

論 文

大韓造船學會誌
第21卷 第2號 1984年 6月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 21, No. 2, June 1984

回轉하는 螺旋날개 위에서의 境界層 解析

吳 健 濟* · 姜 信 燦**

Numerical Calculation of Turbulent Boundary Layer on Rotating Helical Blades

by

Keon-Je Oh*, Shin-Hyoung Kang**

Abstract

Laminar and turbulent boundary layers on a rotating sector and a helical blade are calculated by differential method. The estimation of three dimensional viscous flows provide quite useful informations for the design of propellers and turbo-machinery. A general method of calculation is presented in this paper.

Calculated laminar boundary layer on a sector shows smooth development of flows from Blasius' solution at the leading edge to von Karman's solution of a rotating disk at the down-stream. Eddy viscosity model is adopted for the calculation of turbulent flows. Turbulent flows on a rotating blade show similar characters as laminar flows. But cross-flow angle of turbulent flows are reduced in comparison with laminar boundary layers. Effects of rotation make flow structures significantly different from two-dimensional flows. In the range of Reynolds number of model scale propellers, large portion of the blade are still in the transition region from laminar to turbulent flows. Therefore viscous flow pattern might be quite different on the blade of model propeller. The present method of calculation is to be useful for the research of scale effects, cavitation, and roughness effects of propeller blades.

I. 序 論

프로펠러를 設計하기 위하여 현재 揚力線理論 또는 揚力面理論이 利用되고 있으며 프로펠러의 추력 및 토크를 상당히 信憑性 있게 豫測하고 있다. 물론, 위 理論들은 流體의 粘性에 의하여 날개 위에 展開되는 境界層이나 後流를 직접적으로 고려하지 못하지만 적당한 경험적 방법으로 修正 또는 補正을 하여 利用된다. 그러나 最近 보다 性能이 우수한 프로펠러의 設計

가 要求됨에 따라 프로펠러의 날개위 또는 後流에서 局所流動에 대한 정보가 점점 필요하게 된다. 이는 포텐셜 이론에 근거를 둔 양력선 및 양력면 이론의 개선 또는 날개저항의 修正등에 필요하지만 날개위에서 形成되는 캐비테이션의 研究에도 필요하게 된다. 더구나 曳引水槽에서 프로펠러의 模型試驗을 수행할때 Reynolds數를 유지할 수 없다. 왜냐하면 一般的으로 모형 시험상태의 Reynolds수가 작기 때문에 경계층이 遷移位置의 변화, 먼 거절기의 영향 유동박리 등을 고려해야 하기 때문이다. 따라서 이러한 축척효과를 研究하

接受日字: 1984年 2月 3日, 再接受日字: 1984年 5月 12日.

* 서울대학교 大學院

** 正會員, 서울대학교 機械工學科

기 위해서는 날개위의 점성유동의 예측이 필수적이라고 하겠다.

물론 이 문제는 프로펠러 뿐만 아니라 機械 및 航空分野에서의 일반적인 터보기계 즉 壓縮機, 송풍기, 터빈 등에서도 공히 중요한 것으로 最近 많은 關心을 받고 있다. 그러나 회전하는 날개 위에서 압력 및 속도 분포를 실험적으로 측정하는 상당히 어렵기 때문에 著者が 알고 있는 範圍에서는 거의 없다고 하겠다. 그러나 최근 LDV(Laser Doppler Velocimeter) 등 측정기기의 발전으로 실험이 試圖되고 있는 것으로 알고 있으며 理論적인 연구도 進行되고 있다. 이와같은 實驗資料의 負困으로 말미암아 理論 정립에 어려움이 많다.

일반적인 3次元 난류경계층 이론 적용의 妥當性은 차치하고서라도 境界層解析의 境界條件인 포텐셜 유동의 예측이 아직 完全하지 못하다고 하겠다. 즉, 揚力面理論에 의한 날개면 위의 정확한 압력의 豫測이 아직 不完全하기 때문에 실제 프로펠러 형상에 대한 理論적인 3次元 난류경계층 해석은 그리 많이 試圖되지 못하고 있다. 따라서 지금까지 연구된 結果들은 대부분 單純化시킨 회전날개위의 경계층 解析에 注力하고 있었다. 1951年 Fogarty [1]가 2次元 假定下에 회전하는 半無限 平板의 층류경계층을 해석하였고 Tan [2]은 이를 擴張하여 軸近處에서 보다 有效한 급수해를 구하였다. 그후 類似한 많은 연구가 시도되어 왔으며 Miyake & Fujita [3]는 회전하는 螺旋面 위에서 3次元 層流境界層을 perturbation method로 解析하여 급수해를 해석하였으며 그 結果를 油膜法에 의해 얻어진 流動형태와 比較하였다. 最近 Morris [5]는 回轉 螺旋面 위의 층류경계층을 Miyake & Fujita [3]의 연구보다 簡單하게 해석하였으며, 역시 날개의 앞날에서부터의 거리와 나선면의 나선 角의 cosine으로 나타나는 급수해를 구하여 3次元유동의 特性을 보였다.

비록 간단한 形象이지만 지금까지 完全한 3次元 境界層을 해석한 예는 거의 없었고, 더구나 遷移를 포함한 亂流境界層의 해석은 자료를 찾아보기가 어려운 實情이다. 또한 關聯된 分野의 연구를 위해서는 단순한 경계층의 積分變數보다는 具體의 速度分布를 알아야 한다. 本論文에서는 Kang [6]에서 적용된 3次元 경계층의 유한차분법에 의한 解析方法과 一般적으로 잘 알려진 Cebeci and Smith [7]의 渦粘度모델을 回轉하는 프로펠러에 適用하여 점성유동의 特性을 精確적으로 파악하였다. 이를 위하여 프로펠러 날개위에서의 경계층 방정식을 整理하고 적합한 좌표계의 선택 및 기하학적 변수의 처리방법을 提示하였다. 이에 따라 回轉하

는 부체쪽 평판 및 나선면 위에서 3次元 層流 및 亂流境界層을 計算하여 다른 理論의 結果 및 실험자료와 比較하여 그 당당성을 보이고 全般的인 유동특성을 考察하였다.

II. 回轉하는 날개 위에서의 境界層理論

2.1. 境界層方程式

프로펠러의 날개와 같이 回轉하는 物體주위의 유동을 나타내기 위해서는 좌표계를 物體에 固定시키고 물체와 함께 회전하도록 함이 便利하다. 이때 Navier-Stokes 方程式은 假想的인 힘인 Coriolis 힘과 遠心力이 포함되어 다음과 같이 된다.

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} - 2\vec{\omega} \times \vec{v} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (1)$$

여기서 $\vec{\omega}$ 는 날개의 각속도이다. 일반적인 亂流境界層理論 [8]에 따라, 변수를 時間의 平均 값과 變動量의 합으로 分離시켜서 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식에 代入하고 다시 各項의 時間에 대한 平均을 취하여 亂流境界層方程式을 誘導하면 다음과 같이 된다.

連續方程式

$$\frac{1}{h_1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial w}{\partial z} + K_{31} u + K_{13} w = 0 \quad (2)$$

x-方向 運運量方程式

$$\begin{aligned} & \frac{u}{h_1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{h_2} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{w}{h_3} \frac{\partial u}{\partial z} + (K_{13}u - K_{31}w)w \\ & - 2\eta \cdot w - r(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) \cdot (\vec{e}_r \cdot \vec{e}_z) \\ & + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} (u'v') \\ & - \nu \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

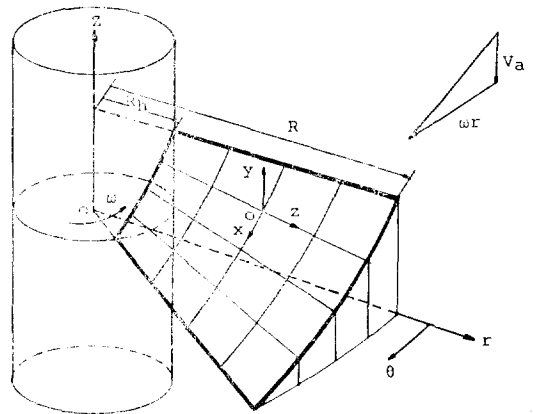


Fig. 1 Coordinate system

y-方向 運動量方程式

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho}{\rho} + \bar{v}'^2 \right) + 2(\xi w - \zeta u) - r(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) \cdot (\bar{e}_r \cdot \bar{e}_y) = 0 \quad (4)$$

z-方向 運動量方程式

$$\begin{aligned} & \frac{u}{h_1} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{v}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{w}{h_3} \frac{\partial w}{\partial z} + (K_{31}w - K_{13}u) \\ & u + 2\eta u - r(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) \cdot (\bar{e}_r \cdot \bar{e}_z) \\ & + \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\rho} \right) + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'w') \\ & - \nu \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

위의 誘導課程에서 그림 1에서와 같이 (r, θ, Z) 는 Z 축을 回轉軸으로한 圓筒座標系이고 (x, y, z) 는 프로펠러 날개 위에 固定된 直角좌표계이다. 일반적 경제층 이론에서와 같이 x -軸과 z -軸은 螺旋面위에서 直交하며 y 軸은 xz 평면에 局部的으로 直交하고 있다. 또한 $\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \dots$ 등은 각 방향으로의 단위벡터이며 (u, v, w) 와 (ξ, η, ζ) 는 각각 (x, y, z) 방향으로의 速度와 각속도成分을 나타낸다. h_1, h_2, h_3 는 각각 x, y, z , 軸의 metric coefficients이고 K_{13}, K_{31} 은 geodesic curvature로 다음과 같이 定義된다.

$$K_{13} = \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial z}, \quad K_{31} = \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial x} \quad (6)$$

위 方程式은 유동이 亂流인 경우에는 適當한 난류모델과 함께 상류에서의 초기조건, 벽면 $y=0$ 에서 粘着條件(no-slip condition), $y=\infty$ 에서의 포텐셜 유동 (u_∞, w_∞) 또는 壓力分布에 의하여 解析된다[8]. 식(4)에서 일반적인 경제층 가정 즉 경제층내의 압력이 y -方向으로 一定하기 爲하여 둘째항과 세째항의 크기가 작아야 한다. 둘째항은 Coriolis 힘으로 일반적인 프로펠러의 경우 피치에서 그리 크지 않으리라 생각되며 세째항인 遠心力도 그림 1과 같은 좌표계에서는 無視될 수 있겠다. 더구나 Coriolis 힘에 의하여 y 방향의 압력구배가 다소 있더라도 경제층의 두께가 얇기 때문에 실제적인 변화량은 그리 크지 않으며 이것이 식(3)과 식(5)에 주는 영향은 무시하도록 하겠다. 따라서 경제층 바깥의 포텐셜 유동에 의하여 x 및 z 방향의 압력구배가 決定될 수 있다[8].

그러면 식(3)과 식(5)에 포함된 Reynolds 剪斷應力 $-\bar{u}'v'$ 및 $-\bar{w}'v'$ 를 정하여야 하겠으나 回轉하는 날개 周圍의 亂流境界層에 관한 실험 자료가 없기 때문에 遠心力의 y 방향 成分이 亂流構造에 영향을 주리라 예상되나 本問題에서는 크게 문제 되지 않은 것으로 생각하여, 一般的으로 얇은 境界層에서 開發되었고 그

妥當성이 인정되고 있는 Cebeci and Smith[7]의 난류 모델을 採擇하였다. 이 방법은 선체주위의 3次元 亂流 境界層에 適用되어[6] 좋은 結果를 보여주었으며 類似한 問題에 많이 應用되어 왔다.

本論文에서는 具體的 난류특성 보다는 全般的인 유동특성에 關心을 두고 있으므로 올바른 亂流 모델은 따로 研究되어야 할 分野이다. Cebeci & Smith에 의하면 난류 전단응력은 다음 式으로 나타낸다.

$$-\bar{u}'v' = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \quad -\bar{w}'v' = \nu_t \frac{\partial w}{\partial y} \quad (7)$$

渦粘性係數 ν_t 는 벽에서 가까운 곳과 먼 곳에서各 다음과 같이 주어진다.

$$\nu_t = \begin{cases} (ky)^2 [1 - \exp(-y^*/A^*)]^2 \\ \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2} & 0 \leq y \leq y_c \\ \alpha \left| \int_{-\infty}^0 (u_{se} - \sqrt{u^2 + w^2}) dy \right| \left\{ 1 + 5.5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^6 \right\}^{-1} & y_c < y \end{cases} \quad (8)$$

y_c 는 두 領域에서의 값이 같아지는 거리이며 $y^* = \frac{y u^*}{\nu}$ 이고 A^* 는 Van Driest[9]의 감쇄계수(damping factor)이다.

$$A^* = \frac{A_0}{N}, \quad N = \sqrt{1 - 11.8P^*}, \quad P^* = -\frac{\partial p}{\partial s} \frac{\nu}{\rho u^{*3}}, \quad u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (9)$$

k, A_0, α , 는 낮은 Reynolds수의 亂流境界層解析을 위한 경험상수로서 다음과 같다.

$$k = 0.04 + \frac{0.19}{1 + 0.49\sigma^2} \quad (10)$$

$$A_0 = 26 + \frac{14}{1 + \sigma^2} \quad (11)$$

$$\alpha = \begin{cases} -0.0168 & ; R_\delta > 6000 \\ \frac{-0.0168 \times 1.55}{1 + \Pi} & ; 425 < R_\delta < 6000 \\ -10^{-3} (194.8 - 128.6 \log_{10} R_\delta^2 - 2.475 \log_{10} R_\delta^3) & ; R_\delta < 425 \end{cases} \quad (12)$$

여기서

$$R_\delta = \frac{u_e \cdot \delta_s}{\nu} \quad ; \quad \sigma = R_\delta \times 10^{-3} \\ \Pi = 0.55 [1 - \exp(0.243\gamma_r^{1/2} - 0.298\gamma_r)] \\ \gamma_r = R_\delta / 425 - 1$$

層流에서 亂流로의 遷移 課程은 Chan and Thyson [10]의 intermittency factor γ_{tr} 을 도입하여, 위에서 구한 ν_t 에다 곱하여 緩慢한 遷移가 일어나도록 하였다[6] 한편 遷移는 $R_\delta \geq 320$ 일 때 始作된다고 가정하였다.

2.2. 境界層座標系의 選擇

一般的인 3次元 境界層解析에서와 같이 物體形象과 포텐시얼 유동이 解析되는 座標系와 境界층에서 表面에 固定된 좌표계는 서로 다르다. 따라서 境界층 方程式에서 나타나는 기하학적 變數를 프로펠러 날개의 形象으로 나타내어야 하며 포텐시얼 유동의 速度도 境界層 解析에 맞는 境界條件으로 나타내어야 한다.

보통 프로펠러 날개 表面은 그림 1의 (r, θ, Z) 座標系에서

$$Z=f(r, \theta) \quad (13)$$

의 식이나 치수표로 나타내고 있다. 境界層方程式에서 採擇된 座標系 (x, y, z) 에서 x 축과 y 축은 날개 表面에서 直交한다. 그러나 앞서 言及한 대로 y 軸은 物體表面에서만 x, z 軸과 直交하기 때문에 x, z 축은 임의성이 있다. 따라서 $r=\text{constant}$ 의 曲面이 프로펠러의 表面을 짜르는 曲線을 x 軸으로 擇하면 x 軸은 여기에 直交하는 曲線群으로 이루어지게 된다. 이때 metric coefficients와 geodesic cutvature를 구하여야 한다. 이 問題는 선체위에서 境界층 해석[6]에서와 비슷한 問題이며 Miloh and Patel[11]의 方法을 式(13)으로 나타내는 境遇에 적용하여 誘導하였다.

$$h_1 = \frac{(r^2 + f_\theta^2)^{\frac{1}{2}}}{x_\theta} \quad (14)$$

$$h_3 = \left(1 + \frac{r^2 f_r^2}{(f_\theta^2 + r^2)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$K_{13} = \frac{r^2 + f_\theta^2 - r f_r \cdot f_\theta}{(r^2 + f_\theta^2)^{3/2} \left(1 + f_r^2 + \frac{f_\theta^2}{r^2}\right)^{1/2}} \quad (16)$$

$$K_{31} = -\frac{r^4 f_r f_{\theta r} + r^2 f_r f_\theta f_{r\theta} + r^2 f_\theta f_r^2 f_{\theta\theta} + 2 f_r^2 f_\theta^3 f_{\theta\theta}}{(r^2 + r^2 f_r^2 + f_\theta^2)(r^2 + f_\theta^2)^{3/2}} \quad (17)$$

이때 f 에 對한 첨자는 각각 r 또는 θ 에 대한 편미분양을 나타낸다.

한편 式(14)의 h_1 에는 x_θ 가 包含되어 있으나 실제 境界層 方程式에서는 항상 h_1 은 x 의 편미분과 같이 나타난다. 따라서

$$\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{h_\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (18)$$

$$h_\theta = (r^2 + f_\theta^2)^{1/2} \quad (19)$$

로 하여 실제 計算은 (r, θ) 를 독립변수로 하여 遂行하던 편리하고 간단하다.

이상의 誘導結果의 자세한 內容은 강신형 [12]에 나타나 있다. 또한 만일 프로펠러의 形象이 치수표로 나타나 있으면 表面의 2次 편미분양까지 필요하므로 cubic spline등의 내삽법을 이용할 수 있다.

2.3. 螺旋面 날개위에서 境界層 方程式

실제 프로펠러 날개위의 점성유동의 計算은 전절에

서 設定된 方法으로 수행할 수 있으나 序論에서도 言及되었듯이 포텐시얼 유동계산이 상당히 복잡하다. 실제 프로펠러의 수치해석이나 프로펠러의 뿌리 近處에서의 解析等 다소 問題는 있지만 날개면 위에서 포텐시얼 速度가 구해진다면 큰 어려움은 없으리라 생각된다. 그래서 本論文에서는 유한 각도의 螺旋面 날개를 採擇하여 점성유동을 計算하고 그 特性을 考察하고 자 한다. 이러한 螺旋面에서 회전속도 ω 와 전진속도 V_0 가 ϕ 와 $\tan\phi = V_0/r\omega$ 의 관계가 있을 경우에는 나선면에 대한 유동의 迎角이 0도가 되어, 포텐시얼 유동은 프로펠러의 前進速度와 回轉速度와 回轉速度의 벡터합으로 나타나게 된다. 따라서 우선 간단하게 회전날개 주위의 유동 特性을 把握할 수 있는데 더구나 앞날이 直線이 되어 本論文에서 採擇한 座標로 처리하기가 용이하며 層流의 境遇에는 理論的인 解析 結果와 制限된 範圍內에서 비교가 可能하기 때문에 本論文의 計算 結果의 妥當性을 보일수 있는데, 여기서 생각한 그림 1과 같은 螺旋面 날개는 다음 式으로 나타낼 수 있다.

$$Z=f(r, \theta) = (r \cdot \tan\phi)\theta = \frac{P(r)}{2\pi} \cdot \theta \quad (20)$$

여기서 $P(r)$ 은 피치를 나타낸다. 피치 P 가 半徑方向으로 一定하면 式(20)은 螺旋面을 나타내게 된다. 식(20)을 式(14)~식(19)에 適用하면 기하적 변수는 다음과 같이 된다.

$$h_\theta = \left[r^2 + \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2\right]^{1/2} = \frac{r}{\cos\phi} \quad (21)$$

$$h_3 = 1 \quad (22)$$

$$K_{13} = \frac{r}{r^2 - \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2} = \frac{\cos^2\phi}{r} \quad (23)$$

$$K_{31} = 0 \quad (24)$$

또 一般的으로 $h_2 = 1$ 으로 할 수 있다.

回轉角速度 性分은

$$\xi = -\omega \sin\phi; \quad \eta = \omega \cos\phi; \quad \zeta = 0 \quad (25)$$

가 된다. 또 $\vec{e}_r \cdot \vec{e}_x = \vec{e}_r \cdot \vec{e}_y = 0$, $\vec{e}_r \cdot \vec{e}_z = 1.0$ 이므로 遠心力은 x -방향 運動量 方程式에만 影響을 주게 된다. 또한 나선면 각 단면의 迎角이 0일때는 x, z 방향의 압력구배가 없지므로 式(2)~(5)의 境界층 방정식은 簡單하게 된다. 이때 모든 길이를 나선면의 반경 R 로, 速度를 ωR 로 무차원화 시키면 다음과 같이 된다. 이후 모든 변수는 무차원화된 것을 나타낸다.

$$\frac{\cos\phi}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\cos^2\phi}{r} w = 0 \quad (26)$$

$$\frac{u \cdot \cos\phi}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\cos^2\phi}{r} u w$$

$$-2\cos\phi \cdot \omega w - \frac{1}{Re} \left(1 + \frac{\nu_t}{\nu}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{u \cdot \cos \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\cos^2 \phi}{r} u^2 + 2 \cos \phi \cdot \omega u - r \omega^2 - \frac{1}{Re} \left(1 + \frac{\nu_t}{\nu}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (28)$$

위 식은 亂流項을 除外하고는 Morris [5]가 誘導한 式과 一致하게 된다.

경계 조건으로써 $y=0$ 에서는 $u=v=w=0$ 이고 $y \rightarrow \infty$ 이면 $u_e = \omega r / \cos \phi$, $w_e = 0.0$ 이 된다. 또 $x = \theta = 0$ 即, 앞날개에서는 均一速度가 된다. 한편 프로펠러의 허브에서, 即 $r = R_h$ 에서 부터 계산을 수행 하려면 이곳의 유동조건도 알아야 한다. 實際로 허브가 있는 境遇에는 허브와 프로펠러 날개가 一體를 이루기 때문에 簡單히 解析하기가 어렵다. 그러나 허브近處에서는 반경 방향의 速度성분이 작다는 假定下에 반복계산에 의하여 速度분포를 計算하고 이를 境界 조건으로 使用하여도 우선은 妥當하리라 생각된다. 앞으로 날개 뿌리 近處에서 유동해석도 遂行되어야 하겠다.

위에서 說明된 境界層 方程式은 有限差分法에 의하여 수치해석 되었다. 다행히 Kang[6]에서 使用된 전산프로그램을 本問題에 맞게 修正하여 利用할 수 있었다. 자세한 수치해석 方法은 여기서는 省略하기로 한다.

III. 數值解析結果 및 考察

螺旋面에서 $R_h/R=0.20$, 피치비 $P/D=0.0, 1.0$ 에 대하여 층류 및 난류경계층을 計算하여 그 特性을 보았다.

3.1. 螺旋面の 層流境界層

$Re=5 \times 10^5$ 에서 층류경계층을 計算하였다. $P/D=0.0$ 은 回轉하는 부채꼴 평판이 되는 경우이다. 앞날개 部近에서는 Morris[5]의 結果와 比較되었고 θ 가 增加하여 하류로 가면 回轉하는 무한평판 위에서의 von Kármán[13] 유동과 一致할 것이다. 勿論 本 研究에서는 一般의인 수치해법을 시도하기 때문에 앞날에서 Blasius 유동에서 von Kármán 유동으로의 進行狀況을 考察할 수 있겠다. 또한 $P/D=1.0$ 인 경우는 螺旋面の 代表的인 경우로서 그 유동 特性을 볼 수 있다.

Morris[5]는 $u \cos \phi / \omega$ 와 $w / \omega r$ 을 θ 및 $\sin \phi$ 의 급수로 나타내었고 상사변수로 $\eta = y \sqrt{\omega / 2\nu\theta}$ 를 擇하였다. Morris로부터 流線方向 및 半徑方向 摩擦係數를 引用하면 다음과 같다.

$$C_{f_s} = \tau_\theta / \frac{1}{2} \rho (\omega r / \cos \phi)^2$$

$$C_{f_s} \cdot Re_x^{1/2} = \sqrt{2} \{0.46960 + \theta^2(0.78997 - 0.67202 \sin^2 \phi) + \theta^4(-1.28978 + 1.82201 \sin^2 \phi - 0.56169 \sin^4 \phi) + O(\theta^6)\} \quad (29)$$

$$C_{f_z} = \tau_x / \frac{1}{2} \rho (\omega r / \cos \phi)^2$$

$$C_{f_z} \cdot Re_x^{1/2} = \sqrt{2} \cos \phi \{0.94073\theta + \theta^3(-0.67246 + 0.50130 \sin^2 \phi) + \theta^5(1.32099 - 1.73799 \sin^2 \phi + 0.48453 \sin^4 \phi) + \dots\} \quad (30)$$

여기에서 Reynolds수는 나선편을 따라 앞날에서부터의 거리를 기준으로 하여 다음과 같이 정의되었다.

$$Re_x = [u_e^2 + (\omega r)^2]^{1/2} x / \nu = r^2 \theta / \nu \cos^2 \phi$$

위 급수해는 ϕ 와 θ 가 작을때 適用될 수 있겠다.

$P/D=0.0$ 인 부채꼴 평판인 境遇 排除두께 δ_1 을 그림 2, 運動量두께 δ_2 를 그림 3에 나타내고 그림 4에는 형상계수 H 를 나타내었다. 앞날개에서는 Blasius해와 일치하며 θ 가 增加하여 90° 에 가까워지면 von Kármán의 해로 接近함을 알 수 있다. $P/D=0.0$ 에서는 반경에 無關한 結果를 보여주고 있다. 그림 5에는 limiting cross flow angle β_w 을 나타내었으며 점차 무한 원판에서의 값 39.6° 에 接近함을 볼 수 있다.

그림 6에는 C_f 를 나타내었으며 두 극한해 사이의 變化를 보여준다. 특히 Morris의 結果는 制限된 範圍에

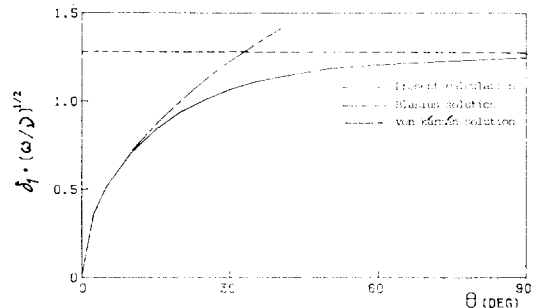


Fig. 2 Displacement thickness on a sector; laminar

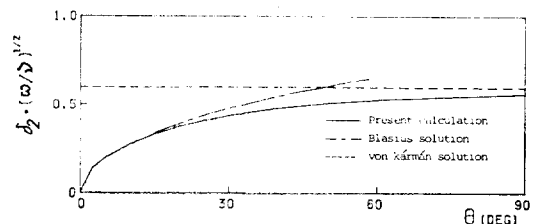


Fig. 3 Momentum thickness on a sector; laminar

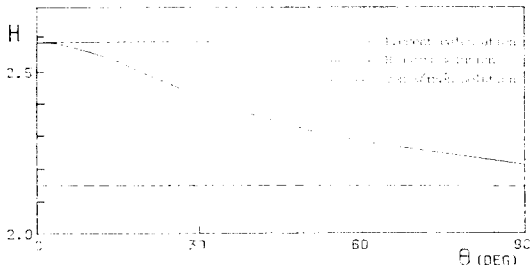


Fig. 4 Shape factor on a sector; laminar

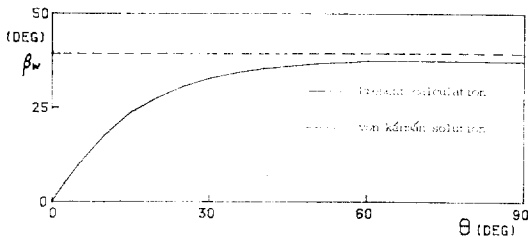


Fig. 5 Cross-flow angle on a sector; laminar

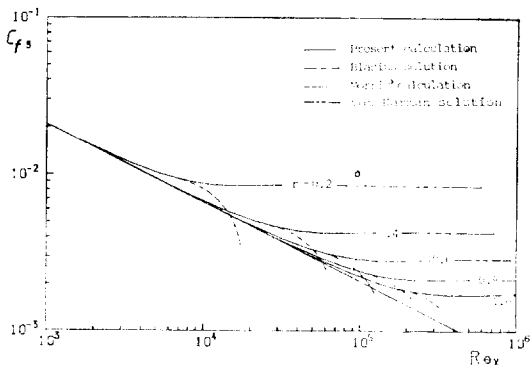


Fig. 6 Skin-friction coefficients on a sector; laminar

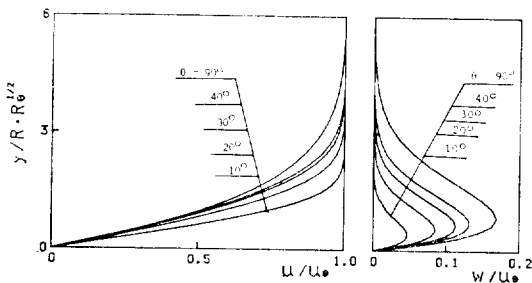


Fig. 7 Velocity profiles on a sector, $r=0.4$; laminar

서 본 數值結果와 一致함을 알 수 있다. 그림 7에는 速度分布를 나타내었다.

$P/D=1.0$ 의 경우에는 반경에 따라서 나선각이 변하므로 무차원 積分變數는 반경에 따라서 다르게 된다. 또한 θ 가 增加하여도 극한에는 기대할 수 없겠다. 그

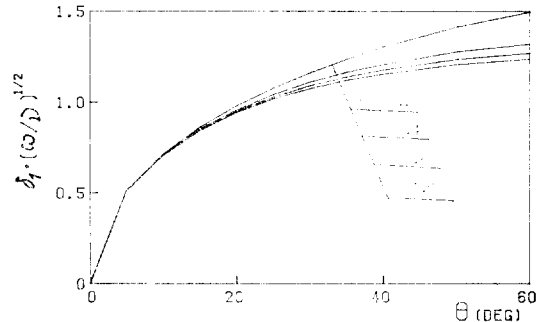


Fig. 8 Displacement thickness on a helical blade, $P/D=1.0$; laminar

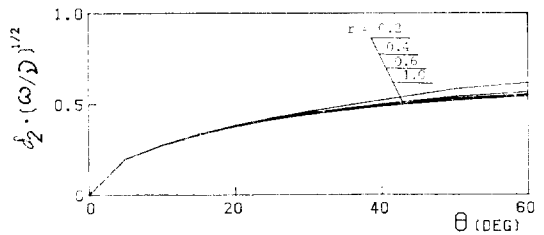


Fig. 9 Momentum thickness on a helical blade, $P/D=1.0$; laminar

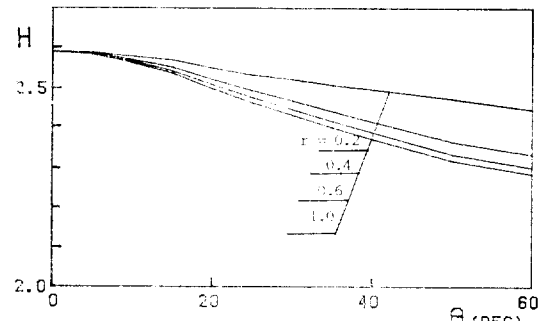


Fig. 10 Shape factor on a helical blade, $P/D=1.0$; laminar

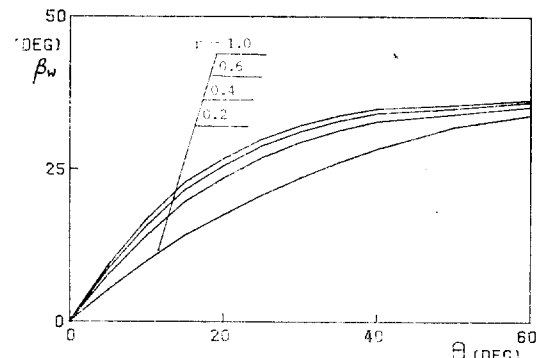


Fig. 11 Cross-flow angle on a helical blade, $P/D=1.0$; laminar

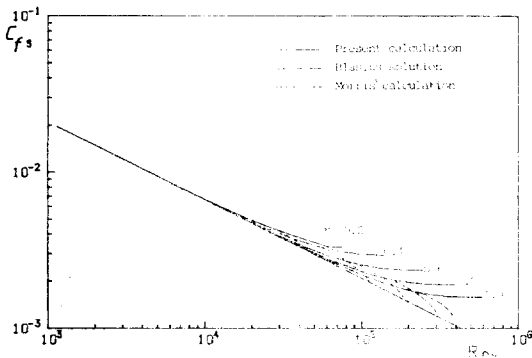


Fig. 12 Skin-friction coefficient on a helical blade, $P/D=1.0$; laminar

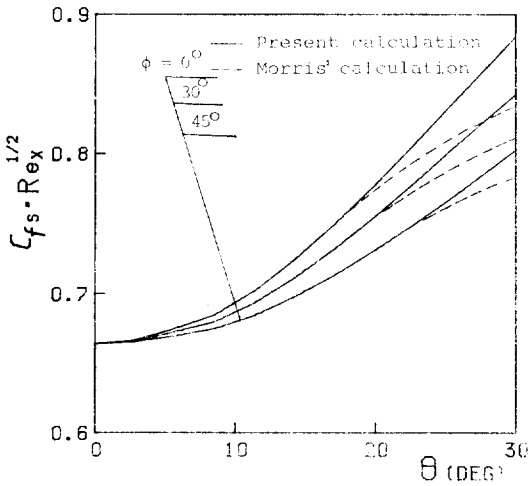


Fig. 13 Stream-wise skin-friction coefficient on a helical blade; laminar

에서 $\theta=60^\circ$ 까지만 計算을 遂行하였으며 結果는 그림 8에서 그림 15까지 나타내었다. 그림 13과 그림 14에는 피치상에 따른 摩擦低抗係數를 나타내고 Morris(5)의 結果인 식(29)와 식(30)과 比較하였다. x 방향의 마찰계수에서 θ 가 增加하면 Morris의 結果는 本 計算 結果와 많은 差異를 보여주며 반경방향의 마찰계수는 거의 一致하였다. 以上の 層流境界層 計算을 通하여 本 論文에서의 計算方法과 프로그램이 옳은 結果를 보여 주고 또 一般의 일을 알 수 있다.

3.2. 螺旋面의 亂流境界層

실제 모형프로펠러의 試驗時와 비슷한 領域 즉 $Re=2 \times 10^6$ 에서 $P/D=0.0$ 및 1.0의 나선면 날개에 대한 난류경계층을 計算하여 보았다. 重要한 積分變數 및 速度分佈를 볼때 두가지 피치비에 따른 차이가 크지

않았기 때문에 $P/D=0.0$ 의 경우 結果는 本 論文에서 는 省略하였다. 자세한 內容은 오건제(14)의 論文에 나타나 있다. 난류의 경우는 $P/D=0.0$ 의 境況도 마찬

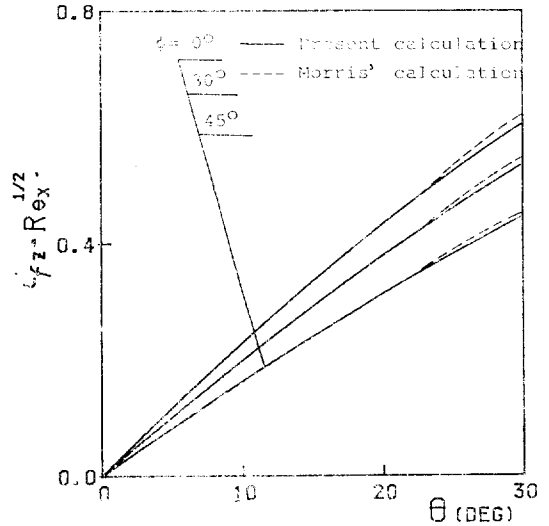


Fig. 14 Span-wise skin-friction coefficient on a helical blade; laminar

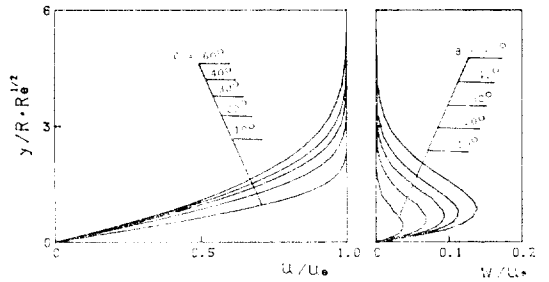


Fig. 15 Velocity profiles on a helical blade, $r=0.4$; laminar

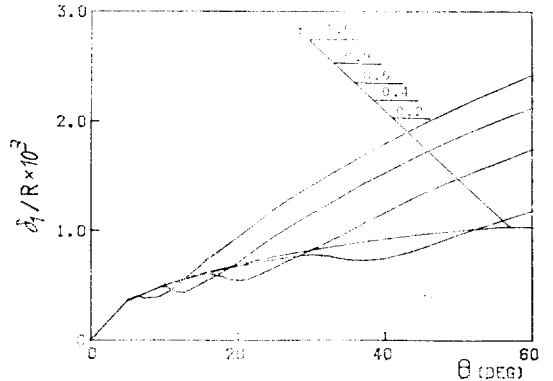


Fig. 16 Displacement thickness on a helical blade; turbulent

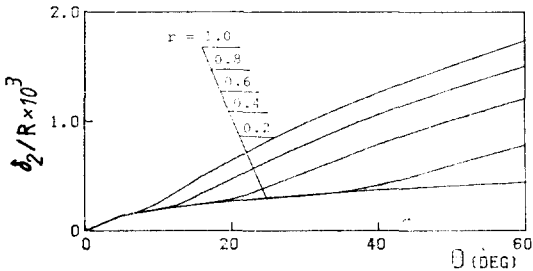


Fig. 17 Momentum thickness on a helical blade; turbulent

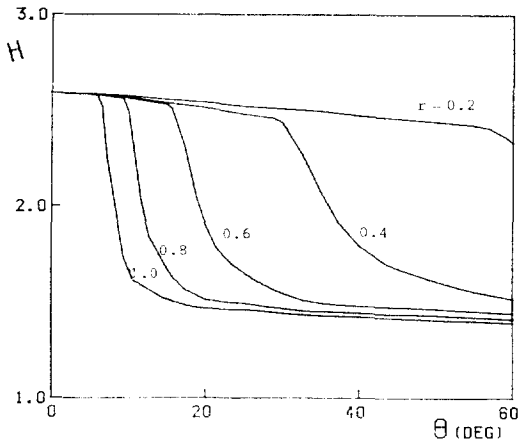


Fig. 18 Shape factor on a helical blade, $P/D=1.0$; turbulent

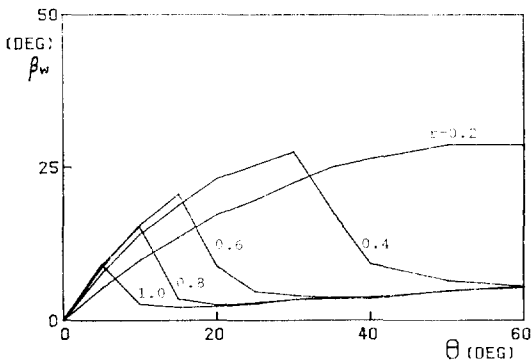


Fig. 19 Cross-flow angle on a helical blade, $P/D=1.0$; turbulent

까지 이지만 θ 가 증가하여도 극한적인 결과가 없기 때문에 $P/D=1.0$ 의 경우도 $\theta=60^\circ$ 까지 즉 날개의 투영각을 60° 까지 계산하였다.

그림 16, 17, 18에排除두께 δ_1 , 운동량 두께 δ_2 형상 계수 H 를 각각 나타내었다. 반경별로 앞날에서는 층류경계층, 천이, 난류경계층으로의 변화를 나타내고

있다. 반경이 0.2일때는 $Re=2 \times 10^6$ 에서도 遷移되지 않음을 알 수 있다. 그림 19에서는 β_w 를 나타내었는데 遷移가 되어 난류경계층이 되면 β_w 가 급격히 減少함을 알 수 있다. 이는 난류에 의하여 운동량의 交換이 活潑해지기 때문이다. 여기서 注視할 것은 허브 近處에서는 대부분 層流境界層이 차지하고 있으며 β_w 이 30° 가량까지 되기 때문에 單純한 small cross flow의 假定도 그 妥當성이 적어진다는 사실이다. 허브 近處의 층류유동은 壓力分布等에 敏感할 뿐만 아니라 全體 유동에 影響을 주게되므로 이 부근의 점성유동에 關한 研究가 앞으로 요구된다. 그림 20에는 摩擦抵抗係數를 보여주며 날개의 상당부분이 층류 및 천이구역에 있음을 알 수 있다. 이로 미루어 實船 프로펠러와 模型 프로펠러주위의 유동은 相當히 다를 수 있음을 짐작할

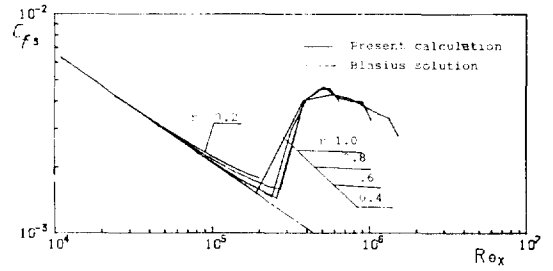


Fig. 20 Skin-friction coefficients on a helical blade; $P/D=1.0$; turbulent

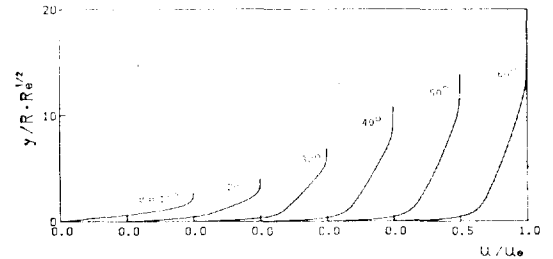


Fig. 21 Stream-wise velocity profiles on helical blade, $r=0.4$, turbulent

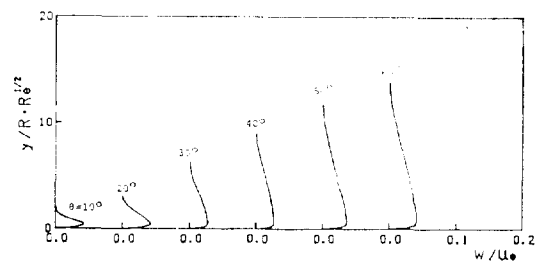


Fig. 22 Cross-flow velocity profiles on a helical blade, $r=0.4$; turbulent

수 있고, 모형 프로펠러의 경우에는 층류 및 천이 區域이 실제보다, 상대적으로 넓기 때문에 外部條件에 敏感하리라는 것도 생각할 수 있다. 물론 이러한 狀況이 프로펠러의 추력 및 토크 계수에 미치는 축척효과에도 영향을 주겠지만, 극소적 유동상황에 영향을 많이 받는 경우에는 심각히 考慮되어야 하겠다.

IV. 結 論

本 論文에서는 回轉하는 프로펠러의 날개 위에서 境界層解析을 위하여 3次元 境界層理論을 適用하고 數值解析方法을 提示하였다. 이를 通하여 다음의 結論들을 얻었다.

(1) 유도 整理된 境界層 方程式과 座標系의 選擇 및 기하학적 변수들은 一般의인 프로펠러 周圍의 점성유동을 解析하기에 적절하다.

(2) 本 論文에서 利用된 수치해석 방법이 나선면위의 층류경계층해석에 適用되어 他 研究結果와 잘 一致함을 보았다. 또한 피치비가 零일때 Blasius解로부터 von Karman解로 接近하는 유동 특성을 보았다. 이로 부터 앞날로부터 θ 가 90° 정도이던 回轉평판의 解와 거의 一致함을 알 수 있다. 이를 通하여 遠心力과 피치비가 유동특성에 미치는 영향을 알 수 있었다.

(3) 나선면 위의 亂流境界層解析을 通하여 앞날에서 부터 유동이 遷移되는 과정과 난류경계층의 유동특성을 把握할 수 있었다. 實驗的으로 確認되지 못한 정성적인 結果이긴 하지만 프로펠러 날개위에서는 遷移영역이 전체유동에 큰 影響을 미치리라 생각된다.

(4) 앞으로 앞날에서의 數值解析, 허브근치의 유동해석, 날개사이의 상호작용, 후류의 계산등을 보완하여 실제 프로펠러 날개위의 유동해석을 可能케 한다면 本 論文에서 다루고 있는 方法은 他 研究에 많이 이용되리라 생각된다. 이때 자세하고 믿을 만한 포텐셜 유동해석이 先行되어야 함은 물론이다.

참 고 문 헌

[1] L.E. Fogarty "The Laminar Boundary Layer on a Rotating Blade", J. Aero. Sci., Vol. 18, p. 247, 1951.

[2] H.S. TAN, J. Aero. Sci., Vol 20, p.780, 1953.
 [3] Y. Miyake and S. Fujita, "A Laminar Boundary Layer on a Rotating Three-dimensional Blade", J. Fluid Mech., Vol. 65, p. 481, 1974.
 [4] 津田達雄, "プロペテ層流境界層の近似解法", 關西造船協會誌, 第180號, p.117, 1981.
 [5] J. Morris, "The Three Dimensional Boundary Layer on a Rotating Helical Blade", J. Fluid Mech., Vol. 112, p. 283, 1980.
 [6] S.H. Kang, "Three Dimensional Boundary Layers on Ship Forms at Zero-Froude Number", J. of SNAK, June, 1981.
 [7] Cebeci and Smith, "A Finite Difference Solution of the Incompressible Turbulent Boundary Layer Equations by an Eddy-viscosity Concepts", Proc. of AFOSR-IFP Stanford Conf., 1968.
 [8] J.F. Nash and V.C. Patel, *Three Dimensional Turbulent Boundary Layers*, SBC Technical Books., Scientific and Business Consultants, Inc., Atlanta, Georgia, 1972.
 [9] T. Cebeci and P. Bradshaw, *Momentum Transfer in Boundary Layers*, Hemisphere Publishing Corporation., p.173, 1977.
 [10] T. Cebeci and A.H. Smith, *Analytic of Turbulent Boundary Layer*, Academic Press., p.236, 1974.
 [11] T. Miloh and V.C. Patel, "Orthogonal Coordinate Systems for Three-Dimensional Boundary Layers with Particular Reference To Ship Forms", J. of Ship Research", November, P.50, 1972.
 [12] 강신형·이택식등, "두꺼운 3차원 난류 경계층의 실험 및 이론적 연구," 한국 과학 재단 학술 연구 중간 연구 보고서, 1983.
 [13] H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, Mc Graw Hill, Inc., P.102, 1979.
 [14] 오건제, "회전하는 부채꼴 나선형 날개 주위의 경계층 및 후류 해석", 서울대학교 대학원 공학 석사 학위 논문, 1984.