Journal of the Korean Society of
Tobacco Science. Vol. 5, No. 1 (1983)
Printed in Republic of Korea.

要因実験의 一部実施에서의 回歸分析

盧 載 榮 · 李 相 珏 · 李 炅 珉

韓國人蔘煙草研究所 耕作試驗場

Regression Analysis in Fractional Factorial Experiment Designs with 2^n Orthogonal Arrays

Roh, Jae-Yong. Lee Sang-Gak. Lee Kyung-Min
College of Agriculture, Chung-Buk National University, Cheongju, Chung-Buk, Korea.

(Received for publication, March 4, 1983)

ABSTRACT

The formulas of easy methods on calculating total effects for regression analysis by effects induced from fractional factorial experiment designs at three or four level factors in case of quantitaive and equally spaced levels with 2^n series of orthogonal arrays are as follows.

All of the symbols are indicate the total effects of factors.

1. $2^n \times 4$ design (A : 4 level factor, C : 2 level factor)

$A_l = -(2A^1 + A^2)$ $\quad$ $A_l \times C_l = 2A^1C + A^2C$

$A_q = A^3$ $\quad$ $A_q \times C_l = -A^3C$

$A_c = A^1 - 2A^2$ $\quad$ $A_c \times C_l = (-A^1C - 2A^2C)$

2. $2^n \times 4^m$ design (A, B : 4 level factors)

$A_l \times B_l = 4A^1B^1 + 2A^1B^2 + 2A^2B^1 + A^2B^2$

$A_q \times B_l = -(2A^3B^1 + A^3B^2)$

$A_c \times B_l = -2A^1B^1 - A^1B^2 + 4A^2B^1 + 2A^2B^2$

$A_l \times B_q = -(2A^1B^3 + A^2B^3)$

$A_q \times B_q = A^3B^3$

$A_c \times B_q = A^1B^3 - 2A^2B^3$

$A_l \times B_c = -2A^1B^1 + 4A^1B^2 - A^2B^1 + 2A^2B^2$

$A_q \times B_c = A^3B^1 - 2A^3B^2$

$A_c \times B_c = A^1B^1 - 2A^1B^2 - 2A^2B^1 + 4A^2B^2$

3 , $2^n \times 3^m$ design (A, B : 3 level factors, C : 2 level factor)

$A_l = -\frac{1}{2}(A^1 + A^2)$

$A_q = A^3$

$A_l \times C_l = \frac{1}{2}(A^1C + A^2C)$

$A_q \times C_l = -A^3C$

$A_l \times B_l = \frac{1}{4}(A^1B^1 + A^1B^2 + A^2B^1 + A^2B^2)$

$A_q \times B_l = -\frac{1}{2}(A^3B^1 + A^3B^2)$

$A_l \times B_q = -\frac{1}{2}(A^1B^3 + A^2B^3)$

$A_q \times B_q = A^3B^3$

4. $2^n \times 4 \times 3$ design (A : 4 level factor, B : 3 level factor)

$A_l \times B_l = \frac{1}{2}(2A^1B^1 + 2A^1B^2 + A^2B^1 + A^2B^2)$

$A_q \times B_l = -\frac{1}{2}(A^3B^1 + A^3B^2)$

$A_c \times B_l = -\frac{1}{2}(A^1B^1 + A^1B^2 - 2A^2B^1 - 2A^2B^2)$

$A_l \times B_q = -(2A^1B^3 + A^2B^3)$

$A_q \times B_q = A^3B^3$

$A_c \times B_q = A^1B^3 - 2A^2B^3$

I. 서 론

單要因實驗은 특정치에 영향을 미치는 原因系와의 交互作用이 존재할 경우에 실험결과의 재현성에 대한 정도가 저하된다. 交互作用의 존재가 예견될 경우에 多因子要因 실험이 계획되지만 실험에 채택되는 인자수가 많아지면 처리수가 급증하여 실시하기가 매우 어려워진다. 이때에 多因子계획에서 탁월한 효능을 가진 일부실시법을 사용하면 비용과 노력을 처리수의 감소라는 효과로서 최소한으로 줄여 필요한 정보를 얻을 수가 있다.

요인실험의 일부실시법은 Finney[1]에 의하여 그 가능성이 제시되었고, 그 후에 여러 연구자[2,4,5,6,7]에 의하여 여러 분야에 대한 실용화 방법이 개발되어 이들 분야의 실험에 크게 공헌하고 있다.

일부 실시방법은 直交表에 요인을 배치하여 실시하는 것이 간편한데 直交表를 이용하여 多因子, 多水準 실험을 할 경우에 요인효과의 해석과 아울러 回帰關係를 밝혀볼 필요가 생긴다. 즉 실험에 채택된 인자가 양적인자로서 그 수준이 등간격인 경우에 인자의 回帰成分을 단일자유도를 갖도록 분해하려면 Data의 재정리와 계산에 많은 시간이 소요된다. 田中[7]는 2차 回帰 이상의 高次回帰가 존재하지 않을 경우의 2因子間의 1次回帰의 簡略算法을 제시하였다. 그러나 農生物實驗에서는 2차 및 3차 回帰가 존재하는 경우가 많고 또 1次回帰를 계산하였을 경우에 殘差가 크면 高次回帰를 구해 볼 필요가 생긴다.

위의 田中의 算法은 簡略算이기는 하지만 回帰成分의 일부분이 무시되므로 여기서는 直交表에 多水準의 等間隔水準을 가진 양적인자를 배치하였을 때에 各回帰成分의 簡便算法을 도출하고자 한다. 도출된 簡便算法은 2水準系直交表에 $2^n \times 4^m$, $2^n \times 3^m$, $3^n \times 4^m$ 계획등을 배치하였을 경우에 이들 인자들의 주효과 및 인자간의 交互作用에 관한 回帰成分의 효과계를 계산하는 방법이며, 이때 각 인자의 수준은 等間隔이거나 等比級數로 배치될 것을 전제로 한다.

본연구를 수행함에 있어 오레건대학교에 유학중 틈을 내어 많은 문헌들을 복사하여 보내준 申周植박사에게 깊은 감사의 뜻을 표하는 바이다.

II. 2水準系 直交表를 이용한 실험의 回帰分析

2水準系 直交表(2^n直交表)에 2水準系의 인자를 배치하였을 경우에는 주효과 및 交互作用의 평균효과는 각각 L_1, L_{11}가 되고 그 분산분석은 그대로 回帰分析이 된다. 그러나 2^n直交表에 4(또는 3) 수준인자를 배치하였을 경우 에 多水準因子를 A, 2水準因子를 C라고 하면 A_l A_q, A_c, $A_l \times C_l (=A_lC_l)$, $A_q \times C_l (=A_qC_l)$, $A_c \times C_l (=A_cC_l)$의 回帰成分中 A_q의 효과계가 直交表에서의 A^3의 효과계와 같다는 것은 直交多項式의 계수에서 쉽게 알수가 있다. 즉 A_q 및 A_qC_l의 효과계는 直交表의 분석과정에서 자동으로 계산되나 다른 성분들은 별도로 계산을 해야 된다.

直交表에서 배차된 각 요인의 기호를 그 요인의 효과계를 나타내는 기호로 사용하면

$A^1 + A^2 = A_l + A_c$

$A^1 = (A_1 + A_2) - (A_3 + A_4)$, $A^2 = (A_1 + A_3) - (A_2 + A_4)$

이고 A_l 및 A_c를 구하기 위한 直交多項式의 계수는

A_l : −3, −1, 1, 3

A_c : −1, 3, −3, 1

로서 l_1, l_3이 A^1, A^2로서는 直接計算이 안된다. 따라서 l_1, l_3를 구하려면 AC 2元表를 작성하여 回帰分析을 해야하는 번거로운 수순을 거치게 되고 筆算일 경우에 과오를 일으키기 쉽다.

直交表에서 계산된 효과계로서 각 계획에서의 回帰成分을 구하기 위하여 도출한 簡便算法식은 아래와 같다.

1. $2^n \times 4$ 계획

$2^n \times 4$ 계획에서의 A_l, A_q, A_c의 효과계는

$$A_l = -(2A^1 + A^2) \quad \cdots\cdots (1)$$

$$A_q = A^3 \quad \cdots\cdots (2)$$

$$A_c = A^1 - 2A^2 \quad \cdots\cdots (3)$$

〔증 명〕

(1)式

$2^n\times 4$ 계획에서 4水準因子 A 및 2水準因子 C의 수준을 각각 a_i, C_j라고 하면

$$A_l=-3(a_1c_1+a_1c_2)-(a_2c_1+a_2c_2)+(a_3c_1+a_3c_2)+3(a_4c_1+a_4c_2)$$

直交表에서 A^1 및 A^2는

$$A^1=(a_1c_1+a_1c_2+a_2c_1+a_2c_2)-(a_3c_1+a_3c_2+a_4c_1+a_4c_2)$$

$$A^2=(a_1c_1+a_1c_2+a_3c_1+a_3c_2)-(a_2c_1+a_2c_2+a_4c_1+a_4c_2)$$

$$\begin{aligned}2A^1+A^2=&2\{(a_1c_1+a_1c_2+a_2c_1+a_2c_2)-(a_3c_1+a_3c_2+a_4c_1+a_4c_2)\}+\\&(a_1c_1+a_1c_2+a_3c_1+a_3c_2)-(a_2c_1+a_2c_2+a_4c_1+a_4c_2)=\\&3(a_1c_1+a_1c_2)+(a_2c_1+a_2c_2)-(a_3c_1+a_3c_2)-3(a_4c_1+a_4c_2)\end{aligned}$$

$$2A^1+A^2=-A_l \quad \therefore\ A_l=-(2A^1+A^2)$$

(1)式이 負인 것은 일반법에서의 l_1의 효과계는 (2수준의 計－1수준의 計)인데 비하여 直交表에서는 (1수준의 計－2수준의 計)로써 계산되기 때문이다. 따라서 2수준인자 C의 효과계는 $-C_l$이 된다.

(3)式

$$\begin{aligned}A^1-2A^2=&(a_1c_1+a_1c_2+a_2c_1+a_2c_2)-(a_3c_1+a_3c_2+a_4c_1+a_4c_2)-\\&-2\{(a_1c_1+a_1c_2+a_3c_1+a_3c_2)-(a_2c_1+a_2c_2+a_4c_1+a_4c_2)\}=\\&-(a_1c_1+a_1c_2)+3(a_2c_1+a_2c_2)-3(a_3c_1+a_3c_2)+(a_4c_1+a_4c_2)=A_c\end{aligned}$$

자유도 $f_{A\times C}=3$인 交互作用 A×C(=AC)를 자유도 1씩인 回歸成分으로 분석하면

$A_lC_l=2A^1C+A^2C$ ……………………………… (4)

$A_qC_l=-A^3C$ ……………………………… (5)

$A_cC_l=-(A^1C-2A^2C)$ ……………………………… (6)

〔증 명〕

(4)式

$A_lC_l=-3(a_1c_2-a_1c_1)-(a_2c_2-a_2c_1)+(a_3c_2-a_3c_1)+3(a_4c_2-a_4c_1)$ 直交表에서의 A^1C 및 A^2C는

$$A^1C=(a_1c_1+a_2c_1+a_3c_2+a_4c_2)-(a_1c_2+a_2c_2+a_3c_1+a_4c_1)$$

$$A^2C=(a_1c_1+a_2c_2+a_3c_1+a_4c_2)-(a_1c_2+a_2c_1+a_3c_2+a_4c_1)$$

$$\begin{aligned}2A^1C+A^2C=&2\{(a_1c_1+a_2c_1+a_3c_2+a_4c_2)-(a_1c_2+a_2c_2+a_3c_1+a_4c_1)\}+\\&(a_1c_1+a_2c_2+a_3c_1+a_4c_2)-(a_1c_2+a_2c_1+a_3c_2+a_4c_1)\\=&-3(a_1c_2-a_1c_1)-(a_2c_2-a_2c_1)+(a_3c_2-a_3c_1)+3(a_4c_2-a_4c_1)=A_lC_l\end{aligned}$$

또 (4)式은 2수준인자의 경우에 C의 효과계는 直交表에서 C=1수준의 計－2수준의 계로써 계산되고 그 回歸成分의 효과계는 $-C_l$이 되므로 다음과 같은 관계로써도 구해진다. 즉

$A_lC_l=(A_l)(C_l)=-(2A^1+A^2)(-C)$

$=2A^1C+A^2C$ ……………………………… (4)－1

이 성립된다. 그러나 이때의 곱셈은 자유도 1인 요인효과가 나올때까지 한다. 즉 $-(2A^1+A^2)(-C)$式으로는 A_lC_l은 구해지지 않고 $2A^1C+A^2C$로써 구해진다.

(5)式

(5)式은 $A_q=A^3$, $C_l=-C$에서 $A_qC_l=(A^3)(-C)=-A^3C$가 된다.

(6)式

$$A_cC_l=-(a_1c_2-a_1c_1)+3(a_2c_2-a_2c_1)-3(a_3c_2-a_3c_1)+(a_4c_2-a_4c_1)$$

直交表에서의 A^1C 및 A^2C는 (4)식의 증명에서 나타나 있으므로 이를 사용하여

$$\begin{aligned}-(A^1C-2A^2C)=&-[(a_1c_1+a_2c_1+a_3c_2+a_4c_2)-(a_1c_2+a_2c_2+a_3c_1+a_4c_1)-\\&2\{(a_1c_1+a_2c_2+a_3c_1+a_4c_2)-(a_1c_2+a_2c_1+a_3c_2+a_4c_1)\}]\\=&-(a_1c_2-a_1c_1)+3(a_2c_2-a_2c_1)-3(a_3c_2-a_3c_1)+(a_4c_2-a_4c_1)=A_cC_l\end{aligned}$$

(6)式은 (4)式에서와 같이

$A_cC_l=(A^1-2A^2)(-C)=-(A^1C-2A^2C)$

……………………………………………… (6)－1

로써도 구해진다.

간편법으로 계산한 효과계로써 평균효과, 平方和를 구할때의 除数는 直交多項式을 이용한 일반법과 같이 한다.

2. $2^n \times 4^m$ 계획

$2^n \times 4^m$ 계획에서 4수준인자를 A, B라고 할 경우에 直交表에서의 결과를 이용한 簡便算法은 다음과 같다. 아래의 식들은 (4)-1 및 (6)-1식과 같은 방법으로도 유도된다.

$A \times B_l$

$$A_lB_l = (-2A^1 - A^2)\ (-2B^1 - B^2) = 4A^1B^1 + 2A^1B^2 + 2A^2B^1 + A^2B^2 \cdots\cdots (7)$$

$$A_qB_l = (A^3)\ (-2B^1 - B^2) = -(2A^3B^1 + A^3B^2) \cdots\cdots (8)$$

$$A_cB_l = (A^1 - 2A^2)\ (-2B^1 - B^2) = -2A^1B^1 - A^1B^2 + 4A^2B^1 + 2A^2B^2 \cdots (9)$$

$A \times B_q$

$$A_lB_q = -(2A^1 + A^2)\ (B^3) = -(2A^1B^3 + A^2B^3) \cdots\cdots (10)$$

$$A_qB_q = A^3B^3 \cdots\cdots (11)$$

$$A_cB_q = (A^1 - 2A^2)\ (B^3) = A^1B^3 - 2A^2B^3) \cdots\cdots (12)$$

$A \times B_c$

$$A_lB_c = -(2A^1 + A^2)\ (B^1 - 2B^2) = -2A^1B^1 + 4A^1B^2 - A^2B^1 + 2A^2B^2 \cdots (13)$$

$$A_qB_c = (A^3)\ (B^1 - 2B^2) = A^3B^1 - 2A^3B^2 \cdots (14)$$

$$A_cB_c = (A^1 - 2A^2)\ (B^1 - 2B^2) = A^1B^1 - 2A^1B^2 - 2A^2B^1 + 4A^2B^2 \cdots\cdots (15)$$

3. $2^n \times 3^m$ 계획

2^n直交表에 3수준계인자를 배치하려면 擬水準을 두어 4水準을 만들어 배치하게 되는데 第2水準을 택하여 直交表上의 第1, 2, 3 및 4수준을 第1, 2, 2 및 3수준의 4수준으로 배치하면 다음과 같은 簡便算法이 導出된다. 3수준인자를 A, B, 2수준인자를 C라고 하면

$$A_l = -\frac{1}{2}(A^1 + A^2) \cdots\cdots (16)$$

$$A_q = A^3 \cdots\cdots (17)$$

$$A_lC_l = \frac{1}{2}(A^1C + A^2C) \cdots\cdots (18)$$

$$A_qC_l = -A^3C \cdots\cdots (19)$$

$$A_lB_l = \{-\frac{1}{2}(A^1 + A^2)\}\ \{-\frac{1}{2}(B^1 + B^2)\} = \frac{1}{4}(A^1B^1 + A^1B^2 + A^2B^1 + A^2B^2) \cdots\cdots (20)$$

$$A_qB_l = (A^3)\ (-\frac{1}{2})\ (B^1 + B^2) = -\frac{1}{2}(A^3B^1 + A^3B^2) \cdots\cdots (21)$$

$$A_lB_q = -\frac{1}{2}(A^1 + A^2)B^3 = -\frac{1}{2}(A^1B^3 + A^2B^3) \cdots\cdots (22)$$

$$A_qB_q = A^3B^3 \cdots\cdots (23)$$

〔증 명〕

直交表上에서 3수준인자 A에 관한 1차성분 A_l의 효과계는

$$A_l = (a_4c_1 + a_4c_2) - (a_1c_1 + a_1c_2) \rightarrow (a_3c_1 + a_3c_2) - (a_1c_1 + a_1c_2)$$

2차성분 A_q는

$$A_q = (a_1c_1 + a_1c_2) - (a_2c_1 + a_2c_2)\ (a_3c_1 + a_3c_2) + (a_4c_1 + a_4c_2)\ (a_1c_1 + a_1c_2 + (a_2c_1 + a_2c_2) - (a_2c_1 + a_2c_2)\ (a_3c_1 + a_3c_2)$$

와 같이 되며 효과계 $A^1 + A^2$는

$$\begin{aligned} A^1 + A^2 = {} & (a_1c_1 + a_1c_2 + a_2c_1 + a_2c_2) - (c_3c_1 + a_3c_2 + a_4c_1 + a_4c_2) + (a_1c_1 + a_1c_2 + a_3c_1 + a_3c_2) - (a_2c_1 + a_2c_2 + a_4c_1 + a_4c_2) \\ \rightarrow {} & (a_1c_1 + a_1c_2 + a_2c_1 + a_2c_2) - (a_2c_1 + a_2c_2 + a_3c_1 + a_3c_2) + (a_1c_1 + a_1c_2 + a_2c_1 + a_2c_2) - (a_2c_1 + a_2c_2 + a_3c_1 + a_3c_3) = -2A_l \end{aligned}$$

$$\therefore A_l = -\frac{1}{2}(A^1 + A^2)$$

A_q의 효과계는 直交多項式의 계수 및 수준배치로 보아 A^3와 일치한다. 그러나 평균효과나 平方和를 계산할 때의 除数는 4수준의 경우의 除数가 아니라 3수준의 경우의 除数 즉, $A_l = \sum C^2 = (-1)^2 + 1^2 = 2$, $A_q : \sum C^2 = 1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 6$으로 하여야 한다.

(18)~(23)식까지는 (4) 1 및 (6)-1식에서와 같은 방법으로 도출된다.

4. $2^n \times 4 \times 3$ 계획

2^n直交表에 4수준 및 3수준인자를 배치하였을 경우의 각 성분에 대한 效果計는 (4)-1 및 (6)-1식의 방법으로 다음과 같이 도출된다. 4수준인자를 A, 3수준인자를 B라고 하면

$$A_lB_l = -(2A^1+A^2)\left(-\frac{1}{2}\right)(B^1+B^2) = \frac{1}{2}(2A^1B^1+2A^1B^2+A^2B^1+A^2B^2) \quad \cdots\cdots (24)$$

$$A_qB_l = (A^3)\left(-\frac{1}{2}\right)(B^1+B^2) = -\frac{1}{2}(A^3B^1+A^3B^2) \quad \cdots\cdots (25)$$

$$A_cB_l = (A^1-2A^2)\left(-\frac{1}{2}\right)(B^1+B^2) = -\frac{1}{2}(A^1B^1+A^1B^2-2A^2B^1-2A^2B^2) \quad \cdots\cdots (26)$$

$$A_lB_q = -(2A^1+A^2)(B^3) = -(2A^1B^3+A^2B^3) \quad \cdots\cdots (27)$$

$$A_qB_q = A^3B^3 \quad \cdots\cdots (28)$$

$$A_cB_q = (A^1-2A^2)(B^3) = A^1B^3-2A^2B^3 \quad \cdots\cdots (29)$$

Ⅲ. 수 치 례

표1과 같은 배치의 data로써 각식의 계산예를 든다. 각 계획의 data는 모두 표1의 것을 사용하여 예시해 보기로 한다.

계획 계산식 효과계 계산例

$2^2\times4$ (1) $A_l = -(2A^1+A^2) = -\{2(-31)+(-3)\} = 65$

(2)′ $A_q = A_3 = -89$

(3) $A_c = A^1-2A^2 = (-31)-2(-3) = -25$

(4) $A_lC_l = 2A^1C+A^2C = 2(23)+(-9) = 37$

(5) $A_qC_l = -A^3C = -(13) = -13$

(6) $A_cC_l = -(A^1C-2A^2C) = -(23-2(-9)) = -41$

4^2 (7) $A_lB_l = 4A^1B^1+2A^1B^2+2A^2B^1+A^2B^2 = 4(23)+2(-7)+2(-9)+53 = 113$

(8) $A_qB_l = -(2A^3B^1+A^3B^2) = -\{2(13)+(-37)\} = 11$

(9) $A_cB_l = -2A^1B^2-A^1B^2+4A^2B^1+2A^2B^2 = (-2)(23)-(-7)+4(-9)+2(53) = 31$

(10) $A_lB_q = -(2A^1B^3+A^2B^3) = -\{2(15)+(-9)\} = -21$

(11)′ $A_qB_q = A^3B^3 = -39$

(12) $A_cB_q = A^1B^3-2A^2B^3 = 15-2(-9) = 33$

(13) $A_lB_c = -2A^1B^1+4A^1B^2-A^2B^1+2A^2B^2 = (-2)(23)+4(-7)-(-9)+2(53) = 41$

(14) $A_qB_c = A^3B^1-2A^3B^2 = 13-2(-37) = 87$

(15) $A_cB_c = A^1B^1-2A^1B^2-2A^2B^1+4A^2B^2 = 23-2(-7)-2(-9)+4(53) = 267$

2×3 (16) $A_l = -\frac{1}{2}(A^1+A^2) = \left(-\frac{1}{2}\right)(-31-3) = -\frac{1}{2}(-34) = 17$

(17) $A_q = A^3 = -89$

(18) $A_lC_l = \frac{1}{2}(A^1C+A^2C) = \frac{1}{2}(23-9) = \frac{1}{2}(14) = 7$

(19) $A_qC_l = -A^3C = -(13) = -13$

3^2 (20) $A_lB_l = \frac{1}{4}(A^1B^1+A^1B^2+A^2B^1+A^2B^2) = \frac{1}{2}(23-7-9+53) = \frac{1}{4}(60) = 15$

(21) $A_qB_l = -\frac{1}{2}(A^3B^1+A^3B^2) = \left(-\frac{1}{2}\right)(13-37) = \frac{1}{2}(24) = 12$

(22) $A_lB_q = -\frac{1}{2}(A^1B^3+A^2B^3) =$

Table 1. $L_{16}(2^{15})$ orthogonal arrays, data and total factor effects of the experiment lay out by $2^n \times 4^m$, $2^n \times 3^m$ and $2^n \times 4 \times 3$ designs.

Group No.		1	2		3				4								
Array No.		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	Data
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5
	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	19
	3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	20
	4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	17
	5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	20
	6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	26
	7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	24
Plot	8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	37
No.	9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	24
	10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	21
	11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	42
	12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	34
	13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
	14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	28
	15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	21
	16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	28
		a		a		a		a		a		a		a		a	367
Array			b	b			b	b			b	b			b	b	
label					c	c	c	c					c	c	c	c	
									d	d	d	d	d	d	d	d	
Total effect		−31	−3	−89	−79	23	−9	13	−53	−7	53	−37	−35	15	−9	−39	
$2^2 \times 4$		A^1	A^2	A^3	C	A^1C	A^2C	A^3C	D	A^1D	A^2D	A^3D	CD				
4^2		A^1	A^2	A^3	B^1	A^1B^1	A^2B^1	A^3B^1	B^2	A^1B^2	A^2B^2	A^3B^2	B^3	A^1B^3	A^2B^3	A^3B^3	
2×3		A^1	A^2	A^3	C	A^1C	A^2C	A^3C									
3^2		A^1	A^2	A^3	B^1	A^1B^1	A^2B^1	A^3B^1	B^2	A^1B^2	A^2B^2	A^3B^2	B^3	A^1B^3	A^3B^3	A^3B^3	
4×3		A^1	A^2	A^3	B^1	A^1B^1	A^2B^1	A^3B^1	B^2	A^1B^2	A^2B^2	A^3B^2	B^3	A^1B^3	A^2B^3	A^3B^3	

$(-\frac{1}{2})\ (15-9)=(-\frac{1}{2})$

$(6)=-3$

(23) $A_qB_q = A^3B^3 = -39$

4×3 (24) $A_lB_l = \frac{1}{2}(2A^1B^1 + 2A^1B^2 + A^2B^1$

$+A^2B^2) = \frac{1}{2}\{2(23)+2(-7)+$

$(-9)+53\} = \frac{1}{2}(76) = 38$

(25) $A_qB_l = -\frac{1}{2}(A^3B^1 + A^3B^2) =$

$(-\frac{1}{2})$ (13−37)=

$(-\frac{1}{2})$ (−24)=12

(26) $A_cB_l = -\frac{1}{2}(A^1B^1 + A^1B^2 - 2A^2B^1$

$-2A^2B^2) = -\frac{1}{2}\{23 + (-7) - 2$

$(-9) - 2(53)\} = (-\frac{1}{2})\ (-72)$

$=36$

(27) $A_lB_q = -(2A^1B^3 + A^2B^3) =$

$-\{2(15) + (-9)\} = -21$

(28) $A_qB_q = -39$

(29) $A_cB_q = A^1B^3 - 2A^2B^3 =$

$15 - 2(-9) = 33$

그런데 3수준인자의 回帰成分은 실제로는 표 2와 같이 계산되는 것이므로 평균효과 및 平方和를 계산할 경우에는 r=2를 추가해야 되나 간편계산에서는 그럴 필요가 없다. ……(16)~(19)式

Table 2. Regression analysis on 3 level factor

	$2A_1$ 122	$A_2+A_3(2A_2)$ 228	$2A_4(2A_3)$ 158	Total effect	$r\sum c^2$	Mean effect	V (=ss)
A_l	−1		1	34	(4×2) (2)	2.125	72.25
A_q	1	−2	1	−178	(4×2) (6)	−3.708	660.08

Ⅳ. 요 약

2水準系 直交表에 2수준인자와 함께 4수준 및 3수준인자를 배치하였을 경우에는 直交表에서 구한 효과계로써 다음의 간편법으로 각 요인의 효과계를 구하여 回帰分析을 하면 매우 편리하다. (각 기호=효과계)

1. $2^n \times 4$ 계획인 경우의 효과계(A= 4수준인자, C=2수준인자)

$A_l = -(2A^1 + A^2)$ ······ (1)

$A_q = A^3$ ······ (2)

$A_c = A^1 - 2A^2$ ······ (3)

$A_lC_l = 2A^1C + A^2C$ ······ (4)

$A_qC_l = -A^3C$ ······ (5)

$A_cC_l = -(A^1C - 2A^2C)$ ······ (6)

2. $2^n \times 4^m$ 계획인 경우의 효과계(A 및 B=4수준인자)

$A_lB_l = 4A^1B^1 + 2A^1B^2 + 2A^2B^1 + A^2B^2$ ······ (7)

$A_qB_l = -(2A^3B^1 + A^3B^2)$ ······ (8)

$A_cB_l = -2A^1B^1 - A^1B^2 + 4A^2B^1 + 2A^2B^2$ ······ (9)

$A_lB_q = -(2A^1B^3 + A^2B^3)$ ······ (10)

$A_qB_q = A^3B^3$ ······ (11)

$A_cB_q = A^1B^3 - 2A^2B^3$ ······ (12)

$A_lB_c = -2A^1B^1 + 4A^1B^2 - A^2B^1 + 2A^2B^2$ ······ (13)

$A_qB_c = A^3B^1 - 2A^3B^2$ ······ (14)

$A_cB_c = A^1B^1 - 2A^1B^2 - 2A^2B^1 + 4A^2B^2$ ······ (15)

3. $2^n \times 3^m$ 계획인 경우의 效果計(A, B=3수준인자, C=2수준인자)

$A_l = -\frac{1}{2}(A^1 + A^2)$ ······ (16)

$A_q = A^3$ ······ (17)

$A_lC_l = \frac{1}{2}(A^1C + A^2C)$ ······ (18)

$A_qC_l = -A^3C$ ······ (19)

$A_lB_l = \frac{1}{4}(A^1B^1 + A^1B^2 + A^2B^1 + A^2B^2)$ ······ (20)

$$A_qB_l = -\frac{1}{2}(A^3B^1 + A^3B^2) \cdots\cdots (21)$$

$$A_lB_q = -\frac{1}{2}(A^1B^3 + A^2B^3) \cdots\cdots (22)$$

$$A_qB_q = A^3B^3 \cdots\cdots (23)$$

4. $2^n \times 4 \times 3$ 계획인 경우의 效果計(A= 4 수준인자, B= 3 수준인자)

$$A_lB_l = \frac{1}{2}(2A^1B^1 + 2A^1B^2 + A^2B^1 + A^2B^2) \cdots (24)$$

$$A_qB_l = -\frac{1}{2}(A^3B^1 + A^3B^2) \cdots\cdots (25)$$

$$A_cB_l = -\frac{1}{2}(A^1B^1 + A^1B^2 - 2A^2B^1 - 2A^2B^2) \quad (26)$$

$$A_lB_q = -(2A^1B^3 + A^2B^3) \cdots\cdots (27)$$

$$A_qB_q = A^3B^3 \cdots\cdots (28)$$

$$A_cB_q = A^1B^3 - 2A^2B^3 \cdots\cdots (29)$$

참 고 문 헌

1. D. J. Finney; The Theory of Experi - mental Design, The Chicago Press. 1960.
2. 小西省三; 実験計劃法, 日刊工業新聞, 1965
3. 增山元三郎; 実験計劃法, 岩波全書, 1956.
4. ; on difference sets for con- structing orthogonal arrays of strength 2, Rep. Stat. Appl. Res., 5-1, 1957.
5. Nationat Bureau of Standards (U. SA.); Fractional factorial experiment designs for factors at two levels, Appl. Math. Seri. 48, 1957.
6. 奥野忠一; 実験計劃法, 培風舘, 1969.
7. 田口玄一, 実験計劃法, 上, 下. 丸善. 1962