部에 對應하고 있다.

Prasad[2]는 $S \sim Q$ 曲線의 2價性을 表現하기위해 (9)式의 貯溜方程式을 提案하고 있다.

$$S = K_1 Q^P + K_2 \frac{dQ}{dT} \tag{9}$$

(9)式의 Prasad 모델과 矩形降雨에 對한 (8)式의 貯溜方程式을 比載해 보면 파라메터 K_2 는 m, R 뿐만아니라 Q 에 依存하고 있고 常數로 取扱하는 것이 困難하다. 따라서 파라메터를 time invariant 로 하기 위한 貯溜函數모델로서 다음式을 提案했다.

$$S = K_1 Q^{P_1} + K_2 \frac{d}{dT}(Q^{P_2}) \tag{10}$$

$$\frac{dS}{dT} = R - Q \tag{11}$$

여기서, K_1, K_2, P_1, P_2 : 모델파라메터

(10)式의 파라메터 K_1, P_1 은 (8)式부터 次式으로 關係가 맺어진다.

$K_1 = m/(m+1) \cdots\cdots (12)$ $\qquad P_1 = 1/m \cdots\cdots (13)$

그리고 **圖 1**에 表示된 矩形 및 三角形降雨波形에 對한 Kinematic wave 모델의 應答에 (10), (11)式을 適用해서 파라메터 K_2 와 P_2 의 最適值探索을 다음의 計算過程에 依해 行해진다.

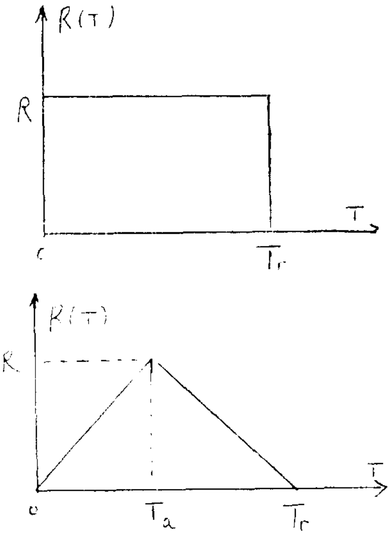

圖 1. Hyetograph

(I) 矩形降雨인 경우에는 無次元領域에서의 雨量强度는 $R=1$ 가 되고 따라서 無次元到達時間은 $T_c=1$ 이 된다. 實際의 降雨流出系에서는 $T_c < T_r$ 이라고 생각 $T_r=2$ 로 固定했다. Kinematic Wave 指數 $m=1.0(0.05)2.0$ 의 21case 에 對해 Q 와 S 의 理論解에 (10), (11)式을 適用하고 파라메터를 同定하고 있다.

(II) 三角形降雨인 경우 無次元領域에서는 T_a 일때 $R=2$ 가 되고 따라서 變數의 數는 指數 m 피이크雨量發生時刻 T_a 및 繼續時間 T_r 의 3個가 된다. 여기서는 $T_r=4$, $m=1.1(0.1)2.0$, $T_r=0(1)4$ 의 50case 를 選定해서 (5)～(7)式의 數值解에 (10), (11)式을 適用하여 파라메터 P_2 와 K_2 를 同定했다.

(III) 最高化手法으로서 Newton-Raphson 法을 썼다. 이때 1次導函數(感度係數)를 效率좋게 算定하기 위해 感度解析手法[3]을 活用했다고 한다.

(IV) 同定된 파라메터 K_2, P_2 와 Kinematic Wave 指數 m 및 降雨特性値와의 關係式을 最小自乘法에 依해 決定했다.

그리하여 以上의 解析結果만을 記述하면 다음과 같다.

우선 矩形降雨에 關해서 決定된 關係式은 (14), (15)式이다.

$K_2 = \frac{1}{10} m^{1/5} \quad (14) \qquad P_2 = (1/m)^{3/2} \quad (15)$

다음에 三角形降雨波形에 對하여 決定된 函數形은 (16), (17)式이다.

$$K_2 = a_1 \ exp\{(a_2(T_a/T_r)\}^{m \sum_{i=i}^{d} bi(Ta/Tr)^{i-1}} \tag{16}$$

$a_1=0.0683$, $a_2=0.3214$, $b_1=-0.1137$, $b_2=0.7546$, $b_3=1.3822$, $b_4=-2.0452$

$$P_2 = c_1 exp\{c_2(Ta/Tr)\}^{m \sum_{i=1}^{d} d_i(Ta/Tr)^{i-1}} \tag{17}$$

$c_1=1.3536$, $c_2=-0.4673$, $d_1=-1.3484$, $d_2=-1.5574$, $d_3=2.7270$, $d_4=-1.9907$ (14)～(17)式의 近似式의 精度는 同定파라메터에 對한 相對誤差로 最大 5% 以內이다.

한편 實際의 流出計算에서는 (10), (11)式의 無次元方程式을 次式의 次元을 갖는 方程式으로 變換할 必要가 있다.

$$S_h = K_1 q_h^{P_1} + K_2 \frac{d}{dt_s}(q_h^{P_2}) \tag{18}$$

$$ds_h/dt_s = r_h - q_h$$

여기서 s_h : 貯溜高(mm), q_h : 流出高(mm/hr),
r_h : 雨量强度(mm/hr), t_s : 時間(hr),

(4)式의 規準化演算子 및 (12), (13)式을 쓰면 (18)式의 次元을 갖는 貯溜係數는 次式으로 주어진다.

$$K_1 = \frac{m}{m+1}(10^{3m-6}/3.6)^{1/m} \ (L/\alpha)^{1/m} \tag{20}$$

$$K_2 = K_2(10^{3m-6}/3.6)^{2/m}(L/\alpha)^{2/m} \frac{\ }{r_h}^{2/m-i-P_2} \tag{21}$$

$$= K_2\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 K_1{}^2 \frac{\ }{r_h}^{2/m-1-P_2}$$

여기서, r_h : 平均雨量强度(mm/hr), L : 斜面長(m), α : m－sec 單位의 常數

(20), (21)式의 物理的 意義는 重要하다. 즉 파라메터 K_1은 流域特性値만에 依存하고, 파라메터 K_2는 流域特性値와 降雨特性値의 雙方에 依存하고 있다. 지금, Manning 型의 表面流모델을 斜面流出에 適用하는 경우, $m=5/3$, $\alpha=\sqrt{i}/n$ {i : 斜面勾配, n : 等價粗度 (sec/m$^{1/3}$)}라고 놓 수 있다. 이때 $K_1=\frac{5}{8}$, $P_1=0.6$이 된다. 또 矩形降雨를 想定한때 (14), (15)式부터 $K_2=0.11$, $P_2=0.465$라는 推定値가 얻어진다. 三角形降雨인 경우에는 T_a/T_r의 값이 주어지면 (16), (17)式부터 파라메터 K_2, P_2의 推定이 可能하다. 例를들어 $T_a/T_r=0.5$일때 $K_2=0.096$, $P_2=0.45$가 된다.

以上의 解析結果에 依해 (1), (2)式의 Kinematic Wave 모델이 (18), (19)式의 貯溜函數法으로 變換된 것이 된다.

3. 成分分離法의 理論槪要

앞서 說明한 바와 같이 一見非線型性이 强하다고 생각되는 水文系로부터의 流出도 地下水流出, 中間流出, 表面流出이라는 사브·시스템(sub-system)으로의 流出成分으로 分離할 수 있으면 各成分系를 線型系로 表示할 수 있고 降雨一流出系의 非線型性은 降雨를 各成分降雨로 分離할때의 非線型分離法則에 있다는 것이 最近의 硏究에 依해 明白해졌다.[4] 그리하여 여기에 紹介하는 日野·長谷部의 流出成分分離 AR 法[5]을 쓰면 洪水豫測이 線型性으로 各成分別로 잘 된다는 것이 判定되었다. 그래서 以下 그 方法을 說明하기로 한다.

우선 流量時系列의 對數프롯트의 勾配로부터 分離時間常數 T_c를 決定한다. 다음에 이것에 該當하는 컷트·오오후(cut-off) 周波數 f_c를 갖는 片側作用 低周波濾波휠터를 設計하고 流量時系列을 2乃至 3個의 成分으로 分離한다. 그 結果 그 成分들은 線型系로 表現된다. 降雨一流出의 非線型性은 降雨를 各成分降雨로 分離하는 分離法則에 있다고 생각한다(圖 2).

또한 常微分方程式으로 表示되는 降雨一流出關係는 이것을 Z 變換에 依해 離散系로의 行하면 AR(Auto Regressive)모델이 된다. 그 AR 모델의 回歸係數는 Yule-Walker 法이든가 MEM(Maximum Entropy Method)스펙트럼의 豫測誤差휠터一로부터 求해진다.

成分分離의 濾波휠터一의 設計法의 槪要를 摘記하면 다음과 같다. Mass-dashpot-spring 系에 入力 $y(t)$가 있는 경우의 出力 y는 次式으로 表現된다.

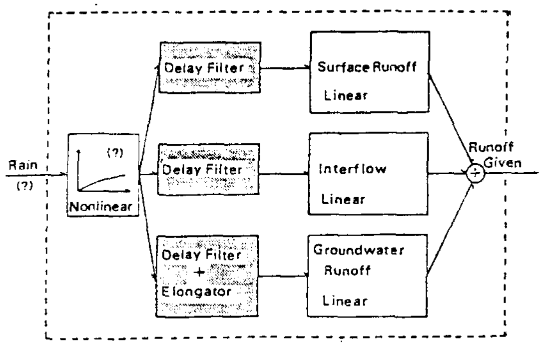

圖 2. 시템스圖

$$K_2\frac{d^2y}{dt^2}+K_1\frac{dy}{dt}+y=y$$

或은

$$\frac{d^2y}{dt^2}+c_1\frac{dy}{dt}+c_0y=c_0y \tag{22}$$

여기서 $c_1=K_1/K_2$, $c_0=1/K_2$

이 振動系에 依한 濾波휠터一의 應答函數는 c_1이 크고 非振動型인 경우 다음과 같다.

$$h(\tau)\begin{cases}=c_0\exp\left(-\frac{c_1}{2}\tau\right)\cdot\sinh(\sqrt{c_0-c_1^2/4\tau})/\sqrt{c_0-c_1^2/4} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (\tau\geq 0) \quad (23) \\ =0 \qquad\qquad\qquad (\tau<0)\end{cases}$$

$h(\tau)$의 周波數應答特性은 다음과 같이 表示된다.

$$|H(w)|=\frac{1}{\sqrt{\{1-(w/w_0)^2\}^2+\delta^2(w/w_0)^2}} \tag{24}$$

여기서

$$w_0=\sqrt{c_0}/2\pi$$

또한, 係數 c_0, c_1은 各各 휠터一의 減衰와 周期에 의한 파라메터로서 減衰係數 δ와 時常數 T_c와의 사이에는 다음의 關係가 있다.

$$T_c=c_1/c_0 \tag{25}$$

$$\delta=c_1/\sqrt{c_0} \tag{26}$$

이때 c_0, c_1은 다음과 같이 定해진다.

$$\left.\begin{array}{l}c_1=\delta^2/T_c \\ c_0=(\delta/T_c)^2\end{array}\right\} \tag{27}$$

따라서 分離時常數 T_c와 δ가 決定되면 片側作用휠터一는 次式에 依해 設計된다.

즉

$$W_n\begin{cases}=h(n\triangle t)\cdot\triangle t\,(n=0,1,2,\cdots,) \\ =0 \qquad\qquad (n=-1,-2,\cdots)\end{cases} \tag{28}$$

最後로 濾波後의 出力은

$$\bar{y}(t)=\sum w(\tau)\cdot y(t-\tau) \tag{29}$$

가 된다. 上式을 離散表示하면 次式이 된다.

$$\begin{aligned}y_n&=\sum h^k\cdot y_{n-k}\cdot\triangle t \\ &=\sum w_k\cdot y_{n-k}\end{aligned} \tag{30}$$

이와 같이 設計된 數値휠터ㅡ에 觀測된 流量時系列을 通過시켜서 이것을 各流出成分으로 分離한다. 그다음에 各成分流量時系列의 遞減部의 水文曲線(hydrograph)으로부터 AR 係數를 求한다.

一般으로 線型의 降雨流出系는 降雨를 入力으로 하는 ARMA 모델은 (31)式으로 表示할 수 있다.

$$y_i^{(l)}=a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots+a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}+b_o^{(l)}x_i^{(l)}+b_1^{(l)}x_{i-1}^{(l)}+\cdots+b_q^{(l)}x_{i-q}^{(l)}+\varepsilon_i^{(l)} \quad (31)$$

여기서, $x_i^{(l)}$ $y^{i(l)}$ 은 사브시스템($l=1,2,3$, 즉 地下水流出, 中間流出, 表面流出의 구분을 표시)의 時間降雨量과 流量을 表示하고, $a_i^{(l)}$ $b_i^{(l)}$ 은 . . 사브시스템의 AR 係數, $\varepsilon_i^{(l)}$ 은 雜音이다. 여기에서 (31)式의 右邊의 入力項은 1項만을 생각해서 즉

$$b_{i'}\begin{cases}\neq o & i'=k\\ =o & i'\neq k\end{cases}$$

$$y_i^{(l)}=a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots+a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}+b_{i'-}^{(l)}x_{i'}^{(l)}+\varepsilon_i^{(l)} \quad (32)$$

降雨終了後는 x 項이 零이 되어式 (32)는 AR 모델이 된다.

$$y_i^{(l)}=a_1^{(l)}y_{i-1}^{(l)}+a_2^{(l)}y_{i-2}^{(l)}+\cdots+a_p^{(l)}y_{i-p}^{(l)}+\varepsilon_i^{(l)} \quad (33)$$

前述한 것과 같이 AR 모델의 係數는 Yule-Walker法이든가 MEM 스펙트럼法, 成은 重相關回歸法에 依해 求할 수 있다. 이와같이 하여 各流出成分別 AR 係數가 定해지면, 流出成分의 流量을 前의 流量 data 에 依해 求해지는 까닭에 流量豫測이 可能하게 된다. 詳細한 豫測手法에 對해서는 다음 機會에 發表할 豫定이다.

4. 後 記

流量豫測에 의한 硏究가 各國에서 活潑하게 進行되고 있는데, 우리나라도 이에 呼應해서 많은 洪水資料를 活用해서 硏究의 拍車를 加해야 될 것이다. 特히 洪水豫測에 Kalman Filter 의 利用을 積極的으로 實施하여, 보다 正確하고 迅速한 온·라인洪水豫測의 實現을 筆者는 바라고 있다.

參 考 文 獻

1) Eagleson, P.S., Dynamic Hydrology, McGraw-Hill Book Co., 1970
2) Prasad, R., A Nonlinear Hydrologic System Response Model, Jour. of Hydrau. Div., Proc. of the ASCE, Vol. 93, No. HY4, 201-221, 1967
3) Vemuri, V., Dracup, J.A., Erdman, R.C., and Vemuri, N. Sensitivity Analysis Method of SystemIdentification and Its Potential in Hydrologic Reserch, Water Resources Reserch, Vol. 5, No. 2, 341-349, 1969
4) 日野幹雄, 長谷部正彦 : 流量時系列만에 依한 流量時系列, 流域의 特性 및 流出分離의 推定에 對하여 第23回 水理講演會論文集, 1979年 3月
5) 日野幹雄, 長谷部正彦 : 流量時系列만에 依한 流出解析에 對하여, 日本土木學會論文報告集, 第300號, 1980年 6月