

直立傳熱管에서의 流體振動에 관한 研究

朴進吉* · 陳康奎* · 吳世駿*

A Study of Flow Oscillations in a Upright Heated Pipe

Jin-Gil Park, Kang-Goo Jin, Sae-Jun Oh

Abstract

The stability of the two-phase flow in a heated channel is of great importance in the design and operation of the boilers and light water nuclear reactors, because it can cause flow oscillations and lead to a violation of thermal limits with resultant overheating of the channels and cladding. This paper presents a systematic evaluation to the variation effects of the basic four (4) dimensionless parameters in a homogeneous equilibrium model.

The flow stability is examined on the ground of static characteristic curves. The complicated transfer function of flow dynamics which gives consideration to the transport lag of density wave is derived, and the transient flow stability is analysed by applying the Nyquist stability criterion in control engineering. The analysis results summed up as follows

1. The coolant flow becomes stable in large friction number and specific flow, while it is unstable in small friction number and flow.
2. Large phase-change number and Froude number destabilize the two-phase flow, but small numbers stabilize it. The effect to variation of phase-change number is more dominant compared with Froude number
3. The dynamic analysis is required to hold the sufficient safety of heated channels since only static results does not keep it.

The special attention could be payed in the design and operation of heat engines, because the unstable region exists within the stable boundary at small and middle phase-change number and Froude number.

記 號 說 明			
A_c	: 傳熱管의 斷面積	(m^2)	f : Fanning의 磨擦係數
D_H	: hydraulic diameter	(m)	g : 重力加速度 ($9.8m/sec^2$)
			h : Enthalpy, $h_{fg}=h_g-h_f$ (Kcal/kg)
			j^* : volumetric flow rate ($m^3/m^2 \cdot sec$)

* 正會員, 韓國海洋大學.

- L_H : 傳熱管的 全長이 (m)
- \dot{m} : 物質流量 (lb/sec)
- p^* : 庄力 (kg/cm²)
- P_H : heated perimeter (m)
- q'' : 熱流束 (Kcal/m².sec)
- s : Laplacian operator
- t : 時間 (sec)
- v : 比體積, $v_{fg} = v_g - v_f$ (ℓ/kg)
- V_0 : velocity scale (m/sec)
- X : quality
- Z : 傳熱管內에의 任意의 點 (m)
- $J_1 \sim J_3$: 2·30式의 積分式
- $K_1 \sim K_3$: 常數
- N_{Fd} : Froude number
- N_{Fr} : Friction number
- N_{Pc} : Phase-change number
- λ^* : 沸騰境界點의 位置 (m)
- ρ : 密度, $\rho_{fg} = \rho_f - \rho_g$ (kg/ℓ)
- τ, θ : 時間 (sec)
- Ω : 相變化의 特性周波數 (sec⁻¹)

下部記號

- f : 飽和液體
- g : 飽和氣體
- H : heated, homogeneous
- i : inlet
- o : initial, steady state
- 1ϕ : 單相
- 2ϕ : 2相
- δ : 變分
- $\langle \cdot \rangle$: 平均
- $*$: 次元이 있는 變數

1. 序 論

傳熱管內에서 液體狀態의 冷却流體가 흐르면 相變化를 隨伴하게 되고, 相變化의 多樣化에 따라 加速度, 磨擦力, 浮力等이 不規則하게 變動하여, 傳熱管兩端의 差庄이 一定한 狀態에서도 流體의 振動 혹은 逸走現象이 일어난다. 이런 現象은 産業用 大形보일러, 輕水型 原子爐, 蒸氣發生器等의 傳熱管에서 자주 일어나는 現象이

로 DNB以下의 熱流束에서도 管을 過熱시켜 破裂의 重要한 原因이 되고 있다. 相變化의 過程은 너무 多樣하고 複雜하여 지금까지의 많은 研究에도 不拘하고 아직 統一된 理論이 나와있지 않은 형편이다.¹⁻¹⁶⁾ 流體力學 및 熱力學에 關係되는 몇가지 파라메터를 無次元하고,^{10), 13), 14)} 모멘텀, 에너지, 連續 및 狀態方程式등도 無次元化하여 流體의 運動을 解析하면, 機器를 設計할 때나 運用할 때, 相似法을 適用하여 그 分析結果를 應用하면 便利하다. 傳熱管內의 2相流의 運動은 位置와 時間의 函數이므로 偏微分方程式으로 表現되며 이의 定性分析에는 어려움이 따른다. 그러나 Lagrangian觀點에서 이를 變換하면 常微分方程式이 되나 密度波 및 庄力波의 傳播, 相間의 미끄러짐, 흐름의 樣相(flow regime)의 變化등을 고려하던 非線形方程式이 되어, 이의 解를 얻기가 역시 困難하다. 本 論文에서는 方程式에 關係되는 파라메터와 變數등을 無次元化하고, 2相流를 均質流라 가정하면 數式이 比較的 간단하고 解析도 容易하다. 庄力波의 傳播速度는 密度波의 그것에 比하여 數百倍 빠르므로 이를 無視하고, 密度波의 傳達速度만을 考慮하여 動特性方程式을 誘導하고, 自動制御에서의 線形制御理論으로 이를 分析하여 實驗結果들과 比較하여 檢討해 보고져 한다. 密度波의 移送時間을 고려할 경우 動特性方程式은 非線形이 됨으로 定性分析이 困難하나 Nyquist線圖를 利用하면¹⁷⁾ 安定성과 安定度를 동시에 求할 수 있고, 파라메터의 調整效果를 分析하는데 매우 편리하다. 여기서는 無次元化한 特性方程式을 구하고, 이로 부터 靜的 및 過渡狀態의 安定度를 比較分析 하였다.

2. 2相流의 無次元靜特性和 安定性

(1) 庄力損失의 無次元關係式

傳熱管內에서 2相流의 흐름은 그 樣相이 複雜多岐하나, 다음의 가정아래 2相流의 理論式을 誘導하면 精度는 多少 떨어지나 概括的인 解析이 可能한 理論式을 얻을 수 있다. 여기서는 傳熱管은 並列되어 있다는 條件아래 定常狀態에서는 管의 入口와 出口의 差庄은 一定하다고

본다.

- 가. 2相流는 霧相의 均質流이다
- 나. 2相流는 熱力學上 平衡狀態에 있으며 自己蒸發은 無視한다.
- 다. 庄力의 微少變化에 依하여 流體의 物性値는 變하지 않는다.
- 라. 熱流束은 軸方向으로 均一하다.

위의 가정 아래 L_H 는 傳熱管의 全長이, $\lambda^*(t^*)$ 를 t^* 時間에서의 管의 入口에서부터 沸騰境界까지의 距離라 하면, $0 < Z^*(t^*) < \lambda^*(t^*)$ 인 單相領域에서의 流體의 運動方程式은 다음式과 같이 주어진다.¹¹⁾

$$-\frac{\partial P^*}{\partial Z^*} = \rho_f \frac{dj_i^*}{dt^*} + \frac{\rho_f \cdot f \cdot (j_i^*)^2}{2D_H} + \rho_f \cdot g \quad 2.1$$

$-\lambda^*(t^*) < Z^*(t^*) < L_H$ 의 2相領域에서는 (2.2)式과 같이 주어진다.¹¹⁾

$$-\frac{\partial P^*}{\partial Z^*} = \langle \rho_H^* \rangle \left(\frac{\partial \langle j^* \rangle}{\partial t^*} + \langle j^* \rangle \frac{\partial \langle j^* \rangle}{\partial Z} \right) + \frac{f \cdot \langle \rho_H^* \rangle \langle j^* \rangle^2}{2D_H} + \langle \rho_H^* \rangle \cdot g \quad 2.2$$

여기에서 Ω 는 特性相變周波數로 單位時間에 生産되는 蒸氣量을 나타낸다.¹¹⁾

$$\Omega = \frac{\partial \langle j^* \rangle}{\partial Z^*} = \frac{q'' \cdot P_H \cdot v_{fg}}{A_c \cdot h_{fg}} \quad 2.3$$

沸騰境界點 $\lambda^*(t^*)$ 은 아래 式과 같이 求해 진다.

$$\lambda^*(t^*) = \int_{t^*-\theta}^{t^*} j_i^*(t') dt' \quad 2.4$$

여기에서 θ 는 傳熱量 q'' , 冷却流體의 入口 엔탈피(enthalpy)가 h_i 일 때, 流體가 管의 入口에서 沸騰境界까지 移送될 때 所要되는 時間으로, h_i 의 熱量을 가진 冷却流體가 過冷却을 잃고 飽和狀態에 到達하는데 所要되는 時間으로 無次元方程式의 基準時間(time scale)로 쓰인다.

$$\theta = \frac{\rho_f \cdot A_c}{q'' \cdot P_H} (h_f - h_i) \quad 2.5$$

無次元化하기 위한 基準速度(velocity scale)는 다음과 같이 정하면 편리하다.

$$V_0 = \frac{q'' \cdot P_H \cdot v_f \cdot L_H}{A_c (h_f - h_i)} \quad 2.6$$

V_0 는 傳熱量 q'' , 入口엔탈피 h_i 의 冷却流體가 傳熱管의 出口끝에서 飽和狀態가 되는 流速이다. 數式들을 無次元化하기 위하여 各變數는

다음과 같이 無次元化한다.¹³⁾

$$Z = Z^* / L_H \quad 2.7a$$

$$\langle j \rangle = \langle j^* \rangle / V_0 \quad 2.7b$$

$$t = t^* / \theta \quad 2.7c$$

$$\lambda(t) = \lambda^*(t^*) / L_H \quad 2.7d$$

$$\langle \rho \rangle = \langle \rho^* \rangle / \rho_f \quad 2.7e$$

$$P = P^* / \rho_f \cdot V_0^2 \quad 2.7f$$

必要한 몇가지 無次元數는 다음과 같이 定한다.¹⁰⁾¹³⁾¹⁴⁾

$$N_{Fd} = \frac{V_0^2}{g \cdot L_H} = \left[\frac{q'' \cdot P_H \cdot v_f}{A_c \cdot (h_f - h_i)} \right]^2 \cdot \frac{L_H}{g} \quad 2.8a$$

(Froude Number)

$$N_{Fr} = \frac{f \cdot L_H}{2 \cdot D_H} \quad \text{(Friction Number)} \quad 2.8b$$

$$N_{Pc} = \frac{\Omega \cdot L_H}{V_0} = \frac{v_{fg}(h_f - h_i)}{v_f \cdot h_{fg}} = \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial Z} \quad 2.8c$$

(Phase Change Number)

(2.7)式과 (2.8)式을 利用하여 (2.1) 및 (2.2)式을 無次元化하면 (2.9) 및 (2.10)式을 얻는다

$$-\frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{dj_i}{dt} + N_{Fr} j_i^2 + N_{Fd}^{-1} \quad 2.9$$

$$-\frac{\partial P}{\partial Z} = \langle \rho_H \rangle \left[\left(\frac{\partial \langle j \rangle}{\partial t} + \langle j \rangle \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial Z} \right) + N_{Fr} \langle j \rangle^2 + N_{Fd}^{-1} \right] \quad 2.10$$

위 (2.9)式 및 (2.10)式을 積分하면 傳熱管의 液相 및 2相流領域에서의 無次元 庄力降下損失을 얻을 수 있다.

$$\Delta P_{1\phi} = \int_0^{\lambda(t)} -\frac{\partial P}{\partial Z} dZ = \lambda(t) \left[\frac{dj_i}{dt} + N_{Fr} \cdot j_i^2 + N_{Fd}^{-1} \right] \quad 2.11$$

$$\Delta P_{2\phi} = \int_{\lambda(t)}^1 -\frac{\partial P}{\partial Z} dZ = \int_{\lambda(t)}^1 \langle \rho_H \rangle \left[\frac{\partial \langle j \rangle}{\partial t} + \langle j \rangle \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial Z} + N_{Fr} \langle j \rangle^2 + N_{Fd}^{-1} \right] dZ \quad 2.12$$

(2.8c)式은 2相流내에서 單位길이 當 2相流의 無次元 流速變化率으로써 積分하면 流速을 求할 수 있다.

$$\langle j \rangle = \frac{dZ}{dt} = j_i(t) + N_{Pc} [Z - \lambda(t)] \quad 2.13$$

위 式으로 부터 Z 를 求하면

$$Z = \lambda(t) + \int_0^t e^{N_{Pc} \cdot t'} j_i(t-t'-1) dt' \quad 2.14$$

$Z^* = L_H$ 일 경우에는

$$Z=1=\lambda(t)+\int_0^{\tau(t)} e^{N_{Pc} \cdot t'} \cdot j_i(t-t'-1) dt' \quad 2.15$$

위 식들에서 t' 및 $\tau(t)$ 는 密度波가 $\lambda(t)$ 즉 沸騰境界로부터 Z^* 및 L_H 點에 到達할 때까지 所要되는 時間을 基準時間 θ 로 나눈 無次元時間들이다. 2相流의 乾度(dryness fraction) X^* 는 아래식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle X^* \rangle}{\partial t} + \langle j^* \rangle \frac{\partial \langle X^* \rangle}{\partial Z} - \Omega \langle X^* \rangle \\ = \Omega \frac{v_f}{v_{fg}} \end{aligned} \quad 2.16$$

위 식을 無次元化하면

$$\frac{\partial \langle X \rangle}{\partial t} + \langle j \rangle \frac{\partial \langle X \rangle}{\partial Z} - N_{Pc} \langle X \rangle = N_{Pc} \frac{v_f}{v_{fg}} \quad 2.17$$

(2.17)식은 近似的으로 (2.18)식과 같이 表現할 수 있다.

$$\frac{dX}{dt'} \triangleq N_{Pc} \left[\langle X \rangle + \frac{v_f}{v_{fg}} \right] \quad 2.18$$

(2.18)식의 解를 求하면

$$\langle X \rangle = \frac{v_f}{v_{fg}} \left[e^{N_{Pc} \cdot t'} - 1 \right] \quad 2.19$$

위 식에서 無次元密度를 求하면

$$\begin{aligned} \langle \rho_H(z, t) \rangle \triangleq \frac{1}{1 + \frac{v_{fg}}{v_f} \cdot \langle X \rangle} = e^{-N_{Pc} \cdot t'} \cdot \rho_f \\ = e^{-N_{Pc} \cdot t'} \end{aligned} \quad 2.20$$

(2.14)식을 微分하여 dZ 을 求하면

$$dZ = \frac{dZ}{dt'} \cdot dt' = e^{N_{Pc} \cdot t'} j_i(t-t'-1) \cdot dt' \quad 2.21$$

(2.21)식에 (2.20)식을 代入하면

$$dZ = \frac{1}{\langle \rho_H \rangle} \cdot j_i(t-t'-1) dt' \quad 2.22$$

(2.22)식을 (2.12)식에 代入하면 2相流領域에서의 無次元 压力損失은 無次元 時間函數로 表現할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta P_{2\phi} = \int_0^{\tau(t)} j_i(t-t'-1) \left[\frac{\partial \langle j \rangle}{\partial t} + \langle j \rangle \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial Z} \right. \\ \left. + N_{Fr} \langle j \rangle^2 + N_{Fd}^{-1} \right] dt' \end{aligned} \quad 2.23$$

傳熱管의 入口로부터 沸騰境界까지의 無次元 距離 $\lambda(t)$ 는 다음식으로 주어진다.

$$\lambda(t) = \int_0^1 j_i(t-1) dt \quad 2.24$$

위 식을 微分하면

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = j_i(t) - j_i(t-1) \quad 2.25$$

2相流의 無次元 慣性과 加速度를 求하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial t} + \langle j \rangle \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial Z} = \frac{d \langle j \rangle}{dt'} = \frac{d}{dt'} [j_i(t) \\ + N_{Pc}(Z - \lambda(t))] \\ = \frac{dj_i(t)}{dt} + N_{Pc} [j_i(t) + N_{Pc}(Z - \lambda(t))] \\ - N_{Pc} \frac{d\lambda}{dt} \end{aligned} \quad 2.26$$

(2.26)식에 (2.25)식을 代入하여 整理하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial t} + \langle j \rangle \frac{\partial \langle j \rangle}{\partial Z} = \frac{dj_i}{dt} + N_{Pc} \cdot j_i(t-1) \\ + N_{Pc}^2(Z - \lambda(t)) \end{aligned} \quad 2.27$$

(2.13)식을 제곱하면

$$\begin{aligned} \langle j \rangle^2 = j_i^2 + 2N_{Pc} \cdot (Z - \lambda(t)) \cdot j_i + N_{Pc}^2 \\ \cdot (Z - \lambda(t))^2 \end{aligned} \quad 2.28$$

(2.27)식 및 (2.28)식을 (2.23)식에 代入하면 2相流의 無次元 压力降下損失을 比較的 간단한 方程式으로 表現할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta P_{2\phi} = \left[\frac{dj_i}{dt} + N_{Pc} \cdot j_i(t-1) + N_{Fr} j_i^2 \right. \\ \left. + N_{Fd}^{-1} \right] \cdot J_1 \\ + [2 \cdot N_{Fr} \cdot N_{Pc} \cdot j_i + N_{Pc}^2] \cdot J_2 \\ + N_{Pc}^2 \cdot N_{Fr} \cdot J_3 \end{aligned} \quad 2.29$$

여기에서

$$J_1 = \int_0^{\tau(t)} j_i(t-t'-1) dt' \quad 2.30a$$

$$\begin{aligned} J_2 = \int_0^{\tau(t)} [Z - \lambda(t')] \cdot j_i(t-t'-1) dt' \\ = \int_0^{\tau(t)} \int_0^{t'} e^{N_{Pc} \cdot t''} \cdot j_i(t-t'-1)^2 dt' dt \end{aligned} \quad 2.30b$$

$$\begin{aligned} J_3 = \int_0^{\tau(t)} [Z - \lambda(t')]^2 \cdot j_i(t-t'-1) dt' \\ = \int_0^{\tau(t)} \int_0^{t'} e^{2 \cdot N_{Pc} \cdot t''} \cdot j_i(t-t'-1)^3 dt' dt \end{aligned} \quad 2.30c$$

(2.29)식 및 (2.11)식을 합하면 傳熱管내에서의 無次元 全压力降下損失을 求할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta P = \Delta P_{1\phi} + \Delta P_{2\phi} \\ = (\lambda + J_1) \frac{dj_i}{dt} + N_{Pc} \cdot J_1 \cdot j_i(t-1) + N_{Pc}^2 \cdot J_2 \\ + N_{Fd}^{-1}(\lambda + J_1) + N_{Fr} [j_i^2(\lambda + J_1) + 2N_{Pc} \cdot J_2 \cdot j_i] \end{aligned}$$

$$+N_{Pc}^2 \cdot J_3] \quad 2.31$$

定常狀態에서는 $dj_i/dt=0$ 이므로 傳熱管의 無次元 全壓力損失을 다음식과 같이 주어진다.

$$\Delta P = N_{Pc} \cdot j_{i0} \cdot (1 - \lambda_0) + N_{Fd}^{-1} \cdot (j_{i0} \cdot \tau_0 + \lambda_0) + N_{Fr} [j_{i0}^2 + 0.5 \cdot j_{i0} \cdot N_{Pc} (1 - \lambda_0)^2] \quad 2.32$$

(2) 無次元 靜特性曲線과 安定性

定常狀態에서는 $j_{i0} = \lambda_0$ 이므로 (2.31)식에서 無次元 數 및 變數는 N_{Pc} , N_{Fd} , N_{Fr} , j_i 의 4가지

이다. 먼저 靜特性曲線에 가장 影響이 큰 것은 無次元相變化數 N_{Pc} 이다. 이 無次元數는 (2.8c)식에서 알 수 있는 바와 같이 壓力과 過冷度에 따라 變하며 系統壓力이 낮을수록 冷却流體의 入口엔탈피(h_i)가 적을수록 커진다. 冷却流體가 물일 경우 蒸汽表을 利用하여 N_{Pc} , h_i , P^* 와의 關係를 表示하면 그림 2.1과 같다. N_{Pc} 는 主로 系統壓力의 크기에 의하여 큰 影響을 받고 入口엔탈피(h_i)에 의한 影響은 적다.

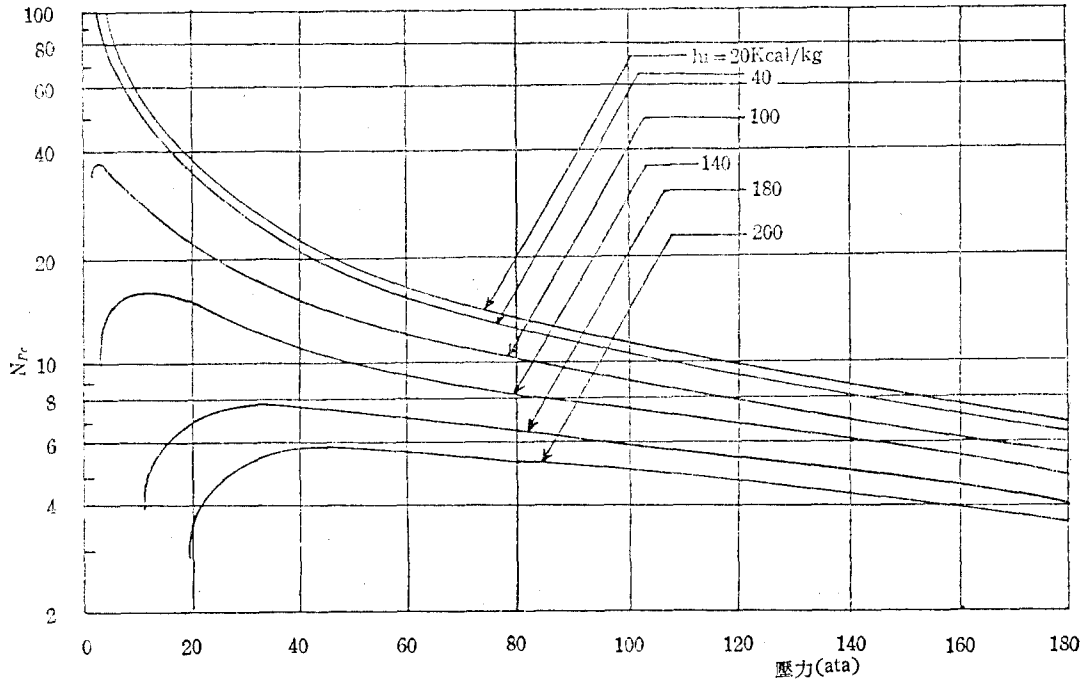


Fig 2.1 N_{Pc} curves to the various system pressures and inlet enthalpy

다음 그림들에서 볼 수 있는 바와 같이 $\Delta P - j_i$ 의 靜特性曲線들은 N_{Pc} 가 작은 값일수록 單相에 가까운 曲線이 되고 큰 값일수록 極大點을 갖는 曲線이 된다. j_i 는 $j_i = j_i^* / V_0$ 로 基準速度 (velocity scale)에 대한 入口流速의 比이므로 傳熱管의 管徑에 대한 沸騰境界點의 位置와 同一하다. j_i 가 작은 領域 즉 沸騰境界點이 管入口에 가까운 領域에서는 流量增加에 依하여 液相에서의 壓力損失增加분이 2相流에서의 壓力損失減少分보다 크기 때문에 $\Delta P - j_i$ 曲線은 正의 기울기를 가지게 되며, j_i 가 큰 領域 즉 沸騰境界點이 管出口에 가까운 領域에서는 反對現象이 일어나서 負의 기울기를 가지게 되고, j_i 가 0.5

근처의 中間流量領域에서는 기울기가 0인 極大點을 가지게 된다. 따라서 $\Delta P - j_i$ 의 無次元靜特性曲線만으로 2相流의 安定性을 判別한다면 N_{Pc} 가 클수록 즉 運轉壓力이 낮고 過冷度가 클수록, 冷却材의 流速은 中間보다 큰 흐름領域인 負의 기울기를 가진 領域에서 發生한다고 볼 수 있다. 이는 單管을 利用한 Stenning A. H.의 傳熱管의 流體振動 實驗結果⁵⁾와 一致한다. 그림 2.3에서 보는 바와 같이 $\Delta P^* - j_i^*$ 曲線의 極大點과 極小點사이의 負의 기울기領域에서 冷却流體의 振動現象이 發生하고 있다. 그러나 並列管의 境遇에는 약간 相異한 實驗結果가 發表되었다¹²⁾ (2.8b)식에서 N_{Fr} 는 磨擦係數, 管의 저름 및

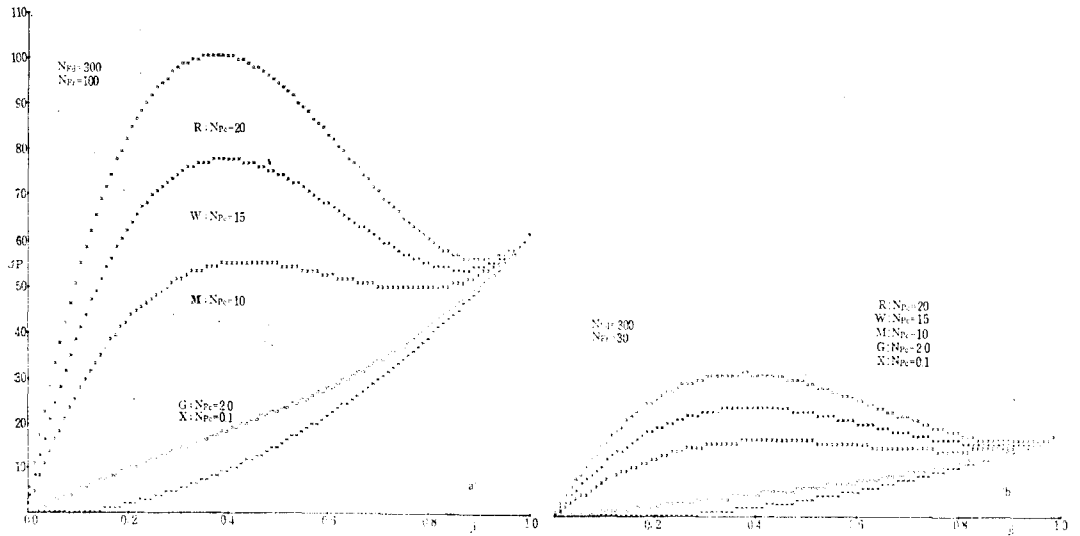


Fig 2.2 $\Delta p-j_i$ curves to N_{Pc} and N_{Fr} at steady state

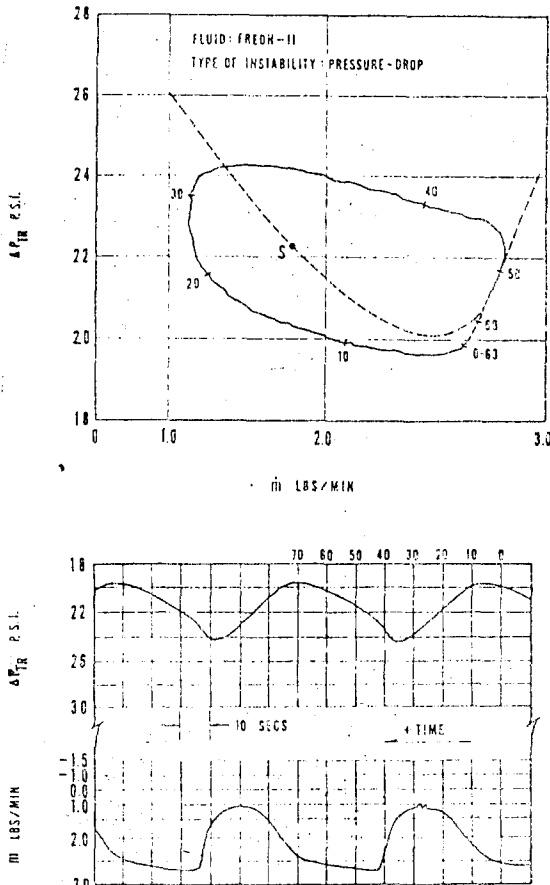


Fig 2.3 The limit cycles of pressure drop and mass flow in a heated channel

길이로 이루어진 무次元數로 磨擦係數는 클수록, 直徑에 比하여 길이는 길수록 커진다. 그림 2.2에서 알 수 있는 바와 같이 N_{Fr} 는 무次元靜特性曲線의 樣相에는 影響을 미치지 않으나 曲線의 기울기 및 極大值等은 增加하므로 庄力降下の 크기에만 關係하는 무次元數임을 알 수 있다. 같은 N_{Pc} 에서는 N_{Fr} 가 클수록 ΔP 도 커지고 j_i 의 變動幅도 增大한다.

(2.8a)式에서 N_{Fd} 는 傳熱量, 管의 길이 入口 엔탈피등으로 된 무次元數로 傳熱量 및 管의 길이는 클수록, 入口엔탈피는 적을수록 增大한다.

그림 2.4에서 볼 수 있는 바와 같이 N_{Pc} 가 같은 경우에는 N_{Fd} 가 적을수록 $\Delta P-j_i$ 曲線에서 極大點을 가지지 않는 曲線이 되나 庄力降下の 振幅에는 큰 影響을 미치게 됨을 알 수 있다.

그림 2.5에서 N_{Pc} 및 N_{Fd} 가 클수록 特性曲線이 極大點을 가지는 傾向이나 N_{Fd} 보다는 N_{Pc} 의 影響이 더 크게 됨을 알 수 있다. N_{Pc} 및 N_{Fd} 가 작을 경우에는 j_i 가 작은 領域에서는 ΔP 의 變化幅이 크지는데 이는 系統庄力이 높을수록 重力에 의한 影響이 增大됨을 意味한다.

위의 $\Delta p-j_i$ 曲線들의 分析結果는 系統庄力은 낮을수록 傳熱量은 클수록 2相流는 不安定해지기 쉬움을 뜻하며, 이는 K. C. Jain의 實驗結果⁶, 와도 一致한다.

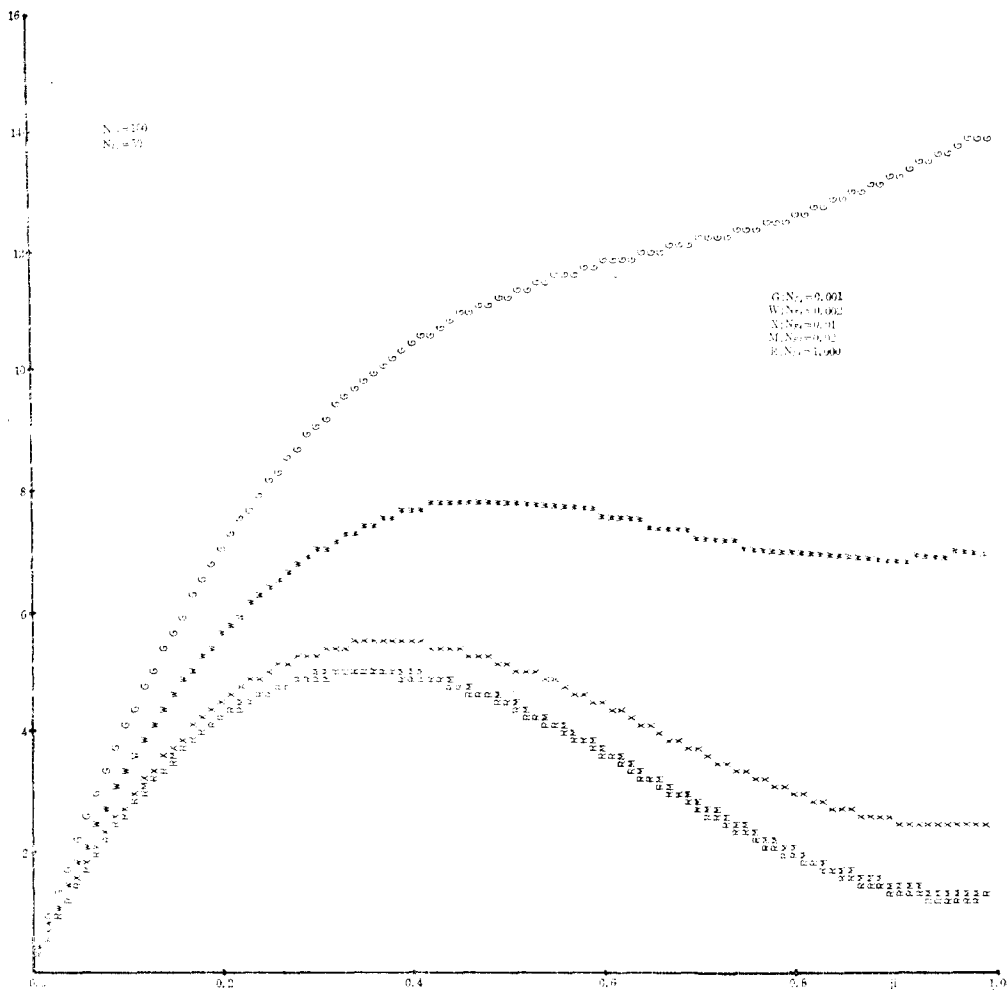


Fig 2.4 $\Delta p-j_i$ curves to N_{Fd} at steady state

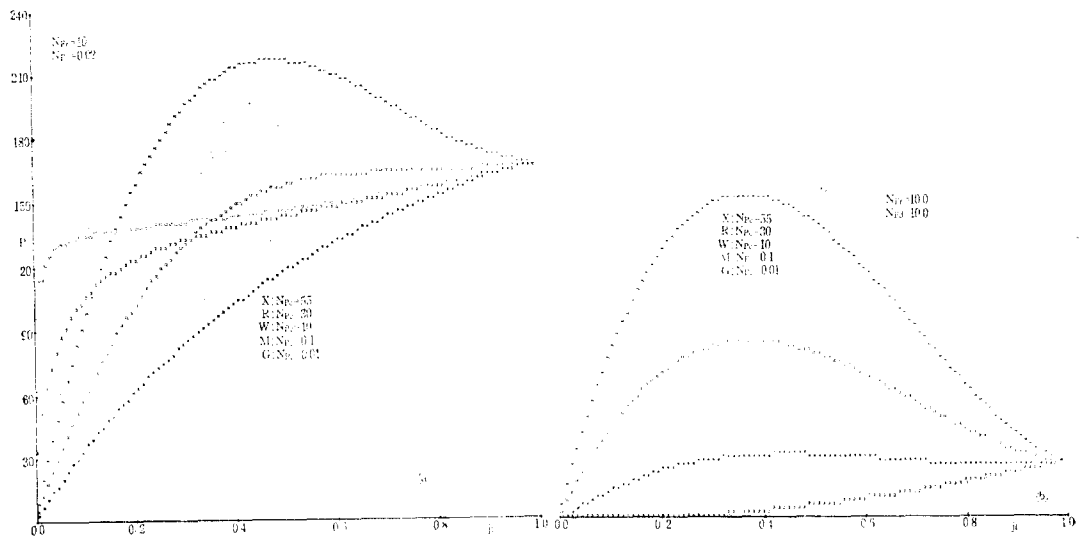


Fig 2.5 $\Delta p-j_i$ curves to N_{Fd} and N_{Fc} at steady state

3. 動特性方程式과 安定性

(1) 2相流의 無次元 傳達函數

2相流의 無次元 靜特性曲線에 依한 安定性의 分析은 慣性과 加速度에 對한 影響이 包含되어 있지않기 때문에 充分하지 못하다. 自然循環의 並列傳熱管을 利用한 Stenning A.H.의 實驗結果는 $\Delta p^* - j_i^*$ 曲線의 正의 기울기領域에서 不安定하고 反對로 負의 領域중 出口에 近接하는 領域은 安定하다는 것이 밝혀 졌는데¹²⁾ 이는 靜特性曲線에 依한 安定性分析과는 一部 서로 모순된다. 流量이 變動할 때, 過渡狀態에서의 $\Delta p^* - j_i^*$ 曲線은 靜特性曲線을 基準으로 위와 아래에 相當한 幅을 가지고 變動함으로¹⁶⁾ 靜特性曲線의 한 分析結果와는 다른 結果를 招來한 것으로 보여진다. 높이에 比하여 길이가 긴 管의 경우는 慣性과 磨擦力에 依한 壓力損失이 큰 比重을 차지할 것이며, 짧은 管의 경우에는 加速度와 位置에너지에 依한 影響이 壓力損失의 重要한 要素가 될 것이다. 2相流의 動特性方程式은 (2.30) 式을 微分하여 2次項以上の 것을 無視하면 安定性 解析에 必要한 線形의 動特性方程式을 얻을 수 있다. (2.31) 式을 微分한 후 Laplace 變換하면

$$\begin{aligned} \delta \Delta P(s) &= \delta \Delta P_{1\phi}(s) + \delta \Delta P_{2\phi}(s) = (\lambda_0 \\ &+ j_{i0} \cdot \tau_0) \cdot s \delta j_i(s) + 2 \cdot N_{Fr} \cdot j_{i0} \cdot \delta j_i(s) + (N_{Fd}^{-1} \\ &+ N_{Fr} \cdot j_{i0}^2) \cdot \delta \lambda(s) + N_{Pc} \cdot j_{i0} \cdot \tau_0 \cdot e^{-s} \cdot \delta j_i(s) \\ &+ (N_{Pc} \cdot j_{i0} + N_{Fd}^{-1} + N_{Fr} \cdot j_{i0}^2) \cdot \delta J_1(s) \\ &+ (N_{Pc}^2 + 2 \cdot N_{Pc} \cdot N_{Fr} \cdot j_{i0}) \cdot \delta J_3(s) \\ &+ N_{Pc}^2 \cdot N_{Fr} \cdot \delta J_3(s) \end{aligned} \quad (3.1)$$

(2.24) 式을 微分한 후 Laplace 變換하면

$$\begin{aligned} \delta \lambda(s) &= \int_0^\infty e^{-ts} \int_0^1 \delta j_i(t-t') dt' dt \\ &= \int_0^1 e^{-st} \left[\int_0^{t'} e^{-s(t-t')} \delta j_i(t-t') dt dt' \right. \\ &\quad \left. + \int_{t'}^1 e^{-s(t-t')} \delta j_i(t-t') dt dt' \right] \\ &= \frac{1-e^{-s}}{s} \delta j_i(s) \end{aligned} \quad (3.2)$$

(2.15) 式에서 $\tau(t)$ 을 求하면

$$\tau(t) = N_{Pc}^{-1} \log \{1 + N_{Pc}(1-\lambda)/j_i\} \quad (3.3)$$

(3.3) 式을 微分한 후 Laplace 變換하면

$$\begin{aligned} \delta \tau(s) &= \frac{-e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}}{j_{i0}} \delta \lambda(s) - \frac{e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}}{j_{i0}} \int_0^{\tau_0} e^{s \cdot N_{Pc} \cdot t'} \\ &\quad \int_0^\infty e^{-st} \delta j_i(t-t'-1) dt' \cdot dt \\ &= \frac{-e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}}{j_{i0}} \delta \lambda(s) - \frac{e^{-s}(e^{\tau_0(N_{Pc} s - 1)} - 1)}{(N_{Pc} - S)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

(2.30) 式들은 微分한 후 Laplace 變換하면

$$\begin{aligned} \delta J_1 &= j_{i0} \cdot \delta \tau(s) + L \left[\int_0^{\tau_0} \delta j_i(t-t'-1) dt' \right] \\ &= \frac{e^{-s}(1-e^{-\tau_0 s})}{s} \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}(1-e^{-s})}{s} \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{e^{-s}(e^{\tau_0 s} - e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0})}{(N_{Pc} - S)} \delta j_i(s) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \delta J_2(s) &= j_{i0}(1-\lambda_0) \delta \tau(s) + \frac{2 \cdot j_{i0}}{N_{Pc}} \\ &\quad L \left[(e^{N_{Pc} \cdot t'} - 1) \cdot \delta j_i(t-t' \right. \\ &\quad \left. - 1) dt' \right] - j_{i0} \cdot L \left[\int_0^{\tau_0} \int_0^{t'} e^{N_{Pc} \cdot t''} \cdot \right. \\ &\quad \left. \delta j_i(t-t''-1) dt' dt'' \right] \\ &= \frac{2 \cdot j_{i0} \cdot e^{-s}(1-e^{\tau_0(N_{Pc} s - 1)})}{N_{Pc} \cdot (S - N_{Pc})} \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{2 \cdot j_{i0} \cdot e^{-s} \cdot (1-e^{-\tau_0 s})}{N_{Pc} \cdot s} \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{(1-\lambda_0)(1-e^{-s}) e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}}{s} \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{(e^{-s}-1)(e^{-\tau_0 s}-1) \cdot j_{i0}}{s^2} \cdot \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{(1-\lambda_0)e^{-s}(e^{-\tau_0 s}-e^{-\tau_0 \cdot N_{Pc}})}{(N_{Pc}-S)} \delta j_i(s) \\ &\quad - \frac{e^{-s} \cdot \{e^{(N_{Pc} s - 1) \cdot \tau_0} - (N_{Pc} - S) \cdot \tau_0 - 1\} \cdot j_{i0}}{(N_{Pc} - S)^2} \cdot \delta j_i(s) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \delta J_3(s) &= j_{i0}(1-\lambda_0)^2 \delta \tau(s) \\ &\quad + \frac{3 \cdot j_{i0}^3}{N_{Pc}^2} L \left[\int_0^{\tau_0} (e^{N_{Pc} \cdot t'} - 1)^2 \delta j_i(t-t'-1) \cdot \right. \\ &\quad \left. dt' - \frac{2 \cdot j_{i0}^2}{N_{Pc}} \cdot L \left[\int_0^{\tau_0} \int_0^1 \delta j_i(t-t'-t'') dt' \cdot dt'' \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_0^{\tau_0} \int_0^{t'} e^{N_{Pc} \cdot t''} \delta j_i(t-t''-1) dt' \cdot dt'' \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^{\tau_0} \int_0^1 e^{N_{Pc} \cdot t'} \cdot \delta j_i(t-t'-t'') dt' \cdot dt'' \\
 & + \int_0^{\tau_0} e^{N_{Pc} \cdot t'} \int_0^{t'} e^{-N_{Pc} \cdot t''} \delta j_i(t-t''-1) dt'' \cdot dt' \Big] \\
 & = \frac{3 \cdot j_{i0}^2}{N_{Pc}^2} \left\{ \frac{e^{-s}(e^{(2N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{(2N_{Pc}-S)} \right\} \delta j_i(s) \\
 & - \frac{6 \cdot j_{i0}^2}{N_{Pc}^2} \left\{ \frac{e^{-s}(e^{N_{Pc}-S}\tau_0-1)}{(N_{Pc}-S)} \right\} \delta j_i(s) \\
 & + \frac{3 \cdot j_{i0}^2}{N_{Pc}^2} \left\{ \frac{e^{-s}(1-e^{\tau_0 \cdot s})}{S} \right\} \delta j_i(s) \\
 & - \frac{(1-\lambda_0)^2 \cdot e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}(1-e^{-s})}{S} \delta j_i(s) \\
 & - \frac{(1-\lambda_0)^2 \cdot e^{-s} \cdot (e^{-\tau_0 \cdot s} - e^{-\tau_0 \cdot N_{Pc}})}{(N_{Pc}-S)} \delta j_i(s) \\
 & - \frac{2 \cdot j_{i0}^2(e^{-s}-1)(e^{-\tau_0 \cdot s}-1)}{N_{Pc} \cdot S^2} \delta j_i(s) \\
 & - \frac{2 \cdot j_{i0}^2 \cdot e^{-s} \{ e^{(N_{Pc}-S)\tau_0} - (N_{Pc}-S)\tau_0 - 1 \}}{N_{Pc}(N_{Pc}-S)^2} \\
 & \quad \cdot \delta j_i(s) \\
 & - \frac{2 \cdot j_{i0}^2 \cdot (e^{-s}-1)(e^{(N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{N_{Pc} \cdot (S-N_{Pc}) \cdot S} \delta j_i(s) \\
 & - \frac{2 \cdot j_{i0}^2 \cdot e^{-s}}{N_{Pc} \cdot (N_{Pc}-S)} \left\{ \frac{(e^{(2N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{(2N_{Pc}-1)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{(e^{N_{Pc} \cdot \tau_0}-1)}{N_{Pc}} \right\} \delta j_i(s) \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} j_i(t-t'-1) dt' \right] & = \int_0^{\infty} e^{-st} \int_0^{\tau_0} \delta j_i(t-t'-1) \\
 & \quad dt' \cdot dt \\
 & = \int_0^{\tau_0} e^{-s(1+t')} \left\{ \int_0^{1+t'} e^{-s(t-t'-1)} \delta j_i(t-t'-1) dt' \cdot dt \right. \\
 & \quad \left. + \int_{1+t'}^{\infty} e^{-s(t-t'-1)} \delta j_i(t-t'-1) dt' \cdot dt \right\} \\
 & = \frac{e^{-s}(1-e^{-\tau_0 \cdot s})}{S} \delta j_i(s) \tag{3.8a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} e^{N_{Pc} \cdot t'} \delta j_i(t-t'-1) dt' \right] \\
 & = \int_0^{\tau_0} e^{-st} \int_0^{\infty} e^{N_{Pc} \cdot t'} \delta j_i(t-t'-1) dt \cdot dt' \\
 & = \int_0^{\tau_0} e^{-s(t'+1)} e^{N_{Pc} \cdot t'} \left\{ \int_0^{1+t'} e^{-s(t-t'-1)} \right. \\
 & \quad \left. + \int_{1+t'}^{\infty} e^{-s(t-t'-1)} \right\} \delta j_i(t-t'-1) dt' \cdot dt
 \end{aligned}$$

$$= \frac{e^{-s}(e^{(N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{(N_{Pc}-S)} \delta j_i(s) \tag{3.8b}$$

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} \int_0^{t'} e^{N_{Pc} \cdot t''} \delta j_i(t-t''-1) dt'' \cdot dt' \right] \\
 & = \int_0^{\infty} e^{-st} \int_0^{\tau_0} \int_0^{t'} e^{N_{Pc} \cdot t''} \delta j_i(t-t''-1) dt'' \cdot dt' \cdot dt \\
 & = \int_0^{\tau_0} \int_0^{t'} e^{-s(1+t'')} \cdot e^{N_{Pc} \cdot t''} \left\{ \int_0^{1+t''} e^{-s(t-t''-1)} \right. \\
 & \quad \left. + \int_{1+t''}^{\infty} e^{-s(t-t''-1)} \right\} \delta j_i(t-t''-1) dt \cdot dt' \cdot dt'' \\
 & = \frac{e^{-s}}{(N_{Pc}-S)} \left\{ \frac{(e^{(N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{(N_{Pc}-S)} - \tau_0 \right\} \delta j_i(s) \tag{3.8c}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} \int_0^1 \delta j_i(t-t'-t'') dt' \cdot dt'' \right] \\
 & = \int_0^{\tau_0} \int_0^1 e^{-s(t+t'')} \left\{ \int_0^{t'+t''} e^{-s(t-t'-t'')} \right. \\
 & \quad \left. + \int_{t'+t''}^{\infty} e^{-s(t-t'-t'')} \right\} \delta j_i(t-t'-t'') dt' \cdot dt'' \cdot dt \\
 & = \frac{(e^{-s}-1)(e^{-\tau_0 \cdot s}-1)}{S^2} \delta j_i(s) \tag{3.8d}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} e^{2N_{Pc} \cdot t'} \delta j_i(t-t'-1) dt' \right] \\
 & = \frac{e^{-s}(e^{(2N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{(2N_{Pc}-S)} \delta j_i(s) \tag{3.8e}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} e^{N_{Pc} \cdot t'} \int_0^{t'} e^{N_{Pc} \cdot t''} \delta j_i(t-t''-1) dt'' \cdot dt' \right] \\
 & = \int_0^{\tau_0} \int_0^{t'} e^{-s(1+t'')} \cdot e^{N_{Pc} \cdot (t'+t'')} \left\{ \int_0^{1+t''} e^{-s(t-t''-1)} \right. \\
 & \quad \left. + \int_{1+t''}^{\infty} e^{-s(t-t''-1)} \right\} \delta j_i(t-t''-1) dt \cdot dt' \cdot dt'' \\
 & = \frac{e^{-s}}{(N_{Pc}-S)} \left\{ \frac{(e^{(2N_{Pc}-S)\tau_0}-1)}{(2N_{Pc}-S)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{(e^{N_{Pc} \cdot \tau_0}-1)}{N_{Pc}} \right\} \delta j_i(s) \tag{3.8f}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L \left[\int_0^{\tau_0} e^{N_{Pc} \cdot t'} \int_0^1 \delta j_i(t-t'-t'') dt' \cdot dt'' \right] \\
 & = \frac{(e^{(N_{Pc}-S)\tau_0}-1)(1-e^{-s})}{(N_{Pc}-S)S} \delta j_i(s) \tag{3.8g}
 \end{aligned}$$

(3.8)式에서 初期條件은 모두 0인 것으로 가정하여 計算하였고 (3.5), (3.6), (3.7) 式들은

이 式들을 利用하여 求하였다. (3.2), (3.5), (3.6), (3.7)式들을 (3.1)式에 代入하여 整理하면 密度波의 流動時間을 考慮한 2相流의 無次元 動特性을 나타내는 傳達函數를 다음과 같이 얻을 수 있다.

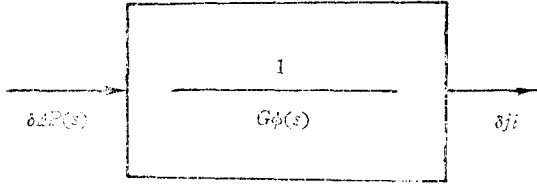


Fig 3.1 Transfer function of 2φ flow in a parallel heated channel

$$G_{2\phi}(s) = \frac{\delta j_i(s)}{\delta \Delta P(s)} = \frac{1}{G_\phi(s)} \quad 3.9$$

여기에서

$$\begin{aligned} G_\phi(s) = & (\lambda_0 + j_{i0} \cdot \tau_0)S + \{2 \cdot N_{Fr} \cdot j_{i0} \\ & + N_{Pc} \cdot \tau_0 \cdot j_{i0} \cdot e^{-s}\} + \{(N_{Fd}^{-1} \\ & + N_{Fr} \cdot j_{i0}^2)(1 - e^{-s}) + e^{-s}(1 - e^{-\tau_0 s}) \cdot \\ & \cdot (K_1 + 2 \cdot j_{i0} \cdot N_{Pc}^{-1} \cdot K_2 + 3 \cdot j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-2} \cdot K_3 \\ & - e^{-N_{Pc} \cdot \tau_0}(1 - e^{-s})[K_1 + (1 - \lambda_0)K_2 \\ & + (1 - \lambda_0)^2 K_3])\} S^{-1} \\ & + \{(1 - e^{-s})(e^{-\tau_0 s} - 1)(j_{i0} \cdot K_2 + 2 \cdot j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-1} \\ & \cdot K_3)\} S^{-2} \\ & + \{e^{-s}(1 - e^{(N_{Pc} - S)\tau_0})(2 \cdot j_{i0} \cdot N_{Pc}^{-1} \cdot K_2 \\ & + 6 \cdot j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-2} \cdot K_3) \\ & - e^{-s}(e^{-\tau_0 s} - e^{N_{Pc} \cdot \tau_0})[K_1 + (1 - \lambda_0)K_2 \\ & + (1 - \lambda_0)^2 K_3] \\ & + e^{-s}(e^{N_{Pc} \cdot \tau_0} - 1) \cdot 2 \cdot j_{i0} \cdot N_{Pc}^{-2} \cdot K_3 + e^{-s} \cdot j_{i0} \cdot \tau_0 \\ & \cdot (K_2 + 2 \cdot j_{i0} \cdot N_{Pc}^{-1} \cdot K_3)\} \{N_{Pc} - S\}^{-1} \\ & + \{e^{-s}(e^{(2N_{Pc} - S)\tau_0} - 1) \cdot 3 \cdot j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-2} \cdot K_3\} \\ & \{2N_{Pc} - S\}^{-1} \\ & - \{e^{-s}(e^{(N_{Pc} - S)\tau_0} - 1)(j_{i0} \cdot K_2 + 2j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-1} \cdot \\ & K_2)\} \{N_{Pc} - S\}^{-2} \\ & + \{(1 - e^{-s})(e^{(N_{Pc} - S)\tau_0} - 1) \cdot 2 \cdot j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-1} \cdot K_3\} \\ & \{N_{Pc} - S\} S^{-1} \\ & - \{e^{-s}(e^{(N_{Pc} - S)\tau_0} - 1) \cdot 2 \cdot j_{i0}^2 \cdot N_{Pc}^{-1} \cdot K_3\} \\ & \{2N_{Pc} - S\}^{-1} \{N_{Pc} - S\}^{-1} \end{aligned} \quad 3.10$$

但

$$\begin{aligned} K_1 &= N_{Pc} + N_{Fd}^{-1} + N_{Fr} \cdot j_{i0}^2 \\ K_2 &= N_{Pc}^2 + 2 \cdot N_{Pc} \cdot N_{Fr} \cdot j_{i0} \\ K_3 &= N_{Pc}^2 \cdot N_{Fr} \end{aligned}$$

(2) 無次元 動特性和 安定性

(3.9)式은 傳熱管入出口에서 조그만한 差壓變動이나 内部壓力降下에 依하여 管入口流速의 變動이 어떻게 變動하는가를 나타내는 方程式으로 有限한 壓力變動에 對하여 流速이 無限하게 增大하면 2相流는 不安定해지고 無限히 작아지면 安定해진다. 流速이 相當한 크기로 振動하는 安定과 不安定의 境界狀態는 廣意로는 安定하다고 하나 自然界에서는 어떠한 現象이 不安定하여 무한히 增大하기만 하는 일은 없고 대개 有限한 振動現象으로 나타난다. 따라서 有限한 振動現象이 不安定狀態의 것인가 臨界狀態의 것인가 구별하기 困難하므로 이를 모두 不安定狀態로 取扱한다. 實際의 並列傳熱管에서의 差壓變動은 驅動펌프나 中間 밸브操作으로 發生하고, 内部壓力降下の 變動은 흐름 樣相의 變動이나 傳熱量등이 變化할 때 誘起됨으로 機器가 運轉中일 때는 언제나 이러한 壓力變動은 存在한다고 볼 수 있다. 萬若 (3.9)式의 解를 얻을 수 있다면 動特性和 安定性을 쉽게 알게되나 이 方程式은 S의 指數函數를 포함하고 있으므로 解析의 인 方法으로는 解를 求하기 힘들다. 그러나 制御工學에서 흔히 利用하는 Nyquist安定條件을 適用하면 安定度(relative stability)는 電子計算機로 容易하게 求할 수 있다. 여기서는 無次元의 數 및 變數의 크기에 따라서 無次元 2相流의 安定度가 어떻게 變하는가를 알아보고자 한다.

(3.9)式으로부터 開回路傳達函數를 求하면 다음 式과 같다.

$$G_{0\phi}(s) = G_\phi(s) - 1 \quad 3.11$$

$G_{0\phi}(s)$ 는 複素數平面的 右半面に 不安定根을 가지고 있지 않으므로 Nyquist軌跡이 $(-1, 0j)$ 點을 감싸지 않으면 이 系統은 安定하고, 萬若이 點을 N回 감싸면 $G_{2\phi}(s)$ 는 N個의 不安定한 極(pole)을 갖게되어 이 系統은 不安定해진다. 따라서 無次元의 數 및 變數의 크기에 따라 Nyquist의 軌跡이 $(-1, 0j)$ 點에 얼마나 接近하느냐에 따라 2相流의 安定度를 求할 수 있다.

다음 그림은 j_i 의 크기에 대한 Nyquist軌跡의 變動樣相을 나타내는 그림이다. N_{Fr} , N_{Fd} , N_{Pc} 등의 크기에 따라 不安定根의 數, 軌跡의 모양, 臨界狀態에서의 j_i 값 등이 相異하긴 하나 概括적으로는 그림 3.2와 비슷하게 變化한다. 無次元

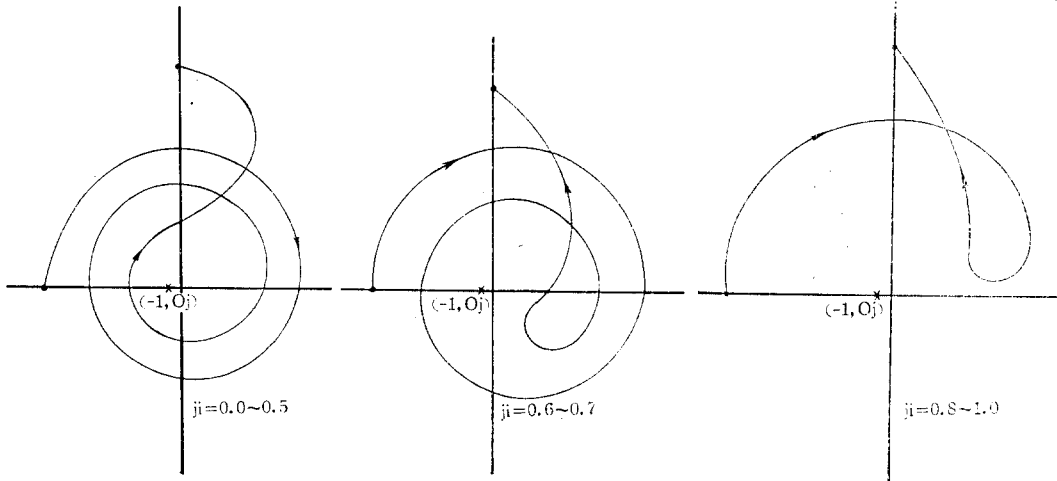


Fig 3.2 Nyquist diagram to j_i variation at $N_{Fr}=6.0$, $N_{Fd}=0.1, \sim 1.0$, $N_{Pc}=1.0 \sim 5.0$

의 流速 j_i 는 傳熱管에서의 沸騰境界의 位置를 나타냄으로 적은 流速일수록, 換言하면 沸騰境界點이 入口에 가까워 올수록 不安定해지고 出口側으로 接近할수록 安定도가 增大함을 이 그림으로부터 알 수 있다. 이는 2相流의 靜特性曲線에 依한 分析結果와는 相反되긴 하나 Freon 11과 並列傳熱管을 利用한 S. Kakac의 實驗結果¹²⁾와는 一致한다.

아래 그림은 $\Delta P^* - j_i$ 靜特性曲線과 2相流의 振

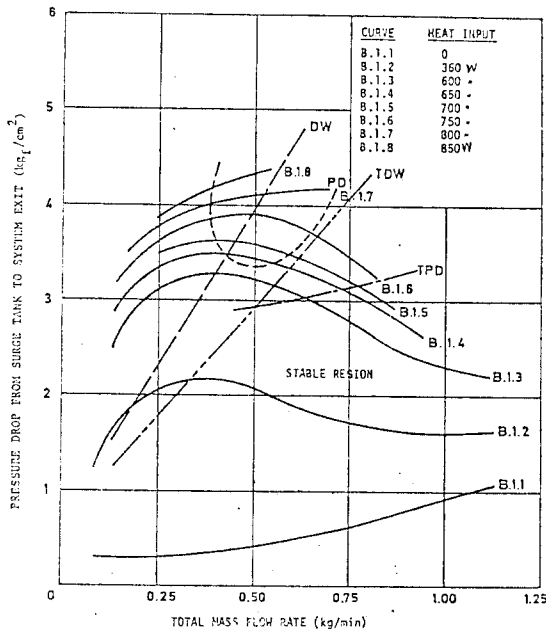


Fig 3.3 Pressure drop vs. total mass flow rate for step decreases in flow rates at constant heat inputs in equally heated four parallel-channel system

DW : Density wave type oscillation
 TDW : Transient density wave
 PD : Pressure drop type oscillation
 TPD : Transient " "

動樣相을 表示한 S. Kakac의 實驗結果로서 靜特性曲線의 極大點 近處에서는 振動周期가 짧은 密度波形振動과 振動周期가 긴 壓力降下形振動이 同時에 發生하고 기울기가 正의 領域인 작은 流量에서는 密度波形振動만 發生한다. 기울기가 負인 領域중 極大點에 가까운 領域에서만 過渡狀態의 密度波 및 壓力降下形振動이 일어나고 極小點附近은 오히려 安定領域임을 알 수 있다. 이는 流量이 작아져서 沸騰境界가 管入口쪽으로 가까워 질수록 流體의 慣性은 줄어들고 $\tau(t)$ 는 增大하여 2相流領域에서의 相變化量이 增加하여 密度波形振動이 일어나고 이 境界點이 出口쪽으로 接近하면 慣性이 增大하고 相變化量이 減少하기 때문에 安定해 지는 것으로 判斷된다.

다음 그림은 N_{Pc} 의 變化에 대한 Nyquist軌跡으로 N_{Fr} , N_{Fd} , j_i 의 크기에 關係없이 N_{Pc} 가 클수록 安定도가 減少하여 不安定하게 되고 不安定한 根의 數도 增加한다. 이는 낮은 壓力일수록 同一傳熱量에서 相變化量은 增大되기 때문인 것으로 보아진다. 그림 3.4a에서는 낮은 j_i , N_{Fd} , N_{Fr} 에서 N_{Pc} 가 크지면 安定도는 줄어들었다 다시 커지고 다시 減少하여 不安定한 狀態가 되는 데 이는 높은 壓力에서 比較的 적은 傳熱量으로 機器가 運轉될 경우에 發生하는 特異한 現象으로 J. L. Achard의 研究結果¹³⁾와 잘 一致한다.

그림 2.5 은 N_{Fr} 의 變化에 대한 Nyquist線圖로서 N_{Pc} 가 클 경우에는 N_{Fd} , j_i 에 關係없이 不安定하나 그림 3.5a에서는 N_{Fr} 가 커질수록 不安

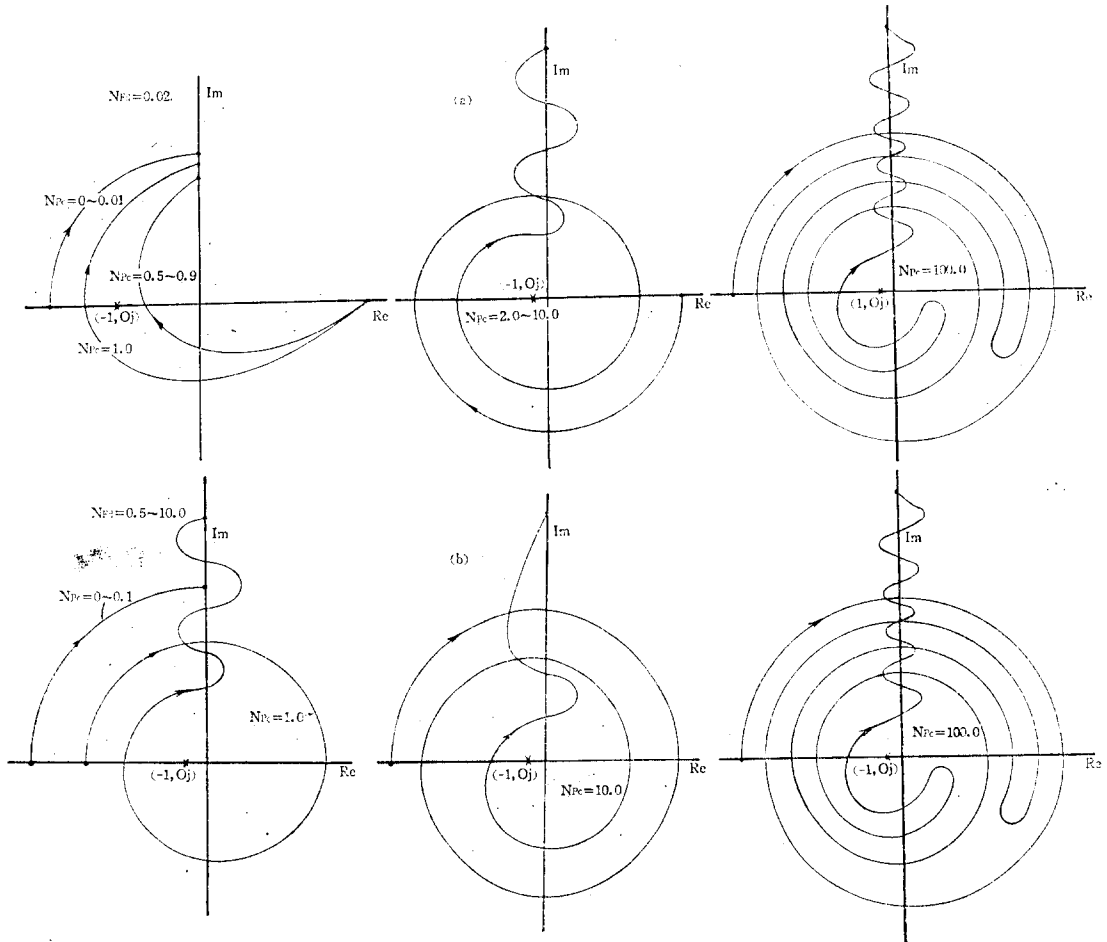


Fig 3.4 Nyquist diagram to N_{pc} variation at $j_i=0.38$, $N_{Fv}=0.5$

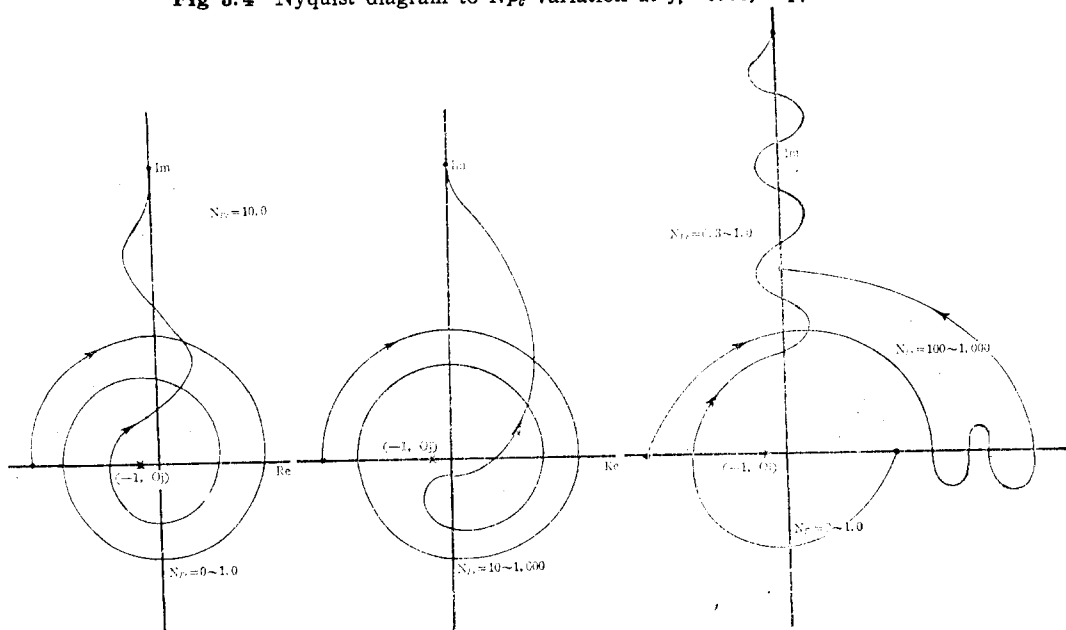


Fig 3.5 Nyquist diagram to N_{Fr} variation at $j_i=0.35\sim 0.4$, $N_{Fd}=0.02\sim 0.2$

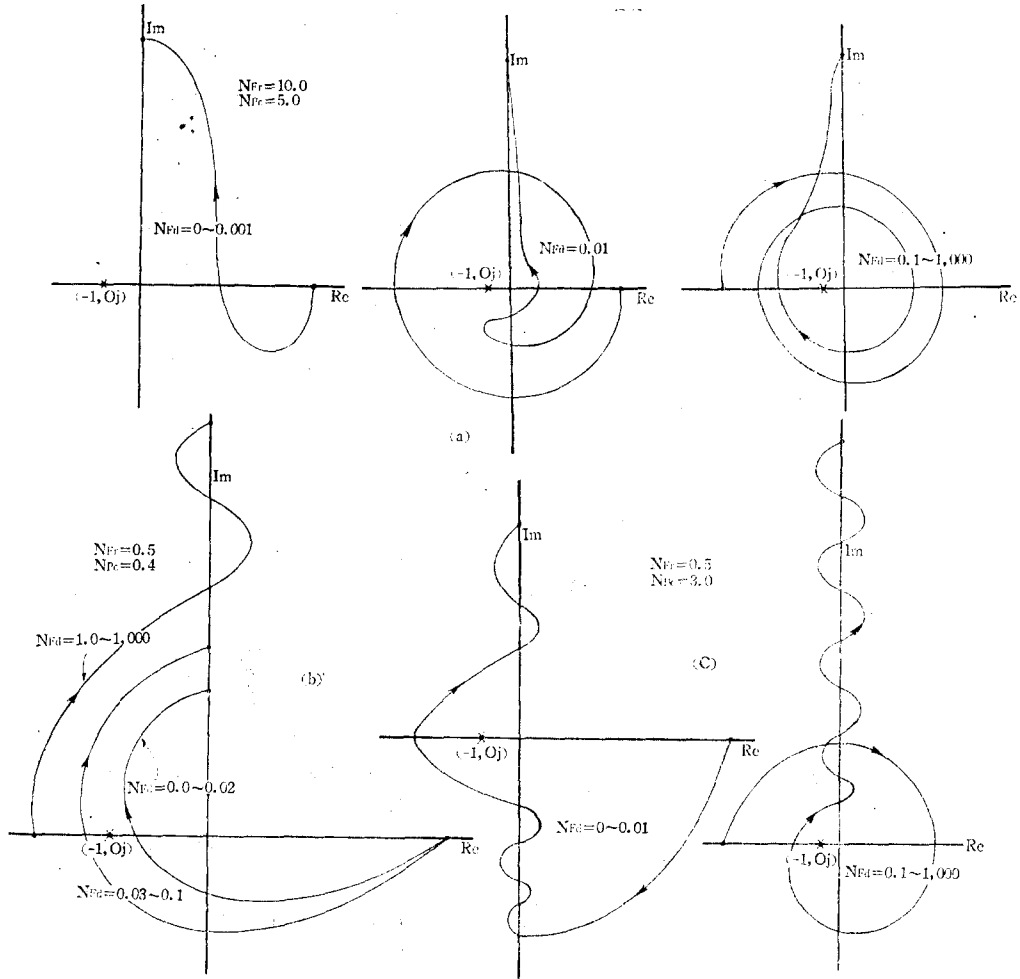


Fig. 3-6 Nyquist diagram to N_{Fd} variation at $j_i=0.38$

定한 根의 數는 줄어든다. N_{Pc} 가 比較的 작은, 系統의 壓力이 높은 경우에는 N_{Fr} 가 작을수록 安定度가 減少하는데 이는 긴 傳熱管이 짧은 것 보다 安定함을 뜻한다.

위 그림은 N_{Fd} 의 變化에 대한 Nyquist線圖 으로써 N_{Fr} 가 작은 경우 j_i 가 큰 流量領域에서는 安定하나 0.5이하의 낮은 領域에서는 그림 3-6b 에서 알 수 있는 바와 같이 N_{Pc} 가 작을 때에는 N_{Fd} 가 中間領域에서 不安定하고 아주 작거나 큰 경우에는 安定하다. 또 N_{Pc} 가 클 때에는 그림 3-6c에서 보는 바와 같이 N_{Fd} 의 크기에 關係없이 不安定해 진다. 그림 3-6a는 N_{Fr} 가 큰 긴 管

의 경우로서 N_{Pc} 가 크더라도 낮은 N_{Fd} 에서는 安定하고 N_{Fd} 가 커지면 不安定해지고 不安定한 根의 數도 增加한다. 이는 傳熱量이 增加할수록 2相流가 더 不安定해짐을 意味한다. 위 分析結果를 綜合하면 j_i 가 크지면 沸騰境界가 出口쪽 으로 移動하여 安定해지고 j_i 가 적어지면 入口 쪽으로 接近하여 不安定해 진다. N_{Pc} 는 클수록 系統壓力이 낮아져서 같은 傳熱量에 相變化量이 增大하여 不安定해 진다. N_{Fr} 는 클수록 安定해 진다. N_{Fd} 는 작을수록 單位面積當傳熱量이 적 어져서 安定하다. 그러나 위의 分析은 無次元數 의 대체적인 傾向이고, 特別한 경우로 N_{Fr} 가

1.5 近處에서는 N_{Fd} 및 N_{Pe} 의 中間크기에서 不安定한 領域이 存在하는 경우도 있으므로 設計時 動特性에 의한 安定性を 確認해 볼 必要가 있다고 생각된다.

4. 結 論

直立並列 傳熱管내의 2相流는 均質流라는 假定 아래 力學에 關係되는 몇가지 파라메터와 變數를 無次元化하고, 密度波의 移送時間을 考慮한 2相流의 無次元 運動方程式을 求한후, 線形制御工學의 理論을 利用하여 安定性を 分析하였다. 보통 熱交換器의 設計時 2相流의 靜特性에 많이 依存하여 安全性을 判斷하려하나, 이것만으로는 充分한 安全性을 確保할 수 없고 動特性에 依한 安定성을 考慮하여야만 보다 安全하고 信賴性이 있는 熱機關을 設計할 수 있을 것이다.

本 分析方法을 利用하면 여러가지 設計 및 運轉條件에서 相似法則을 適用하여 比較的 간편하게 보다 安全한 傳熱管을 만들 수 있을 것으로 생각된다. 本 研究結果를 要約하면 다음과 같다.

(1) 無次元 流量 j 와 無次元 磨擦係數 N_{Fr} 는 클수록 2相流가 安定하고 작을수록 不安定해진다.

(2) 無次元 相變化數 N_{Pe} 와 Froude數 N_{Fd} 는 클수록 2相流가 不安定해지고 작을수록 安定해진다. 위의 結果는 無次元數들의 變動效果를 包括的으로 分析한 것으로 어떤 境遇에는 중간 크기의 N_{Pe} , N_{Fd} 에서 安定領域과 不安定領域이 近接해 있을 때도 있으므로 熱機器의 設計時 相當한 注意를 기울어야 할 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

1. Ledinegg, M., "Instability of Flow during Natural and Forced Circulation," *Die Wärme*, 61, 8, 1938.
2. Malbetsch, J.S, and P.Griffith, "A Study of System-Induced Instabilities in Forced-Convection Flows with Subcooled Boiling," MIT Lab. Report. 5382-35, MIT. 1965.
3. Yadigaroglu, G. and A.E. Bergles, "An

- Experimental and Theoretical Study of Density-Wave Oscillation in Two-phase Flow," MIT Report, DSR-74629-3, 1969.
4. EURATOM Report, Proceedings of Symposium on Two-Phase Flow Dynamics, Eindhoven, Netherland, 1967.
5. Stenning, A.H, and T.N. Veziroglu, "Flow Oscillation Modes in Forced Convection Boiling," Proceedings of 1965 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University Press, 1965.
6. Jain, K.C. and S.G. Bankoff, "Self-sustained Hydrodynamic Oscillations in a Natural-Circulation Boiling Water Loop." *Nuclear Eng. and Design*, 1966.
7. Quandt, E.R., "Analysis and Measurement of Flow Oscillation," *Nuclear Eng. and Design*, 1966.
7. Quandt, E.R., "Analysis and Measurement of Flow Oscillation," *Chem. Eng. Progress Symposium, Series*, 57.
8. Gonzalez-Santalo, J.M. and R.T. Lahey, JR, "An Exact Solution for Flow Transients in Two-Phase Systems by the Method of Characteristics," *J. of H. T. ASME*, November, 1973.
9. Wallis, G.B. and J.H. Heasley, "Oscillations in Two-phase Flow Systems," *J. of Heat Transfer, ASME*, August, 1961.
10. Ishii, M. and N.Zuber, "Thermally Induced Flow Instabilities in Two-Phase Mixtures," 4th Intern. Heat Transfer Conf. Paris, 1970.
11. R.T. Laley, Jr, and F.J. Moody, "The Thermal Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor," *ANS Monograph*, 1977.
12. T.N. Veziroglu and S.Kakac, "Two-Phase Transport and Reactor Safety," Vol. 1-Vol. V, Hemisphere, 1979.
13. J.L.Achard, et al, "The Analysis of Linear and Nonlinear Instability Phenomena in heated channels," RPI; Topical Report, 1980.
14. Ishii, M., "Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow," Paris, Eyrolles.

- 1975.
15. 朴進吉·河注植 “傳達管内에서 發生하는 2相 流의 不安定性에 관한 研究” 1982, 韓國海洋 大學, 船舶工學 研究所, 論文集,
16. 葉山眞 “治沸騰チャンネル内の水力學的 不安 定性” 日本機械學會論文集, 28, 195, 1966.
17. R. C. Dorf, “Modern Control Systems,” Addison-Wesley, 1974.

後記：本研究는 文敎部の 財政的인 後援으로 이루어 졌습니다.