產業技術研究(江原大學校 產業技術硏究所 論文集) 第3輯(1983)
Res. Report, The Inst. of Industrial Technology, Kangweon Nat. Univ., Korea, Vol. 3

推計學的 貯水容量 决定에 關한 硏究

崔 漢 圭*

A study on the determination for stochastic reservoir capacity

Han-Kuy, Choi*

Abstract

For the determination of a reservoir capacity Rippl's mass-curve method has long been used with the past river flow data assuming the same flow records will be repeated in the future. This study aims to find out a better method for determining the reservoir capacity by employing the analytical theory based on the stochastic process. For the present study the synthetic generation methods of Thomas-Fiering type was used to synthetically generate 50 years of monthly river inflows to three single-purpose reservoirs and three multi-purpose reservoirs.

The generated sequences of monthly flows were analyzed based on the range concept.

With the optimum operation rule of the reservoirs as the one which maximizes the water-use downstream the waterrelease from the reservoir was determined and with due consideration to the mean inflows and the range of monthly flows the required reservoirs capacity was stochastically determined. It was possible to repersent the so-determined reservoir capacity in terms of the mean monthly inflows and the number of subseries in the determination of ranges.

It is suggested that the result obtained in this study would be applied to approximately estimate, in the stage of preliminary design, the required capacity of a reservoir in question with the limited information such as the mean monthly inflow and the period of reservoir operation.

1. 序 論

貯水池는 옛부터 물 需要와 供給을 充足시키는 手段으로서 自然의 물의 不均衡을 調節하는 役割을 하는 重要한 人工築造物이다. 그러나 數學的 方法으로 貯水池의 크기를 決定했던 첫번째 시도는 오로지 Rippl이 累加曲線을 제안했던 19世紀로 거슬러 올릴 수 있다. 즉, 流入과 流出過程의 推計學的 性質을 설명하지 못하는 限界點을 지니고 있는데도 불구하고 이 方法은 全世界를 通하여 아직까지 널리 알려져 왔다. 그러나 이 方法은 資料가 過去 記錄에 依存하고 있기 때문에 그 再現性은 거의 期待하기 어렵다. 이것을 補完한 것이 實驗的 方法인데 이는 Monte-carlo 또는 資料發生法에 의해 單純하게 資料를 增加시켜 過去 水文記錄에 提示되어 있지 않은 高水流量과 低水流量을 再現하고자 하는데 主眼點을 두고 있다. 그러나 確率理論을 土臺로 하여 貯溜容量의 確率分布를 相對度數分布를 中心으로 檢討하여 解析的 立場에서[1] 貯水池 容量을 決定하는 方法을 究

* 江原大學校 工科大學 土木工學科 助敎授
* Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Kangweon National University.

明하는데 本 硏究의 目的이 있다.

2. 基本理論

(1) Range[13]

Range는 貯水池의 溢流와 空虛現象을 막기 위해 必要한 貯水容量으로서 解析되고 있다. 이와같은 Range의 槪念은 다음과 같다.[6,7,8,9]

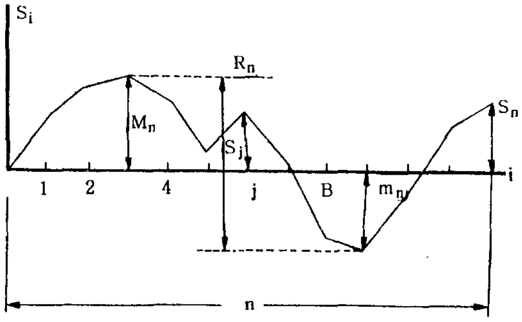

Fig. 1. Definition of the Maximum Partial Sum(M_n), the Minimum Partial Sum (m_n), and the Range(R_n).

$$Z_i = X_i - \bar{X}_n \tag{2-1}$$

$$S_i = \sum_{i=1}^{n} Z_i \ : \ i=1,\ 2,\ 3,\cdots\cdots n$$

$$M_n = \max(0,\ S_1^+,\ S_2^+,\cdots\cdots S_n^+)$$

$$m_n = \min(0,\ S_1^-,\ S_2^-,\cdots\cdots S_n^-)$$

$$R_n = M_n - m_n$$

S_i=累加合 또는 部分的인 合

M_n=最大部分의 合 또는 過剩分

m_n=最小部分의 合 또는 不足分

R_n=部分的인 合의 Range

X_i=流入量

$\bar{X}_n$=周期別 平均流入量

그런데 資料의 模擬發生을 통하여 Range의 統計的인 分布를 決定하기 위한 理論的인 解析은 다음과 같다. Z_t時系列을 2次 Markov 모델로 표시하면[3,5)]

$$Z_t = a_1 Z_{t-1} + a_2 Z_{t-2} + n_t \tag{2-2}$$

또는 $n_t = Z_t - a_1 Z_{t-1} - a_2 Z_{t-2}$ (2—3)

$$n_1 = Z_1,\ \ n_2 = Z_2 - a_1 Z_1,\ \ n_3 = Z_3 - a_1 Z_2 - a_2 Z_1$$

$$n_4 = Z_4 - a_1 Z_3 - a_2 Z_2 \cdots n_i = Z_i - a_1 Z_{i-1} - a_2 Z_{i-2}$$

이제 $S_{i,z} = \sum_{t=1}^{i} Z_t$와 $S_{i,n} = \sum_{t=1}^{i} n_t$라 하면 n_t의 오른쪽 항은

$$S_{i,n} = Z_i + (1-a_1) Z_{i-1} + (1-a_1-a_2) \sum_{t=1}^{i-1} Z_t + (1-a_2) Z_1 \tag{2-4}$$

매우 큰 i에 대하여 式 (2—4)의 끝항은 매우 작아 무시할 수 있으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{i,n} \simeq (1-a_1-a_2) S_{i,z}$$

또는 $S_{i,z} = \dfrac{S_{i,n}}{(1-a_1-a_2)}$ (2—5)

만일 처음에 Z_t를 m次 Markov 모델로 표시하면 式 (2—2)로부터

$$Z_t = \sum_{j=1}^{m} a_j Z_{t-j} + n_t \tag{2-6}$$

로 되어 式 (2—5)는 다음과 같다.

$$S_{i,z} = \frac{S_{i,n}}{(1-\sum_{j=1}^{m} a_j)} \tag{2-7}$$

Markov의 從屬모델을 Range의 推定에 利用할 때 平均과 分散은 獨立的인 過程을 이루는 各各의 近似값의 函數로 表示될 수 있다. 그러므로 m次 Markov모델에 대한 Expcccted Range[10]는

$$E(R_n) = 2\beta\sqrt{\frac{2n}{\pi}} = 1.5958\beta\sqrt{n} \tag{2-8}$$

$$V_{ar}(R_n) = \beta^2 4n(l_n^2 - 2/\pi) = 0.2181\beta^2 n$$

여기서 $\beta = \dfrac{S}{(1-\sum_{j=1}^{m} a_j)}$ (2—9)

그런데 2次 Markov 모델을 생각하면 式 (2—9)는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{S}{[1-(a_1+a_2)]} \tag{2-10}$$

$$S = \left[1 - a_1^2 - a_2^2 - \frac{2a_1^2 \cdot a_2}{(1-a_2)}\right]^{1/2} \tag{2-11}$$

(2) 推計學的 貯水容量 決定

Salas[4]는 推計學的 貯水容量은 流入量과 周期 n의 推計學的 成分에 의하여 決定되는 ρ와 σ_r의 平均과 標準偏差의 函數라는 것을 발견하였다. 그러므로 推計學的 貯水容量은 式(2—12)로 나타낼 수 있다.[7]

$$s_s = f[\bar{\sigma}_\tau,\ S(\sigma_\tau),\ \rho] \quad (2\sim11)$$

여기서 $\bar{\sigma}_\tau$와 $s(\sigma_\tau)$는 周期的인 標準偏差의 平均과 標準偏差를 나타내고 ρ는 正常過程의 推計學的 成分 $\varepsilon_{p,\tau}$를 나타낸다. 또한 式 (2—11)과 비슷한 函數$f(1,\ 0,\ 0)$는 $\bar{\sigma}_\tau=1$, $s(\sigma_\tau)=0$인 平均이 0이고 標準偏差가 1인 最大不足量으로 定義될 수 있다. 그러므로 式 (2—11)에 의하여 非正常時系列의 推計學的 貯水容量을 구하기 위하여 다음과 같은 4가지 形態의 函數에 대하여 考察하였다.

$$f_1=f_1(1,\ 0,\ 0)$$
$$f_2=f_2(1,\ 0,\ \rho)$$
$$f_3=f_3[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ 0]$$
$$f_4=f_4[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ \rho] \quad (2—12)$$

函數 f_4의 型態에서 推計學的 貯水容量은 式 (2—13)으로 나타낼 수 있다.

$$S_s=f_4[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ \rho]\simeq\bar{\sigma}_\tau[f_2(1,\ 0,\ \rho] -f_1(1,\ 0,\ 0]+f_3[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ 0] \quad (2—13)$$

만일 月流量의 統計的인 成分이 m次 Markov 모델에 따른다면

$$\varepsilon_{p,\tau}=\sum_{j=1}^{m}a_j\varepsilon_{p,\tau-j}+\eta_{p,\tau} \quad (2—14)$$

그런데 式 (2—14)와 同等한 1次 모델은

$$\varepsilon_{p,\tau}=P_1\varepsilon_{p,\tau-1}+\eta_{p,\tau}$$
$$P_1=\sum_{j=1}^{m}a_j$$

그리고 $\sigma_{\varepsilon,m}$는 m次 Markov 모델의 標準偏差로서

$$\sigma_{\varepsilon,m}=\frac{V_{ar}\eta}{[1-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}a_ia_jP|i-j|]^{1/2}}$$

그러면 $f_2(1,\ 0,\ \rho)$

$$=\frac{f_1(1,\ 0,\ 0)(1+\rho_1)^{1/2}\sigma_{\varepsilon,1}}{(1-\rho_1)^{1/2}\sigma_{\varepsilon,m}} \quad (2—15)$$

또한 式 (2—13)은 다음과 같다.

$$S_s=f_4[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ \rho]\simeq\bar{\sigma}_\tau\left[\frac{f_1(1,\ 0,\ 0)(1+\rho_1)^{1/2}\bar{\sigma}_{\varepsilon1}}{(1-\rho_1)^{1/2}\sigma_{\varepsilon,m}} -f_1(1,\ 0,\ 0)\right] +f_3[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ 0) \quad (2—16)$$

이제 S_s의 값을 알기 위하여 式 (2—16)에서 알려지지 않은 것은 $f_3[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ 0]$이다. 그런데 Yevjevich[6,12]는 이 값을 다음과 같이 나타냈다.

$$f_3[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ 0]=\sigma_n f_1(1,\ 0,\ 0) \quad (2—17)$$

또한 앞에서 Range는 $\sqrt{n}$의 函數라고 알고 있기 때문에 $f_1(1,\ 0,\ 0)$는 $C\sqrt{n}$로 나타낼 수 있으므로 式 (2—16)은 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$S_s=f_4[\bar{\sigma}_\tau,\ s(\sigma_\tau),\ \rho]\simeq C\sqrt{n}\left[\frac{\bar{\sigma}_\tau(1+\rho_1)^{1/2}\sigma_{\varepsilon,1}}{(1-\rho_1)^{1/2}\sigma_{\varepsilon,m}}-\bar{\sigma}_\tau+\sigma_n\right]$$
$$=f(\bar{\sigma}_\tau,\ \rho,\ \sigma_{\varepsilon,m},\ \sigma_n)C\sqrt{n} \quad (2—18)$$

여기서 C값은 常數이며 式 (2—9)에서 既述한 바와같이 $C=(1-\sum_{j=1}^{m}a_j)$이다.

또한 式(2—18)에서 $Cf(\bar{\sigma}_\tau,\ \rho,\ \sigma_{\varepsilon,m},\ \sigma_n)$는 平均 流入量 I의 函數이므로 平均 流入量과의 比를 推計學的 貯水容量係數(K_s)라 呼稱하면 그 값은 다음과 같다.

$$K_s=\frac{Cf(\bar{\sigma}_\tau,\ \rho,\ \sigma_{\varepsilon,m},\ \sigma_n)}{I} \quad (2—19)$$

그러므로 推計學的 貯水容量은 式 (2—20)으로 表記할 수 있다.

$$S_s=K_s\cdot I\cdot\sqrt{n} \quad (2—20)$$

여기서

S_s=推計學的 貯水容量(m^3/s—M)

K_s=推計學的 貯水容量 係數

I=平均 流入量(m^3/s—M)

n=周期(月의 數)

3. 研究 및 分析

本 研究를 위하여 春川, 清平, 華川 등 3개 單一目的댐과 昭陽, 安東, 大清 등 3개 多目的댐을 선정하여 硏究하였으며 各 댐에서의 流量資料는 春川댐 建設誌,[14] 昭陽댐 工事誌,[15] 安東댐 工事誌[16] 등과 各 댐에서 實測한 流量資料를 사용하였으며 그 概況은 表 1과 같다.

(1) Range分析[13]

春川댐, 清平댐, 華川댐, 昭陽댐, 安東댐, 大清댐 등 6개 댐의 實測流量 資料를 Thomas-Fiering 모델[11]에 의하여 50年間 模擬發生한 流

〈表 1〉 流量資料

區分	春川	淸平	華川	昭陽	安東	大淸
流量資料	1967. 10～ 1981. 9(14)	1967. 10～ 1981. 9(14)	1967. 10～ 1981. 9(14)	1974. 10～ 1981. 9(7)	1963. 10～ 1971. 9(8)	1968. 10～ 1974. 9(6)
流域面積	4,841km²	10,051km²	4,063km²	2,703km²	1,581km²	4,134km²
總貯水容量	$150\times10^6m^3$	$185.5\times10^6m^3$	$1023\times10^6m^3$	$2900\times10^6m^3$	$1248\times10^6m^3$	$1475\times10^6m^3$
有效貯水容量	$110\times10^6m^3$	$82.6\times10^6m^3$	$658\times10^6m^3$	$2250\times10^6m^3$	$1000\times10^6m^3$	$1025\times10^6m^3$

量에 의하여 各 댐의 1年, 2年……10年 周期의 Range를 구한 結果 6～7年 周期에서 Range는 安定을 이루며 式(2-8), 式(2-9), 式(2-10)에 의하여 구한 β, $E[R_n]$, $V_{ar}[R_n]$의 값은 表 2와 같다.

表 2에서 보는 바와 같이 貯水池 群別로 뚜

〈表 2〉 $E[R_n]$과 $Var[R_n]$의 값

區分	春川	淸平	華川	單一目的 貯水池	昭陽	安東	大淸	多目的 貯水池
β값	1.8699	1.7378	1.7232	1.7770	1.5959	1.5553	1.5760	1.5757
$E[R_n]$	$2.9840\sqrt{n}$	$2.7732\sqrt{n}$	$2.7499\sqrt{n}$	$2.8357\sqrt{n}$	$2.5467\sqrt{n}$	$2.4819\sqrt{n}$	$2.5150\sqrt{n}$	$2.5145\sqrt{n}$
$V_{ar}[R_n]$	0.7626n	0.6587n	0.6467n	0.6887n	0.5555n	0.5276n	0.5417n	0.5415n

렷한 차이가 있으므로 貯水池 設計 및 運營에서 n(月의 數)만 알면 Range는 $E[R_n]\times$平均流入量에 의하여 簡單하게 구할 수 있다. 그러므로 單一目的 貯水池와 多目的 貯水池의 各各의 Range는 다음과 같다.

單一目的 貯水池

$R_n=2.8357\ I\sqrt{n}$

多目的 貯水池

$R_n=2.5145\ I\sqrt{n}$

(2) 推計學的 貯水容量 分析

전술한 바와 같이 基本理論에 立脚하여 本論文에서 취급한 2次 Markov 모델에 대하여 春川, 淸平, 華川 등과 같은 3개의 單一目的댐과 昭陽, 安東, 大淸 등과 같은 3개의 多目的댐으로 區分하였으며 式(2-18)에 의하여 구한 單一目的댐의 댐別 推計學的 貯水容量은 다음과 같다.

春川 : $S_s=711.9\sqrt{n}$

淸平 : $S_s=850.4\sqrt{n}$

華川 : $S_s=345.2\sqrt{n}$

그러나 春川, 淸平인 경우는 上流댐의 影響을 받아 貯水容量의 推計學的 推定에는 그 影響을 고려할 필요가 있으므로 懸案點의 流域面積과 上流댐의 流域面積과의 累加面積의 比를 便宜上 利用係數 (K)라 呼稱하여 이것으로 調整하기로 하였다.

즉

春川 : $K_{ch}=\dfrac{A_{cp}}{A_{ch}+A_{cp}}=0.5437$

淸平 : $K_{cp}=\dfrac{A_{cp}}{A_{cp}+A_{ch}+A_{sa}}=0.5711$

그러므로

春川 : $S_s=0.5437\times711.9\sqrt{n}=387.1\sqrt{n}$

淸平 : $S_s=0.5711\times850.4\sqrt{n}=485.7\sqrt{n}$

그런데 式 (2-19)에 의하여 各 댐別 推計學的 貯水容量係數 K_s를 구하여 單一目的댐 群의 一括된 常數로 表記하기 위해 3개 常數의 幾何平均値를 취한 結果가 式 (3-1)이다.

春川 : $S_s=2.99\ I\sqrt{n}$

淸平 : $S_s=1.92\ I\sqrt{n}$

華川 : $S_s=3.08\ I\sqrt{n}$

單一目的댐 群 : $S_s=2.59\ I\sqrt{n}$ (3-1)

여기서

S_s : 推計學的 貯水容量(m^3/s—M)

I : 平均流入量(m^3/s—M)

n : 周期(月의 數)

마찬가지로 多目的댐의 式(2—18)에 의한 推計學的 貯水容量을 구한 結果는 다음과 같다.

昭陽 : $S_s=308.5\sqrt{n}$

安東 : $S_s=108.9\sqrt{n}$

大淸 : $S_s=486.5\sqrt{n}$

그러므로 多目的댐 群의 推計學的 貯水容量은 式 (3—2)와 같다.

昭陽 : $S_s=4.20\ I\sqrt{n}$

安東 : $S_s=3.24\ I\sqrt{n}$

大淸 : $S_s=5.80\ I\sqrt{n}$

多目的댐 群 : $S_s=4.29\ I\sqrt{n}$ (3—2)

以上의 結果를 圖示한 것이 Fig. 2이다.

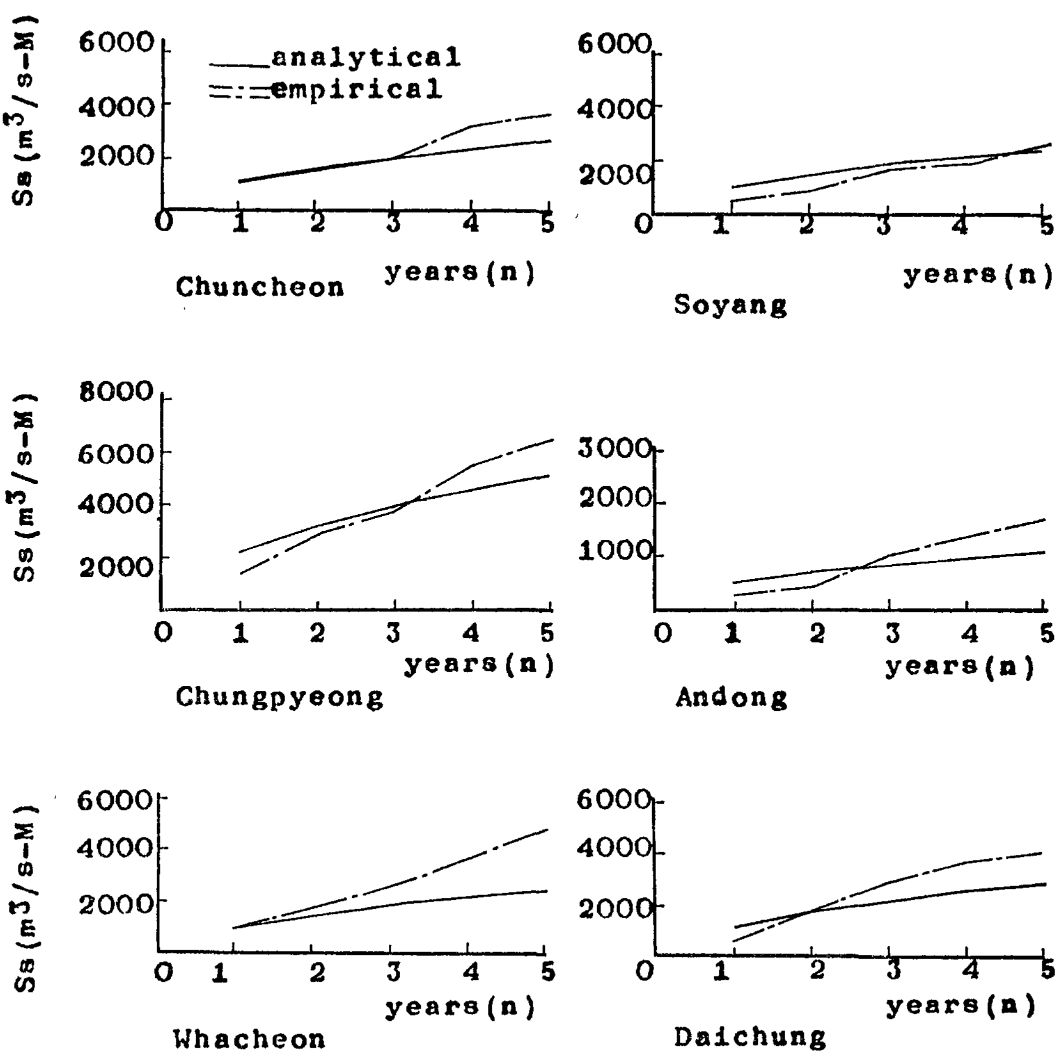

Fig. 2. Stochastic Reservoir Capacity

4. 結 論

過去 月流下量 記錄에 의거한 Rippl의 經驗的 理論인 累加曲線法에 의한 貯水容量 決定方法은 過去의 月流下量 記錄의 再現性이 全無한 관계로 矛盾된 方法임을 알 수 있다. 이것을 是正하여 貯水池容量 決定方法을 解析的 理論에 立脚하여 즉, 推計學的 理論을 土臺로 하여 새로운 貯水池容量 決定方法을 模索한 것이 本論文이다.

즉, 우리나라 旣設의 單一目的댐 3개 地點과 多目的댐 3개 지점의 過去 水文記錄에 의거 Thomas-Fiering 法에 의해 50年間의 月別流下量을 豫測하고 第2次 Markov理論을 導入하여 貯水池의 Range와 標準偏差, 相關係數 理論을 土臺로 하여 推計學的 貯水容量을 구하는 公式을 誘導하였다.

(1) 單一目的 貯水池

$S_s = 2.59\, I\sqrt{n}$

(2) 多目的 貯水池

$S_s = 4.29\, I\sqrt{n}$

그러나 위에서 얻어진 公式은 貯水池의 最大不足量을 基礎로한 極限値인 貯水池容量이므로 貯水池 開發 規模는 單純한 水文學的 立場에서만 決定되는 것이 아니므로 貯水池 下流의 社會的·經濟的 側面을 考慮한 硏究가 앞으로 계속되기를 희망한다.

REFERENCE

1. Yevjevich., "Stochastic Properties of Water Storage", Hydrology Paper No. 100, Colorado State University, Fort Collins, Colorado (1980)
2. Yevjevich, V.M., "The Application of Surplus, Deficit and Range in Eydrology", Hydrology Fapers, Vol. 1, No. 10, Colorado State University, Fort Collins, Colorado (1965)
3. Gomide, F.L.S., "Range and Deficit Analysis Using Markov Chains", Hydrology Paper No. 79, Colorado State University, Fort Collins, Colorado (1975)
4. Salas-la Gruz. J.D., "Range Analysis for Storage Problems of Periadic-Stochastic Processes", Hydrology Papers, Vol. 3, No. 57, Colorado State University, Fort Collins, Colorado (1972)
5. Moran, P.A.P., "A Probability Theory of Dams and Storage Systems : Modification of Release Rules", Aust. J. Appl. Sci., Vol. 6, pp. 117~130 (1955)
6. Yevjevich. V.M., "Structural Analysis of Hydrologic Time Series", Hydrology Papers, Vol. 3, No. 56, Colorado Starc University, Fort Collins, Colorado, pp. I~59 (1972)
7. Quimpo, R. G., "Stochastic Model of Daily River Flow Sequences", Hydrology Papers, Vol. 1, No. 18, Colorado State University, Forc Collins, Colorado (1967)
8. Yevjevich, V.M., "The Application of Surplus, Deficit, and Range in Hydrogy, "Colorado state University Hydrology Paper No. 10, Fort Collins, Colorado, Sep (1965)
9. M.M, Siddiqui., "The Asymptotic Distribution of the Range and Other Functions of Partial Sums of Stationary Process", Water Resources Research Vol. 12, No. 6, pp. 1271~1276 (1976)
10. Kedar Nath Mutreja., "Reservoir Capacity for Periodic-Stochastic Input and Periodic Output", Hydrology Paper No. 86, Colorado State University, Fort Collins, Colorado (1976)
11. George Fleming., "Compater Simulation Technigues in Hydrology", Elsevier, pp. 263~272 (1975)
12. Yevjevich, V. M., "Stochastic Processes in Hydrology", Water Resources Publications, Fort Collins Colorado (1972)
13. 崔漢圭, 崔榮博, 金治弘, "河川流量의 水文學的 模擬技法에 關한 硏究", 韓國水文學會誌, 第十五卷 第二號, pp. 33~39 (1982)
14. 韓國電力株式會社, "春川水力發電所 建設誌", pp. 50~60 (1966)
15. 建設部, "昭陽江多目的댐 工事誌", pp. 16~49 (1974)
16. 建設部, "安東多目的댐 工事誌", pp. 15~51.