
 論 文

大韓造船學會誌
 第21卷 第3號 1984年 9月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 21, No. 3, September 1984

舵의 效果를 考慮한 時間領域에서의 船體 橫運動應答

孔 仁 泳* · 李 起 杓**

The Lateral Motion Responses of a Ship with Rudder Effects in the Time Domain

by

I. Y. Gong* · K. P. Rhee**

Abstract

In this paper, the lateral motions of a ship in the time domain are treated by applying the Impulse Response Function Technique. The acceleration, velocity and displacement of a ship in the time domain are needed for the purpose of such automatic controls as the fire control system and the auto-pilot of ocean-going vessels, etc.

The Response Amplitude Operators of a ship are calculated by the Strip Method of Salvesen-Tuck-Faltinsen, and the Pierson-Moskowitz Spectrum multiplied by spreading function is used to represent the short crested ocean waves. The ocean wave elevations in the time domain are simulated according to the Method of Borgman.

Finally the rudder effect is considered by simply adding the force and moment due to the rudder to the wave exciting force. And the results of lateral motions with and without rudder are shown.

I. 서 론

대양을 항해하는 선박은 파도에 의하여 힘을 받아 운동을 하게 된다. 실제 해상의 파도는 매우 불규칙하며, 이 불규칙파로 인한 선체의 운동은, 이를 해석하기 위하여, 모든 주파수의 규칙파들에 의한 운동의 합과 같다고 가정한다. 또한 규칙파들로 인한 선체의 운동응답은 선형이며 단순조화진동을 한다고 가정하고, 선형화된 경계조건을 사용하여 얻은 6개의 운동방정식을 풀어서 필요한 결과를 얻게 된다. 따라서 이 운동방정식은 주파수 영역에서 다루어져 왔다.

거친 해상에서, 항풍모함에서의 이착륙문제, 군함에

서의 사격관제장치, 그리고 칠로유지를 위한 타의 자동제어같은 제어의 목적을 위해서는 시간에 따르는 선박의 가속도, 속도 및 변위를 아는 것이 필요하다. 본 논문에서는, Cummins의 충격응답함수[1]를 사용하고, 문제를 시간 영역에서 고려한 Perez[2]의 방법을 택하여, 시간영역에서 해를 구한 후, 주파수 영역에서의 운동방정식에서는 고려할 수 없었던 비선형항들 중 하나인 타의 효과를 고려하여 최종해를 구하였다.

이를 위해서 선박의 운동방정식을 주파수영역과 시간영역에서 각각 고려한 후, 이들 사이의 관계식을 유도하고, 주파수 영역에서 선체운동의 해를 구한 기존의 프로그램[3, 4]을 이용하여, 시간영역에서 필요한 계수들을 구하였다.

接受日字: 1984年 6月 11日, 再接受日字: 1984年 8月 3日.

* 學生會員, 서울大學校 大學院

** 正 會 員, 서울大學校 工科大學 造船工學科

실제 해양과는 상당히 불규칙하고, 이에 관한 실측 자료들을 구하기 힘든 실정이므로, 해상상태가 주어지면 그에 해당하는 파도들을 추정할 수 있는 Borgman의 해석방법 [5]에 따라, 그 해상상태에서 선박에 작용하는 외력을 구하였다. 또한 타에 의하여 유발되는 힘이나 모우먼트도 선박에 작용하는 외력의 일종으로 생각함으로써, 타의 효과를 고려하였다.

II. 기본 방정식

2.1. 주파수영역에서의 식

단순조화 외력에 의한 선체의 운동응답도 단순조화진동이라고 하면, 선체의 선형운동미분방정식은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$M(\omega)\ddot{x}(\omega, t) + B(\omega)\dot{x}(\omega, t) + C(\omega)x(\omega, t) = p(\omega, t) \quad (1)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(\omega, t) &= \text{Re}\{\dot{X}(\omega)e^{i\omega t}\} \\ p(\omega, t) &= \text{Re}\{P(\omega)e^{i\omega t}\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하면

$$\left[i\omega M + B - i\frac{C}{\omega} \right] \dot{X}(\omega)e^{i\omega t} = P(\omega)e^{i\omega t} \quad (3)$$

여기서 M, B, C 는 각각 관성계수, 감쇠계수 및 복원력 계수를 나타내는 (6×6) 행렬이며, 여기에 쓰인 우수적교좌표계는 그림 1과 같다. 또한 $X_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 의 정의는 그림 1과 같다.

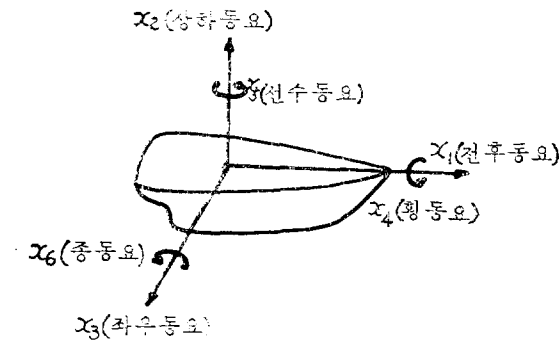


Fig. 1 Coordinate System

또한 $P(\omega)$ 는 6자유도 각 성분의 외력을 나타내는 벡터이고, $X(\omega)$ 는 각 운동성분의 변위, 그리고 $\dot{X}(\omega)$ 는 시간에 대한 도함수를 나타내는 벡터이다.

상하동요—종동요 운동과 좌우동요—횡동요—선수동요 사이에는 서로 미치는 영향이 거의 없으며, 세장선의 경우에는 전후동요와 다른 동요들간의 영향도 무시

할 수 있으므로, 전후동요, 상하동요—종동요, 좌우동요—횡동요—선수동요는 각각 독립적으로 계산이 가능하다.

식 (3)에서

$$A(\omega) = i\omega M(\omega) + B(\omega) - i\frac{C(\omega)}{\omega} \quad (4)$$

$$A(\omega)\dot{X}(\omega) = P(\omega)$$

따라서 주파수영역에서의 해는 다음과 같다.

$$\dot{X}(\omega) = A^{-1}(\omega)P(\omega) \quad (5)$$

여기서 $A^{-1}(\omega)$ 는 $A(\omega)$ 의 역행렬이다.

2.2. 시간영역에서의 식

안정한 선형계에서 임의의 외력에 대한 그 계의 응답은, 그 계의 충격응답함수를 사용하여 Convolution 적분으로 표현할 수 있다.

즉

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \int_{-\infty}^t k(t-\tau)p(\tau)d\tau \\ (\because k(t-\tau) &= 0 \text{ for } t \leq \tau) \end{aligned} \quad (6)$$

$$= \int_0^{\infty} k(\tau)p(t-\tau)d\tau \quad (7)$$

여기서 $k(t)$ 는 충격응답함수를 나타내는 (6×6) 행렬이고, $\dot{x}(t)$ 는 6자유도운동의 속도성분, $p(t)$ 는 각 성분별 외력을 나타낸다.

2.3. 주파수영역에서의 식과 시간영역에서의 식 사이의 관계식

안정한 선형계에서 시간영역과 주파수영역사이의 가장 기본적인 관계는 Fourier 변환에 의하여 얻어질 수 있다.

어떤 함수 $g(t)$ 의 Fourier 변환을 $G(f)$ 라 하면

$$G(f) \equiv F\{g(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (8)$$

여기서 $f = \omega/2\pi$ 이고, 역 Fourier 변환은 다음과 같다.

$$g(t) \equiv F^{-1}\{G(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f)e^{i2\pi ft} df \quad (9)$$

식 (5)와 식 (6)의 관계식을 얻기 위하여 Convolution 적분의 Fourier 변환 성질을 이용하면

$$y(t) = g(t) * h(t) = \int_0^t g(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (10)$$

$$Y(f) = G(f)H(f) \quad (11)$$

식 (6)을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \int_{-\infty}^t k(t-\tau)p(\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t k(t-\tau)p(\tau)d\tau = k(t) * p(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$(\because k(t) = 0, t < 0)$$

$\dot{x}(t), k(t), p(t)$ 의 Fourier 변환을 각각 $\dot{X}(f), K(f), P(f)$ 라 하면

$$\dot{X}(f) = K(f)P(f) \quad (13)$$

식 (5)를 원진동수대선에 주파수로 바꾸어 쓰면

$$\dot{X}(f) = A^{-1}(f)P(f) \quad (14)$$

따라서

$$K(f) = A^{-1}(f) \quad (15)$$

$$K(t) = F^{-1}\{A^{-1}(f)\} \quad (16)$$

즉, 충격응답함수 $K(t)$ 는 Strip method에 의하여 주파수 별로 유체 동력학적 계수들을 구하고, 식(4)에 의하여 A 행렬을 구한 후 다시 A 의 역행렬을 식 (16)처럼 Fourier역 변환함으로써 얻을 수 있다[6].

2.4. 파랑하중의 계산

어느 점에서 파랑하중 $p(t)$ 는 모든방향에서 오는 파도들에 의한 파랑하중의 합으로 생각할 수 있다. θ 를 파도의 진행방향과 선수방향이 이루는 각이라 한다면

$$p(t) = \int_{-\pi}^{\pi} P_{\theta}(t) d\theta \quad (17)$$

여기서 $P_{\theta}(t)$ 는 θ 방향에서 오는 파도에 의한 파랑하중이다. 또한 θ -방향에서 진행하여 오는 파도를 $w(t, \theta)$ 로 표시하면, $P_{\theta}(t)$ 와 $w(t, \theta)$ 의 교차 spectrum을 생각할 수 있다[7]. $P_{\theta}(t)$ 와 $w(t, \theta)$ 의 주기를 T 라 하면

$$S_{pw}(f, \theta) = \frac{1}{T} \bar{P}_{\theta}(f) W(f, \theta) \quad (18)$$

여기서

$$W(f, \theta) = F\{w(t, \theta)\} \quad (19)$$

$$P_{\theta}(f) = F\{P_{\theta}(t)\} \quad (20)$$

$\bar{P}_{\theta}(f)$ 는 $P_{\theta}(f)$ 의 공액복소수를 의미한다.

한편, 주파수 f 이고 θ 방향에서 오는 단위진폭의 규칙파에 의해 선체에 작용하는 외력을 $L(f, \theta)$ 라 한다면 다음 관계가 성립한다.

$$S_{pw}(f, \theta) = L(f, \theta) S_w(f, \theta) \quad (21)$$

여기서 $S_w(f, \theta)$ 는 θ 방향에서 오는 파의 스펙트럼이다.

식(18)과 식 (21)으로부터

$$P_{\theta}(f) = L(f, \theta) W(f, \theta) \quad (22)$$

여기서 $W(f, \theta)$ 는 식 (19)로 주어지며, 주어진 해상 상태에 따라 이 값들을 계산하는 방법은 부록에 기술되어 있다.

식 (20)에 의하여

$$P_{\theta}(f) = F^{-1}\{P_{\theta}(f)\} \quad (23)$$

따라서 식 (17)로부터

$$p(t) = \int_{-\pi}^{\pi} F^{-1}\{P_{\theta}(f)\} d\theta \quad (24)$$

2.5. 타의 효과

어떤 타각 δ 에 의해 유발되는 좌우방향 힘과, 선수동요 모우먼트는 δ 의 1차함수라고 가정하며, 이들 힘과

모우먼트는 모두 외력의 일부로 취급된다.

식 (6)으로부터

$$\dot{x}(t) = \int_{-\infty}^t k(t-\tau)[p(\tau)+r(\tau)]d\tau \quad (25)$$

여기서 $r(t)$ 는 파랑하중의 선체에 작용할 수 있는 임의의 힘이나 모우먼트를 나타낸다. 어느순간 t 에 선수동요각 $x_5(t)$ 와 선수동요각속도 $\dot{x}_5(t)$ 가 그 순간의 타각 $\delta(t)$ 와 함께 주어지면, 그로부터 Δt 후의 타각은 다음식에 의하여 주어진다.

$$\delta(t+\Delta t) = [G_y x_5(t) + G_r \dot{x}_5(t)] \pm \delta_B \quad (26)$$

여기서 G_y , G_r , δ_B 는 Autopilot의 비례, 미분제어 상수 및 타의 deadband를 나타내며, δ_B 앞의 부호는 []속의 부호와 동일하다.

또는

$$\delta(t+\Delta t) = \delta(t) + \text{sign}[\delta(t+\Delta t) - \delta(t)] \delta_R \Delta t \quad (27)$$

여기서 δ_R 는 타의 회전속도이다.

또는 식 (27)의 계산값이 $|\delta_{max}|$ 의 값을 벗어날 경우의 타각은 다음 식으로 주어진다.

$$\delta(t+\Delta t) = \delta_{max} \cdot \text{sign}[\delta(t+\Delta t)] \quad (28)$$

여기서 δ_{max} 는 최대타각이다.

이때 타르 인한 좌우방향 힘과 선수동요 모우먼트는 다음과 같으며

$$r_3(t+\Delta t) = R_3 \delta(t+\Delta t) \quad (29)$$

$$r_5(t+\Delta t) = R_5 \delta(t+\Delta t) \quad (30)$$

R_3 , R_5 역시 타에 의해 결정되는 상수이고, 이러한 타의 특성값들은 Table 1에 기술되어 있다.

본 계산에서는 타의 각도를 결정하는 데 있어서 선수동요각과 그 각속도만을 변수로 사용하는 Auto-Pilot system을 사용하였으나, 타각의 변화로 인한 횡동요운동성분의 변화를 알 수 있는 관계식이 주어지면, 횡동요각과 그 각속도도 타각의 변수가 되는 Roll Feedback System도 함께 고려할 수가 있을 것이다.

III. 계산결과 및 고찰

이 계산에 사용된 선박의 제원은 Table 1과 같으며, $F_n = 0.278$ (10 knots)인 경우에 대하여 계산하였다. 주파수 영역에서 얻은 값들로부터, 시간영역에서의 계수들을 구하려면 모든 주파수에서의 값들을 알아야 하지만, 계산시간관계로 7개의 진행각과 18개의 주파수에 대하여 계산을 수행하고, 나머지 필요한 주파수에서의 값은 보간법을 사용하여 구하였다.

또한 Fourier 변환시 FFT를 사용하기 위하여, 주파

Table 1 Model Ship and Rudder Characteristics

L_{pp}	35.00m	G_y (Yaw Gain)	1.6
Brd.	6.63m	G_r (Yaw rate gain)	2.12 deg/deg/sec
Draft	1.68m	δ_{max} (최대타각)	30°
∇	149.6ton	R_s (Sway-Rudder 계수)	98.652N/deg
C_B	0.374	R_y (Yaw-Rudder 계수)	-7128.24 N·m/deg

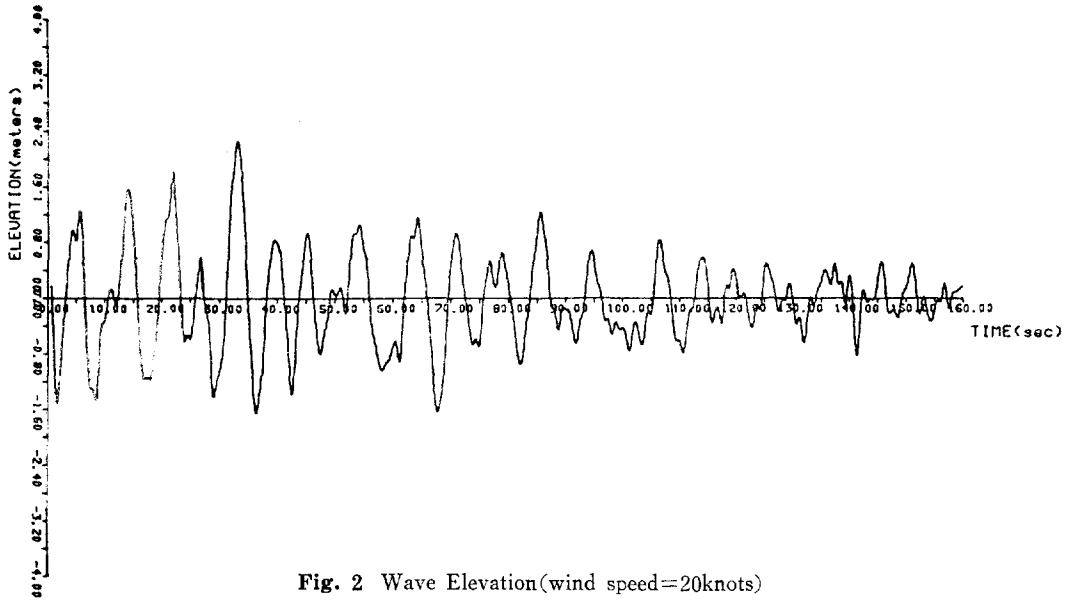


Fig. 2 Wave Elevation(wind speed=20knots)

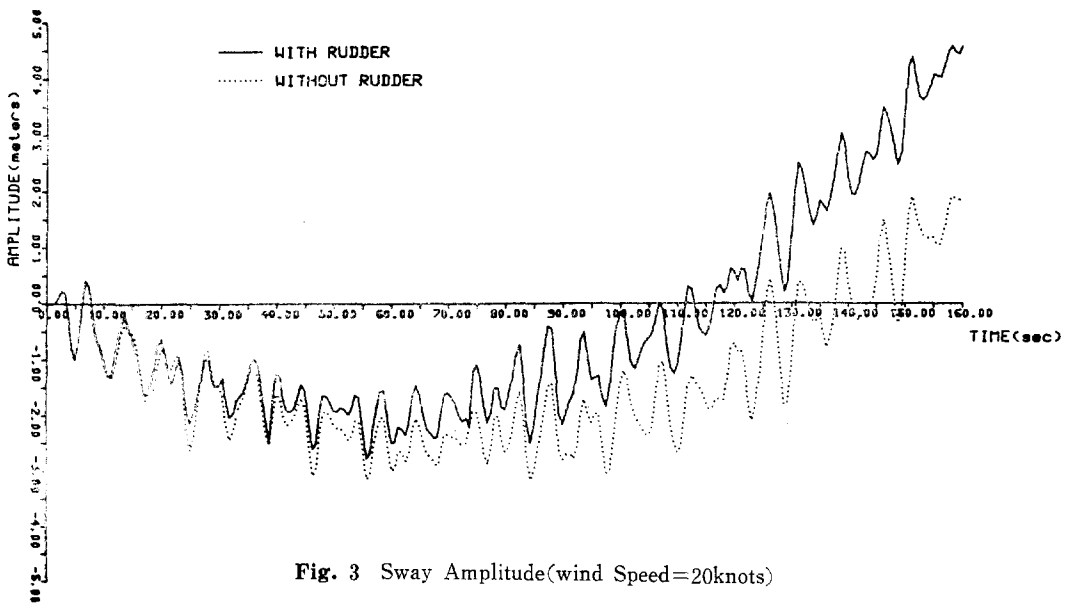


Fig. 3 Sway Amplitude(wind Speed=20knots)

수간격 $\Delta f = 0.00625\text{Hz}$, Cutoff freq. = 0.8Hz , 전체구간은 256개로 나누었다. 이에 따라 시간간격 $\Delta t = 0.625$ 초가되고 모두 160초동안의 값을 계산하였다.

해상상태를 나타내는 스펙트럼은 Pierson-Moskowitz 스펙트럼

$$S(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left[-\beta\left(\frac{g}{U\omega}\right)^4\right] \quad (31)$$

$$\alpha = 8.1 \times 10^{-3}$$

$$\beta = 0.74$$

U : 해면상 19.5m에서의 평균 풍속(cm/sec)

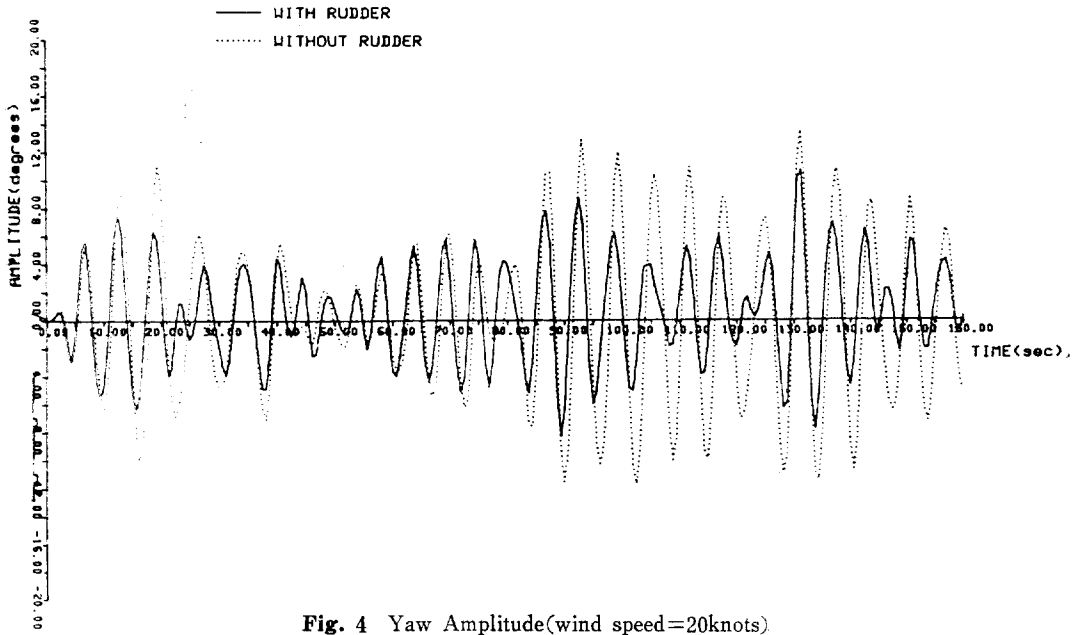


Fig. 4 Yaw Amplitude(wind speed=20knots)

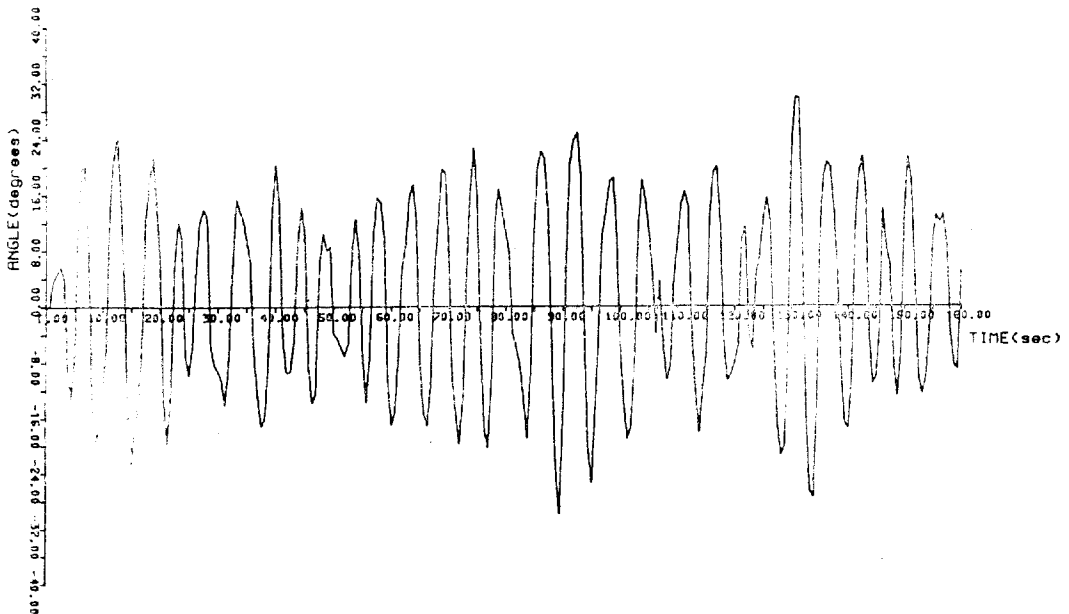


Fig. 5 Rudder Angle(wind speed=20knots)

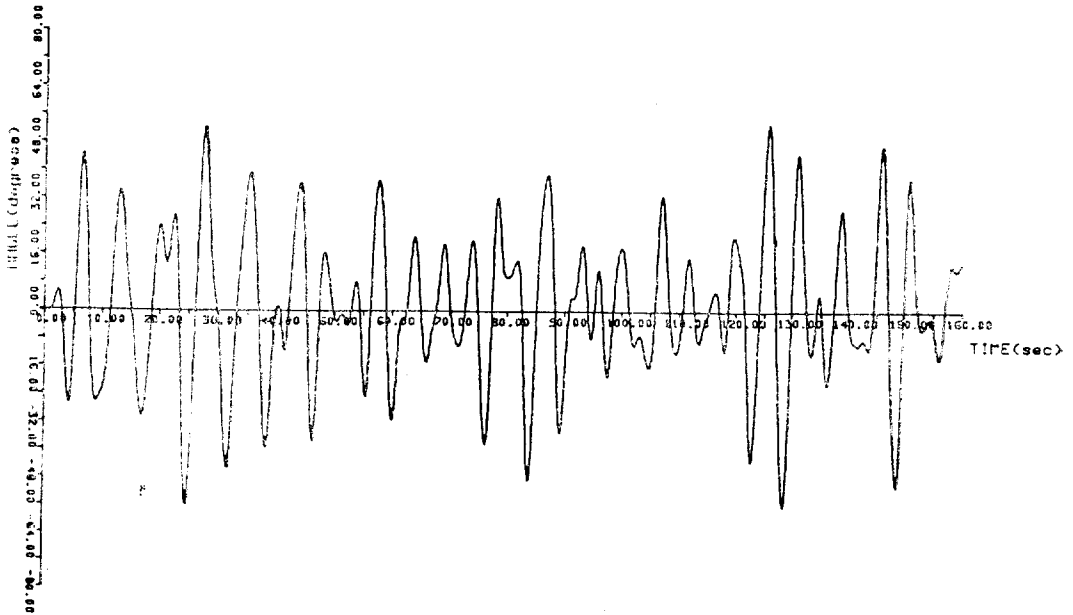


Fig. 6 Roll Amplitude(wind speed=20 knots)

ω : 원진동수(rad/sec)

g : 중력가속도(cm/sec²)

을 사용하였으며, 방향별 스펙트럼은 다음식을 사용하였다[8].

$$S(\omega, \theta) = \frac{2}{\pi} S(\omega) \cos^2 \theta \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad (32)$$

실제 계산은 풍속 20knots 일때 횡과($\theta=90^\circ$)에 대하여 수행하였으며 이 경우 부록에 따라 계산한 파형은 Fig. 2와 같다.

Fig. 3은 타가 있는 경우와 없는 경우에 좌우동요 응답을 도시한 것이다. 타에 의해 좌우동요운동응답에 끼쳐지는 영향은, 기진력보다는 감쇠력이 크다고 보았으며, 이로 인한 효과는 시간이 지남에 따라 누적되는 현상을 볼 수 있었다.

Fig. 4,5는 각 경우에 선수동요응답과 이에 따르는 타각을 도시한 것이다. 그림에서 보듯이 일반적으로 타에 의한 제어효과를 볼 수 있었으나, 풍속이 좀 더 큰 경우에 대하여 계산을 수행한 결과 제어의 효과가 점차 없어지는 현상을 볼 수 있었다.

Fig. 6은, 횡동요운동응답을 시간축에 대하여 도시한 것이다. 모델로 사용한 선박의 횡동요 주기를

$$T_{roll} = \frac{2\pi k}{\sqrt{gGM}}, \quad k=0.4B \quad (32)$$

에 따라 근사계산하면 약 6.6초이며, 이 값은 주위 해상상태의 평균주기(5.4초)와 가까운 값을 나타내었

며, 공진시 횡동요 운동에 큰 영향을 미치는 비선형 감쇠력을 고려하지 않았던 관계로 일반적으로 큰 횡동요 각이 나타났다.

모델로 사용한 선박의 필요한 자료를 구하는데 따르는 어려움으로 인하여, 정확한 값들을 입력시키지 못하였던 관계로, 이 결과로는 대체적인 경향만을 알 수 있다고 생각된다.

IV. 결 론

이상의 방법을 사용함으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 종래 주파수영역에서는 구하지 못했던, 시간에 따르는 운동상태를 구함으로써, 제어의 목적을 위하여 기본적인 자료를 제공할 수 있다.

(2) 주파수영역의 식에서는 주파수의 함수가 아닌, 시간의 함수인 항을 고려하기가 곤란하지만, 본 방법을 사용함으로써, 타에 의한 힘이나 모우먼트같은 시간간격을 가지고 나타나는 비선형항을 고려할 수 있다.

(3) 충격응답함수를 도입함으로써, 시간영역에서 유체동력학적인 계수를 구하는 어려움없이 비교적 쉽게 해를 구할 수 있다.

참 고 문 헌

[1] Cummins W.E., (1962) "The Impulse Response Function and Ship Motions," Schiffstechnik, Bd. 9, Heft 47, June 1962.
 [2] Leonardo Perez, "A Time-Domain Solution to the Motions of a Steered Ship in Waves," J.S.R. Vol. 18, No. 1, March, 1974.
 [3] 황중홍, "船舶의 耐航性能推定프로그램의 開發 및 教育에 관한 研究," 서울대학교 공과대학부속 생산기술연구소, 1981. 12.
 [4] Salvesen N., Tuck E.O. and Faltinsen O., "Ship

Motions and Sea Loads", SNAME, Vol. 78, 1970.
 [5] Borgman L.E., "Ocean Wave Simulation for Engineering Research," Wave Research Technical Report. No. HEL-9-Hydraulic Engineering Lab., University of California, Berkeley, 1967.
 [6] Brigham E.O., "The Fast Fourier Transform". Prentice-Hall, Inc., 1974.
 [7] Bendat J.S., Piersol A.G., "Random Data", Wiley-Interscience, 1971.
 [8] Price W.G., Bishop R.E.D., "Probabilistic Theory of Ship Dynamics", London Chapman and Hall, 1974.

[부록 A] 선형 Filter를 이용한 해양파의 추정

<1> 선형 필터

$\{x_1, x_2, \dots, x_{2N+1}\}$ 을 임의의 초기수열이라고 $\{a_{-N}, a_{-N+1}, \dots, a_N\}$ 을 임의의 계수들이라 할 때

$$y_k = \sum_{n=-N}^N a_n x_{k-n}, \quad k = N+1, N+2, \dots \quad (A-1)$$

식을 사용하면 $\{y_k\}$ 를 얻을 수 있다. 이때 $\{y_k\}$ 는 선형필터 $\{a_n\}$ 에 임의의 초기수열 $\{x_n\}$ 을 적용시켜 얻은 결과이며, 문제는 얻고자 하는 $\{y_k\}$ 가 발생하도록 $\{a_n\}$ 을 어떻게 결정하느냐 하는 것이 된다.

<2> Fourier 변환

$$y(t) = k(t) * x(t) \text{이라 하면} \quad (A-2)$$

$$Y(f) = K(f)X(f) \quad (A-3)$$

$$S_{yy}(f) = |K(f)|^2 S_{xx}(f) \quad (A-4)$$

$$S_{yx}(f) = K(f)S_{xx}(f) \text{으로 쓸 수 있다.} \quad (A-5)$$

여기서 $S_{yy}(f)$, $S_{yx}(f)$ 는 각각 y 의 스펙트럼, x, y 의 교차 스펙트럼을 나타내며,

$$\begin{aligned} K(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau - i \int_{-\infty}^{\infty} k(\tau) \sin 2\pi f \tau d\tau \\ &= R_e[K(f)] + I_m[K(f)] \end{aligned} \quad (A-6)$$

<3> 선형 필터와 Convolution 적분의 관계식

$y(t)$ 와 $x(t)$ 를 각각 Δt 의 간격으로 추출했을 때 얻어지는 값들을 각각 $y_k(k=0, 1, 2, \dots)$, $x_n(n=0, 1, 2, \dots)$ 이라 하면

$$y_k = y(k\Delta t) \quad (A-7)$$

$$x_n = x(n\Delta t) \quad (A-8)$$

식 (7)과 (8)을 식 (1)에 대입하면

$$\begin{aligned} y(k\Delta t) &= \sum_{n=-N}^N a_n x(k\Delta t - n\Delta t) \\ &= \sum_{n=-N}^N \left[\int_{-\infty}^{\infty} a_n \delta(\tau - n\Delta t) d\tau \right] x(k\Delta t - \tau) \end{aligned}$$

여기서 δ 는 Dirac delta 함수이다.

즉

$$y(k\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=-N}^N a_n \delta(\tau - n\Delta t) \right] x(k\Delta t - \tau) d\tau \quad (A-9)$$

식 (2)와 비교하면

$$\hat{k}(\tau) = \sum_{n=-N}^N a_n \delta(\tau - n\Delta t) \quad (A-10)$$

$\hat{K}(f)$ 를 $\hat{k}(\tau)$ 의 Fourier 변환이라 하면

$$\begin{aligned} \hat{K}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{k}(t) e^{-i2\pi f t} dt \\ &= \sum_{n=-N}^N a_n \exp[-i2\pi f \cdot n\Delta t] \end{aligned} \quad (A-11)$$

또

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2}(a_n + a_{-n}) + \frac{1}{2}(a_n - a_{-n}) \\ &= A_n + B_n \end{aligned} \quad (A-12)$$

따라서 각각의 정의로부터 $A_n = A_{-n}$, $B_n = -B_{-n}$ 임을 알 수 있다.

식 (A-11)과 (A-12)로부터

$$\begin{aligned} \hat{K}(f) &= \sum_{n=-N}^N (A_n + B_n) \exp\left[-in\pi \frac{f}{F}\right] \\ &= A_0 + 2 \sum_{n=1}^N A_n \cos\left(n\pi \frac{f}{F}\right) \\ &\quad - 2i \sum_{n=1}^N B_n \sin\left(n\pi \frac{f}{F}\right) \end{aligned} \quad (A-13)$$

여기서 $F = \frac{1}{2\Delta t}$ 이다.

식 (A-6)과 (A-13)으로 부터

$$R_e[K(f)] \cong A_0 + 2 \sum_{n=1}^N A_n \cos\left(n\pi \frac{f}{F}\right) \quad (\text{A-15})$$

$$I_m[K(f)] \cong -2 \sum_{n=1}^N B_n \sin\left(n\pi \frac{f}{F}\right) \quad (\text{A-16})$$

식 (A-15)와 (A-16)은 각각 Fourier cosine 전개와 Fourier sine 전개의 식을 이용하여 A_n 과 B_n 에 대하여 풀 수 있으므로

$$A_n = \frac{1}{F} \int_0^F R_e[K(f)] \cos\left(n\pi \frac{f}{F}\right) df \quad (\text{A-17})$$

$$B_n = -\frac{1}{F} \int_0^F I_m[K(f)] \sin\left(n\pi \frac{f}{F}\right) df \quad (\text{A-18})$$

이 되고 필요한 계수 $\{a_n\}$ 은 식 (A-12)에 의하여

$$a_0 = A_0$$

$$a_n = A_n + B_n$$

$$a_{-n} = A_n - B_n \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (\text{A-19})$$

<4> 해양파의 추정

어떤 수열 $\{x\}$ 의 스펙트럼값이 상수로서 1의 값을 갖는다면, 이때 $\{x\}$ 를 White Noise라 한다. 실질적으로 White Noise는 존재하지 않으나, 어떤 임의의 수열이 평균값 0, 분산이 1이고 정규분포를 하고 있다면, 이 수열을 White Noise로 추정할 수 있다. 이제 스펙트럼 $S(f)$ 를 가진 해양파 $\eta(t)$ 를 구하려고 한다면 식 (A-4)로 부터

$$S_{\eta\eta}(f) = |K(f)|^2 S_{xx}(f) = S(f) \quad (\text{A-20})$$

이고, $\{x\}$ 가 White Noise라면 정의에 의하여 $S_{xx}(f) = 1$ 이므로

$$K(f) = \sqrt{S(f)} \quad (\text{A-21})$$

따라서 식 (A-17) (A-18)로부터 A_n, B_n 을 구할 수 있고, 이로부터 a_n 도 결정할 수 있으므로 식 (A-1)로부터 해양파 $\eta(t)$ 를 결정할 수 있다. 한편 식 (A-21)에서 방향 스펙트럼 $S(f, \theta)$ 를 사용하면, 진행방향 θ 에 따르는 파고 $\eta(t, \theta)$ 를 구할 수 있다.