

不完全 投影群의 反復 修正 알고리즘

(An Iterative Correction Algorithm of Incomplete Projections(ICAIP))

崔 宗 秀*
(Jong Soo Choi)

要 約

電算機 斷層映像 (C. T) 裝置에서 發生되는 不完全 投影群으로부터 斷層像을 再構成할 수 있게한 하나의 알고리즘이 提案되고 있다. 알고리즘은 實測의 不完全 投影群, 物体의 輪廓 情報등으로 부터 再構成 - 投影 過程속에서 反復 修正의 單純 操作에 의해 이루어지고, 그 有效性이 電算機 模擬實驗을 통해 檢證되고 있다.

Abstract

An algorithm, which can obtain a reconstructed image from incomplete projections in computed tomography, is proposed. The algorithm is accomplished with a simple operations of iterative correction in reconstruction - reprojection process using the measured incomplete projections the object's crosssection boundary, and so on. To demonstrate effectiveness of the algorithm the results of a computer simulation is presented.

I. 序 論

投影으로부터의 斷層像 再構成 技術은 最近 電子計算機의 發達에 힘입어 그 應用分野가 점점 增加되어 가고 있다.^[1]

예를 들면, X線에 의한 計算機 斷層像 再構成 技術 (computed tomography, 略해서 CT)의 경우, 物体를 透過하여 온 X線의 強度에 따라 얻어지는 透過量(그림 1 (a))에 對數를 取하면, 그것은 그 物体를 透過하여 온 徑路上에 分布되어 있던 吸收係數를 그 方向에

따라 線積分한 값으로 되고, 다시 그 徑路에 대해 수직인 方向으로 直線走査해서 그때 얻게 되는 線積分值의 集束을 그 方向에 대한 投影데이터라고 하며(그림 1 (b)), 이로써 斷層像을 計算해 낸다.

一般的으로 어떤 2次元의인 分布函數 $f(x, y)$ 를 어느 한 方向에 따라 線積分한 값 $P(\xi, \theta)$ 가 주어졌다고 할 때, 이 한 方向의 投影值 $P(\xi, \theta)$ 만으로 $f(x, y)$ 를 逆算해 낼 수 없다. 그러나 여러 方向($0^\circ \sim 180^\circ$)의 線積分值가 주어진다면 이 分布函數를 구할 수가 있다.^[1] 즉,

- 1) 한 投影角에서 斷層面上的의 各 徑路에 따라 線積分된 값은 投影軸 ξ 에 빠짐없이 存在한다.
- 2) 上記 1)에서의 投影은 斷層面 $f(x, y)$ 를 中心으로 全回轉角(180° 혹은 360°)에 걸쳐 存在한다. 가 만족될 때, 投影데이터 $P(\xi, \theta)$ 로부터 $f(x, y)$ 를 逆算(再構成)해 낼 수 있다. 그러나 경우에 따라 上記

*正會員, 中央大學校 工科學 電子工學科
(Dept. of Electron. Eng., Chung Ang Univ.)

接受日字: 1983年 9月 28日

(※ 本 論文은 1982年度 科學財團 研究費 支援에 의 하여 이루어진 것임.)

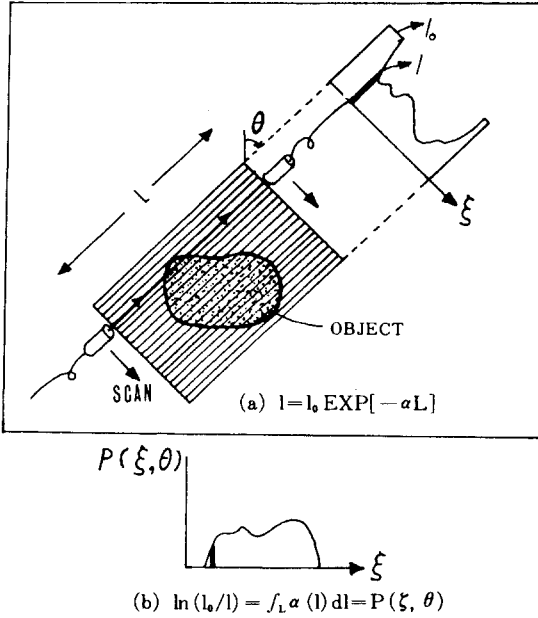


그림 1. CT裝置에서 物体를 透過한 X線의 (a) 透過量(強度) I 와 (b) 吸收係數 α 의 線積分值 $\int_L \alpha(l) dl$ (투영데이터 $P(\zeta, Q)$)와의 關係

Fig. 1. Relationship between (a) transmission intensity I and (b) line integrated values $\int_L \alpha(l) dl$ (projection data $P(\zeta, \theta)$) of absorption coefficient α .

1)과 2)의 條件을 만족시키지 못하는 不完全 投影群이 生길 수 있다. 例를 들면, 被檢體 内部에 破片등의 쇳붙이가 박혀 있을 경우 X線이 이를 透過하지 못할 때, 그리고 被檢體가 너무 커서 直線走査 範圍의 限界를 넘어 설 때, 投影軸上의 一部에 데이터 결핍을 가져오게 한다(條件 1)이 不成立). 한편, 어떤 制約條件으로 因해 制限된 投影角內에서만 投影데이터를 얻어야만 될 때이다(條件 2)가 不成立).

이러한 投影을 從來의 CT알고리즘에 그대로 적용시키면 再構成은 致命的으로 劣下된 畫像으로 되어 온다.

그러나 만약 上記의 不完全 投影으로 부터도 만족할 만한 再構成像을 얻을 수 있다면, 上述의 경우에 對한 解決策으로만 이 아니라, X線 被暴量 減少, 走査時間의 短縮 등의 逆利用의 可能性을 내포하기때문에 그 意味의 重要性은 한층 커진다.

이와 관련하여, 條件 1)에 해당되는 不完全 投影으로부터의 像再構成法을, R. M. Lewitt²⁾는 X線 CT의 경우 實測 投影에 數學的 補間法 및 외삽법을 적용시키므로 해서, 그리고 J. S. Choi et al³⁾은 超音波 CT

의 경우 데이터 결핍이 있는 投影에 再構成 - 投影의 反復 修正 過程에 依해, 각각 만족할만한 結果가 얻어질 수 있음을 발표했다. 또한 O. Nalcioglu et al⁴⁾은 可變샘플링 및 後處理法을, 그리고 M. Nassi et al⁵⁾은 再投影法을, 各各 X線 CT, γ 線 CT, 혹은 심장 X線 CT 등에 적용시켜 그 有用性을 밝히고 있다.

한편 條件 2)에 해당되는 投影角 制限下의 像再構成法은 X線 CT에 있어서 走査時間 短縮과 被暴量 減少의 側面때문에, 그리고 γ 線 CT의 경우 데이터 收集裝置 自体의 特性때문에, 各各 比較的 많은 研究 結果를 보이고 있다.⁶⁾⁻¹²⁾

本 論文은, 人體內 不透過部分이 存在할 경우에 提案된 J. S. Choi et al³⁾의 反復修正 알고리즘을, 直線 走査範圍의 制限 혹은 投影角의 制限에서 生기는 不完全 投影群에 擴張 適用시키고저 한 것이다. 이를 위해 먼저 上記 새 種類의 不完全 投影群으로 부터 斷層像을 再構成할 수 있게 한 하나의 알고리즘이 提案되고, 그다음, 直線走査範圍의 制限 혹은 投影角 制限의 경우에 對한 알고리즘의 檢證이 電算機 模擬實驗을 통해 提示된다.

II. 反復修正 알고리즘과 檢證

1. 不完全 投影群의 定義

지금 對象으로 하는 斷層面上의 物理的인 量(例, X線 吸收係數)의 分布를 $f(x, y)$ 로 하면, 임의의 投影角 θ 에 對應한 一次元 投影 $P(\zeta, \theta)$ 는 다음처럼 주어진다.

$$P(\zeta, \theta) = \int_S f(x, y) ds \tag{1}$$

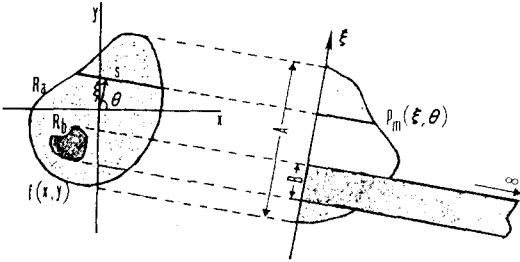
但, S 는 投影軸 $\zeta = x \cos \theta + y \sin \theta$ 를 만족시키는 直線.

式(1)과 같은 投影群으로부터 完全한 斷層 再構成像 $f(x, y)$ 를 얻기 위해서는 序論에서 言及한 條件 1)과 2)를 만족해야 한다.

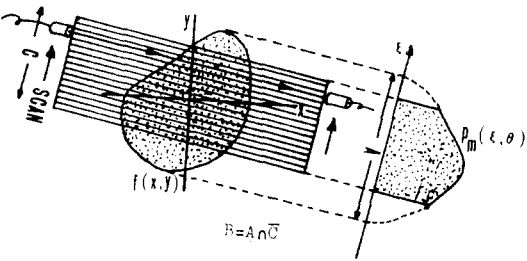
그러나 前述한 바와 같이 不完全 投影이 生길 수 있다. 먼저 條件 1)에 해당되는 경우로, 그림 2의 (a)에서 처럼 投影軸上의 데이터가 存在해야 할 領域 A 內에 斷層面上의 不透過 部分(例, 鐵片) R_0 로 因해 데이터 결핍 영역 B 가 生기는 경우와, 그림 2의 (b)에서 처럼 斷層面 $f(x, y)$ 의 領域을 走査範圍 C 가 커버 하지 못해 데이터 存在 領域 A 上의 外部쪽으로 데이터 결핍 영역 B 가 存在하게 되는 경우가 있다. 前者를 Hollow 投影, 그리고 後者를 Truncate 投影이라고 한다. 다음 條件 2)에 해당되는 경우로, 그림 2의 (c)에서 처럼 어떤 制限된 投影角 θ_m 의 範圍에서만이 投影이 얻어질 때, 그 나머지 角度 $180^\circ - \theta_m$ 의 範圍에

관한 投影은 결핍상태로 된다.

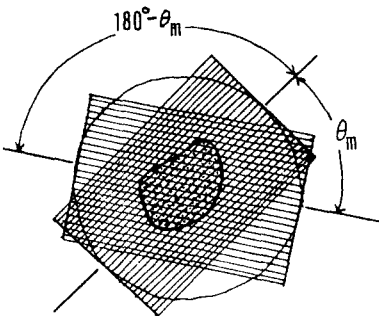
上述의 세 種類의 不完全 投影, 즉 實測 投影데이터(measured projection data)는 다음과 같이 定義할 수 있다.



(a) Hollow projection



(b) Truncated projection



(c) Limited angle projection

그림 2. 세 種類의 不完全 投影群

Fig. 2. Three kinds of incomplete projections.

$$P_m(\zeta, \theta) = \begin{cases} \int_S f(x, y) ds, & (\zeta, \theta) \in MR \\ \text{Undetermined}, & (\zeta, \theta) \in \bar{MR} \end{cases} \quad (2)$$

但, 實測 領域 MR은 다음과 같다.

$$\begin{cases} MR \in A \cap B \text{ or } \theta_m \\ MR \in B \text{ or } 180^\circ - \theta_m \end{cases} \quad (3)$$

2. 알고리즘

알고리즘의 展開에 들어가기 전에 먼저 본 알고리즘의 着案點에 관해 언급해 둔다면, 그점은 어느 한 投影角에서 얻지 못했던 投影데이터 결핍부분은 他 投影角의 데이터로부터 그 결핍부분을 抽出해내어 修正하는 데에 있다. 그러나 他 投影데이터 內에 데이터 결핍부분이 존재한다고 할지라도, 投影데이터 그대로는 빼어낼 수가 없다. 따라서 投影데이터로서가 아니라 이를 일단 再構成이라는 過程을 거치므로해서 投影狀態 이전의 모양으로 바꾸어 놓고, 여기에 既知의 情報, 즉 被檢體의 輪郭, 不透過部分의 位置 등의 情報를 積極的으로 利用하여 再構成-投影의 反復 修正 過程속에서 不完全 投影群으로부터도 斷層再構成을 할 수 있게 한 데에 있다.

그 알고리즘 實行 順序는 다음과 같이 하여 이루어진다.

- 1) 不完全 投影(實測데이터) P_m 을 얻는다.
- 2) 적당한 初期狀態의 斷層像으로부터 推定投影 $Pe^{(0)}$ 를 計算한다(例, 그림 3 (a), 그림 4 (a) 참조).

$$Pe^{(0)}(\zeta, \theta) = \int_S \hat{f}^{(0)}(x, y) ds \quad (4)$$

$$\hat{f}^{(0)}(x, y) = \begin{cases} b_a, & (x, y) \in R_a \\ 0, & (x, y) \in \bar{R}_a \end{cases} \quad (5)$$

여기서, R_a 는 被檢體의 輪郭領域, b_a 는 하나의 投影에서 計算에 의해 얻어진 平均值, 즉 初期值, q 는 反復 修正 回數를 各各 나타낸다. 데이터 결핍부분이 A 內에 存在할 경우(그림 2 (a)) 式(5)에

$$b_a, (x, y) \in R_a \quad (5)'$$

인 既知의 不透過 領域 R_b 에 임의의 常數值 b_b 를 넣어준다. 이 경우 常數 b_a 는 $(x, y) \in R_a \cap \bar{R}_b$ 인 領域에서 計算된 平均值이고, $b_a \approx b_b$ 로 선정함이 가장 좋을 것이다.

- 3) $Pe^{(0)}$ 를 利用하여 다음과 같이 不完全 投影을 修正한다(例, 그림 3 (b), 그림 4 (b) 참조).

$$\hat{P}^{(q)}(\zeta, \theta) = \begin{cases} Pe^{(q)}(\zeta, \theta), & (\zeta, \theta) \in \bar{MR} \\ P_m(\zeta, \theta), & (\zeta, \theta) \in MR \end{cases} \quad (6)$$

- 4) 從來의 CT에 의해 斷層像 $g^{(q)}$ 를 再構成한다(例, 그림 3 (c), 그림 4 (c) 참조).

$$g^{(q)}(x, y) \xleftarrow{\text{再構成}} \hat{P}^{(q)}(\zeta, \theta) \quad (7)$$

- 5) R^a 의 情報를 利用하여 再構成像 $g^{(q+1)}$ 를 다음과 같이 修正한다(例, 그림 3 (d), 그림 4 (d) 참조).

$$\hat{f}^{(q+1)}(x, y) = \begin{cases} g^{(q)}(x, y), & (x, y) \in R_a \\ 0, & (x, y) \in \bar{R}_a \end{cases} \quad (8)$$

但, 그림 2 (a)의 不完全 投影일 경우, 式(8)은

$$\hat{f}^{(q+1)}(x, y) = \begin{cases} g^{(q)}(x, y), & (x, y) \in R_a \cap \bar{R}_b \\ b_b, & (x, y) \in R_b \\ 0, & (x, y) \in \bar{R}_a \end{cases} \quad (8)'$$

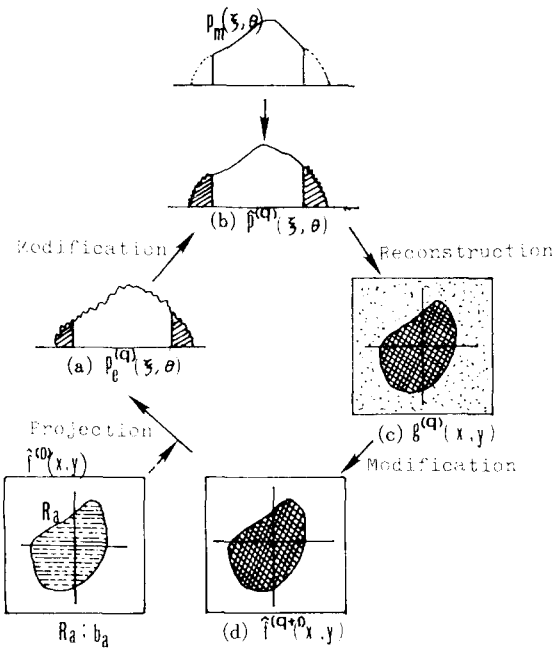


그림 3. Truncate 投影에 대한 反復 修正 알고리즘 說明圖
 Fig. 3. Conceptual Scheme of the algorithm for truncated projections.

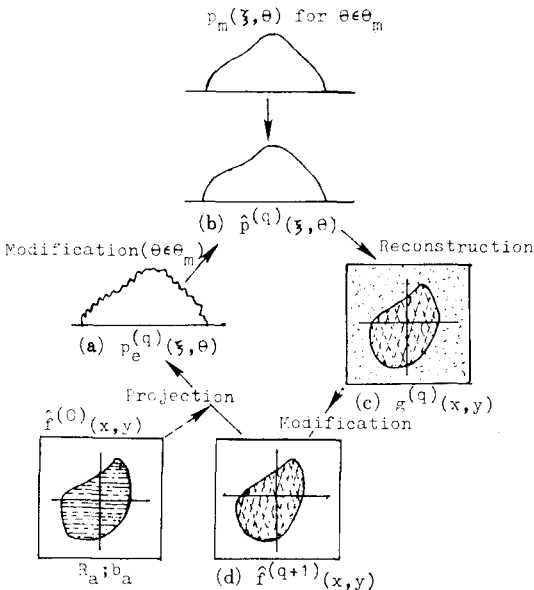


그림 4. 投影角 制限下의 反復 修正 알고리즘 說明圖
 Fig. 4. Conceptual Scheme of the Algorithm for Limited Angle Projections.

로 주어진다.

6) 實測 投影과 推定 投影과의 相違度

$$\epsilon^{(q)} = \frac{\int \int_{\Omega} \epsilon [P_m(\xi, \theta) - P_e^{(q)}(\xi, \theta)]^2 d\xi d\theta}{\int \int_{\Omega} P_m^2(\xi, \theta) d\xi d\theta} \quad (9)$$

$(\xi, \theta) \in MR$

에 대해, 별도로 정한 判定值 ϵ 과의 比較에 의해 $(\epsilon^{(q+1)} - \epsilon^{(q)}) < \epsilon$ (10)

로 되면, 수렴한 것으로 한다.

3. 檢 證

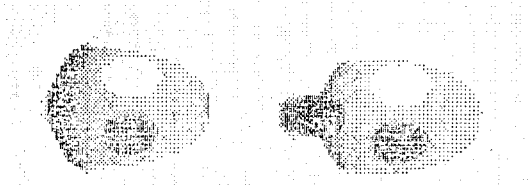
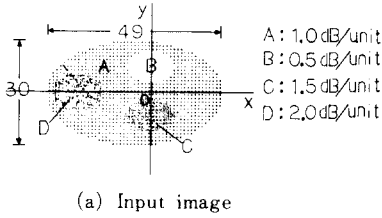
檢證은 電算機속에서 走査 可能한 斷層面(64×64 畫素)를 想定하고, 그 속에 그림 5(a)에 보이는 바와 같은 타원형 物体가 있는 것으로 하여, 模擬 投影을 얻어 내므로 해서 수행되었다. 이 物体内에는 다시 작은 타원형의 서로 다른 吸收係數를 갖는 세 領域(0.5dB/unit, 1.5dB/unit, 2.0dB/unit), 그리고 그 나머지 領域(1.0dB/unit)으로 構成되게 하였다. 이때 얻어지는 投影은 走査線 64, 投影 方向 45도 하였고, 再構成 時 사용된 알고리즘은 Shepp & Logan¹¹⁾의 중첩적분이 적용되었다.

첫째, truncate 投影의 경우로, 그림 5(a)와 같은 단층면에서, 直線 走査 範圍를 原點을 中心으로 하여 양쪽 方向으로 走査線 수를 20개 씩으로 제한하였을 때, 이들 불완전 투영으로부터 그대로 再構成한 像이 그림 5(b)이다. 이것을 前述의 알고리즘으로 1회 反復 修正한 것이 같은 그림(c)와 같고, 4회 그리고 8회 反復 修正한 結果는 各各(d)와(e)에 보이고 있다. 比較를 위해 完全 投影으로부터 再構成한 結果를 그림 5(f)에 보인다. 그림 6은 앞에서 定義된 投影의 相違度(式(9))를 그래프화한 것이다. 그래프 a가 上述의 走査線 數 20개로 制限한 경우이고, 그래프 b는 原點을 中心으로하여 走査線 數를 15개로, 그리고 c는 走査線 數를 10개로 各各 制限했을 때에 計算된 投影의 相違度를 反復 修正 횟수에 따라 나타낸 것이다.

그림 7은 노이즈를 고려한 경우에 再構成像의 RMS (root mean square) 誤差

$$RMS \text{ error} = \frac{\int \int [f_1(x, y) - \hat{f}^{(q)}(x, y)]^2 dx dy}{R_a \text{의 面積}} \quad (11)$$

를 나타낸 것이다. 但, 여기서 $f_1(x, y)$ 는 原來의 畫상을 나타낸다. 노이즈는 平均値가 0이면서 표준편차 2를 가지는 正規分布의 確率變數로 하였다. 그림 7은 그림 5(a)에서 얻은 投影 데이터에 $\sigma=0.01$ 인 노이즈를 고려하여, 線形 走査 範圍가 26(原點을 中心으로 하여 走査線 數 13개), 36, 46으로 制限된 경우의 RMS 誤차를 그래프화한 것이다. 또한 그림 8은 線形 走査 範圍를 46으로 制限했을 경우, σ 와 RMS 誤차와의

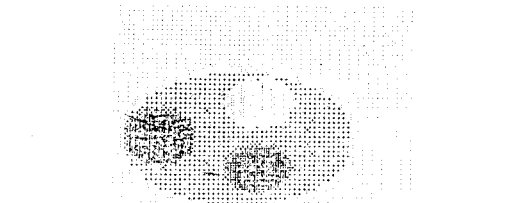


(c) q=1



(d) q=4

(e) q=8



(f) Reconstruction from complete projections.

그림 5. Truncate 投影인 경우, 본 알고리즘에 의한 再構成像 (q: 反復修正 횟수)

Fig. 5. Reconstructed images by the algorithm in case of truncated projections (q: iteration).

關係를 보인 것이다.

두번째, 投影角이 制限된 경우로, 그림 5 (a)와 같은 入力畫像으로부터 投影角의 制限을 120° (60° 결핍), 140° (40° 결핍), 160° (20° 결핍)로 하여 投影데이터를 얻은 뒤, 이들 不完全 投影에 前述의 알고리즘을 적용시켜, 投影 相違度 ϵ^{1q} 를 計算한 結果는 그림 9의 각 그래프가 나타내는 것과 같다. 또한 그림 10은 $\sigma=0.01$ 인 노이즈를 고려한 投影데이터로부터의 再構成像 RMS 誤차를 나타낸 것이다. 그림 11은 노이즈의

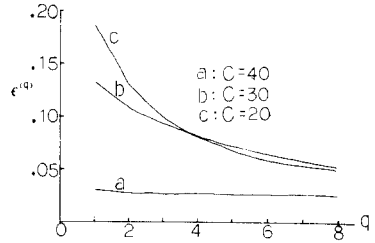


그림 6. Truncate 投影인 경우의 投影 相違度 ϵ^{1q} 對 反復修正 回數 q (C: 線形走査의 制限幅)

Fig. 6. Projection discrepancies ϵ^{1q} VS. iteration q in case of truncated projections (C: limited linear scanning range).

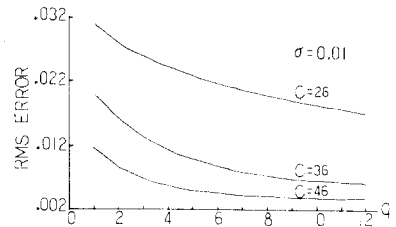


그림 7. 노이즈를 考慮한 Truncate 投影으로 부터의 再構成像 RMS 誤差 對 反復修正回數 q (C: 線形走査의 制限幅)

Fig. 7. Iteration q VS. RMS errors of reconstructed images from noisy truncated projections (C: limited linear scanning range).

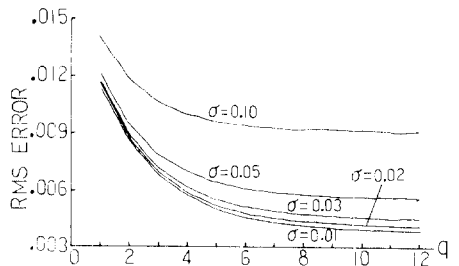


그림 8. 노이즈를 考慮한 truncate 投影으로 부터의 再構成像 RMS 誤차와 σ 와의 關係 (線形走査의 制限幅 C=46)

Fig. 8. Relationship between σ and RMS errors of reconstructed image from noisy truncated projections (limited linear scanning range C=46).

표준편차를 변화시켰을 경우, 制限投影角이 140°인 때, 反復修正 횟수에 따른 再構成像의 RMS 誤차를 보인 것이다.

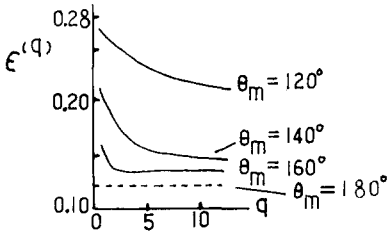


그림 9. 投影角이 제한된 경우, 본 알고리즘에 의한 投影相違度 $\epsilon^{(q)}$ 對 反復修正 횟수 q (θ_m : 制限投影角)

Fig. 9. Iteration q vs. projection discrepancies $\epsilon^{(q)}$ obtained by the algorithm in case of limited angle projections (θ_m : limited angle).

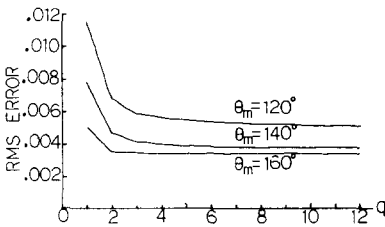


그림 10. 노이즈 ($\sigma=0.01$)를 考慮한 投影角 制限下的 再構成像 RMS 誤差 對 反復修正 回數

Fig. 10. Iteration q vs. RMS errors of reconstructed images from noisy limited angle projections.

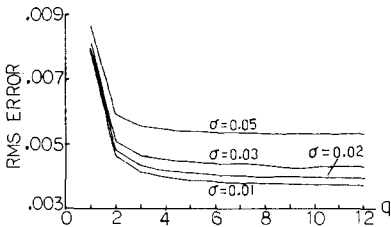


그림 11. 노이즈를 考慮한 投影角 制限下的 再構成像 RMS 誤差와 σ 의 關係 (制限投影角 $\theta_m=140^\circ$)

Fig. 11. Relationship between σ and RMS errors of reconstructed images from noisy limited angle projections (limited angle $\theta_m=140^\circ$).

4. 檢 討

投影軸上에 데이터의 결핍이 있는 truncate 投影의 경우, 그림 5에서 알 수 있듯이, 본 알고리즘을 적용시키면 畫像上의 原點을 中心으로 하여 半徑 R인 합수로 畫像이 回復되어 간다. 反復修正 1回 程度로 線形走査의 制限幅에 의해 만들어지는 內接圓의 内部는

거의 誤差가 없다고 할 수도 있다. 또한 그림 6에서 線形走査 制限幅이 20인 경우는 制限幅이 40인 경우와는 달리 모든 方向의 投影軸上에 데이터 결핍이 생기는데도 反復修正 횟수를 增加시키기에 따라 完全投影으로 수렴되어 감을 알 수 있다. 따라서 線形走査의 制限幅이 수렴의 속도와 최종적인 화상을 결정하는 요인으로 된다. 그러나 制限幅이 아무리 좁다고 하더라도 그 內接圓의 内部는 본 알고리즘의 적용에 의해 꽤 定量性이 좋은 畫像으로 再構成된다. 投影데이터에 노이즈를 考慮했을 경우도 그림 7에서와 같이 反復修正 횟수에 따라 再構成像의 RMS 誤차는 줄어들고, 原來의 畫像에 수렴되어 간다고 할 수 있다. 그러나 투영데이터에서의 노이즈가 $\sigma=0.1$ 을 넘기면 데이터의 결핍이 있거나 혹은 없거나간에 원래의 화상과는 먼 단층상으로 되어 버린다.

한편, 投影角의 制限下的 本 알고리즘은 投影角 制限 程度(결핍 角度)가 클수록 誤差 역시 그것에 따라 增大하고, 劣下된 部分을 復舊시키기 위한 反復回數가 많아짐을 알 수 있다(그림 9 참조). 또한 어느 反復回數(約 10回 以上)를 넘기면 誤차는 거의 一定值를 유지하며, 이것은 결핍의 角이 커짐에 따라 增大된다. 다시 말해 결핍각이 너무 크면 아무리 反復修正을 한다고 해도 投影角 制限이 없는 相違度值에 수렴하지 않는다고 말할 수 있다. 本 實驗의 경우, 畫像의 劣下가 顯著히 復舊되는 것은 결핍각이 60° 以內였다. 反復法인 이 알고리즘의 수렴은 斷層面畫像의 스펙트럼과 결핍각의 크기 및 그 方向에 의존한다고 할 수 있다. 특히 斷層面의 내부구조는 스펙트럼과 밀접한 관계를 가지게 되며, 그 内部構造가 특별히 높은 주파수 성분을 많이 가지면서 方向에 의존할 경우, 본 알고리즘의 적용은 어렵게 되어 버릴 수도 있다.

끝으로, 既知의 情報로 使用된 物体의 輪郭 部位를 어떻게 알아낼 수 있을 것인가에 관한 언급이 필요할 것이다. 먼저 그림 2 (a)와 같은 不完全 投影일 경우는 實測 投影을 單純逆投影함에 의해, 그 形態가 複雜하지 않을 때, 얻을 수 있다.¹³⁾ 그러나 그림 2 (b)와 (c)와 같은 投影의 경우는 補助 光學裝置의 附着 혹은 超音波 診斷裝置등에 의한 並行 혹은 事前 計測이 要求된다.

III. 結 論

CT에서 생기는 不完全 投影群으로 부터 斷層像을 再構成할 수 있는 한 方法을, 人體內 不透過部位가 存在할 경우에 提案되었던 反復修正 알고리즘을 truncate 投影 및 角制限下的 投影에 擴張 適用시키므로

해서, 이끌어냈다. 이 알고리즘은 實測에 의해 얻어진 投影과 物体의 外形(혹은 不透過部位)에 관한 既知의 輪郭情報를 使用해서, 再構成-投影의 反復處理 過程에서 그때마다 修正하여 各回 만들어지는 推定投影과 實測投影과의 相違度差($\epsilon^{(q-1)} - \epsilon^{(q)}$)가 收斂의 判定值(ϵ) 이하로 되는 때에 修正을 끝내도록 하므로 해서, 不完全投影群으로부터도 再構成 斷層像을 얻을 수 있는 한 方法이다. 이의 檢證을 위해 電算機 模擬實驗 結果를 보였고 그 收斂性이 確認되었다.

謝 意

本 研究의 遂行 時, 有効한 指導와 격려를 해 주신 日本 慶應義塾大學 理工學部 副教授 M. Nakajima 博士, 實驗과 討論에 協助해 주신 同 K. Ogawa 君, 本 大學 院生 김 유태군에 감사한다. 그리고 本 研究를 할 수 있게 支援해 주신 韓國科學財團에 謝意를 表한다.

參 考 文 獻

[1] R.A. Brooks and G.D. Chiro, "Principles of computer assisted tomography (CAT) in radiographic and radioisotopic imaging", *Phys. Med. Biol.*, vol. 21, no.5, pp. 689-732, 1976.

[2] R.M. Lewitt, "Processing of incomplete measurement data in computed tomography", *Med. Phys.*, 6(5), pp. 412-417, Sep. Oct., 1979.

[3] J.S. Choi, K. Ogawa, M. Nakajima, and S. Yuta, "A reconstruction algorithm of body sections with opaque obstructions", *IEEE Trans. Sonics & Ultrasonics*, 29, 3, pp.143-150, 1982.

[4] O. Nalicioglu, Z.H. Cho and R.Y. Lou, "Limited field of view reconstruction in computerized tomography", *IEEE Trans. Nuclear Science*, vol. NS-26, no. 1, pp. 546-551, 1979.

[5] M. Nassi, W.R. Brody, B.P. Medoff, and A. Mocovski, "Iterative reconstruction-reprojection: An algorithm for limited data cardiac-computed tomography", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, vol. BME-29, no.4, pp. 331-341, 1982.

[6] R.N. Bracewell and S.J. Wernecke, "Image reconstruction over a finite field of view", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 66, no.11, pp. 1342-1346, 1975.

[7] M.Y. Chiu, H.H. Barrett, R.G. Simpson, C. Chou, J.W. Arendt, and G.R. Gindi, "Three-dimensional radiographic imaging with restricted view angle", *J. Opt. Soc. Am.*, vol.69, no.10, pp. 1323-1333, 1979.

[8] T. Inouye, "Image reconstruction with limited angle projection data," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-26, no.2, pp. 2665-2669, 1979.

[9] J.S. Choi, H. Terajima, M. Nakajima, and T. Itoh, "Tomographic reconstruction from restricted angle projection", Abst. of the 2nd meeting of the world federation for ultrasound in medicine & biology, pp. 49, 1979.

[10] K.C. Tam, V. Perez - Mendez and B. Macdonald, "Limited angle 3-D reconstruction from continuous and pinhole projections", *IEEE Trans. Nucl. Scio.*, vol. NS-27, no. 1, pp. 445-458, 1980.

[11] T. Sato, S.J. Norton, M. Linzer, O. Ikeda, and M. HIRAMA, "Tomographic image reconstruction from limited projections using iterative revisions in image and transform space," *Appl. Opt.*, no. 3, pp. 395-399, 1981.

[12] K.C. Tam et al, "Tomographical imaging with limited-angle input," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 71, no. 5, pp. 582-592, 1981.