產業技術硏究(江原大學校 產業技術硏究所 論文集) 第3輯(1983)
Res. Report, The Inst. of Industrial Technology, Kangweon Nat. Univ., Korea, Vol. 3

選別型 多回 샘플링檢査의 AOQ 및 ATI와 檢査過誤의 영향

李 鍾 盛*

The AOQ and ATI in Multiple Sampling Plans under Perfect or Error-Prone Inspection

Jong-Seong Lee*

Abstract

This paper develops and provides formulas for calculating the Average Outgoing Quality and the Average Total Inspection for nine different sample/rest-of-lot disposition policies in which rectifying multiple sampling inspection by attribute can be carried out. The formulas are considered for perfect inspection as well as error-prone inspection.

I. 序 論

不合格된 로트(LOT)에 대해서 全數檢査를 실시하는 選別型 檢査에서는 檢査 자체가 檢査를 받고 난 로트 전체의 平均不良率에 큰 영향을 미치게 되므로 平均出檢品質(AOQ)이 檢査 방법을 평가하는 중요한 特性値가 된다. 또한 合格된 로트에 대해서는 샘플만을 檢査하고 不合格된 로트에 대해서는 全數檢査를 실시하게 되므로 로트當의 平均檢査量(ATI)도 選別型 檢査를 평가하는 중요한 特性値가 된다.

AOQ 및 ATI의 계산은 샘플 및 不合格 로트의 처리 방법에 따라 상당한 차이가 있다. Wortham과 Mogg[5]은 檢査過誤가 없는 1回 샘플링 檢査에서 샘플과 로트의 처리 방법 9가지 경우에 대해서 AOQ의 계산 公式을 제시하였다. 실제로 검사를 실시함에 있어 檢査者가 저지르는 過誤 역시 AOQ 및 ATI의 계산에서 고려해야 할 중요한 요소이다. Case, Bennett와 Schmidt[2]는 1回 샘플링 檢査에서 샘플과 로트의 9가지 처리 방법에 대하여 檢査者의 過誤를 고려한 AOQ의 계산 公式을 유도하였으며, Beainy와 Case[1]는 1回 및 2回 샘플링 檢査에서 檢査者의 過誤가 AOQ 및 ATI에 미치는 영향을 연구하였다.

本 硏究는 計數型 多回 샘플링 檢査에서 샘플과 不合格 로트에 대하여 고려할 수 있는 9가지 경우에 대하여 AOQ 및 ATI의 公式을 유도하고, 檢査 過誤의 영향을 고찰하였다.

* 江原大學校 工科大學 産業工學科 助教授
* Assistant Professor, Dept. of Industrial Engineering, Kangweon National University.

Ⅱ. AOQ 및 ATI 公式의 유도

檢査 過誤는 2가지 유형으로 분류된다. 즉, 良品을 不良品으로 분류하는 제1종 過誤와 不良品을 良品으로 분류하는 제2종 過誤이다. 제1종 過誤를 범할 확률을 e_1, 제2종 過誤를 범할 確率을 e_2라 하고, 로트의 不良率의 참값을 P라 할 때 e_1과 e_2의 영향으로 외관상에 나타나는 不良率 Pe는

$$Pe=P(1-e_2)+(1-P)e_1$$

이다. ([3] 참조)

多回 샘플링 檢査에서 不良率의 참값이 P인 로트가 k-번째 檢査에서 合格 및 不合格 할 確率은

檢査 過誤가 없는 경우;

$$P_{ak}=P(c_{k-1}<Y_{k-1}<r_{k-1})\cdot P(Y_k\leq c_k/c_{k-1}<Y_{k-1}<r_{k-1})$$

$$P_{rk}=P(c_{k-1}<Y_{k-1}<r_{k-1})\cdot P(Y_k\geq r_k/c_{k-1}<Y_{k-1}<r_{k-1})$$

檢査過誤가 있는 경우;

$$P_{aek}=P(c_{k-1}<Y_{ek-1}<r_{k-1})\cdot P(Y_{ek}\leq c_k/c_{k-1}<Y_{ek-1}<r_{k-1})$$

$$P_{rek}=P(c_{k-1}<Y_{ek-1}<r_{k-1})\cdot P(Y_{ek}\geq r_k/c_{-1}<Y_{ek-1}<r_{k-1})$$

이다.

여기서 c_k, r_k는 k번째 檢査에서의 合格 및 不合格判定個數이고, Y_k와 Y_{ek}는 각각 檢査過誤가 없는 경우와 있는 경우에서 k번째 샘플까지의 누적 不良個數이다. 실제로 이 確率은 이항분포나 포아손 분포를 利用하여 구할 수 있다. 샘플과 不合格 로트의 처리 방식으로서는── 샘플을 모두 폐기하는 경우(S1), 샘플에서 발견되는 不良品만을 제거하는 경우(S2), 샘플의 不良品을 良品으로 대체하는 경우(S3)와 不合格로트는 모두 폐기하는 경우(L1), 不合格 로트의 全數檢査에서 발견되는 不良品 만을 제거하는 경우(L2), 不合格 로트에서 발견되는 不良品을 良品으로 대체하는 경우(L3)의 9가지 조합을 생각 할 수 있다.

1. AOQ 公式의 유도

샘플 및 不合格 로트의 처리 방법에 따라 로트 內에 포함 되어 있는 不良品의 數의 기대치는 다음 5가지 분류의 일부 혹은 전부가 된다. 여기서 N과 n은 각각 로트 및 샘플의 크기를 나타내며 첨자 k는 k번째 檢査(혹은 샘플)를, 첨자 e는 檢査過誤가 있는 경우를 의미한다.

· {合格로트에서 샘플을 제외한 나머지 부분에 남아 있는 不良品의 數의 기대치}×{로트의 合格確率}

$$A_1=P(N-n_1)P_{a1}$$
$$A_{e1}=P_e(N-n_1)P_{ae1}$$

$$A_2=P(N-n_1-n_2)P_{a2}$$
$$A_{e2}=P_e(N-n_1-n_2)P_{ae2}$$

…………………………………

…………………………………

$$A_k=P(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{ak}$$
$$A_{ek}=P_e(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{aek}$$

· {不合格로트의 全數檢査를 받은 부분에서 檢査過誤로 인해 良品으로 분류되어 남아 있는 不良品의 數의 기대치}×{로트가 不合格 될 確率}

$$B_1=0$$
$$B_{e1}=P(N-n_1)e_2P_{re1}$$

$$B_2=0$$
$$B_{e2}=P(N-n_1-n_2)e_2P_{re2}$$

…………………………………

…………………………………

$$B_k=0$$
$$B_{ek}=P(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)e_2P_{rek}$$

· {샘플에서 檢査過誤로 인해 良品으로 분류되어 남아 있는 不良品의 數의 기대치}×{샘플을 추출 할 確率}

$$C_1=0$$
$$C_{e1}=Pn_1e_2$$

$$C_2=0$$
$$C_{e2}=Pn_2e_2(1-P_{ae1}-P_{re1})$$

…………………………………

…………………………………

$C_k=0$

$C_{ek}=Pn_kc_2(1-P_{aek-1}-P_{rek-1})$

· {不合格로트의 全數檢査를 받은 부분의 不良品을 良品으로 대체하는 과정에서 檢査過誤로 인해 도입되는 不良品의 數의 기대치}×{로트가 不合格될 確率}

$D_1=0$

$$D_{e1}=\frac{P_e(N-n_1)}{1-P_e}Pe_2P_{re1}$$

$D_2=0$

$$D_{e2}=\frac{P_e(N-n_1-n_2)}{1-P_e}Pe_2P_{re2}$$

....

....

$D_k=0$

$$D_{ek}=\frac{P_e(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)}{1-P_e}Pe_2P_{rek}$$

· {샘플 內의 不良品을 良品으로 대체하는 과정에서 檢査過誤로 인해 도입 되는 不良品의 數의 기대치}×{샘플을 추출할 確率}

$E_1=0$

$$E_{e1}=\frac{n_1P_e}{1-P_e}Pe_2$$

$E_2=0$

$$E_{e2}=\frac{n_2P_e}{1-P_e}P_{e2}(1-P_{ae1}-P_{re1})$$

....

....

$E_k=0$

$$E_{ek}=\frac{n_kP_e}{1-P_e}Pe_2(1-P_{aek-1}-P_{rek-1})$$

檢査 후의 로트의 크기를 계산하기 위해서는 다음 사항들을 알아야 한다.

· {샘플에서 제거되는 不良品의 數의 기대치}×{샘플을 추출 할 確率}

$F_1=n_1P$

$F_{e1}=n_1P_e$

$F_2=n_2P(1-P_{a1}-P_{r1})$

$F_{e2}=n_2P_e(1-P_{ae1}-P_{re1})$

....

....

$F_k=n_kP(1-P_{ak-1}-P_{rk-1})$

$F_{ek}=n_kP_e(1-P_{aek-1}-P_{rek-1})$

· {不合格로트의 全數檢査를 받은 부분에서 제거되는 不良品의 數의 기대치}×{로트가 不合格 될 確率}

$G_1=P(N-n_1)P_{r1}$

$G_{e1}=P_e(N-n_1)P_{re1}$

$G_2=P(N-n_1-n_2)P_{r2}$

$G_{e2}=P_e(N-n_1-n_2)P_{re2}$

....

....

$G_k=P(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{rk}$

$G_{ek}=P_e(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{rek}$

· {合格로트에서 샘플을 제외한 나머지 부분의 크기}×{로트가 合格할 確率}

$H_1=(N-n_1)P_{a1}$

$H_{e1}=(N-n_1)P_{ae1}$

$H_2=(N-n_1-n_2)P_{a2}$

$H_{e2}=(N-n_1-n_2)P_{a2}$

....

....

$H_k=(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{ak}$

$H_{ek}=N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{aek}$

· {샘플의 크기}×{샘플을 추출 할 確率}

$I_1=n$

$I_{e1}=n_1$

$I_2=n_2(1-P_{a1}-P_{r1})$

$I_{e2}=n_2(1-P_{ae1}-P_{re1})$

....

....

$I_k=n_k(1-P_{ak-1}-P_{rk-1})$

$I_{ek}=n_k(1-P_{aek-1}-P_{rek-1})$

이상과 같이 정의한 사항들을 利用하여 多回 샘플링 檢査의 AOQ公式을 정리하면 (Table 1)과 같다.

Table 1. AOQ Equations for Various Sample/Lot Disposition Policies

	L1	L2	L3
S1	p	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma B_i}{N-\Sigma I_i-\Sigma G_i}$	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma B_i+\Sigma D_i}{N-\Sigma I_i}$
S2	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma C_i}{\Sigma I_i-\Sigma F_i+\Sigma H_i}$	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma B_i+\Sigma C_i}{N-\Sigma F_i-\Sigma G_i}$	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma B_i+\Sigma C_i+\Sigma D_i}{N-\Sigma F_i}$
S3	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma C_i+\Sigma E_i}{\Sigma I_i+\Sigma H_i}$	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma B_i+\Sigma C_i+\Sigma E_i}{N-\Sigma G_i}$	$\frac{\Sigma A_i+\Sigma B_i+\Sigma C_i+\Sigma D_i+\Sigma E_i}{N}$

2. ATI 公式의 유도

샘플 및 不合格 로트의 처리 방법에 따라 로트當 平均檢査量은 다음 분류의 일부 혹은 전부가 된다.

- {(샘플의 크기)+(샘플의 不良品을 良品으로 대체하는데 필요한 檢査量의 기대치)}×{샘플을 추출 할 確率}

$$J_1=n_1+\frac{n_1P}{1-P}$$

$$J_{e1}=n_1+\frac{n_1P_e}{1-P_e}$$

$$J_2=(n_2+\frac{n_2P}{1-P})(1-P_{a1}-P_{r1})$$

$$J_{e2}=(n_2+\frac{n_2P_e}{1-P_e})(1-P_{ae1}-P_{re1})$$

....

....

$$J_k=(n_k+\frac{n_kP}{1-P})(1-P_{ak-1}-P_{rk-1})$$

$$J_{ek}=(n_k+\frac{n_kP_e}{1-P_e})(1-P_{aek-1}-P_{rek-1})$$

- {不合格로트에 대한 全數檢査量}×{로트가 不合格 될 確率}

$$K_1=(N-n_1)P_{r1}$$

$$K_{e1}=(N-n_1)P_{re1}$$

$$K_2=(N-n_1-n_2)P_{r2}$$

$$K_{e2}=(N-n_1-n_2)P_{re2}$$

....

....

$$K_k=(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{rk}$$

$$K_{ek}=(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_{rek}$$

- {(不合格로트에 대한 全數檢査量)+(不合格로트의 不良品을 良品으로 대체하는데 필요한 檢査量의 기대치)}×{로트가 不合格 될 確率}

$$L_1=\left\{(N-n_1)+\frac{(N-n_1)P}{1-P}\right\}P_{r1}$$

$$L_{e1}=\left\{(N-n_1)+\frac{(N-n_1)P_e}{1-P_e}\right\}P_{re1}$$

$$L_2=\left\{(N-n_1-n_2)+\frac{(N-n_1-n_2)P}{1-P}\right\}P_{r2}$$

$$L_{e2}=\left\{(N-n_1-n_2)+\frac{(N-n_1-n_2)P_e}{1-P_e}\right\}P_{re2}$$

....

....

$$L_k=\left\{(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)+\frac{(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P}{1-P}\right\}P_{rk}$$

$$L_{ek}=\left\{(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)+\frac{(N-n_1-n_2\cdots\cdots n_k)P_e}{1-P_e}\right\}P_{rek}$$

이상과 같이 정의한 사항들을 이용하여 多回 샘플링 檢査의 ATI 公式을 정리하면 (Table 2) 와 같다.

Table 2. ATI Equations for Various Sample /Lot Disposition Policies

	L1	L2	L3
S1	ΣI_i	$\Sigma I_i+\Sigma K_i$	$\Sigma I_i+\Sigma L_i$
S2	ΣI_i	$\Sigma I_i+\Sigma K_i$	$\Sigma I_i+\Sigma L_i$
S3	ΣJ_i	$\Sigma J_i+\Sigma K_i$	$\Sigma J_i+\Sigma L_i$

Ⅲ. 檢證 및 結論

샘플/로트의 처리 방식에 따라 AOQ 및 ATI의 변화를 고찰하기 위하여 任意의 샘플링 檢査計劃과 檢査過誤에 대해서 AOQ 및 ATI를 계산하였다. 선정된 샘플링 檢査計劃은 ABC-STD 105에서 로트의 크기 N=1,000, 일반검사 수준Ⅱ, AQL=1.0%, 보통檢査에서 얻은 多回 샘플링 檢査이며 檢査過誤는 $(e_1, e_2)=(0.00, 0.00)$, $(0.03, 0.30)$을 선택하였다. 그 결과를 Fig. 1에서 Fig. 4에 圖示하였다.

Fig. 1은 (S3—L3)의 AOQ 곡선인데 (S2—12), (S2—L3), 그리고 (S3—L2)의 AOQ 곡선도 이와 아주 유사한 형태가 된다. Fig. 2은 (S2—L1)의 AOQ 곡선인데 (S3—L1)의 AOQ 곡선도 이와 유사하다. Fig. 3은 (S2—L2)의 ATI 곡선인데 (S1—L2)와 (S3—L2)도 이와 同

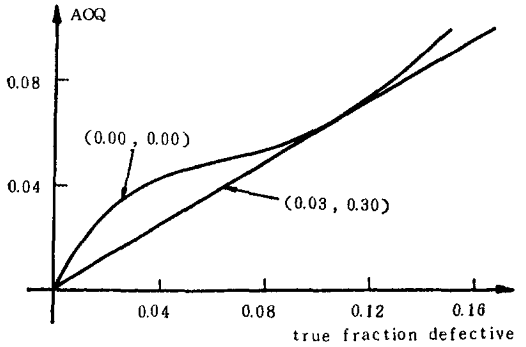

Fig. 1. AOQ curve for(S3—L3)

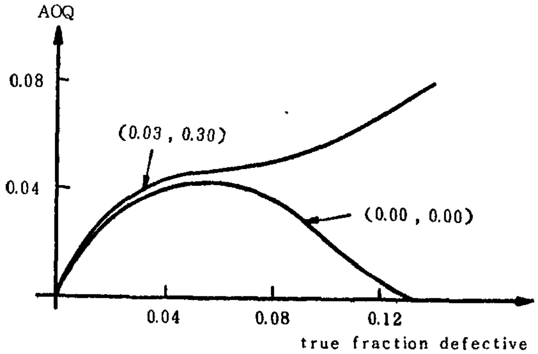

Fig. 2. AOQ curve for(S2—L1)

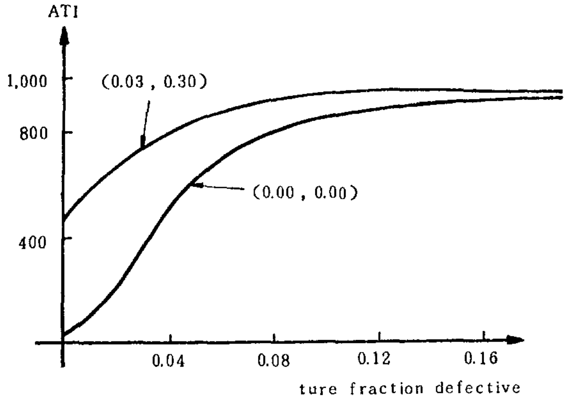

Fig. 3. ATI curve for(S2—L2)

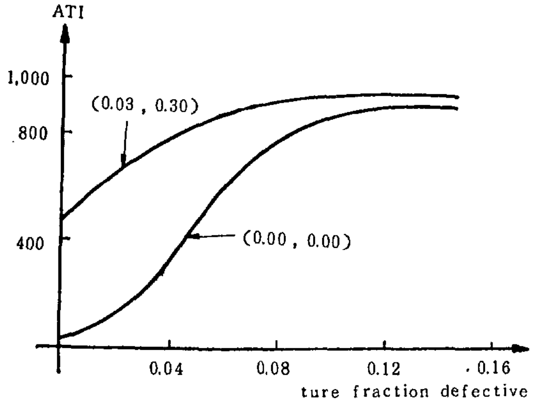

Fig. 4. ATI curve for(S3—L3)

一하거나 유사한 ATI 곡선을 갖는다. Fig. 4은 (S3—L3)의 ATI 곡선인데 (S1—L3), (S2—L3), 그리고 (S3—L3)의 ATI 곡선도 이와 유사한 형태가 된다. 이상과 같은 檢證 결과로부터 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. AOQ 및 ATI 곡선은 각각 몇가지의 샘플/로트 처리 방식에 대해서 유사한 형태를 갖게 된다. 이것은 이들 샘플/로트의 처리 방식 內에서는 AOQ와 ATI의 변화가 크지 않음을 의미한다.

2. 대부분의 경우 檢査過誤는 AOQ 및 ATI 곡선에 큰 영향을 미친다. 그러나 (S1—L1)에서는 AOQ에, (S1—L1)과 (S2—L1)에서는 ATI에 檢査 過誤의 영향이 나타나지 않는다.

參 考 文 獻

1. Beainy, Ilham, and Case, Kenneth, E. "A Wide Variety of AOQ and ATI Performance Measures with and without Inspection Error", Journal of Quality Technology, vol. 13, No. 1, pp. 1—9 (1981)
2. Case, Kenneth E., Bennett, Kemble G., and Schmidt, J. W. "The Effect of Inspection Error on Average Outgoing Quality", Journal of Quality Technology, vol. 7, No. 1, pp. 28—33 (1975)
3. Collins, R. D., JR. and Case, K. E., "The Distribution of Observed Defectives in Attribute Acceptance Sampling Plans Under Inspection Error", AIIE Transactions, vol. 8, No. 3, pp. 375—378 (1976)
4. Duncan, A. T., Quality Contrrol and Industrial Statistics., 4th ed., Irwin, Homewood, Illinois, pp. 333—357 (1974)
5. Wortham, A. W. and Mogg, J. W., "A Technical note on Average Outgoing Quality", Journal of Quality Technology, vol. 2, No. 1, pp. 30—31 (1970)