

論 文

電算機를 利用한 鑄物의 凝固解析에 關하여

尹 義 博* · 趙 順 衡**

A Analysis of Solidification of Castings by Computer

Eui-Pak YOON*, Soon-Hyoung CHO**

Abstract

In this paper analytical and numerical methods for analysis of solidification of castings are described, and the matrix method, one of numerical method, where the nodal point is designated on the element boundary was adapted. The cooling curve obtained by experimental values, when cast steel (0.29%C, 0.62%Si) was poured into CO₂ mold, is compared with that of computed values by exploiting computer (V77-600 Data Proceeding System, UNIVAC). The computed value is nearly approximation to the experimental.

But the computed value shows a tendency that is a little higher than the experimental in solid-liquid coexisting temperature ranges and much lower than the experimental after solidification. It is considered to result from the lacks and difficulties of ultimately appropriate adaptation of various physical properties and also air cap between castings and mold.

1. 緒 論

鑄物의 가장 기초적인 健全性은 根本的으로 鑄造방안의 설정時 “熱流” 라는 律束과정에 의해서 지배된다. 이 熱流에는 다음과 같은 3形式 즉 傳導, 輻射, 對流가 있으며, 이 중에서 鑄物의 凝固에 가장 중요한 것은 傳導이다. 特히 鑄物에서의 凝固는 非定常狀態이며, 凝固後의 固體中의 非定常熱傳導는 Fourier의 方程式에 의해 종래 Stefan의 式, Schwarz의 式, Ruddle의 式 및 Chvorinov^{1,2,3)} 則 등의 解析的方法이 있었으며, 이 중 Chvorinov 則이 代表的으로 現場적 經驗과 함께 일반적으로 널리 사용되어 왔다. 그 외에 Wlodawer의 Modulus^{4,5)} 法 등도 발표되었으나, 平面鑄物에서 出發한 것이기 때문에 複雜한 形狀에의 적용에는 그 限界점에 이르렀다.

1970년부터 Computer의 大型化 및 汎用性的의 擴大로 인해 이를 이용한 溫度 計算에 의한 鑄物의 응고시간의 推定은 그 나름대로 有効했으나 비교적 단

순한 形狀에 한정된 것이다.

그 후 계속적인 電算機의 발달로 小型 미니콘 에서도 大略 응고시간을 추정할 수 있게 되었으나, 실제 생산되는 三次元 形狀의 鑄物의 응고에 대해서 아직도 그 개발의 余地가 太山같으며, Air cap에 의한 열복사, 기타 Fluid 등 移動現像論的 問題가 있어 더욱더 複雜하게 鑄物의 凝固解析을 어렵게 하고 있는 것이 現實情이다. 그러나, 본 研究에서는 계속 연구되어야 할 “鑄造방안에서의 Computer의 利用” 이란 入門程度의 觀點에서 현재까지 제안된 기초적인 해석해 및 差分法,⁶⁻¹⁵⁾ 有限要素法,¹⁶⁻²⁶⁾ Method of Weighted Residuals²⁷⁻²⁹⁾ 및 Matrix³⁰⁻³³⁾ 法 등의 數值解 등을 概括하고 그 후 Computer을 利用한 기초연구로써 微分方程式을 經由하는 有限要素法의 前報³⁴⁾와는 달리, 本研究에서는 미분방정식을 경유하지 않는 直接法中 Matrix法에 의한 응고溫度曲線을 추정한 一例의 結果를 검토 보고한다.

2. 理 論

鑄物의 凝固解析 方法에는 現在까지의 解析方法을

* 漢陽大學校 工科大學 材料工學科 副教授

** 漢陽大學校 工科大學 材料工學科 大學院生

大別하면 다음과 같다.

- A) 解析的 方法 (Analytical Method)
- B) Analogous 推定法
- C) 圖式 計算法
- D) 數值的 方法 (Numerical Analysis Method)

이중 (B), (C), (D)는 形狀 및 熱的性質, 境界條件 등이 複雜한 경우에 관한 것이나, 電子計算機의 導入 및 計算精度 등의 이유로 (D)가 크게 注目되고 있으므로, 여기서는 주로 (A)와 (D)에 관해 검토하기로 한다.

2.1 解析的 方法

주로 砂型을 對象으로 單純한 形狀 및 單純한 熱的性質을 갖는 系에 대해서는 正確한 解析이 얻어지는 古典的인 方法이다.

2.1.1 Stefan의 式

無限 내지 半無限의 純金屬 熔湯이 鑄型面에서 平面凝固할 경우, 鑄型에 接한 鑄物表面溫度 θ_i 를 一定하다고 한다. 두께 X의 凝固層先端의 溫度는 金屬의 凝固溫度 θ_f 가 되지만, 熔湯의 鑄入溫度 θ_c 도 이에 同一하다고 가정한 것이다.

$$(\partial\theta/\partial X)_{X=x} = (\theta_f - \theta_i) / X$$

이를 윗式에 代入하고 積分하면, Stefan式

$$X = \sqrt{2K(\theta_f - \theta_i) / \rho L} \cdot \sqrt{t} \dots \dots (1)$$

가 얻어진다. 이 式은 많은 假定下에서 얻어진 式이므로 嚴密하지는 못하지만 凝固 두께 (距離)가 自然凝固에선 時間의 平方根에 比例한다는 重要한 關係를 나타내고 있다. 또한 境界溫度 θ_i 를 알지 못하므로, 鑄物에 直接 利用하기에는 困難한 점이 있으

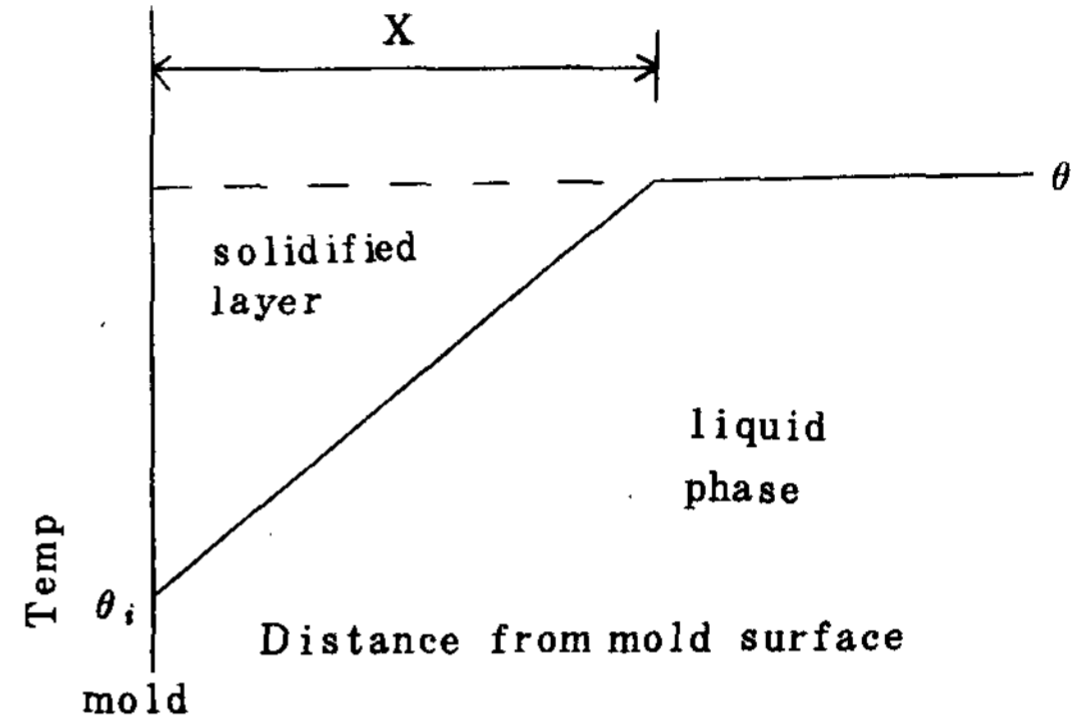


Fig.1. Linear temperature distribution in solid phase (Stafan's model)

Table 1 Explanation of Notation

θ	temperature(°C)	Q'	heat flow velocity(cal/sec)
θ_o	initial temperature of mold(°C)	L	latent heat(cal/g)
θ_i	boundary temperature between casting and mold(°C)	K	thermal conductivity(cal/cm·sec·°C)
θ_f	solidification temperature(°C)	c	specific heat(cal/°C·g)
θ_c	pouring temperature(°C)	ρ	density(g/cm ³)
t	time(sec)	$a = \lambda / \rho c$	temperature diffusion coefficient (cm ² /sec)
t_f	solidification time(sec)	$b = \sqrt{\lambda \rho c}$	heat diffusion coefficient(cal/cm ² ·°C·sec ^{1/2})
X	distance(cm)	h	heat transfer coefficient(cal/cm ² ·sec·°C)
X	solidified thickness(cm)	q	solidification constant(cm/sec ^{1/2})
A	surface area of casting(cm ²)		
V	volume of casting(cm ³)		
Q	heat capacity(cal)		

즉 過熱 (Superheating)이 없다고 假定한 것이다. 여기서 풀이를 간단히 하기 위해, Fig. 1과 같이 固相內的 溫度勾配를 直線으로 假定하면 凝固界面에서의 熱收支方程式은 다음과 같다. 또한 이하의 本 해석에 관한 기초설명은 Table 1과 같다.

$$K (\partial\theta/\partial X)_{X=x} = \rho L \partial X / \partial t$$

直線溫度勾配下이므로

나 그 推定은 可能하다.

2.1.2 Schwarz의 式⁹⁾

Fig 2와 같이 半無限 두께의 平面鑄型에 半無限 두께의 純金屬平面鑄物이 鑄込될 경우에는 境界溫度 θ_i 가 一定하게 유지되어 凝固層의 두께는

$$X = q \sqrt{t} \dots \dots (2)$$

의 形이 되고 時間의 平方根에 比例한다.

여기에서 擬固定數 q 는 다음의 式에 의해 구할 수 있다.

$$\frac{b_2(\theta_f - \theta_c) \exp(-q^2/4a_2)}{(b_2/b_1) + \operatorname{erf}(q/2\sqrt{a_2})} - \frac{b_3(\theta_c - \theta_f) \exp(-q^2/4a_3)}{1 - \operatorname{erf}(q/2\sqrt{a_3})} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} L \rho_2 \cdot q/2 \dots \dots \dots (3)$$

또 θ_i 는 다음과 같다.

$$\theta_i - \theta_o = (\theta_f - \theta_o) / [1 + (b_1/b_2) \operatorname{erf}(q/2\sqrt{a_2})] \dots \dots \dots (4)$$

또한 擬固한 固相內的 溫度分布는 다음과 같이 된다.

$$\theta = \theta_o + (\theta_i - \theta_o) \cdot [1 + (b_1/b_2) \operatorname{erf}(X/2\sqrt{a_2}t)] \dots \dots \dots (5)$$

鑄型內的 溫度分布는

$$\theta = \theta_o + (\theta_i - \theta_o) \operatorname{erfc}(X/2\sqrt{a_1}t) \dots \dots (6)$$

가 된다. 여기에서 各 一般式은 Neumann 및 Stefan에 의한 것이나, 앞의 Stefan의 解析과는 달리 θ_i 가 구해졌으며 또한 溫度分布도 直線이 아닌 (5) 式과 같은 分布가 나타난다.

즉 Stefan의 式은 Schwarz 式의 特殊解로 간주할 수 있는 것이다. Schwarz 式은 擬固速度에 관한 唯一한 엄밀해이고, 또한 이 式은 純金屬과 같은 擬固界面이 平面狀일 경우에 관한 것이므로 合金이나 複雜한 形狀의 경우에는 여러가지의 近似解로써 제공될 수 있다.

2.1.3 Ruddle의 式

金屬을 砂型에 鑄込할 때 Fig.2와 같이 θ_i 는 θ_f 에 近似한 값이 되고, 熱移動은 주로 鑄型에 支

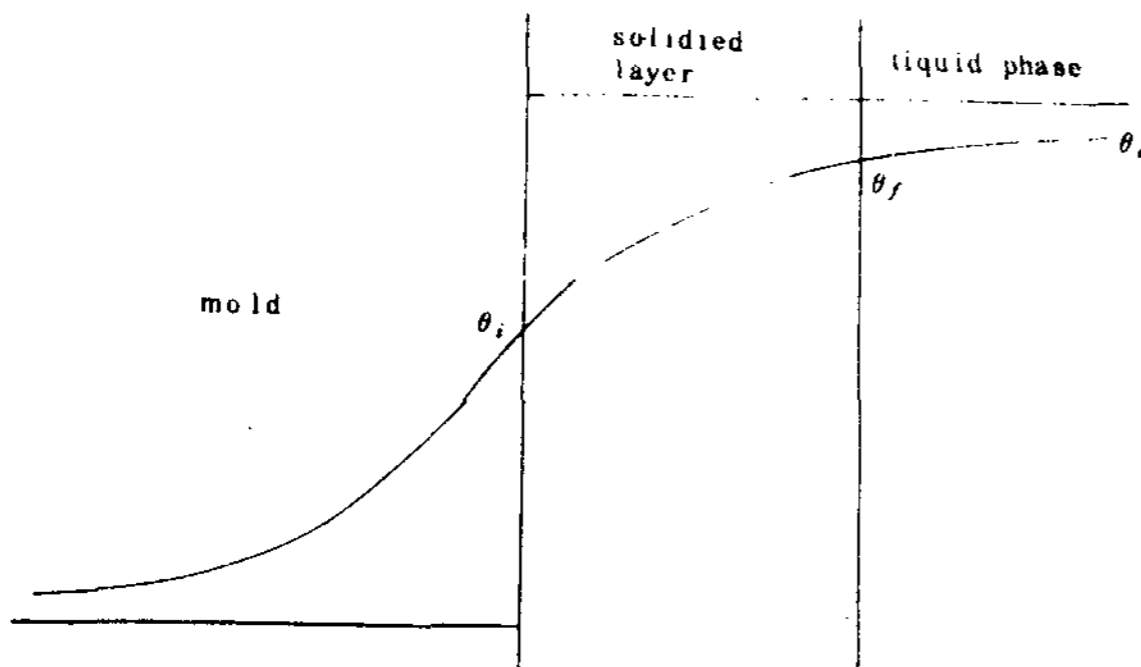


Fig.2. Schwarz's model

配된다고 가정된 것이다.

또한 여기서 Stefan 式과 같이 θ_i 가 주어졌다고 假定하고, Stefan 式과 反對로 鑄型內的 熱傳導에 관해 考察한 것이다. 여기에서도 半無限두께의 平面鑄型이라고 假定하면, 鑄型內는 初期溫度 θ_o 에서 時間 $t = 0$ 以後, 境界溫度가 θ_i 로 유지되어 內部溫度가 점차로 上昇한다.

이의 溫度分布는 式(6)에서 주어진다. 鑄型內的 溫度勾配는 (6) 式을 距離 X 로 微分하여 얻어지며,³⁾

$$\partial\theta / \partial X = -(\theta_i - \theta_o) [\exp(-x^2/4a_1t)] / \sqrt{\pi a_1 t}$$

鑄型 表面에서는 $X = 0$ 이므로

$$(\partial\theta / \partial X)_{X=0} = -(\theta_i - \theta_o) / \sqrt{\pi a_1 t}$$

그러므로 鑄型 表面의 單位面積當의 熱流入速度

(Cal/sec·cm²)는

$$Q' = b_1(\theta_i - \theta_o) / \sqrt{\pi t} \dots \dots \dots (7a)$$

단, $b_1 = \sqrt{k_1 \rho_1 c_1}$

또한 $t = 0$ 에서 $t = t$ 까지의 熱流入量 Q (Cal/cm²)는,

$$Q = \int_0^t Q' dt = 2b_1(\theta_i - \theta_o) \sqrt{t} / \sqrt{\pi} \dots \dots (7b)$$

가 된다. (6) 式은 鑄型內的 溫度分布가 溫度擴散度 a_1 에 支配됨을 나타내고, (7a) 式은 鑄型的 熱吸收量이 熱擴散度 b_1 에 支配됨을 나타내고 있다. 鑄型內的 熱吸收에 관한 以上の 論議는 엄밀解析 (즉 特殊解)이지만 여기에서 鑄物의 擬固速度를 구하기 위해 近似法을 導入한다. 즉 純金屬의 擬固두께 (距離)가 X cm가 될 때까지 鑄物이 單位表面積當 放出되는 熱量을

$$Q = X \rho_2 [L + c_2(\theta_c - \theta_f)] \dots \dots \dots (8)$$

라 하면 (7) 式과 (8) 式으로 부터

$$X = q \sqrt{t} \dots \dots \dots (9)$$

이 된다. 여기에서

$$q = (2\pi) b_1 (\theta_i - \theta_o) / \rho_2 [L + c_2(\theta_c - \theta_f)] \dots \dots \dots (10)$$

가 얻어진다. 여기에서 θ_i 는 未知數이지만, 實際에는 $\theta_i \approx \theta_f$ 로 간주되므로 q 는 算出할 수 있다. 이는 (3) 式의 近似式이다.

이 式이 엄밀히는 正確치 않다는 理由로서 첫째, (8) 式에서 θ_f 이하의 溫度 降下에 對應하는 熱量을

無視하고 둘째, (10)式的 θ_i 를 θ_f 로 간주했다는 두점을 들 수 있지만 砂型에 있어서는 이에 의한 誤差는 比較的 작기 때문에 어느정도, 活用可能하다.

2.1.4 Chvorinov의 式¹¹⁾

以上은 半無限두께의 平面鑄型과 이에 接한 平板, 鑄物을 對象으로 하였으나, 여기에서는 有限의 體積 V와 有限의 表面積 A를 갖는 鑄物과 이를 둘러싸은 半無限 두께의 鑄型을 고려한 것이다.

鑄物의 全表面에서 (7)式이 成立한다고 하면 凝固完了時間 t_f 까지의 吸收熱 Q(cal)는 A에 比例하므로

$$Q = (2\sqrt{\pi})Ab_1(\theta_i - \theta_o)\sqrt{t_f} \dots \dots \dots (11)$$

가 되며, 한편 鑄物에서 放出되는 熱量은 V에 比例하므로

$$Q = V\rho_2 [L + c_2(\theta_c - \theta_f)] \dots \dots \dots (12)$$

로 간주할 수 있다. (11)式과 (12)式을 誘導하면 凝固時間

$$t_f = (1/q^2)(V/A)^2 \dots \dots \dots (13)$$

가 얻어진다. 定數 q는 (10)式的 값이다.

(13)式은 鑄物의 凝固時間이 (體積 / 表面積)比의 2乘에 比例함을 나타내고 있다. (13)式은 두가지 가정下에서 誘導되었다. 첫째는 corner部分의 鑄型을 無視하고 平面鑄型의 熱吸收式 (7)을 任意形狀으로 擴張하여 (11)式을 假定하였다. (Fig.3)

이 때문에 計算된 t_f 는 一般的으로 실제값 보다 커지기 쉽다. 둘째는, 鑄物의 中心部의 凝固時間 t_f 에는 表面近方의 凝固層의 溫度가 θ_f 以下로 되어 있는 것을 無視하고 (12)式을 가정했다. 이 때문에 中心部의 計算된 t_f 는 실제 凝固時間보다 작게 되기 쉽다.

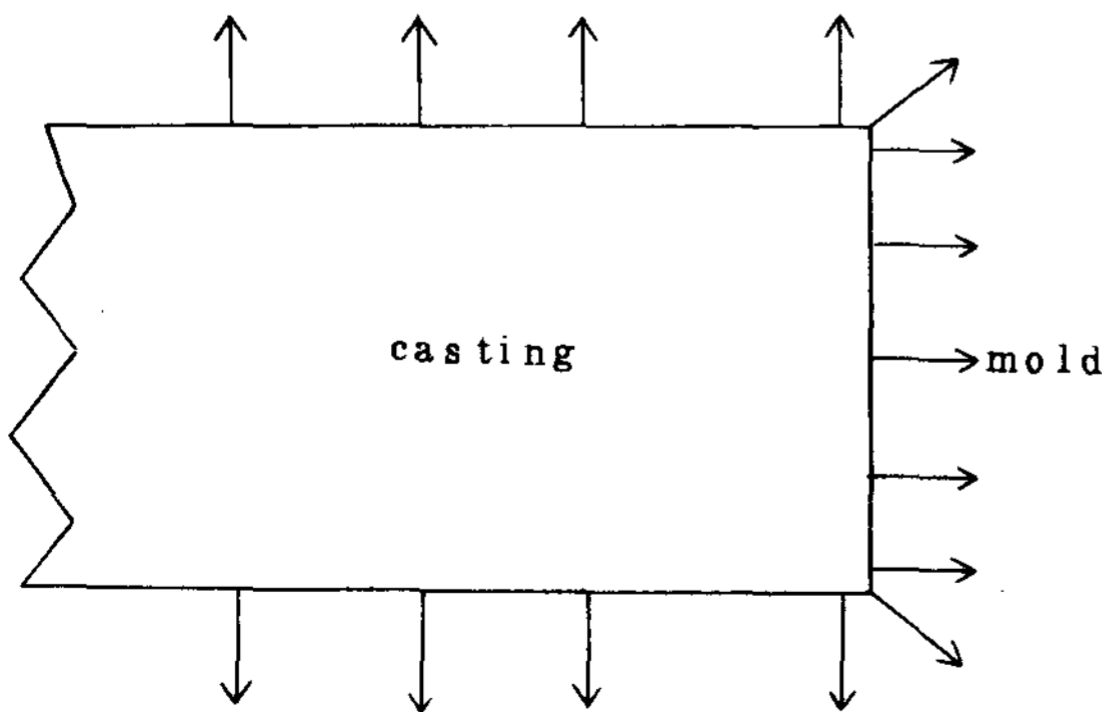


Fig.3. Heat absorption near corners.

Al 및 Cu合金의 砂型鑄物에서는 上記의 둘째 과정의 效果가 작기 때문에 (즉 熱傳導가 크기 때문에) 첫째, 假定의 形狀效果가 뚜렷하며 corner部가 많은 形狀일수록 凝固時間이 짧게되는 傾向이 있다.

2.2. 數值的 方法 (Numerical Analysis Method)

鑄物의 凝固時間에 대한 解析的인 解의 풀이는 平板과 같은 單純形狀에만 적용될 수 있고, 複雜한 形狀에 대해선 Chvorinov 式이 提案되었지만, taper나 R(曲率)이 있는 경우나 複雜한 境界條件이 存在하는 鑄物의 경우에는 數值的 方法이 有用된다.

이들을 大別하면 差分法 (Finite Difference Method: F.D.M), 有限要素法 (Finite Element Method: F.E.M) 및 Method of Weighted Residuals 등이 있는데 非定常熱傳導 및 凝固問題에 限定해서 그 특징을 기술하면 다음과 같다.

2.2.1 差分法

이 방법에는 미분방정식을 直接 Taylor 전개에 의해 差分化하는 방법과 變數變換을 행한 후 Taylor전개에 의해 差分化하는 方法이 있다.^{35 36)} 이 방법은 비교적 단순한 형상에서 糸의 구성요소의 種類가 작은 경우에는 프로그램이 용이하고 계산시간도 짧아 아주 실용적이다. 그러나 실제 taper가 있는 등 複雜한 形狀의 문제에는 적합치 못하다. 그러므로 이 방법을 이용한 凝固計算은 단순한 形狀을 대상으로 하고 있다.

2.2.2 有限要素法

이 방법은 複雜한 境界형상의 문제해석에 적합하며 응고문제에서 變分原理가 잘 알려져 있는 경우에는 좋으나, 그렇지 않을 경우에는 어려움이 있다. 그 따라서 좀더 特殊한 有限要素法의 개발이 進行되고 있다.

2.3.3 Method of Weighted Residuals

이 방법중에서도 Galerkin法이 熱移動問題에 널리 사용되고 있다. 이것은 미분방정식만 알고 있으면 變分原理의 存在의 有無에 關係없이 계산될 수 있다.

그래서 有限要素法보다도 유리하다고 볼 수 있다. 그러나 본 연구에서 採用한 Matrix法과 비교하면 差分式導出方法이 複雜하고, 수치적분을 하지 않고 여러 要素를 사용하는 것이 어렵고 또한 物理的意味의 不明確한 점이 있다.

2.2.4 Matrix法^{30-33) 37-40)}

이 방법은 Macneal³⁷⁾이나 Dusenberre³⁸⁾의 network法에서 발전하여 금일의 Matrix法이 되었

다. 이것은 종래의 유한요소법에서 matrix를 이용한 것과 同一한 이치이다. 外節點法이 Fig 4,5라고도 稱하고 (Fig. 4, 5), 그外 節點을 分割要素內에 定義하여 要素自體를 節點領域으로 하는 內節點法 (Fig 6)이라 稱하였다. 本 연구에서는 Fig 4와 같이 分割要素의 境界上에서 節點을 定義하고, 이 주위의 節點領域을 고려하여 다음과 같이 溫度分布를 計算하였다.

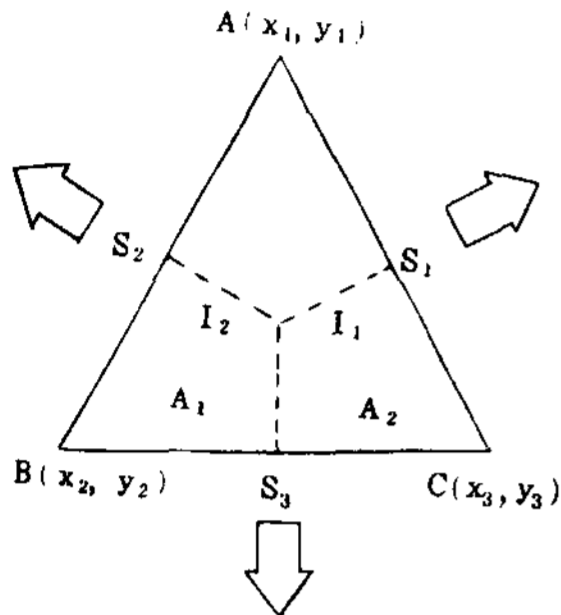


Fig. 4. Triangular element in the outer nodal point method

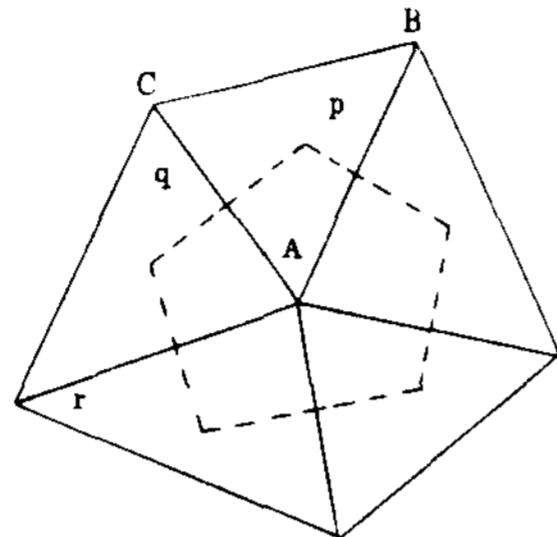


Fig. 5. Final nodal domain in the outer nodal point method

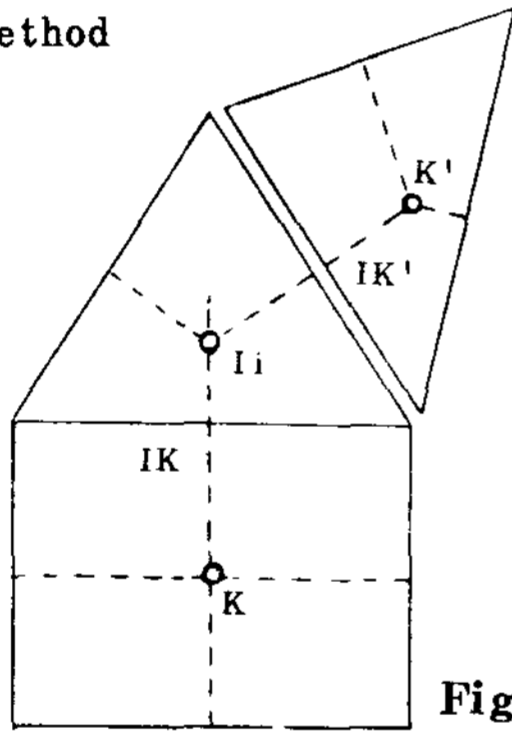


Fig. 6. Nodal point (i, k, k') in the inner nodal point method

3. 계산방법 및 결과

Fig. 7과 같은 CO₂鑄型에鑄鋼(0.29% C, 0.62% S_i)을 注入하였을때 實驗値와 Matrix法에 의한 數値計算을 하여 나온 計算値를 simulation) 하여 비교 검토하였다.

그 計算方法은 먼저,

- 1) 鑄物, 鑄型을 적당한 要素로 分割한다.(Fig. 7)
- 2) 分割要素를 多角形으로 하고 各 節點의 주위에 있는 領域을 고려하고 이 領域의 溫度를 節點溫度로 代表한다.
- 3) 隣接하는 要素 사이에 結點간의 溫度差에 따라서 熱移動이 생긴다고 假定한다. 즉 結點간의 溫度變化는 直線에 近似하다고 본다.

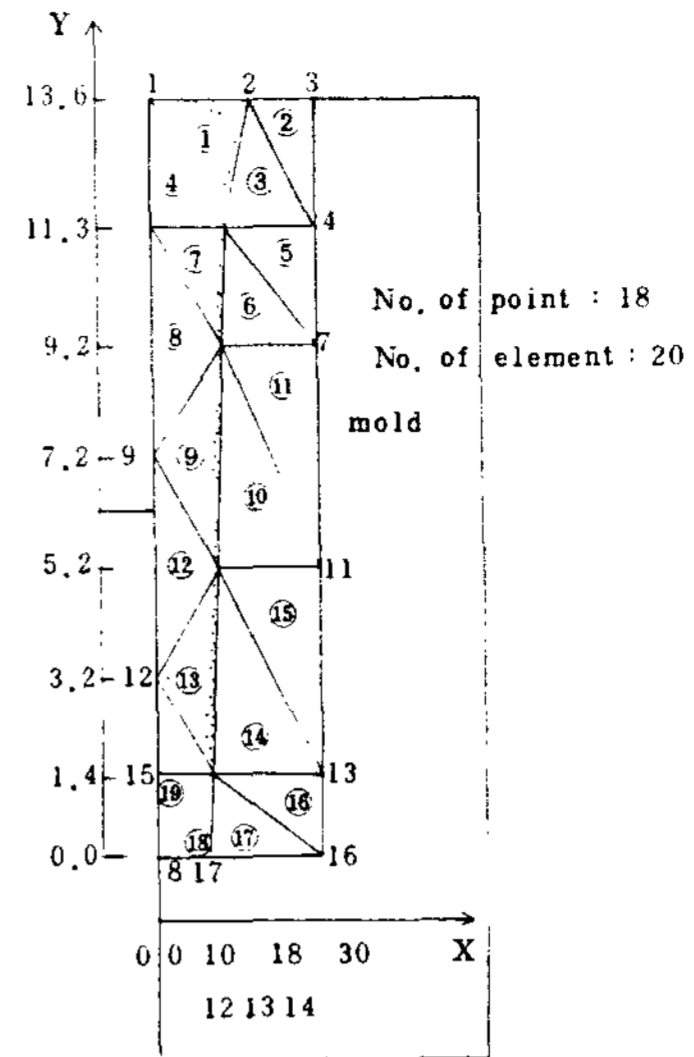


Fig. 7. Dissected face of sample casting with in Co₂ mold for heat analysis

4) 要素全體가 熱收支式에 만족하도록 溫度變化를 구하고 微小時間 後의 節點溫度를 구한다.

5) 各 要素의 熱收支式을 行列式으로 表示하여 電子計算機에 의해 容易하게 系全體에 대한 熱收支式을 만족시킬 수 있다.

Fig. 7에서와 같이 3節點 3각형 要素로 고려할 때 삼각형의 外心 O에서 各 邊의 수직 2等分線을 그어 A₁, A₂, A₃의 領域을 고려하였다.

各 邊에서 熱傳達率(h)에 의해 熱移動은 領域 A₁에서 다음과 같이 成立된다.

$$\rho_1 C_1 A_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\lambda}{S_3} \ell_3 (T_2 - T_1) + \frac{\lambda}{S_2} \ell_2 (T_3 - T_1) - \frac{1}{2} (S_2 h_2 + S_3 h_3) (T_1 - T_{a1})^*$$

$$\left(\begin{matrix} A_1 \text{ 領域에} \\ \text{남은 熱量} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \text{단위시간에 } A_2 \text{ 에서} \\ A_1 \text{에 熱傳導에 의해} \\ \text{유입되는 熱量} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} A_3 \text{ 에서 } A_1 \\ \text{에 熱傳導에} \\ \text{의해 유입되} \\ \text{는 熱量} \end{matrix} \right)$$

$$- \frac{\delta}{2} (\epsilon_2 S_2 + \epsilon_3 S_3) \{ (T_1 + 273.15)^4 - (T_{a1} + 273.15)^4 \}^{**} \dots \dots \dots (14)$$

* 변 2, 3에서 열전달을 h₂, h₃로 유출되는 熱量, 外部溫度를 T_{a1}로 함.

** 변 2, 3에서 熱放射率에 따라서 유출되는 열량

절점영역 A_2, A_3 에서도 같은 式으로 하고 要素內 熱收支式은 다음과 같은 Matrix, 즉 行列式으로 表示된다.

$$[C] \left[\frac{\partial T}{\partial t} \right] = [K][T] - [H][T - T_a] - [R]$$

$$[(T + 273.15)^4 - (T_a + 273.15)^4] \dots \dots \dots (15)$$

여기에서

$$[C] = \begin{bmatrix} \rho_1 CA_1 & & \\ & \rho_2 CA_2 & \\ & & \rho_3 CA_3 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (16 a)$$

$$[K] = \lambda \begin{bmatrix} -(l_2/S_2 + l_3/S_3) & l_3/S_3 & l_2/S_2 \\ l_3/S_3 & -(l_1/S_1 + l_3/S_3) & l_1/S_1 \\ l_2/S_2 & l_1/S_1 & -(l_1/S_1 + l_2/S_2) \end{bmatrix}$$

\dots \dots \dots (16 b)

$$[H] = 1/2 \begin{bmatrix} S_2 h_2 + S_3 h_3 & & \\ & S_1 h_1 + S_3 h_3 & \\ & & S_1 h_1 + S_2 h_2 \end{bmatrix}$$

\dots \dots \dots (16 c)

$$[R] = \epsilon/2 \begin{bmatrix} \epsilon_2 S_2 + \epsilon_3 S_3 & & \\ & \epsilon_1 S_1 + \epsilon_3 S_3 & \\ & & \epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 h_2 \end{bmatrix}$$

\dots \dots \dots (16 d)

$$[T] = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad \left[\frac{\partial T}{\partial t} \right] = \begin{bmatrix} \partial T_1 / \partial t \\ \partial T_2 / \partial t \\ \partial T_3 / \partial t \end{bmatrix}$$

$$[T - T_a] = \begin{bmatrix} T_1 - T_{a1} \\ T_2 - T_{a2} \\ T_3 - T_{a3} \end{bmatrix}$$

이와 같이 他의 要素에 대해서도 熱收支의 式을 (15)式과 같이 표시할 수 있다. 이와같은 要素로써 鑄物과 鑄型을 分割하여 上記 (15)式에 의해 各要素에 관한 熱收支의 式을 만들어 共通節點에 대해서 重合시키면 系全體에 대해서의 熱收支의 式을 만족시킬 수가 있다. 그러나 本實驗에선 各 要素領域의 密度 (ρ), 열전달계수 (h), 放射率 (ϵ) 등 正確한 物性值를 알 수 없으므로 실제 계산에서는 各 領域의 ρ, h 및 ϵ 를 一定하게 하여 入力 data로 사용했

다. 또한 (2) 式의 非定常項을 前進差分近似로 하여, 어떤 時間 t 에서 Δt 후의 溫度 T 를 미지수로 하는 式을 사용했다. 즉,

$$\partial T / \partial t = (T - T^B) / \Delta t \dots \dots \dots (17)$$

또는

$$(T - T^B) / \Delta t = \{ (\partial T^B / \partial t) + (\partial T / \partial t) \} / 2$$

\dots \dots \dots (18)

로 하여 이를 (2) 式에 代入하면

$$[C][T] = [C][T]^B + \Delta t \cdot [K][T]^B - \Delta t [H] \cdot [T - T_a]^B - \Delta t [R] [(T + 273.15)^4 - (T_a + 273.15)^4]^B$$

\dots \dots \dots (19)

여기에서 添字 B에 관한 값은 時間 增分 Δt 이전에 있어서의 값으로, 既知數이다.

潛熱의 取扱方法은 다음과 같다. 즉 어느 절점의 溫度가 Δt 동안 액상선 온도 T_{ml} 에서 T_i 로 되었을 時 즉, $\Delta T_i (= T_{ml} - T_i)$ 에 相當하는 放出潛熱에 의한 熱量 q_i 와 이에 相當하는 미소 固相率 增加量 Δf_s 는 다음과 같다.

$$q_i = \rho CA \Delta T_i = \rho LA \Delta f_s \dots \dots \dots (20)$$

$$\Delta f_s = \frac{C \Delta T_i}{L} \dots \dots \dots (21)$$

가 되고 이의 總합인 固상율 f_s 는

$$f_s = \sum \Delta f_s \dots \dots \dots (22)$$

로 주어 진다. 또한 여기서의 액상선 T_{ml} 와 固相率 f_s 와의 관계는 $T_{ml} = f_s T_s + (1 - f_s) T_l$ 로 가정하였다. 이와같이 절점영역 A의 完全凝固 즉, $f_s = 1$ 이 될 때, (20)式 ~ (22)式으로 부터,

$$\sum_i q_i = \rho CA \sum_i \Delta T_i = \rho LA \sum_i \Delta f_s = \rho LA$$

\dots \dots \dots (23)

이와 같은 操作을 계속 反復 하였다.

경계조건은 鑄物과 鑄型 사이의 接觸熱抵抗이 주된 문제이며, 이는 주로 *air cap*에 관계된다. 이러한 *air cap*에 의한 熱流問題는 열전도가 아닌 열복사에 관한 것으로, 時間的 變化에 따로 熱抵抗의 變化式이 고려되어야 하나, 本 연구에서는 *air cap*에 의한 鑄物과 鑄型 사이의 接觸熱抵抗을 무시했다. 그 이유는 2種類 以上の 物質의 混在를 取扱하는 데 있어 分割을 되도록 간소화시키기 위한 것이다. 또 本 Matrix法에 의해 만들어진 flow chart는 Fig. 8과 같고, band matrix의 해석 등 각종 subro-

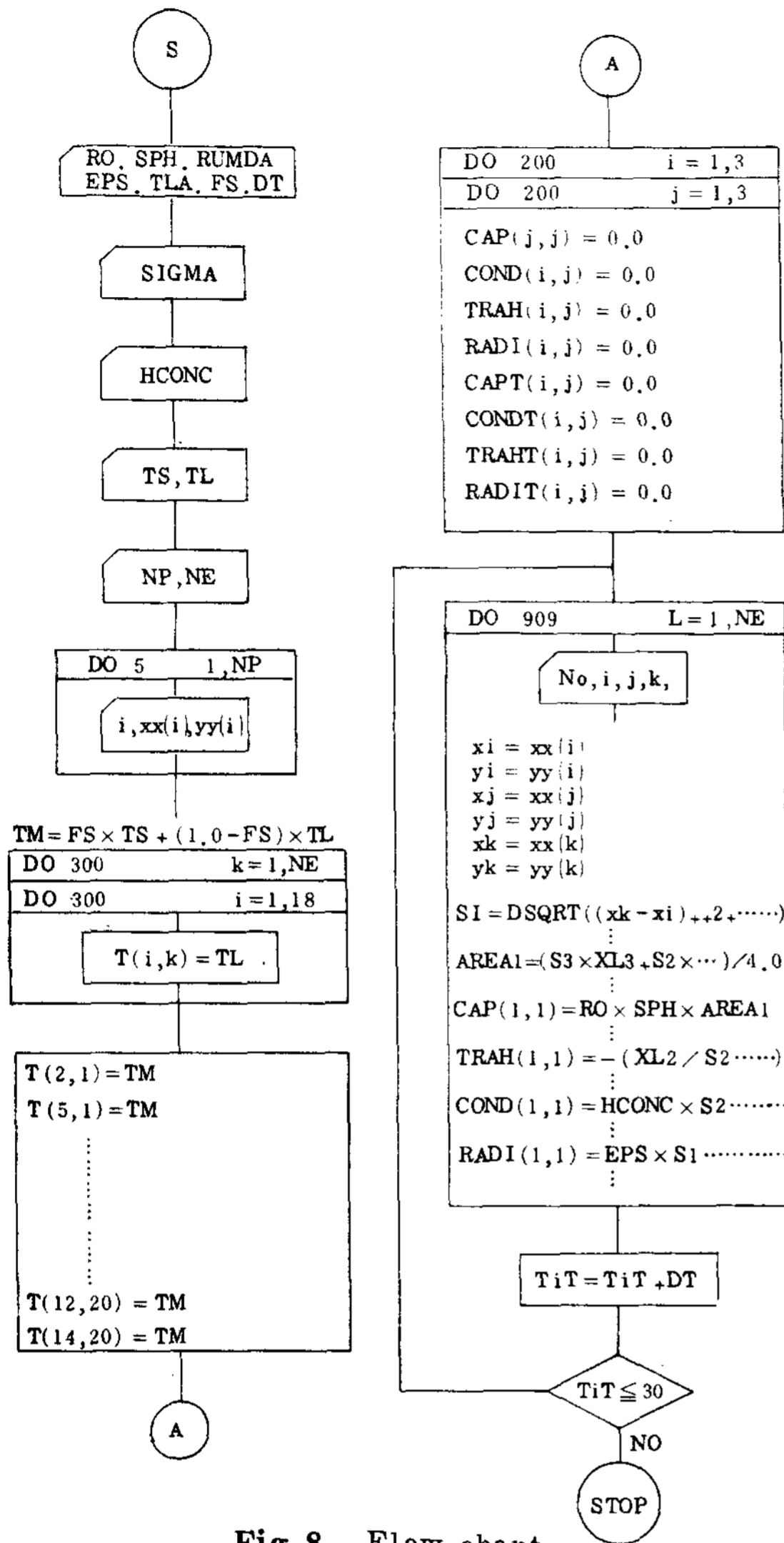


Fig.8. Flow chart

utine Program 을 사용하였다.

상술한 바와 같이 Matrix法을 이용하여 Fig.7 과 같은 CO₂ 주형에서 주입한 주물의 中心部절점8에 있어서 시간의 變化에 따른 溫度의 變化를 계산하였다. 사용된 物性値는 Table 2와 같다. 여기서 초기주물주형界面溫度로써 液相線溫度(1520°C)를 사용했다. 그결과 Fig.9와 같이 실측치와 계산치가 비교적 일치하는 것으로 나타났다. 단지 실측치는 고액공존역에선 약간 실측치보다 계산치가 높았고 이는 고액공존역에서의 物性値 즉 밀도(ρ), 비열(C) 및 熱傳達係數(h)을 분할 고려하지 못한 때문이라고 思料되며, 또한 凝固終了後 계산치가 實驗値보다도 빨리 溫度降下한 것은 前述에서 무시한 air cap 生成에 기인된다고 思料된다. 또한 Fig.9에서 大中³⁰⁾등에 의

Table 2. Physical properties of used mold and casting

properties	casting (0.29%C)	mold (CO ₂)
density (g/cm ³)	7.5	1.6
specific heat (cal/g·deg)	0.155	0.2
thermal conductivity (cal/cm·sec·deg)	0.1	0.003
latent heat(cal/g)	0.65	
liquidus temperature (°C)	1510	
solidus temperature (°C)	1470	
initial temperature (°C)	1680	30
heat transfer coefficient (cal/cm ² ·sec·deg)	0.025	

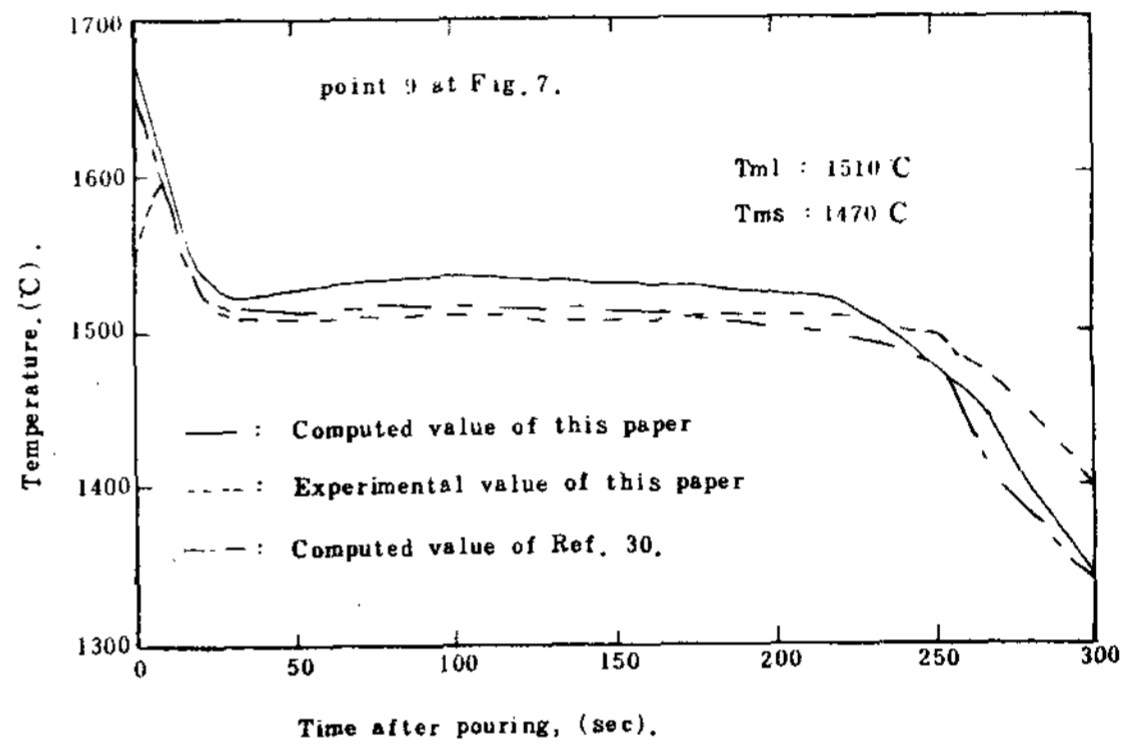


Fig.9. Typical comparison of experimental and computed value

한 계산精度가 本研究의 계산치보다도 높았다는 것은 上記固液共存域에서와 같이 固液共存域에서의 分割要素領域에서 각종 物性値의 正確한 取扱이 결여된 때문으로 간주된다. 아직 이에 대한 考察 및 檢討는 금후 계속할 예정으로 있다. 本實驗에서 사용한 각 기호의 설명은 Table 3과 같다.

4. 結 論

本研究에서는 구조방안설정時 資料를 提供할 목적으로 Matrix法에 의한 기초적인 凝固計算을 Computer에 의해 시도한 결과, 비교적 實驗値에 近似한 결과를 얻었다.

그러나 本研究에서는 入力 data인 각 物性値의 合理化를 이룰 수 없었다. 즉, 境界溫度의 設定, 各 溫度區間에서의 밀도 비열, 표면 열전달율, 주물-주형사이의 air cap에 의한 복사열 문제,鑄型의 熱物性値에 관한 검토 및 分割要素數와 計算精度에 관한 檢討 등이 앞으로 더욱 이루어져야겠다. 또한 보

Table 3 Explanation of Notation

C	specific heat(cal/kg·deg)	T	temperature(°C)
h	heat transfer coefficient(cal/cm ² ·sec·deg)	V	volume(cm ³)
l	length of heat passing surface(cm)	ε	rate of heat radiation
s	length of side(cm)	λ	thermal conductivity(cal/cm·sec·deg)
q	emission quantity of latent heat(cal)	ρ	density(g/cm ³)
t	time(sec)	δ	Boltzmann's constant(cal/m ² ·sec·°K ⁴)
Δt	time increment(sec)		Addition letters
A	area(cm ²)	a	atmosphere
[C]	heat capacity matrix	l, s	liquid and solid phase
[H]	heat transfer matrix	ml, ms	liquid and solid phase temperature
[K]	heat conductivity matrix	B	value before Δt
[R]	heat radiation matrix	1, 2, ...	No. of nodal points
L	latent heat		

다 信賴性이 있는 구조방안의 실정을 위해서는 기초적이고 예비적인 數學的論議에 관한 지식의 보강도 이루어져야 될 것으로 믿으며, 계속 연구 되어야 할 것이다.

〈 參 考 文 獻 〉

- 1) 新山英輔 : 鑄物, 43(1971), 128.
- 2) 梶山正孝外 : 鑄造技術の基礎(日本, 日刊工業) (1967), 126.
- 3) R.W. Ruddle : The Solidification of Castings (Inst. of Metals), (1957)
- 4) R. Wlodawer : Directional Solidification of Steel Casting (Pergamon), (1966)
- 5) 日本鑄鋼協 : 鋼鑄物の指向性 凝固 : Nuclear Engineering and Design p.276.
- 6) R.J. Sarjant and M.R. Slack : JISI, 177 (1954), p.428.
- 7) J. Crank : The Mathematics of Diffusion, (1955), p.186. [Oxford]
- 8) H.S. Carslaw and J.C. Jaeger : Conduction of Heat in Solids, (1959), p.466 [Oxford]
- 9) D.J.P. Adenis, K.H. Koats, and D.V. Ragone : J. Inst. Metals, 91(1962-63), p.395.
- 10) E.Y. Kung, J.R. Dahm, and G.B. Delancy : ISA - Trans, 6(1967) 2, p.162
- 11) E.A. Mizikar : Trans. Met. Soc. AIME, 239 (1967), p.1747
- 12) 連續鋼片加熱爐における傳熱實驗と計算方法, 日本鐵鋼協會特別報告(1980), 11, p.68
- 13) 新山英輔 : 鑄型内の金屬の凝固速度に関する研究學位論文(東京大學), (1973)
- 14) 片山功廠, 服部 賢 : 日本機械學會論文集, 40 (1974) 333, p.1404
- 15) 甲藤好郎 : 傳熱概論, (1967), p.394 [養賢堂]
- 16) E.L. Wilson and R.E. Nickell : Nuclear Engineering and Design, 4(1966), p.276
- 17) G.E. Meyers : Analytical [Methods in] Conduction Heat Transfer, (1971), p.388 [Mc Graw-Hill]
- 18) 藤野 勉 : 熱傳導と熱應力(コンピュータによる構造工學講座 II - 4, (1972) [培風館]
- 19) W. Mizumachi : Non-Linear Thermal Stress Analysis for Nuclear Power Plant by Finite Element Method, Third Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright-Patterson, Ohio (1971, Oct.)
- 20) O.C. Zienkiewicz : The Finite Element Method in Engineering Science, (1971) [McGraw-Hill]
- 21) O.C. Zienkiewicz and C.J. Parekh : Int. J. Num. Meth, Engng, 2(1970), p.61

- 22) J. I. Soliman and E. A. Fakhroo: *J. Mech. Eng. Science*, 14 (1972), p.19
- 23) E. L. Wilson, K. J. Batile, and F. E. Peterson: Reprint of the 2nd Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin 5 (1973, Sept.) L1/4
- 24) R. V. S. Yalamanciuli and S. G. Chu: *J. Heat Transfer, Trans. ASME-C*, 95 (1973), p.235
- 25) R. E. Beckett and S. C. Chu: *ibid*, 95 (1973)
- 26) 佐々木猛, 今井貫爾, 成田知明: 日本鋼構造協會 第7回大會研究集會 (1973.6), p.37
- 27) M. B. Hsu and R. E. Nickell: *Int. Symposium on Finite Element Methods in Flow Problems, Coupled Convective and Conductive Heat Transfer by Finite Element Methods*, Univ. of Wales, Swansea (1974)
- 28) G. Yagawa, M. Masuda, and Y. Ando: *Finite Element Analysis of Magnetohydrodynamics and its Application to Lithium Blanket Design of Fusion Reactor*, U.S - Japan Seminar on Interdisciplinary Finite Element Analysis, Cornell Univ. (1978.8)
- 29) B. A. Finlayson: *The Method of Weighted Residuals and Variational Principles*, (1972), p.229 [Academic Press]
- 30) 大中逸雄, 福迫達一: 鑄物, 48 (1976), p.139
- 31) I. Ohnaka and T. Fukusako: *Trans. JISI* 17 (1977), p.410
- 32) J. Ohnaka and T. Fukusako: *Sixth Int. Heat Transfer Conf.* 3 (1978.8), Tronto p.251
- 33) I. Ohnaka: *U.S - Japan Seminar on Interdisciplinary Finite Element Analysis*, (1978.8) Cornell Univ.
- 34) 尹義博: 熱傳導解析에 관한 有限要素法の 一例, 成均館大學 科學技術研究 第8집 (1980)p.47
- 35) H. G. London: *Q. Appl. Math.* 8 (1950), p.81
- 36) 齊藤武雄: 日本機械學會 第875回講演論文集 (1976.11) 760-19, p.42
- 37) R. H. Macheal: *Quart. Appl. Math.*, 11 (1953), p.295.
- 38) G. M. Dusenberre: *Heat Transfer Calculations by Finite Differences*, International Textbook Co., (1961), p.85
- 39) 岩城 嵩: 日本鋼構造協會 第7回大會 研究集會, (1973.6), p.649
- 40) W. R. Hodgkins and J. F. Waddington: *Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion*, ed. by J. R. Ockendon and W. R. Hodgkins, (1975), p.26 [Clarendon Press, Oxford]
- 41) 大中逸雄: 鐵と鋼, 65 (1979), 12.77.
- 42) 鑄物便覽: 日本鑄物協會編

