

# 壓出管에서의 壓力 및 流量變化에 따른 流體流動에 관한 研究

金鍾億 · 李漢泳\* · 洪起培\*\*

=Abstract=

## A Study on the Fluid Flow by Change of Pressure & Flow in the Collapsible Tube

Chong-Eok Kim, Han-Young Lee\*, Ki-Bea Hong\*\*

In order to research the flow in the thin wall compliant tube, this present study is attempt to measure the cross sectional area according to change of external pressure and flow by ultrasonic method different from widely used impedance technique for flow analysis about one dimensional Steady flow. The experimental results are as follows.

- 1) Measurement of cross sectional area ratio by ultrasonic method by comparison with experimental results of impedance technique & theoretical results were well consent.
- 2) Pressure difference of upstream and down stream is always maximum range at  $0.4 < \alpha < 0.5$ , and have no connection with changing external pressure.
- 3) when the external pressure is fixed and resistance is varied, Self excited oscillation occurs in the region at  $0.5 < \alpha < 0.6$ , and oscillation disappear almost at  $R_2 \geq 1.2$

### 1. 緒 論

流體工學 分野에서 剛管內에 週期的인 壓力을 받아 吐出되는 非定常流 流動인 脈動流 및 振動流에 관한 流動現象은 많은 研究者들에 의해서 理論的으로나 實驗的으로 非定常流에 對한 學問的인 體系가 確立되었지만 壁이 얇고 柔軟性이 있는 彈性體 管內에 流體가 흐를때 變位壓(Pin-Pout)에 의해 管은 部分的으로 壓出되므로 剛管內의 流動現象과는 차이가 있다. 따라서, 生理學者들의 관심이 되어온 壓出管內 측 심장부위의 脈動解析은 三次元的으로 解析되어야 正確性이 있겠지만 大部分의 研究結果들이 解析上的 어려움 때문에 脈動波가 充分히 減衰되어진 部分(人體 血管系의 장딴지

部分)의 流動을 一次元 定常流로서 解析하고 있으며 이와 유사한 流動現象을 工學의 分野에 開水路나 gas力學에 접근시켜 管內의 波傳播, 아임계(subcritical)에서 초임계(supercritical)로의 流動, 또는 choking, 충격파등에 關하여 1978年 A.H. Shapiro<sup>1)</sup>는 壓出管內의 一次元 定常流動에 關하여 摩擦의 影響 外部壓力에 의한 管의 斷面變位, 斷面壁의 Stiffness, 力學의 特性등에 關해 폭 넓게 研究를 하였으며 1979年 R.D. Kamm & A.H. Shapiro<sup>2)</sup>는 壓出管內 非定常流 流動解析에서 波傳播速度는 管壁이 彈性體이면 有限하고 또한 變位壓에 管橫斷面이 變化하게 되면 質量과 運動量이 저장케되어 流動에 壓縮효과를 가져오게 됨을 밝혔으며 1980年 Michel & A.H. Shapiro<sup>3)</sup>는 壓出管內의 Supercritical 流動에 關한 理論解析과 實驗研究를 하였으며 1982年 D.A. Olsen, R.D. Kamm, A.H. Shapiro<sup>4)</sup>는 血栓症 豫防에 對한 週期的인 外部壓縮에 生體工學的인 研究를 통하여 疾病의 豫防과 治療方法을 提示하고 있다. 따라서, 本 研究는 外部壓에 의한 斷

<1984. 6. 1 접수>

홍익대학교 공과대학 기계공학과

\* 오산공업전문대학

\*\* 충주공업전문대학

面變化 즉 管法則을 適用하여 一次元 定常流에 對한 流動을 解析하는데 있어서 널리 使用되어온 Impedance technique [Mcclurken,<sup>5)</sup> M. E. Kececioglu]<sup>6)</sup>와는 달리 超音波技法으로 實驗을 行하여 斷面比와 變位壓과의 關係을 규명하여 壓出管 系統의 流動 解析을 한다.

## 2. 基礎理論

### (1) 剛管內 波動方程式

剛管內 非壓縮性 流體가 週期的인 外部壓力을 받아 脈動流로 流動할 時의 波動方程式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{G}{\rho} - \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0.$$

式 (1)에서 壓力勾配 (G)인  $-\frac{\partial p}{\partial x}$  는

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\Delta p}{l} = \frac{\Delta p_{ta}}{l} + \frac{\Delta p_{os}}{l} \cos \omega t \quad (2)$$

로 표시한다.

式 (1)에서 境界條件(B.C.)은  $t > 0$ 일 때  $r=R$ 에서  $u=0$ 이고, 또한  $r=0$ 에서  $u=\infty$ 이므로

$$U = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{\Delta p_{ta}}{l} (R^2 - r^2) + \frac{1}{\rho_0 \omega} \frac{\Delta p_{os}}{l} \left\{ \sin \omega t - \frac{M_0}{M_0} \frac{\sqrt{f/\nu}}{\sqrt{w'}} \sin[\omega t - \theta_0] \right. \\ \left. (r\sqrt{f/\nu}) - \theta_0 \sqrt{w'} \right\} \text{이 된다.} \quad (3)$$

(3)에서 速度分布를 求하고 또 速度가 주어지면 벽 전단응력은

$$\tau_w = -\mu(\partial u/\partial r)_{r=R} \\ = \frac{R}{2} \frac{\Delta p_{ta}}{l} - \frac{R}{\sqrt{w'}} \frac{\Delta p_{os}}{l} \frac{M_1(\sqrt{w'})}{M_0(\sqrt{w'})} \\ \cos[\omega t - \theta_1(\sqrt{w'}) - \theta_0(\sqrt{w'}) - \frac{3}{4}\pi] \quad (4)$$

에서 구할 수 있다.

### (2) 壓出 管內 波動方程式

시간에 따라 斷面이 각각 變化되면서 心臟部로 부터 吐出되는 人體 血管內 波動方程式은 연속방정式으로부터 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

式 (5)를 Trapezoidal rule을 適用하여 時間을 상수로 놓고 有限差分積分하면 다음과 같이 된다.

$$Q(X_i, t_j) \cong Q(0, t_j)$$

$$-\sum_{n=1}^i \left\{ \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) X_n, t_j - \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) X_{n-1}, t_j \right\} \\ \cdot \frac{\Delta X_n}{2} \quad (6)$$

式 (6)에서 유동율(Q)을 구하면 橫斷面 不均速度  $V(X_i, t_j)$ 인  $Q(X_i, t_j)/A(X_i, t_j)$ 를 구할 수 있다. 따라서 벽 전단응력은 다음과 같다.

(a) Turbulent Flow:  $Re > 2300$ 이며 충분히 境界층이 발달되었을 時의 매끈한 圓筒管內의 流動에 關한 Schlichting<sup>7)</sup>의 實驗式을 使用하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$T_w = 0.0791(\rho \nu^2/2) Re^{-0.25} \quad (7)$$

$$Re \equiv V \cdot D_e/\nu \quad D_e = 4A/p \quad p: \text{관 주변길이}$$

(b) 境界층 발달을 가진 층류(層流):  $Re < 2300$ 이고 境界층이 충분히 발달치 않은 경우 (즉 境界층 두께  $(4\sqrt{\nu t})$ 가 수력반경  $(D_e/2)$ 보다 적은 경우)의 평판에 대한 전단응력은 Rayleigh<sup>8)</sup>解를 使用하여 구한다.

$$T_w = - \left( \frac{\rho u}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^t \frac{dv}{d\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{t-\theta}} \quad (8)$$

$V(\theta)$ : 평판에서 시간에 대해 속도

$\theta$ : 적분에서 시간변수로 대치한 것

式 (8)에서  $dv/d\theta$ 는 流體의 加速이며 속도  $V(t_1)$ ,  $V(t_2)$ 는 시간에 따라 선형적인 關係가 되므로 다음과 같이 표시된다.

$$T_w(t) = 2 \left( \frac{\rho u}{\pi} \right)^{1/2} \left\{ \frac{\Delta V_1}{\Delta t_1} [t^{1/2} - (t-t_1)^{1/2}] \right. \\ \left. + \frac{\Delta V_2}{\Delta t_2} [(t-t_2)^{1/2} - (t-t_3)^{1/2}] + \dots \right\} \quad (9)$$

$t_1, t_2, \dots$  등의 時間은 變적과 速度에서 계산했고  $\Delta V_i/\Delta t_i$ 는  $dv/d\theta$ , 또는  $dv/dt$ 에서 유한차분으로 계산했다.

(c) 層류(境界층이 충분히 발달된 層류): 만일 境界층 두께가  $(4\sqrt{\nu t} \geq D_e/2)$ 이고 層류( $VD_e/\nu < 2300$ )이던 Poiseuille's의 계수를 使用하여 다음과 같이 전단응력을 구할 수 있다.

$$T_w = 8\mu V/D_e \quad (10)$$

### (3) 數值 計算

式 (5)의 연속방정式에서 橫斷面(A)는 變位壓( $P_{in} - P_{out}$ )의 함수이므로 狀態方程式  $A = A(P_{in} - P_{out})$ 을 세울 수 있고 단, 斷面變化에 대한 Stiffness가 圓柱上의 Bending과 Tension에만 存在할 때, 또는 Bending과 Tension에 의한 Structural stiffness를 무시할 時에 이 方程式은 성립하게 되고, 이 式을 管法則이라 하여 따라서 變位壓( $\Delta p = P_{in} - P_{out}$ )의 差가 (-)일때 管은 부분적으로 壓出(collapsed)하게 된다. 이와같은 壓出管內 流動이 定常流이든 非定常流이든 一次元 流動을 解

표 1. 물리량과 유동의 해석

	압출관내유동	가 스 역 학	개수로의 유동
속 도	U	U	U
압 력	P	P	P
질량저장변수	A	$\rho$	h
상태방정식	$A=A(P_{in}-P_{out})$	$\rho=\rho(P)$	$h=(P-P_{atm})/\rho g$
파 속 도	$C^2=\frac{A dP}{\rho dA}$ $=\frac{A d(P_{in}-P_{out})}{\rho dA}$	$C^2=\frac{\rho d\rho}{\rho d\rho}$ $=\left(\frac{dP}{d\rho}\right) \text{entropy}$	$C^2=\frac{h dh}{\rho d\rho}=gh$
속 도 지 수	$S\equiv U/C(\text{speed index})$	$M=U/C(\text{Mach No})$	$F\equiv U/C(\text{Froude No})$

분석하기 위한 物題 方程式은 주로 Gas 力學이나 開水路 流動의 式을 따르게 되며 表 1에 表示된 것과 같다.

表 1에서 表示된 바와같이 壓出管의 流動特性을 다음과 같이 예측할 수 있다.

1) 斷面變化가 壓力變化를 일으키고 壓力變化가 速度變化를 일으키게 되며 또한 단면변화가 速度變化를 일으키게 됨을 알 수 있고 管의 구조역학(彈性)은 流體流動과 밀접한 관계가 있다.

2) 管法則은 波長速度 결정에 중요하다.

즉, 단면의 유연성이 있고 비압축성 유체를 포함한 管內에서 파의 전파는 다음과 같다.

$$C^2_{\text{total}} = \frac{A}{\rho} \frac{d(P_{in}-P_{out})}{dA} = \frac{K_p}{\rho} \propto \frac{dP}{d\alpha}$$

$$K_p = \frac{1}{12} E (h/R_o)^3 / (1-\nu^2)$$

E : Young's 계수

$\nu$  : Poisson's 비

h : 벽 두께

$R_o \equiv \frac{1}{2} D_o$  : 단면  $A_o$ 의 반경

$P \equiv (P_{in}-P_{out})/K_p$

$$\alpha \equiv (A/A_o)$$

3) 空氣力學에서는 Shock wave나 Hydraulic jump 현상과 같이  $S > 1$ 로부터  $S < 1$ 로 급격한 변화가 일어날 수 있다.

### 3. 實驗裝置 및 實驗方法

#### (1) 測定 裝置<sup>8,9)</sup>

本 實驗에 使用된 超音波發振器와 超音波 振動子를 이용한 測定裝置는 다음과 같다.

##### a) 超音波發振部

超音波 發振部는 Hartley 發振方式이며 그 回路圖는 Fig. 1-a와 같으며 出力은 2 SC 940 1個를 使用하여 最大出力 30W를 얻었고 送受振動子の 整合을 위하여 1.68MHz의 連續波를 發生시켰더니 周波數의 變動은 2時間 連續 動作時 1% 以內의 매우 安全된 狀態였다.

##### b) 送受振動子 및 附着

超音波 振動子는 두께 0.2cm 直徑 2cm 固有振動數 1.68MHz 最大出力 20W의 티탄산 바륨(BaTiO<sub>3</sub>), 圓

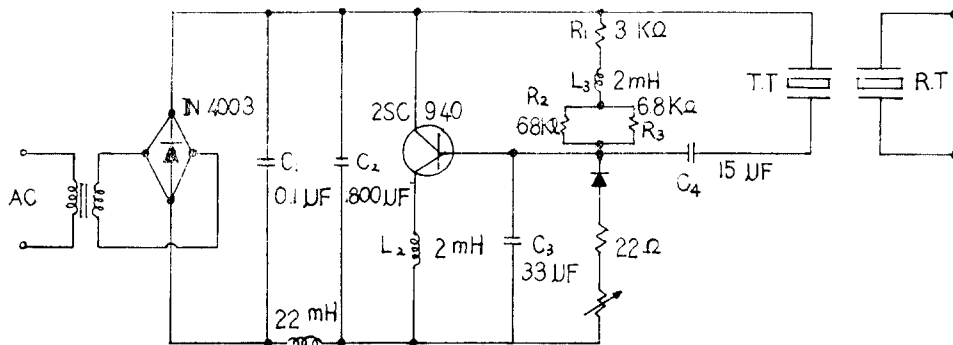


Fig. 1-a. Electric Circuit of the Ultrasonic Generator

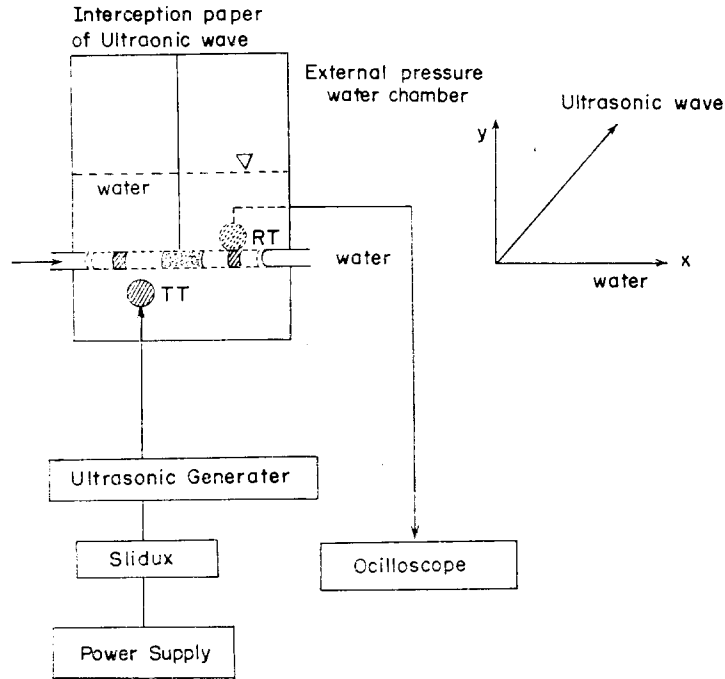


Fig. 1-b. Diagram of the ultrasonic experiment

形振動子を nickel로 casing한 TDK(日本國) 제품을 사용하였으며 送受振動子を 外部壓을 주기 위한 물 tank의 外部에 Fig. 1-b와 같이 부착하였고 送受振動子로부터 檢出되는 電壓을 測定하기 위하여 오실로스코프를(Fig. 1-c) 사용하였으며 送振動子(T.T)의 Volt division이 1V일때 受振動子(R.T)의 Volt division이 0.5V이고 斷面比  $\alpha=0.2$ 인 경우에 超音波의 送受信波의 波形이 Fig. 1-d에 나타난 바와 같다.

(2) 實驗裝置

a) 壓出管(Collapsible Tube)

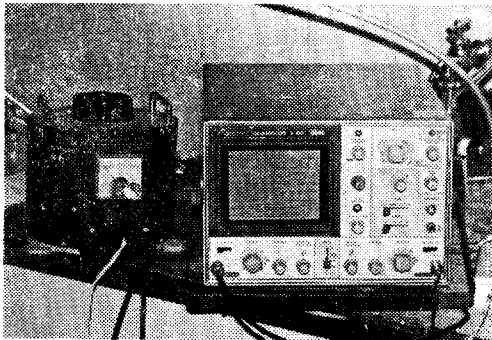


Fig. 1-c. Oscilloscope

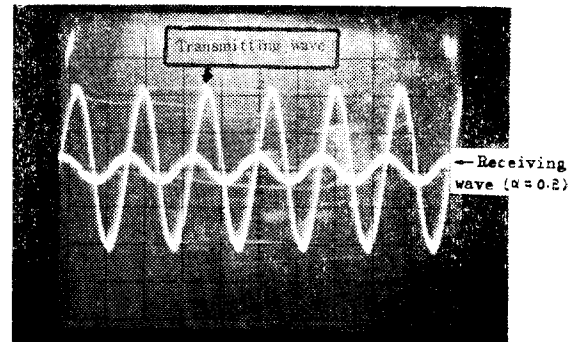


Fig. 1-d. Transmitting and Receiving wave.

實驗하기 前에 Latex-tube에 대한 非線形 管法則을 證明하는 것은 중요하다. 더구나 材料의 彈性계수( $E$ ) 값은 알려져 있지 않으므로 어떤 경우에 대해 管法則을 나타내는데 잘 사용되어지는 McClintock<sup>10)</sup>의 式

$$P_{in} - P_{out} = E \cdot \frac{h_o}{R_o} \left\{ 1 - \left( \frac{A_o}{A} \right)^2 \right\}$$

을 사용하여 ( $E$ ) 값을 구하기 위해 Fig. 2-a와 같은 실험장치를 사용하였다. Latex-tube를 널판지 위에 접착(bonding) 하여 축 방향으로 고정하였으며 管은  $h_o=0.04\text{cm}$ ,  $R_o=1.5\text{cm}$  ( $h_o/R_o=0.02$ )를 사용하여 管 길이를( $l=9$

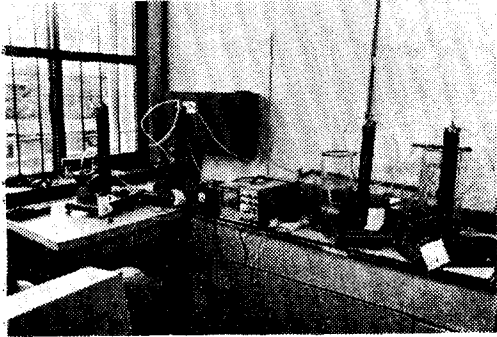


Fig. 1-e. Experimental apparatus

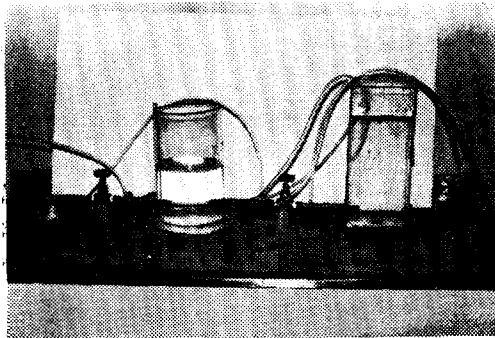


Fig. 1-f. Hydraulic network apparatus for the study of flow in collapsible tube

cm) 먼저 측정하고 물을 Latex-tube가 충만할 때까지 Manometer內로 넣어서 채울때 물의 量은 먼저 Manometer內로 넣을때 알 수 있고, 또 물의 높이도 기록된다. Manometer 내경은 알고 있으므로  $P-A$  관계의 한 點을 만들 수 있으며 알고 있는 물의 量으로 管法則을 實驗的으로 결정할 수 있다.

Fig. 2-b는  $E=4.8 \times 10^5 \text{N/m}^2$ 의 값에 대해서 理論直와 實驗直를 비교한 것이며 Fig에 나타난 바와 같이 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

b) 外部壓을 주기 위한 장치

外部壓을 주기 위한 물 tank는 超音波의 反射가 일어나지 않도록 직경 20cm, 두께 0.8cm, 높이 33cm의 투명한 아크릴 원통을 사용하였고 본 實驗에 장치는 Fig. 1-e, f, g와 같다.

(3) 實驗 方法

a) 振動子로부터 發振하는 超音波 Energy로 因한 Cavitation이나 噴水現象을 防止하기 위하여 Slidux를 使用하여 受信이 可能한 最低의 出力로 調整하였다.

b) 壓出管을 부착하지 않은 상태에서 受信振動子에 誘起되는 전압을 오실로스코프의 波形을 통하여 測定하고 이때의 전압을 투과율 100%로 定하였으며, 壓出管의 내경 (i.d)이 最大 1.5cm일때와 最小 0cm일때의 전압을 10回 測定하여 平均量을 취하였고 每回 반복

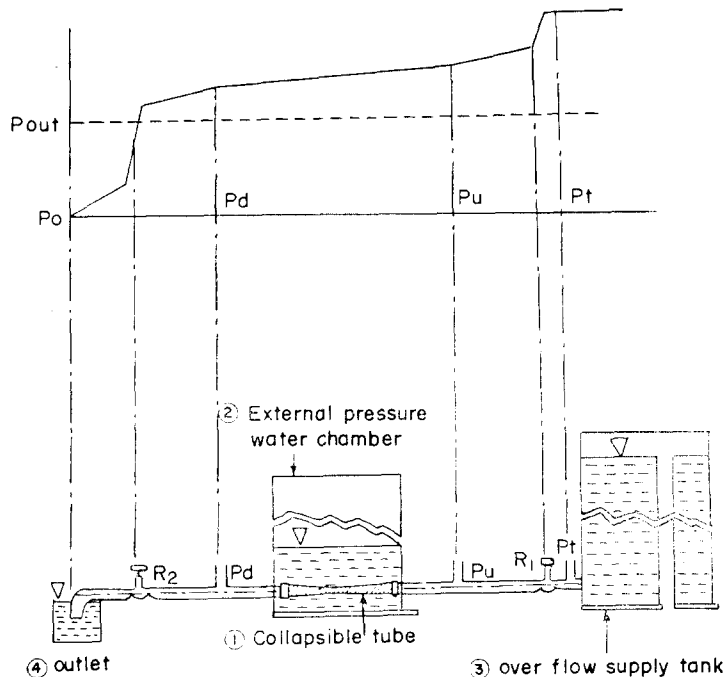


Fig. 1-g. Schematic diagram of experimental apparatus

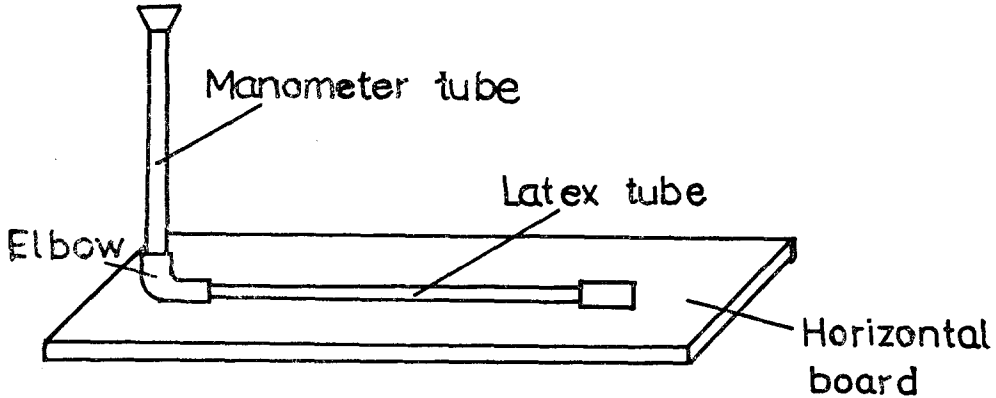


Fig. 2-a. Sketch of the tube law for elastic tube.

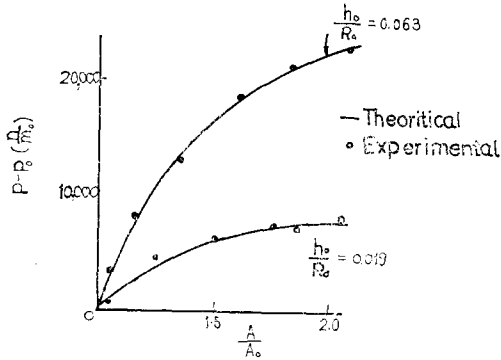


Fig. 2-b. Comparison of the theoretical  $[E_v(9)]$  & Experimental P-A relations

실험시 적용 하였다. 壓出管의 內徑이 最大(즉  $P_{in} - P_{out} = 0$ ) 1.5cm일때 오실로스코프의 Time division은  $0.2\mu S$ , Volt division이 0.1V에서 受振動子(R.T)의 電압은 0.1V이며 이때의 斷面比를 1(즉 橫斷面의 모양이 圓形일때)로 하고 內徑이 最小 0cm일때의 電압은 0.5V이며 이때의 斷面比를 0으로 하면 다음과 같이 斷面比를 구하는 實驗式(A)가 成立한다.

$$-\frac{10}{4}(e-0.5) = \alpha \quad (A)$$

$\alpha$ : 斷面比     $e$ : R.T의 電압

- c) 變位壓의 變化에 따른 斷面比를 測定하기 위하여
- i)  $P_{out}$ 를 一定하게 유지하고  $R_1$ 을 一定한 크기로 變化시켰으며
  - ii) 流量이 一定하도록  $R_1$ 을 固定하고 外部壓力을 變化시켰으며
  - iii)  $R_2$ 를 變化시키면서 Self excited oscillation도 관찰하였고 各 測定을 5회씩하여 그 平均値를 취하였다.

#### 4. 結果 및 考察

Latex-tube는 액주높이 2cm보다 적은 變位壓에 圓形에서 양벽이 닿는 線접촉을 갖는 極히 柔軟성이 있는 管을 使用하여 超音波技法으로 外部壓力 變化에 따른 斷面變位 測定을 하여 壓出管內에서의 流動解析에 다음과 같이 高찰하였다.

壓出管의 下流의 저항( $R_2$ )를 一定하게 놓고 上流 저항( $R_1$ )을 調整하여 流量을 증가시키면서 壓出管 上·下流의 壓力差( $P_u - P_d$ )와 斷面比( $\alpha$ )가 0에서 1로 변화할때의 關係를 外部壓力이 각각 30, 60, 80mmAg일때의 關係를 그림 3에 나타낸 바와 같으며 壓出管의 上·下流의 壓力差는 어떤 경우이든지  $0.4 < \alpha < 0.5$  범위에서 最大가 되고 그 영역은 변하지 않음을 나타내고 있다. 變位壓( $P_{in} - P_{out}$ )에 따른 壓出管의 斷面比( $\alpha$ )가 1에서 0까지 변화할때의 側面形狀은 Fig. 3-a의 사진과 같다.

그림 4는 變位壓과 斷面比와의 關係를 超音波技法으로 測定한 實驗値와 A.H. Shapire의 Impedance tech-

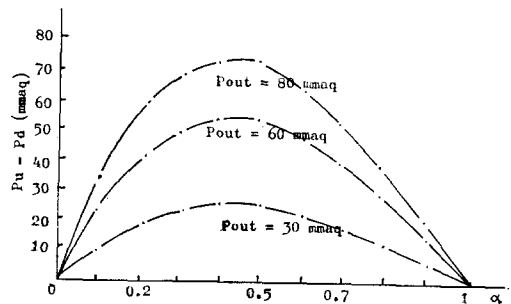


Fig. 3. Graph of  $P_u - P_d$  against  $\alpha$ .

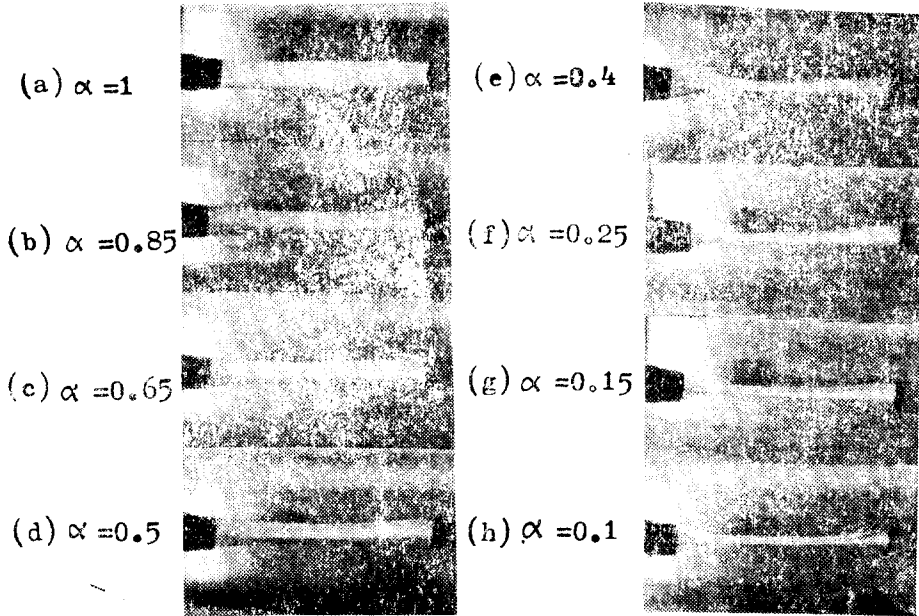


Fig. 3-a. Photograph about behavior of a collapsible tube on the each cross sectional area ratio at. Fig.3 and Fig.4

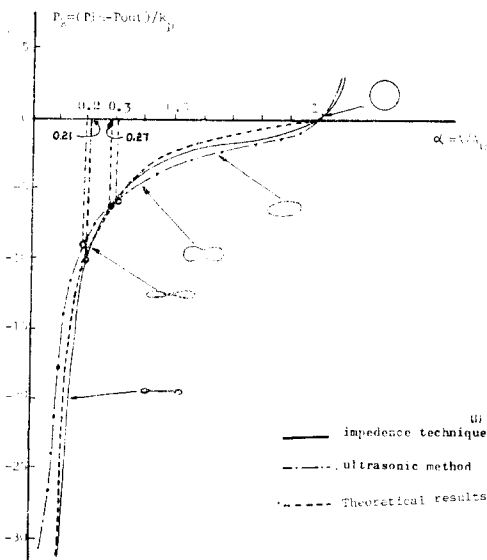


Fig. 4. Behavior of a collapsible tube.

nique에 의한 값과 비교한 것이며 Fig. 4에서 超音波技法에 의한 측정결과치는 이론치와 잘 일치하고 있음을 알 수 있고,  $\alpha=0.21$  범위에서 최초로 양벽이 닿는線 접촉이 일어나고 있음을 의미한다. 壓出管에 작용하는

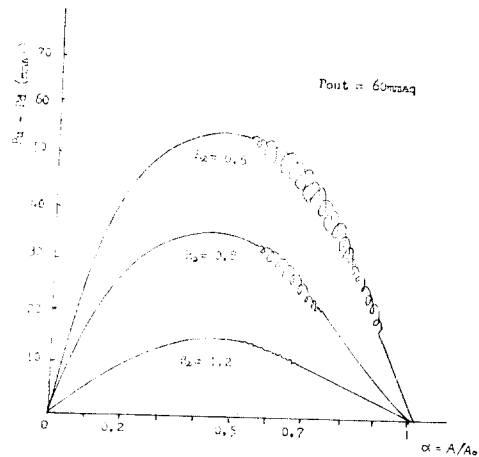


Fig. 5. A family of experimental  $P_u - P_d$  and  $\alpha$  curves for flow in a collapsible tube with constant external pressure  $P_{out}$ .

外部壓( $P_{out}$ )을 一定하게 놓고 저항( $R_2 = \frac{\text{조정 저항}}{\text{최소 저항}}$ )이 0.6, 0.8, 1.2일때의 각각에 대해 저항  $R_1$ 을 조정하여 流量을 變化시킴으로서 壓出管의 上·下流의 壓力差( $P_u - P_d$ )와 斷面比( $\alpha$ )와의 관계를 Fig. 5에 圖示한 것이며 Fig. 5에서 저항  $R_2$ 의 값이 작을수록 壓力差가 커지며 斷面比가  $0.4 < \alpha < 0.5$ 의 범위에서  $R_2$ 의 어떠한 값에 대해서도 最大가 됨을 알 수 있으며 斷面比

가  $0.5 < \alpha < 0.6$  범위에서 勵磁振動(Self excited oscillation)이 발생하며  $R_2$ 의 값이 작을수록 振動의 진폭이 작고 기간이 길어지고 있다.

## 5 結 論

壓出管으로서 外科用 Drain을 使用하였으며 超音波技法으로 壓力 및 流量變化에 따른 斷面變位 測定을 하여 壓出管內에서의 流動解析을 試圖한 本 實驗에서 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 超音波技法을 이용한 斷面變位の 測定結果는 Impedance technique로 測定한 結果는 물론 理論値와도 잘 一致하였다.

2) 壓出管의 壓力差( $P_u - P_d$ )는 外部壓의 變化와 관계없이  $0.4 < \alpha < 0.5$  범위에서 항상 最大値를 갖는다.

3) 外部壓을 一定하게 하고 저항( $R_2$ )을 變化시켰을 때  $0.5 < \alpha < 0.6$  범위에서 勵磁振動이 항상 발생하고 있으며 저항의 값이 크면 振動은 발생하지 않는다.

## 參 考 文 獻

- 1) A.H. Shapiro: "Steady flow in Collapsible tubes." ASME Journal of Biomechanical engineering. 1977. Vol. 99, p.125.
- 2) R.D. Kamm & A.H. Shapiro: "Structure of Shock wave in collapsible-Tube Flow" M.I.T.

(1978)

- 3) R.D. Kamm. et. al. A.H. Shapiro: "Steady Supercritical flow in collapsible tube part 1 Experimental Observation." ASME. Journal of Biomechanical engineering, May, 1980.
- 4) D.A. Olsen & R.D. Kamm, A.H. Shapiro: "Bioengineering Studies of periodic external Compression as prophylaxis against deep Vein thrombosis." ASME. Journal of Biomechanical engineering May 1980, Vol. 104, p.87~95.
- 5) M.E. McClurken: "Shape independent area measurment in a Compliant tube" proceedings of the 31th ACEMB 1978, pp.75.
- 6) Kececioglu: "Steady supercritical flow in Collapsible tube" Journal of fluid Mechanics 1981, Vol, 109, pp. 367~369.
- 7) Schlichting: "Boundary Layer Theory" Series in Mechanical Engineering McGraw Hill 1981. pp.398~406.
- 8) 鴨谷亮一・望月政司・金井寬編：循環界 力學の計測，ME全書 12. 日ナ社，1981. pp.383~484.
- 9) 日本學術振興會 製鋼部 19委員會：超音波 探傷法 日刊工業新聞社，1979. pp.51~60.
- 10) F.A. MccLintock & A.S. Argon: "Mechanical Behaviour of Materials" Addison-wesley Publishing Company (1966).