2次項에 의한 電力潮流計算의 改善에 관한 硏究

徐義錫 / 電力系統硏究室

〈槪　　要〉

本 硏究에서는 2進数를 사용하여 記憶用量의 감소와 테일러 급수의 2次項에 의한 정확하고 계산속도가 빠른 電力潮流計算方法을 나타낸다. 이 방법은 쟈코비안이 常数이며 2次項의 간단한 계산에 의해 계산속도가 빠르고, 行列의 非零要素의 위치를 2進数로 나타내어 記憶用量을 대폭 減少시킨다. 그리고 정확한 電力潮流計算에 의해 信頼性이 높아 R/X가 큰 送電線의 시스템에도 적절한 方法이다.

I. 序　　論

電力潮流計算은 電力系統의 運用과 計劃의 주요한 부분이다. 이는 각 送電線이라든지 변압기에 얼마만한 전력이 흐르며 그 결과 각 母線의 전압분포가 어떻게 되는가를 계산한다. 이로써 현재 系統에서 負荷나 発電力의 변화, 送電線停止時등에 있어서의 運用方法을 검토하며, 장래 系統에서 発電所, 送電線, 変電所 등의 系統 擴張計劃을 세울경우. 그 밖에 系統의 事故予防制御를 위해 이용한다. 이에 관련된 硏究論文들 중 가우스—자이델(Gauss-Seidel)[1], 뉴우톤 랩슨(Newton Raphson)[2], 分割法(Decoupling Method)[3]등이 널리 사용되고 있다.

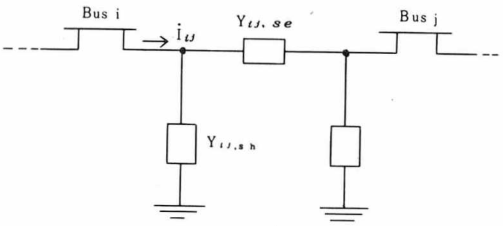
電力潮流計算 앨고리즘의 良否의 척도는 計算所要時間의 長短, 記憶容量의 大小, 収束性 및 信頼性 良否에 존재한다. 가우스—자이델 方法은 大型시스템에 부적절하며, 뉴우톤랩슨 方法은 정확하고 信頼性이 있으나 빠르지 않고 프로그램 作成이 복잡하며, 뉴우톤랩슨方法을 近似化한 分割法은 간단하고 記憶容量이 작으나 R/X가 큰 送電線 시스템에 대해 収束性이 나쁘다.

테일러 급수의 2次項에 의한 方法은 보다 정확한 모델링을 위해 제시되었다. 그러나 극좌표를 이용한 이 方法[4]은 역시 高次項을 무시하고 있으며 뉴우톤랩슨과 分割法보다 記憶容量과 計算時間에 있어 改善되지 못했다. Iwamoto와 Tamura의 극좌표를 이용한 方法〔IWTA〕[5]은 뉴우톤랩슨 方法에 비해 계산시간에 있어 상당히 감소 시켰으나, 分割法에 의한 방법 보다는 계산시간과 기억용량에 있어 改善되지 못했다. 또한 Nagendra[6]는 위에 제시한 정확한 모델링에 의해 신뢰성 있고 적절한 초기치 선정을 함으로써 쟈코비안을 常数로 하여 計算時間과 記憶容量에 있어 分割法에 필적할 만한 방법을 제시했다.

本 研究에서는 記憶方法을 개발하여 기억용량과 계산시간을 감소하는데 중점을 두어 프로그램을 개발했다.

Ⅱ. 시스템 모델링

1. 母線어드미턴스 構成



〈그림 1〉i,j 母線에 接續된 線路 어드미턴스

〈그림 1〉과 같은 시스템에 대해 母線어드미턴스 行列〔G′+jB′〕는 다음式으로 주어진다.

相互어드미턴스

$$G'_{ij}+jB'_{ij}=G_{ij}+jB_{ij}=-Y_{ij,se}$$

그리고 $G_{ij}+jB_{ij}=\sum_{m=1}^{n}Y_{im,se}$, $g_i+jb_i=\sum_{m=1}^{n}Y_{im,sh}$ 라 할때 自己어드미턴스

$$G'_{ii}+jB'_{ii}=(G_{ii}+g_i)+(B_{ii}+b_i)$$

送電線ij의 電力은(i에서j 母線으로의 電力)

$$\begin{aligned}S_{ij}&=P_{ij}+jQ_{ij}\\&=\dot V_i\dot I^*_{ij}\\&=\dot V_i(\dot V^*_i-\dot V^*_j)Y^*_{ij,se}+\dot V_i\dot V^*_iY^*_{ij,sh}\cdots ①\end{aligned}$$

2. 電力潮流 方程式

電力 方程式은 母線電圧에 관한 連立 非線型 方程式으로 定式化되며 이는 電圧 $\dot V_K$의 母線에 외부로 부터 電流 $\dot I_K$가 주입되고 있는 경우 이것을 電力으로 환산하면

$$\dot S_K=P_K+jQ_K=\dot V_K\dot I_K=\dot V_K\sum_{m=1}^{n}Y^*_{Km}\dot V^*_m$$

$$(k=1\,2,\ \cdots,\ n)\cdots\cdots ②$$

但, n : 시스템의 母線의 数

Y_{Km} : 母線 어드미턴스 行例의 要素

式 ② 의 諸量을 直角座標 成分으로 분해해서 定式化하면

$$P_K+jQ_K=(e_K+jf_K)\ \left[\sum_{m=1}^{n}(G_{Km}-jB_{Km})(e_m-jf_m)+(g_K-jb_K)(e_K^2+f_K^2)\right]\cdots\cdots ③$$

但, $G_{KK}+jB_{KK}$: k母線의 大地와의 어드미턴스를 제외한 母線 어드미턴스

g_K+jb_K : k母線의 大地와의 어드미턴스

式 ③ 로 부터

$$P_{K(sh)}=\sum_{m=1}^{n}[e_K(e_mG_{Km}-f_mB_{Km})+f_K(e_mB_{Km}+f_mG_{Km})]+g_K(e_K^2+f_K^2)\cdots ④$$

$$Q_{K(sh)}=\sum_{m=1}^{n}[f_K(e_mG_{Km}-f_mB_{Km})-e_K(e_mB_{Km}+f_mG_{Km})]-b_K(e_K^2+f_K^2)\cdots ⑤$$

$$V^2_{K(sh)}=e_K^2+f_K^2\cdots\cdots ⑥$$

電力潮流計算에서 負荷母線의 P 와 Q, 또는 発電機母線의 P 와 |V|가 슬랙母線을 제외한 모든 母線에서 既知量으로 주어지고, 각 母線에서 式④와 ⑤, 또는 式⑤와 ⑥을 만족하는 e 와 f 를 결정한다. 한편 送電하는 과정에 電力損失이 발생되므로 모든 母線의 有効電力을 지정할 수 없어 発電機母線 중 한 군데 만을 有効電力 調整母線으로 남겨서 有効電力과 電圧의 크기를 지정하는 대신에 電圧의 크기와 位相角을 지정하도록 하고 있다. 이 母線을 슬랙 母線이라 하며 이곳을 基準母線으로 택하여 位相角을 0°로 한다. 따라서 처음에 모든 母線의 전압을 가정하여 式 ④,⑤,⑥을 만족하는電圧을 求하면 된다.

3. 負荷母線

負荷母線에서는 P 와 Q 가 既知量으로 주어지므로 式 ④, ⑤를 테일러 급수로 전개하면

$$P_K=P_K^\circ+\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{\partial P_K}{\partial e_m}\triangle e_m+\frac{\partial P_K}{\partial f_m}\triangle f_m\right)+SP_K\cdots\cdots ⑦$$

$$Q_K=Q_K^\circ+\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{\partial Q_K}{\partial e_m}\triangle e_m+\frac{\partial Q_K}{\partial f_m}\triangle f_m\right)+SQ_K\cdots\cdots ⑧$$

여기서, $P_K=P_{K(sh)}-g_K(e_K^2+f_K^2)\cdots\cdots ⑨$

$Q_K=Q_{K(sh)}+b_K(e_K^2+f_K^2)\cdots\cdots ⑩$

式 ④,⑤는 2次함수이므로 테일러급수의 첫번째 3項만 남는다. 그리고 모든 母線의 초기 전압을 슬랙 母線電圧$(E_{s1}+jO)$으로 가정하면 送電線의 모든 母線이 같은 電位이므로 母線間의 電力 흐름이 없다. 따라서 $P_K^\circ=0$, $Q_K^\circ=0$ 이 된다. 式 ⑦, ⑧을 다시 쓰면

$$\begin{bmatrix}P\\Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\triangle f\\\triangle e\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}SP\\SQ\end{bmatrix}\cdots\cdots ⑪$$

앞에서 가정한 초기치 전압에 대해 쟈코비안

要素는

$$\frac{\partial P_K}{\partial e_m}=E_{s1}G_{Km}$$

$$\frac{\partial P_K}{\partial f_m}=-E_{s1}B_{Km}$$

$$\frac{\partial Q_K}{\partial e_m}=-E_{s1}B_{Km}$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial f_m}=-E_{s1}G_{Km}\ (m=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

이므로 式 ⑪을 다시 정리하면

$$\begin{bmatrix} RP \\ RQ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} SP \\ SQ \end{bmatrix}=E_{s1}\begin{bmatrix} -B & G \\ -G & -B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \triangle f \\ \triangle e \end{bmatrix} \cdots\cdots ⑫$$

테일러 급수의 2次項은

$$SP_K=\sum_{m=1}^{n}[\triangle e_K(\triangle e_m G_{Km}-\triangle f_m B_{Km})+\triangle f_K(\triangle f_m G_{Km}+\triangle e_m B_{Km})]$$
$$=\triangle e_K(RP_K/E_{s1})-\triangle f_K(RQ_K/E_{s1}) \cdots\cdots ⑬$$

$$SQ_K=\sum_{m=1}^{n}[\triangle f_K(\triangle e_m G_{Km}-\triangle f_m B_{Km})-\triangle e_K(\triangle f_m G_{Km}+\triangle e_m B_{Km})]$$
$$=\triangle f_K(RP_K/E_{s1})+\triangle e_K(RQ_K/E_{s1}) \cdots\cdots ⑭$$

위와같이 2次項은 式 ⑬, ⑭에 의해 간단히 표시되므로 記憶容量과 計算時間에 있어 상당히 감소된다.

4. 発電機 母線

발전기 모선은 P와 V가 주어지므로 이를 테일러 급수로 전개하면

$$V_K^2=V_{K(sh)}^2-(V_K^\circ)^2=\frac{\partial V_K^2}{\partial e_K}\triangle e_K+\frac{\partial V_K^2}{\partial f_K}\triangle f_K+SP_K \cdots\cdots ⑮$$

초기전압이 $E_{s1}+jO$ 이므로

$$(V_K^\circ)^2=E_{s1}^2,\ \frac{\partial V_K^2}{\partial e_K}=2E_{s1},\ \frac{\partial V_K^2}{\partial f_K}=0$$

$$SV_K=\triangle e_K^2+\triangle f_K^2 \cdots\cdots ⑯$$

따라서

$$V_K^2=V_{K(sh)}^2-E_{s1}^2 \cdots\cdots ⑰$$

$$RV_K=V_K^2-SV_K=2E_{s1}\triangle e_K \cdots\cdots ⑱$$

따라서 시스템 모델링은 다음과 같다. 슬랙母線은 電圧을 지정하므로 슬랙母線을 제외한 負荷母線의 数를 i, 発電機母線의 数를 j라 하면

$$\begin{bmatrix} RP \\ \cdots \\ RQ \end{bmatrix}_{i+j}^{i+j}=E_{s1}\begin{bmatrix} -B & \vdots & G \\ \cdots & & \cdots \\ -G & \vdots & -B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \triangle f \\ \cdots \\ \triangle e \end{bmatrix}_{i+j}^{i+j} \cdots ⑲$$

但, 式 ⑲의 자코비안은 発電機母線에 대해 RQ_K는 $RV_K=2E_{s1}\triangle e_K$로 代置된다.

III. 2進数에 의한 記憶方法과 가우스 消去

式 ⑲의 $\triangle f$와 $\triangle e$를 구할때 가우스 消去法을 사용했으며 이를 위해서는 자코비안 行例의 각 要素를 記憶해 둘 필요가 있다. 이는 많은 記憶容量을 필요로 하며 전부터 이것을 줄이기 위해 많은 研究가 되어 왔다. 또한 가우스 消去 도중 非零要素가 발생하므로 母線番号를 再配列하여 非零要素가 최소로 나타나도록 하고 있다. 이는 参考文献[7][8][9]을 참조하고 本 研究에서는 2進数 記憶方法을 개발하여 記憶容量을 감소하는데 중점을 두었다. 2進数 記憶方法은 다음과 같다.

行列의 非零要素를 1로, 零要素를 0으로 나타내어 非零要素의 位置를 2進数로 나타낸다.

S1(i) : i行의 非零要素의 위치를 나타내는 2進数

S2(i) : i行의 非零要素의 個数

S3(k) : 行例의 非零要素의 k번째값(여기서 k는 i行의 j번째 非零要素를 나타낸다면 $k=\sum_{m=1}^{i=1}S2(m)+j$)

例로 i行의 非零要素의 進数로 나타내어 표시하면

i行 : [3, 0, 1.5, 2]

2進数 : [1, 0, 1, 1]

$S1(i)=2^0+2^2+2^3=13$

$S2(i)=3$

$k=\sum_{m=1}^{i-1}S2(m)+2$ 일때 $S3(k)=1.5$

그리고 자코비안은 式 ⑫에서 보듯이 B와 G의 常数로서 이는 대칭이므로 記憶容量이 적게 들며, 가우스 消去는 처음에 한번만 계산된다. 단, 発電機母線의 無負荷電力이 上下限値를 벗어날때 이를 負荷母線으로 변환하여 다시 계산하므로 式 ⑲의 자코비안에서 발전기모선의 上下限値를 벗어난 母線의 行부터 가우스 消去가 다시 行해진다. 즉, 無負荷電力의 上下限値를 벗어날때 RV_K를 RQ_K로 代置하여 다시 가우스 消去하여 $\triangle f$와 $\triangle e$를 구한다.

Ⅳ. 計算 앨고리즘

解는 계산된 有效, 無效電力이 指定値와 일치할때 얻어지며 이는 테일러 급수의 2次項이 수렴할때 이루어지며 앨고리즘은 다음과 같다.

1) 테일러 급수 2次項의 초기치 설정.

2) 式 ⑨,⑩,⑫,⑰,⑱에 의해 RP, RQ, RV를 계산.

3) 式 ⑲의 쟈코비안의 가우스 消去에 의해 △f와 △e를 구한다.

4) 式 ⑬,⑭,⑯에 의해 테일러 급수의 2次項계산, 2次項이 허용치 내에 수렴하면 5)로, 아니면 2)로 돌아감.

5) 式 ⑤에 의해 発電機母線의 無效電力計算, 모든 無效電力이 허용치 내에 있으면 6)으로, 아니면 発電機母線의 無效電力을 指定하여 負荷母線으로 바꾸어 쟈코비안을 구성하여 1)로 돌아감.

6) 式 ①,④,⑤에 의해 送電線과 슬랙 母線의 電力計算.

Ⅴ. 計算例 및 結論

参考文献[8]의 부록Ⅱ의 11-母線 시스템에 대해 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 수렴특성

반 복 회 수	1	2	3	4	5	6
$\lvert RP(i)-RP(i+1)\rvert_{max}$	0.040262	0.011143	0.002726	0.000707	0.000182	0.000047

위 결과에서 보듯이 2次項의 변화치는 매우 빨리 수렴하며 時間은 Cyber-350으로 약 0.5초 걸렸다. 이는 쟈코비안의 상수와 2次項의 간단한 계산에 의해 다른 方法에 비해 매우 빠르리라 생각한다.

2) 記憶容量에 있어 위 예제의 삼각인수화 결과를 기억하는데 약 60개의 기억장소가 필요했으며 이는 参考文献[9]에 있는 방법에 비해 약半에 해당한다. 제시된 2進数에 의한 방법은 行列의 차원이 클수록 유리하며 2次項에 의한 電力潮流計算의 기억용량을 FDLF방법 이상으로 改善하였다.

3) 제시된 方法은 정확한 電力潮流計算을 나타낸다. 위 例題는 R/X가 큰 시스템에 대해서 매우 빠른 수렴특성을 나타냈다. 이는 FDLF의 난점을 해결하고 있어 매우 좋은 方法이라 생각된다.

参 考 文 献

1. Stott B. "Review of load flow calculation methods," Proceedings of IEEE, Vol. 62, July, 1974, pp. 916—926.
2. Tinney W. F. and Hart,C. E., "Power flow solutions by Newton's method," IEEE Trans. Power App. Syst., PAS-86, 1967, pp. 1449～1460.
3. Stott, B. and Alsac,O., "Fast decoupled load flow," ibid, Vol. PAS-93, 1974, pp. 859-867.
4. Sachdev, M. S. and Medicherla,T. K. P., "A second order load flow technique," ibid, vol. PAS-97, 1978, pp. 189～197.
5. Iwamoto, S. and Tamura,Y., "A fast load flow method retaining nonlinearity," ibid, Vol, PAS-97, 1978, pp. 1586～1599.
6. Nagendra Rao, P. S. and Prakasa Rao,K. S. , "An Exact fast load flow method including second order terms in rectangalar coordinates," ibid, Vol. PAS-101, 1982, pp. 3261～3268.
7. Tinney, William F. and Walker,John W., "Direct solutions of sparse network equation's by optimally ordered triangular factorization," Proceedings of the IEEE, Vol. 55, No. 11, Nov . 1967, pp. 1801～1809.
8. Tripathy, S. C. and Durga, Prasad G., Load- flow solution for ill-conditioned power systems by a Newton- like method IEEE PAS-101, No. 10 Oct. 1982, pp. 3648～3657.
9. Tinney, William F. and Walter. L. Powell, Notes on Newton-Raphson Method for solution of AC power flow problem, Bonneville Power Administration Portland, April, 1971.