

<論 文>

노치에서의 피로 균열 발생과 전파에 관한 연구

이 강 용\* · 이 태 성\*\*

(1983년 11월 2일 접수)

Fatigue Crack Initiation and Propagation at Notches

Kang Yong Lee and Taek Sung Lee

Abstract

The fatigue limits of crack initiation and propagation on the edge elliptical notched semi-infinite plate under completely reversed fatigue stress are determined theoretically.

Assuming that the crack initiation and propagation occur when stress intensity factors of notched plate reach the critical values obtained from critical micro-crack length under plain fatigue limit loading and the threshold stress intensity factor, respectively, the fatigue limits of crack initiation and propagation are obtained. The induced theoretical fatigue limit of crack initiation is expressed in terms of plain fatigue limit, critical micro-crack length and notch shape. The one of crack propagation is in terms of threshold stress intensity factor, plain fatigue limit and notch shape.

These theoretical results are showed to be in good agreement of Frost's experimental data.

1. 서 론

기계 요소에서 파피 현상은 대부분 피로 하중 아래에서 노치와 같이 응력이 집중되는 부위에서 시작된다. 따라서 노치 및 불연속적인 형상을 가지는 부재에 대한 피로 한도에 대한 실험적인 연구가 그동안 많이 진행되어 왔다. 이러한 연구중 Fenner<sup>1)</sup>는 어떠한 경우에는 노치 저부에 발생된 균열이 전파되지 않은 비 전파 균열(nonpropagating crack)로 존재하는 것을 발견하였으며 Frost<sup>2)</sup>와 Frost 와 Dugdale<sup>3)</sup>에 의해 재 확인되었다. Frost<sup>4)</sup>는 연강판에 가장 자리 노치를 노치 깊이 5mm로 하고 노치저부의 응력 집중 계수를 5가지로 변화시킨 시편에 완전 역 피로 응력(completely reversed fatigue stress)을 가하여 노치 저부에서 균열이 발생하고 전파할 때의 피로한도를 측정하였다. 한편 실험 결

과를 토대로 평면 피로 한도  $\sigma_0$ 와 응력 집중 계수  $K_T$ 의 비( $\sigma_0/K_T$ )에 달할 때 균열이 발생된다는 근사 실험식을 제시하였다. Smith와 Miller<sup>5)</sup>는 노치 저부에서 균열 거동에 대한 해석을 응력 집중 계수를 사용하여 해석하는 것은 부적합하다고 하여 선형 파피 역학의 이론을 도입하여 노치가 있는 경우에 노치부의 균열 성장율과 노치가 없는 경우의 균열 성장율이 서로 같다면 이 두 균열의 거동은 서로 같다는 가정 아래에서 노치가 있는 평판에 대해 노치의 깊이를 상당 균열 길이(equivalent crack length)로 환산하여 해석하였다. Smith<sup>6)</sup>는 노치에서 발생한 균열에 대한 임계 균열 전파 피로 한도를 파피 역학적인 측면에서 구했으나 Frost의 실험치<sup>7)</sup>와 무시할 수 없는 차이를 보였다.

본 연구의 목적은 완전 역 피로응력(completely reversed fatigue stress)를 받는 타원 노치에서 균열 발생과 전파에 대한 이론 임계 피로 한도를 응력 세기 계수 개념을 도입하여 임의의 재질과 임의의 타원 노치

\* 정회원, 연세대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 대우자동차

형상에 대해서 적용할 수 있도록 유도하며 그 결과는 기존 이론보다 Frost<sup>10)</sup>의 실험치에 더 잘 일치함을 보이고자 한다.

2. 응력 분포식

Fig. 1과 같이 단순 인장 응력  $\sigma$ 를 받는 무한 크기의 평판에 타원 구멍이 있을 경우에 응력 분포의 엄밀해  $\sigma_{yy}$ 는 복소 응력 함수와 응력 성분과의 관계로부터 얻어지는 복잡한 식으로 나타난다<sup>7)</sup>. 이 식을 사용하기에 편리한 형태로 표현하기 위해 Weiss의 근사식<sup>8)</sup>을 개선하여 다음의 식으로 표현한다.

$$\sigma_{yy} = \sigma K_T \left( \frac{\rho}{\rho + 6X} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

여기에서  $X$ 는 Fig. 1에서 정의된 바와 같이 노치로부터 거리이며  $X = x - a$ 가 된다.

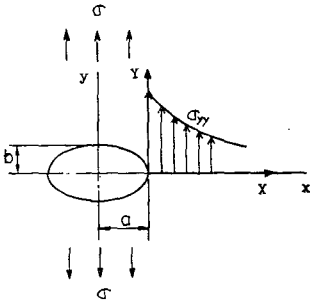


Fig. 1 The infinite plate containing an elliptic hole under simple tension

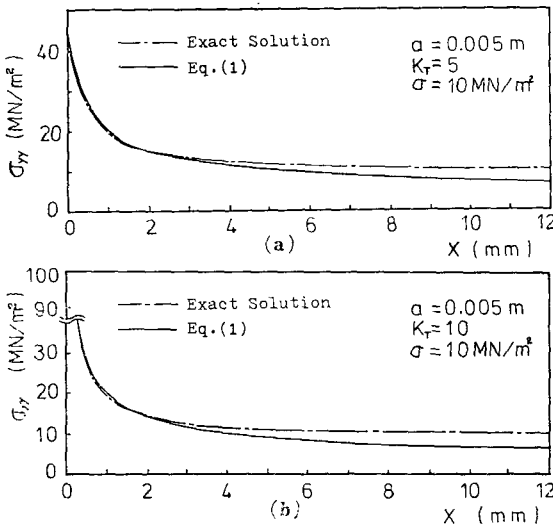


Fig. 2 Stress distribution,  $\sigma_{yy}$

Weiss의 근사식<sup>8)</sup>은 식 (1)의 괄호안의 분모가  $\rho + 4X$ 로 되어 있다. 그러나 엄밀해와는 차이가 있으므로 계수 4를 조정하므로 엄밀해와 보다 근사한 식을 얻을 수 있었다.

식 (1)에  $\rho$ 는  $X=0$ 에서 노치의 곡률 반경이고 그곳에서 응력 집중 계수는  $K_T$ 로써 각각 다음과 같다.

$$\rho = \frac{b^2}{a} \quad (2)$$

$$K_T = 1 + 2\frac{a}{b} \quad (3)$$

여기에서  $a, b$ 는 Fig. 1에 정의된 바와 같다.

엄밀해와 식 (1)을 Fig. 2a와 b에서 비교하고 있는데 식 (1)은  $0 < X < \frac{a}{2}$ 의 범위에서 엄밀해와 잘 일치함을 알 수 있다.

3. 균열 발생 및 전파 피로 한도(Crack Initiation and Propagation Fatigue Limits)

노치가 없는 평판에 완전 역 피로 응력이 작용할 때에 응력이 평면 피로 한도(plain fatigue limit)  $\sigma_0$ 에 이르면 미세 균열(micro-crack)은 임계 미세 균열(critical micro-crack)로 성장하게 되며 이 때를 균열 발생(crack initiation)이라고 한다<sup>9)</sup>. 노치가 없는 반무한 평판의 가장 자리에 이러한 균열 발생을 일으킬려면 다음의 임계 응력 세기 계수( $K_i$ )가 요구된다.

$$K_i = 1.12 \sigma_0 \sqrt{\pi a_c} \quad (4)$$

여기에서  $a_c$ 는 재료에 따라 일정한 임계 미세 균열 길이이므로  $K_i$ 는 재료상수가 된다.

한편 반무한 평판 가장 자리의 노치로부터 하중에 수직하게 길이  $L$ 인 균열이 있을 때에 응력 세기 계수는 다음의 식으로 구하여진다<sup>10), 11), 12)</sup>.

$$K = \int_0^L G(L, X) \sigma_{yy}(X, 0) dX \quad (5)$$

여기에서

$$G(L, X) = \frac{2.24}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L^2 - X^2}} \quad (6)$$

식 (1)과 식 (6)을 식 (5)에 대입하여 적분하면 완전 역 피로 하중 하에서 다음의  $K_a$ 를 구할 수 있다.

i)  $\rho \geq 6L$ 인 경우

$$K_a = \sigma_a \sqrt{\pi L} \left\{ \frac{4.48}{\pi} K_T \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 6L}} F\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{\frac{12L}{\rho + 6L}}\right) \right\} \quad (7a)$$

ii)  $\rho \leq 6L$ 인 경우

$$K_a = \sigma_a \sqrt{\pi L} \left\{ \frac{2.24}{\pi} K_T \sqrt{\frac{\rho}{3L}} \cdot F\left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{6L}{\rho + 6L}}, \sqrt{\frac{\rho + 6L}{12L}}\right) \right\} \quad (7b)$$

여기에서  $F$ 는 불완전 일종 타원 적분(incomplete first kind elliptic integral)이고  $\sigma_a$ 는 응력 진폭이다.

식 (7a, b)에서  $K_c$ 가  $K_i$ 와 같으면 균열이 발생하게 되므로 다음의 균열 발생 피로 한도  $\sigma_i$ 를 얻을 수 있다.

i)  $\rho \geq 6a_c$  인 경우

$$\sigma_i = \frac{\sigma_c}{K_T} \left\{ \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{\rho + 6a_c}{\rho}} \frac{1}{F\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{\frac{12a_c}{\rho + 6a_c}}\right)} \right\} \quad (8a)$$

ii)  $\rho \leq 6a_c$  인 경우

$$\sigma_i = \frac{\sigma_c}{K_T} \left\{ \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{3a_c}{\rho}} \frac{1}{F\left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{6a_c}{\rho + 6a_c}}, \sqrt{\frac{\rho + 6a_c}{12a_c}}\right)} \right\} \quad (8b)$$

다음에 균열 전파 피로 한도를 구하고자 한다. 균열 발생 이후 균열 전파가 되지 않는 비 전파 균열 현상을 볼 수 있는데<sup>1), 2), 3), 4)</sup> 비전파 균열이 임계 비 전파 균열 길이(critical non-propagating crack length)로 자라면 균열 전파 피로 한도  $\sigma_p$  아래에서 균열은 전파하게 된다. 이 임계 비 전파 균열 길이는 완전 역 피로 응력이  $\sigma_p$ 의 크기로 작용할 때 노치에서 응력이 평면 피로 한도  $\sigma_0$ 가 되는데 까지로 가정한다<sup>13)</sup>. 따라서 식 (1)로부터 다음 식을 얻는다.

$$X_M = \frac{\rho}{6} \left\{ \left( K_T \frac{\sigma_p}{\sigma_0} \right)^2 - 1 \right\} \quad (9)$$

식 (9)를 식 (7a, b)의  $L$  대신에 대입하고  $\sigma_a$  대신  $\sigma_p$ 로 대치하면 균열 전파를 위한 최소 응력 세기 계수 즉, 발단 응력 세기(threshold stress intensity factor)  $K_0$ 가 다음의 형태로 얻어진다.

i)  $\rho \geq 6X_M$  인 경우

$$K_0 = \sigma_p \sqrt{\pi X_M} \left\{ \frac{4.48}{\pi} K_T \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 6X_M}} F\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{\frac{12X_M}{\rho + 6X_M}}\right) \right\} \quad (10a)$$

ii)  $\rho \leq 6X_M$  인 경우

$$K_0 = \sigma_p \sqrt{\pi X_M} \left\{ \frac{2.24}{\pi} K_T \sqrt{\frac{\rho}{3X_M}} \cdot F\left(\sin^{-1} \sqrt{\frac{6X_M}{\rho + 6X_M}}, \sqrt{\frac{\rho + 6X_M}{12X_M}}\right) \right\} \quad (10b)$$

식 (9)와 식 (10a, b)로부터 반복 계산으로 임의의  $K_T$  값에 대해 균열 전파 피로 한도  $\sigma_p$ 가 얻어진다.

#### 4. 검토 및 결론

식 (8a, b)에서 알 수 있는 바와 같이 균열 발생 피로 한도는 노치 형상과 평면 피로 한도 및 임계 미세 균열 길이에 따라 결정된다. 한편 식 (9)와 식 (10a, b)로부터 균열 전파 피로 한도는 발단 응력 세기 계수와 노치 형상 및 평면 피로 한도의 향으로 표기됨을 알 수 있

STRESS  
(MN/m<sup>2</sup>)

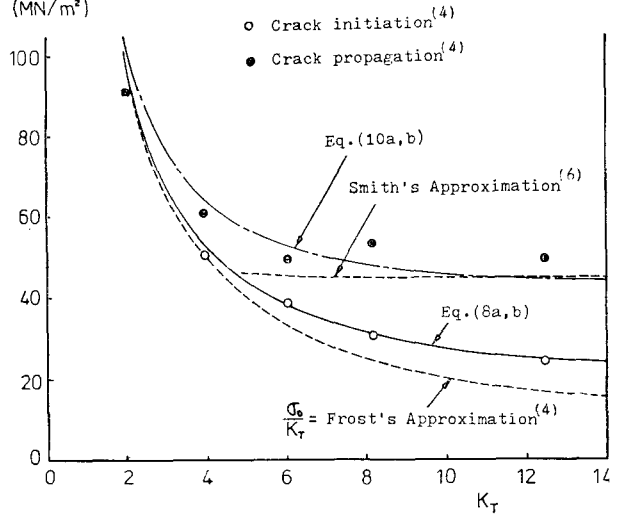


Fig. 3 Fatigue limit stress versus stress concentration factor ( $K_T$ ) for mild steel plate specimens under completely reversed loading, for notches all of depth 5mm.

다. 이들 이론들은 노치 주위의 응력 분포 식으로  $0 < X < \frac{a}{2}$  범위내에서 엄밀하게 근사한 식 (1)을 사용하여 유도 하였다. Fig. 3의 Frost<sup>4)</sup>의 실험치와 실험에 사용된 연강(mild steel)의 물성치<sup>4), 9)</sup> 즉,  $\sigma_c = 200 \text{MN/m}^2$ ,  $a_c = 0.064 \text{mm}$ ,  $K_0 = 6.5 \text{MN/m}^{3/2}$ 와 식 (9)로부터 균열 발생과 균열 전파가 실제에 식 (1)의 사용 범위보다 훨씬 못 미치는 곳에서 일어난다는 것을 알 수 있으므로 식 (1)의 사용은 가능하다고 하겠다.

한편 Fig. 3으로 부터 알 수 있듯이 Frost의 실험치<sup>4)</sup>는 Frost<sup>4)</sup>와 Smith<sup>6)</sup>의 근사식과는 상당한 차이를 보이나 본 논문의 이론과는 매우 잘 일치하는 것으로 미루어 이론 과정에 사용된 가정들도 타당성이 있는 것으로 생각된다.

#### 후 기

본 논문은 1982년도 한국과학재단의 연구비 지원에 의해 이루어진 것이며 이에 감사하는 바이다.

#### 참고 문헌

- (1) Fenner, A.J., Owen, N.B. and Phillips, C.E., "Fatigue Crack as Stress-Raiser," Engineering, Vol. 171, No. 4452, pp. 637-638, 1951.

- (2) Frost, N.E., "Crack Formation and Stress Concentration Effects in Direct Stress Fatigue," *Engineer*, Vol. 200, No. 5201, 5202, pp. 464-467, pp. 501-503, 1955.
- (3) Frost, N.E. and Dugdale, D.S., "Fatigue Tests on Notched Mild Steel Plates with Measurements of Fatigue Cracks," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 5, pp. 182-192, 1957.
- (4) Frost, N.E., "A Relation between the Critical Alternating Propagation Stress and Crack Length for Mild Steel," *Proceedings of Institutional Mechanical Engineers*, Vol. 173, No. 35, pp. 811-836, 1959.
- (5) Smith, R.A. and Miller, K.J., "Fatigue Cracks at Notches," *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 19, pp. 11-22, 1977.
- (6) Smith, R.A., "Simplified Method of Predicting the Rates of Growth of Cracks Initiated at Notches," *Fracture Mechanics in Engineering Practice*, ed. Stanley, P., Applied Science Publishers, pp. 173-182, 1977.
- (7) Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., *Theory of Elasticity*, 3rd ed., McGraw-Hill, Inc., 1970.
- (8) Weiss, V., "Application of Weibull's Statical Theory of Fracture to Sheet Specimens," 62-WA-270, *Transactions of American Society of Mechanical Engineers*.
- (9) Frost, N.E., Marsh, K.J., Pook, L.P., *Metal Fatigue*, Clarendon Press Oxford, 1974.
- (10) Shah, R.C., "Stress Intensity Factor for Through and Part-Through Cracks Originating at Fastener Holes," *ASTM STP 590*, pp. 429-459, 1976.
- (11) Chell, G.G., "The Stress Intensity Factors and Crack Profiles for Centre and Edge Cracks in Plates Subject to Arbitrary Stresses," *International Journal of Fracture*, Vol. 12, No. 1, pp. 33-46, 1976.
- (12) Chell, G.G., "Bilby, Cottrell and Swinden Model Solutions for Centre and Edge Cracked Plates Subject to Arbitrary Mode I Opening," *International Journal of Fracture*, Vol. 12, No. 1, pp. 135-146, 1976.
- (13) Phillips, C.E. and Heywood, R.B., "Size Effect in Fatigue of Plain and Notched Steel Specimens Loaded under Reversed Direct Stress," *Proceedings of Institutional Mechanical Engineers*, Vol. 165, pp. 113-124, 1951.