

## 論 文

大韓造船學會誌  
第20卷 第4號 1983年 12月  
Journal of the Society of  
Naval Architects of Korea  
Vol. 20, No. 4, December 1983

### 有限水深의 海上에서 規則波에 놓인 球에 作用하는 漂流力(I)

—運動量 理論 方法—

崔 恒 洵\* · 吳 泰 明\*\*

### Drift Forces on a Freely-Floating Sphere in Water of Finite Depth (I)

—Momentum Theorem Method—

by

H.S. Choi\* · T.M. Oh\*\*

#### Abstract

The drift force acting on a freely-floating sphere in water of finite depth is studied within the framework of a linear potential theory. A velocity potential describing fluid motion is determined by distributing pulsating sources and dipoles on the immersed surface of the sphere.

Upon Knowing values of the potential, hydrodynamic forces are evaluated by integrating pressures over the immersed surface of the sphere. The motion response of the sphere in water of finite depth is obtained by solving the equation of motion.

From these results, the drift force on the sphere is evaluated by the momentum theorem, in which a far-field velocity potential is utilized in forms of Kochin function.

The drift force coefficient  $Cdr$  of a fixed sphere increases monotonically with non-dimensional wave frequency  $\sigma a$ . On the other hand, in freely-floating case, the  $Cdr$  has a peak value at  $\sigma a$  of heave resonance.

The magnitude of the drift force coefficient  $Cdr$  in the case of finite depth is different from that for deep water, but the general tendency seems to be similar in both cases. It is to note that  $Cdr$  is greater than 1.0 when non-dimensional water depth  $d/a$  is 1.5 in the case of freely-floating sphere.

	기 호	$f_n$	수심에 대한 고유함수
$A^m$	입사파포텐시얼의 Fourier 전개계수	$F_m^D$	회절 문제에서의 Kochin함수의 Fourier 전개계수
$a$	구의 반경	$F_m^R$	방사 문제에서의 Kochin 함수의 Fourier 전개계수
$a_0$	파의 진폭	$\bar{F}_x$	시간평균 수평력
$B^m$	회절포텐시얼의 Fourier 전개계수	$G, g^m$	Green 함수
$Cdr$	표류력계수 ( $=\bar{F}_x / \rho g a_0^2 a$ )	$g$	중력가속도
$d$	수심		
$\bar{E}$	시간평균 파에너지 밀도		

接受日字: 1983年 10月 24日, 再接受日字: 1983年 11月 19日.

\* 正會員, 서울大學校 工科學科 造船工學科

\*\* 正會員, 서울大學校 大學院, 현재 現代重工業(株) 船舶開發研究部

$H_m$	제 2 종의 Hankel 함수 ( $J_m - iY_m$ )
$H(\theta)$	Kochin 함수
$I$	평균수평모우먼트
$I_m$	제 1 종의 수정된 Bessel 함수
$J_m$	제 1 종의 Bessel 함수
$K_m$	제 2 종의 수정된 Bessel 함수
$k_n$	극부파수
$l$	적분로 $C$ 의 길이요소
$\bar{n}$	단위법선벡터
$p$	동유체압력
$r, \theta, z$	원통좌표
$S$	구의 침수표면
$S_B$	정적평형상태에서의 구의 침수표면
$S_\infty$	무한원방에서의 원형 실린더 표면
$\bar{v}$	유속벡터
$V_g$	군속도
$V_p$	위상속도
$X^m, Z^m$	방사포텐셜의 Fourier 전개계수
$x, y, z$	직교좌표
$x_0, z_0$	수평 · 수직운동의 진폭
$Y_m$	제 2 종의 Bessel 함수
$\alpha$	모우먼트의 변화를 나타내는 상수 ( $0 < \alpha < 2$ )
$\delta$	Dirac's delta 함수
$\epsilon_m$	Neumann 수
$\epsilon_x, \epsilon_z$	수평 · 수직운동의 위상차
$\xi, \theta, \zeta$	특이점의 원통좌표
$\Phi, \phi$	속도포텐셜
$\rho$	물의 밀도
$\sigma$	무한수심에서의 기본파수 ( $\omega^2/g$ )
$\omega$	파의 원진동수

1. 서 론

계류된 부유체의 수평운동과 계류력의 계속결과에서 선형이론에서는 설명될 수 없는 저진동수의 진동성분이 추출됨에 따라 많은 학자들이 표류력의 규명에 관심을 가지기 시작하였다.

Havelock[1]\*은 무한수심에서 파와 선박운동의 위상차로부터 표류력을 구하였으며, Maruo[2]는 무한수심에 놓인 대칭인 부유체에 대한 표류력을 파운동량원리를 이용하여 구하였다. Newman[3]은 일의의 형상을 지닌 부유체에 대하여 Maruo의 결과를 확장시켰으며, Faltinsen과 Michelsen[4]은 Newman의 결과를 유

한수심의 경우로 확장시켰다.

한편 Pinkster와 van Oortmerssen[5]은 물체표면에 3차원 특이점을 분포시켜 속도포텐셜을 구하고 Bernoulli 방정식에서 속도포텐셜의 2차항까지 포함시킨 압력을 물체의 침수표면에 걸쳐 적분함으로써 표류력을 구하였다.

Kudou[6]는 Multipole Expansion Method로 속도포텐셜을 구하고, Maruo의 표현식을 이용하여 구고정된 경우와 운동하는 경우 무한수심에서의 표류력을 구하였다. 또한, Molin[7]은 물체부근과 무한원방에서 회절 및 방사포텐셜을 유체유한요소법으로 구한 다음, Maruo와 Pinkster의 표현식을 이용하여 구에 대한 표류력을 구하였다.

본 논문에서는 Fourier무한급수로 전개한 John[8]의 3차원 특이점에 대한 속도포텐셜을 이용하여 구에 작용하는 파랑하중을 계산한 Black[9]의 방법을 택하고, 여러가지 수심에 놓인 구의 회절문제와 방사문제의 해를 구하여 구의 수평 · 수직운동을 해석한 Choi와 Kim[10]의 방법을 이용하여, 평면규칙파가 진행하는 유한수심의 해역에 놓인 구의 표류력을 운동량법칙을 사용하여 구하였다.

2. 문제의 수식화

Fig.1에서 보는 바와 같이 수심이  $d$ 인 해역에서 반경  $a$ 인 구가 정수면에 반이 잠겨 정적평형상태를 유지하고, 이에 진폭이  $a_0$ , 원진동수가  $\omega$ 인 평면규칙파가 입사하는 문제를 생각한다.

이 문제를 수식화하기 위하여 우수직교좌표계 ( $x,$

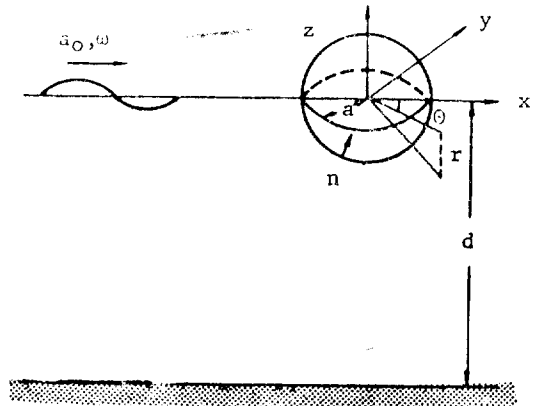


Fig. 1 Sphere and coordinate systems

\* [ ] 안의 숫자는 본문말미에 수록한 참고문헌의 번호임.

$y, z$ 와 원통좌표계  $(r, \theta, z)$ 를 도입하면, 이 두 좌표계 사이의 관계는 다음과 같다.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad z = z \quad (1)$$

유체는 비점성, 비압축성이며 유체입자의 운동을 비회전으로 가정하고 구의 운동과 입사파의 진폭이 작으며, 구의 운동과 유동이 조화운동을 한다고 가정하여 속도포텐셜을

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z, t) &= \text{Re}\{\phi(x, y, z)e^{i\omega t}\} \\ &= \text{Re}\{(\phi_r + \phi_D + \phi_R)e^{i\omega t}\} \end{aligned} \quad (2)$$

로 놓는다.

또한, 단위세기 특이점의 속도포텐셜을 나타내는 Green함수  $G$ 를 유도할 수 있으며, 이는 속도포텐셜과 함께 다음의 방정식과 경계조건을 만족하여야 한다.

① 연속방정식

$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} \phi \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \delta(r-\xi, \theta-\Theta, z-\zeta) \end{Bmatrix}$$

여기서  $\delta$ 는 Dirac delta함수,  $(\xi, \Theta, \zeta)$ 는 특이점의 원통좌표이다.

② 해저면 경계조건

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{Bmatrix} \phi \\ G \end{Bmatrix} = 0 \quad (z = -d)$$

③ 선형화된 자유표면경계조건

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \sigma \right) \begin{Bmatrix} \phi \\ G \end{Bmatrix} = 0 \quad \left( z=0, \sigma = \frac{\omega^2}{g} \right)$$

④ 구표면 경계조건

$$\nabla \phi \cdot \vec{n} = \vec{v}_0 \cdot \vec{n}$$

여기서  $\vec{n}(n_r, 0, n_z)$ 은 유체영역밖으로 향한 단위법선 벡터,  $\vec{v}_0$ 는 구의 운동 크기벡터를 표시한다.

⑤ 무한 원방 경계조건

속도포텐셜  $\Phi$ 는 진폭  $a_0$ , 원진동수  $\omega$ 의 평면진행파와 동시에 무한원방에서  $O(r^{-1/2})$ 로 감쇠되며 사방으로 전파되는 발산파를 나타낼 수 있어야 한다.

위의 방정식과 경계조건을 만족하는 평면진행 입사파의 속도포텐셜은 선형중력파 이론에서 잘 알 수 있으며, 이의 Fourier급수식은

$$\Phi_I = a_1 f_1(z) \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m (-i)^m J_m(kr) \cos m\theta \quad (3)$$

와 같다.

여기서

$J_m = m$ 차의 제 1종 Bessel함수

$$a_0 = -\frac{i\omega}{g} a_1 f_1(0)$$

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1 & (m=0) \\ 2 & (m \geq 1) \end{cases}$$

$$f_1(z) = \frac{\cosh k(z+d)}{\sqrt{N_1(d)}}$$

$$N_1(d) = \frac{d}{2} \left( 1 + \frac{\sinh 2kd}{2kd} \right)$$

$$k = \sigma / \tanh kd$$

한편 Green함수  $G$ 의  $\theta$ 에 대한 우함수는

$$G(r, \theta, z; \xi, \Theta, \zeta) = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m g^m(r, z; \xi, \zeta) \cos m\theta \cos m\Theta \quad (4)$$

$$g^m = \frac{i}{4} f_1(z) f_1(\zeta) \begin{Bmatrix} H_m(kr) J_m(k\xi) \\ J_m(kr) H_m(k\xi) \end{Bmatrix}$$

$$- \frac{1}{2\pi} \sum_{n=2}^{\infty} f_n(z) f_n(\zeta) \begin{Bmatrix} K_m(k_n r) I_m(k_n \xi) \\ I_m(k_n r) K_m(k_n \xi) \end{Bmatrix}$$

와 같으며, { } 안의 위식은  $r > \xi$ , 아래식은  $r < \xi$ 일때 사용한다.

여기서

$H_m = m$ 차의 제 2종 Hankel 함수 ( $J_m - iY_m$ )

$I_m = m$ 차의 수정된 제 1종 Bessel 함수

$K_m = m$ 차의 수정된 제 2종 Bessel 함수

$$f_n(z) = \frac{\cos k_n(z+d)}{\sqrt{N_n(d)}}$$

$$N_n(d) = \frac{d}{2} \left( 1 + \frac{\sin 2k_n d}{2k_n d} \right)$$

$$k_n = -\sigma / \tan k_n d \quad (n=2, 3, \dots)$$

식 (3)과 (4)에서  $k$ 와  $k_n$ 은 선형화된 dispersion relation의 고유해로 자기 자유파수와 국부파수를 뜻하며,  $f_1(z)$ 와  $f_n(z)$ 는 이에 대응하는 수심  $d$ 에 대한 고유함수이다.

### 3. 운동량이론에 의한 해법

#### 3.1 일반적 표현식

Newman에 의하면 수평방향의 시간 평균 표류력은 다음과 같다.

$$\bar{F}_x = - \iint_{S_\infty} [p \cos\theta + \rho V_r (V_r \cos\theta - V_\theta \sin\theta)] r d\theta dz \quad (5)$$

여기서  $S_\infty$ 는  $z$ 축에 대해 무한 반경을 가지고 자유표면에서부터  $z = -d$ 에까지 확장된 원형실린더 면이다.

식(5)에서 선형화가 채택되지 않았으므로 이 식은 어느 차수에서나 성립하나, 입사파의 진폭과 구의 운동이 작다고 가정하였으므로 입사파 진폭의 2차항까지만을 고려하기로 한다.

Bernoulli 방정식으로부터 압력  $p$ 는

$$p = -\rho Re[i\omega\phi e^{i\omega t}] - \frac{1}{2}\rho|\bar{v}|^2 - \rho gz \quad (6)$$

그리고 속도성분은

$$V_r = Re\left[\frac{\partial\phi}{\partial r} e^{i\omega t}\right] \quad (7)$$

$$V_\theta = Re\left[\frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} e^{i\omega t}\right] \quad (8)$$

로 표시된다.

한편 무한원방포텐시얼은 다음과 같다.

$$\phi = \phi_I + \phi_B \quad (9)$$

여기서

$$\phi_I = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} a_1 f_1(z) \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-i)^m \cos m\theta \cos\left(kr - \frac{m\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (10)$$

$$\phi_B = \sqrt{\frac{1}{8\pi kr}} f_1(0) f_1(z) H(\theta) e^{-ikr+3/4\pi i} \quad (11)$$

그리고

$$H(\theta) = \iint_{S_B} \phi_B \left( -\frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial\phi_B}{\partial n} \right) \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (i)^m \frac{f_1(\zeta)}{f_1(0)} J_m(k\xi) \cos m\theta \cos m\theta dS \quad (12)$$

이다.

위에서  $H(\theta)$ 는 Kochin 함수이며, 적분은 구의 침수면적에 걸쳐 행하여진다. 식 (11)은 부록 1에 유도되어 있다.

무한원방에서  $\phi_I$ 나  $\phi_B$ 가  $z$ 에 대해 hyperbolic 관계를 가지고 있으므로, 식(5)에서  $z$ 에 대한 적분을 먼저 수행하는 것이 편리하다. 이 적분의 상한이 자유표면이므로

$$\eta = Re\left[-\frac{i\omega}{g} \phi(x, y, 0) e^{i\omega t}\right] \quad (13)$$

또한

$$\int_{-d}^{\eta} p dz = \frac{1}{2} \rho g \eta^2 - \frac{1}{2} \rho \int_{-d}^0 |\bar{v}|^2 dz \quad (14)$$

$$|\bar{v}|^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\phi}{\partial r} \frac{\partial\phi^*}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \frac{\partial\phi^*}{\partial\theta} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \frac{\partial\phi^*}{\partial z} \right) \quad (15)$$

(여기서 \*는 쾨메복소수를 나타낸다)

결국 식(13)에 식(14), (15)를 대입하면

$$\int_{-d}^{\eta} p dz = \left[ \frac{\rho k}{4} \tanh kd - \frac{\rho k}{16} \frac{\sinh 2kd - 2kd}{\cosh^2 kd} \right] [\phi\phi^*]_{z=0}$$

$$- \frac{\rho}{16k} \frac{\sinh 2kd + 2kd}{\cosh^2 kd} \left[ \frac{\partial\phi}{\partial r} \frac{\partial\phi^*}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \frac{\partial\phi^*}{\partial\theta} \right]_{z=0} \quad (16)$$

와 같이 된다.

식(5)에 식(7), (8), (16)을 대입하면 표류력은 다음과 같이 된다.

$$\bar{F}_x = \frac{\rho}{16k} \frac{\sinh 2kd + 2kd}{\cosh^2 kd} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \frac{\partial\phi^*}{\partial\theta} - \frac{\partial\phi}{\partial r} \frac{\partial\phi}{\partial r} - k^2 \phi\phi^* \right) r \cos\theta + \left( \frac{\partial\phi}{\partial r} \frac{\partial\phi^*}{\partial\theta} + \frac{\partial\phi^*}{\partial r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right) \sin\theta \right]_{z=0} d\theta \quad (17)$$

마지막으로 식(17)에 무한원방포텐시얼 식(9)를 대입하는 것이 필요하다. 식(17)이 포텐시얼  $\phi = \phi_I + \phi_B$ 와 그의 도함수의 2차항이므로  $\phi_I$ 나  $\phi_B$ 의 제곱항 또는  $\phi_I$ 와  $\phi_B$ 의 곱해진 양이 더해지게 되나, 교란되지 않은 입사파계에서는 힘이 나타나지 않으므로  $\phi_I$ 만의 기여는 사라지게 된다. 결국  $\phi_I$ 와  $\phi_B$ 의 곱,  $\phi_B$ 의 제곱항만 필요하게 된다.

한편 식(12)의 Kochin 함수  $H(\theta)$ 를 Fourier 급수로 전개하면

$$H(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} F_m \cos m\theta$$

여기서

$$F_m = \iint_{S_B} \left( \phi_B \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial\phi_B}{\partial n} \right) \varepsilon_m i^m C^m \cos m\theta dS$$

$$C^m = \frac{f_1(\zeta)}{f_1(0)} J_m(k\xi) \quad (18)$$

이제 식(17)의 각 항에 대한 계산을 수행하면 결국 수평방향의 표류력은 다음과 같이 된다.

$$\bar{F}_x = -\frac{\rho k}{4} Re\left\{ 2ia_1^* f_1(0) \sum_{m=0}^{\infty} F_m + \frac{f_1^2(0)}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_m} F_m F_{m+1}^* \right\} \quad (19)$$

### 3.2 구가 고정되어 있는 경우

식(3)으로 주어진 입사파 포텐시얼  $\phi_I$ 를 다음과 같이 표시하면

$$\phi_I = a_1 \sum_{m=0}^{\infty} A^m \cos m\theta \quad (20)$$

여기서  $A^m = f_1(z) \varepsilon_m (-i)^m J_m(kr)$

이에 따라 회절포텐시얼  $\phi_D$ 도 유사한 형태인

$$\phi_D = a_1 \sum_{m=0}^{\infty} B^m \cos m\theta \quad (21)$$

로 가정할 수 있다.

Green정리와 구가 고정되어 있는 경우의 운동학적 경계조건식을 이용하면  $B^m$ 과 수평, 수직방향으로의 자힘들을 구할 수 있게 된다[10]. 여기서 구한  $B^m$ 을 식(18)에 대입하면 Kochin함수  $H(\theta)$ 를 구할 수 있다. 결국

$$F_m^D = 2\pi a_1(i)^m \left[ \int_C B^m (rC^m \cdot \bar{n}) \xi dl + \int_C C^m (rA^m \cdot \bar{n}) \xi dl \right] \quad (22)$$

와 같이 되며, 식(22)를 식(19)에 대입하면 구가 고정되어 있는 경우의 수평방향의 표류력을 구할 수 있게 된다.

$$Cdr = \frac{\bar{F}_x}{\frac{1}{2} \rho g a_0^2 (2a)} = - \frac{\pi}{2 \tanh kd} \operatorname{Re} \left\{ \frac{2i}{af_1(0)} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{F}_m^D + \frac{\pi}{a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\epsilon_m} \bar{F}_m^D \bar{F}_{m+1}^{*D} \right\} \quad (23)$$

위에서

$$\bar{F}_m^D = \frac{F_m^D}{2\pi a_1} \text{이다.}$$

### 3.3 구가 운동하는 경우

방사포텐셜을 다음과 같이 가정하면

$$\phi_R = -x_0 \sum_{m=0}^{\infty} X^m \cos m\theta + z_0 \sum_{m=0}^{\infty} Z^m \cos m\theta$$

구가 고정되어 있는 경우와 마찬가지로 Green정리와 구가 운동하는 경우의 운동학적 경계조건에서  $X^m, Z^m$ 을 구할 수 있게 된다. 또한 자 방향으로는 부가질량계수와 동유체감쇠력계수를 구한 다음, 운동방정식으로부터 수평, 수직운동의 진폭비와 위상차를 구할 수 있게 된다[10].

결국 방사포텐셜은 다음과 같이 된다.

$$\phi_R = -\bar{x}_0 \sum_{m=0}^{\infty} X^m \cos m\theta + \bar{z}_0 \sum_{m=0}^{\infty} Z^m \cos m\theta \quad (24)$$

여기서  $\bar{x}_0$ 는 수직운동의 복소수진폭이며

$\bar{z}_0$ 는 수평운동의 복소수진폭이다.

구는 기하학적 특성으로 수직운동과 수평운동이 각각 독립적으로 일어나므로, 이들을 분리하여 Kochin함수를 구한다.

수직운동은  $m=0$ , 수평운동은  $m=1$  일때 일어나므로

$$\begin{aligned} \bar{F}_0^D &= \int_C Z^0 (rC^0 \cdot \bar{n}) \xi dl - i \int_C aC^0 n_\xi \xi dl \\ \bar{F}_1^D &= -i \int_C X^1 (rC^1 \cdot \bar{n}) \xi dl - \int_C aC^1 n_\xi \xi dl \end{aligned} \quad (25)$$

와 같이 되어 구가 운동하는 경우의 Kochin함수의 계수는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_0 &= \bar{F}_0^D + \frac{\bar{x}_0}{a_1} \bar{F}_0^R \\ \bar{F}_1 &= \bar{F}_1^D + \frac{\bar{x}_0}{a_1} \bar{F}_1^R \\ \bar{F}_n &= \bar{F}_n^D \quad (n=2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (26)$$

이제 식(26)을 식(19)에 대입하면

$$Cdr = - \frac{\pi}{2 \tanh kd} \operatorname{Re} \left\{ \frac{2i}{af_1(0)} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{F}_m + \frac{\pi}{a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\epsilon_m} \bar{F}_m \bar{F}_{m+1}^* \right\} \quad (27)$$

와 같이 된다.

## 4. 수치 계산 및 토론

선형이론에서 구한 속도포텐셜이 힘에 대한 2차문제에서도 해가 되므로, 본 논문에서는 일반적인 Green정리를 그대로 적용하여 연속방정식, 선형화된 자유표면 경계조건, 해저조건 그리고 방사조건을 만족하는 pulsating source와 dipole을 구의 침수표면에 분포하여 속도포텐셜을 구하였다.

Green함수는 선형화된 dispersion relation의 고유해인 파수에 대한 Fourier급수로 전개된 형태를 취하였으며, 수치적분은 유한수심에 놓인 구에 대한 회절문제 및 방사 문제에 적용한 Choi와 Kim[10]의 방법을 택하였다.

수치계산은 수심의 변화를 보여주는 무차원 변수  $d/a=10, 4, 2, 1.5$  그리고 무차원의 파진동수  $\omega^2 a/g=0.1, 0.2, 0.5, 0.75, 1.0, 1.2, 1.5, 2.0$ 에 대해 수행하였으며, 특히  $\omega^2 a/g=0.5$ 에서 1.2까지는 계산값의 변화가 심하여 0.025씩 증가시켜가며 수치계산을 수행하였다.

계산된 양은 수평·수직방향의 부가질량계수  $m$ , 동유체감쇠력계수  $b$ , Foude-Krylov force 계수  $f$ , diffraction exciting force 계수  $e$ , 그리고 diffraction damping계수  $d$ 이며, 이들로 부터 수평·수직운동의 진폭비와 위상차를 구하였다.

이상의 결과로 Fig. 2, Fig. 3에는 구가 고정되어 있는 경우, 구가 운동하는 경우의 표류력을 도시하였다. Fig. 2, Fig. 3에서 보는바와 같이  $d/a$ 가 10과 4의 경우 거의 같은 값을 가지고 있으나,  $d/a$ 가 이보다 작아지면 급하게 커짐을 알 수 있다. 또 비교의 목적으로 무한수심에 대한 표류력 계수를 구한 Kudou[6]의 결과

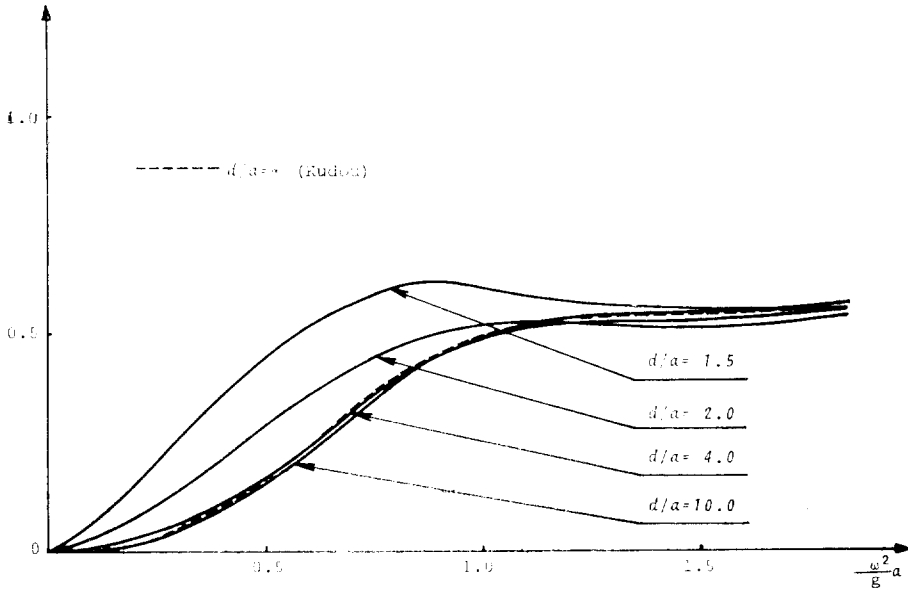


Fig. 2 Drift force coeff. for a fixed sphere

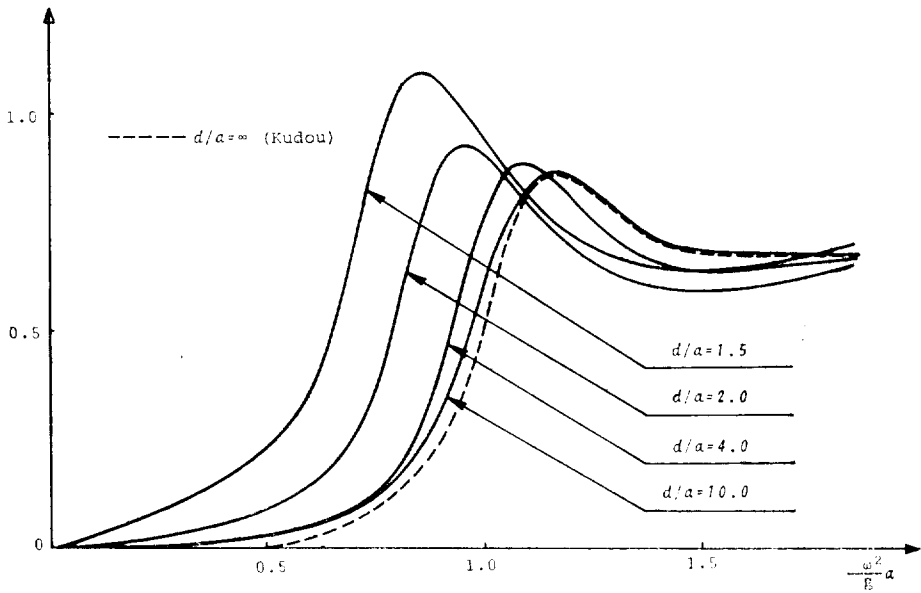


Fig. 3 Drift force coeff. for a freely-floating sphere

를 함께 예시하였는데,  $d/a$ 가 10인 경우와 거의 같은 값을 가지며 경향도 같음을 볼 수 있다.

Fig. 2에서 보는바와 같이 구가 고정되어 있는 경우의 표류력은  $\omega^2 a/g < 1.0$  구간에서 수심이 얕을수록 커지고 있으나,  $\omega^2 a/g > 1.0$  구간에서  $d/a > 4.0$ 의 값이  $d/a < 4.0$ 의 값보다 커지고 있다.

또한 Fig. 3에 나타난 바와 같이 수심이 얕아질수록

표류력계수의 최대값이 커지며, 그 최대값의 위치는 수직운동의 공진진동수보다 조금 큰 진동수에서 나타났다.  $\omega^2 a/g = 1.0$ 부근에서 수심에 대한 표류력 계수의 경향이  $\omega^2 a/g < 1.0$ 인 경우와는 반대로 될 수 있는데, 이는 수심이 얕아질수록 무한수심에서의 위상속도에 대한 군속도의 비의 증가로 인한 효과로 추측된다. Fig. 3에서  $d/a = 1.5$ 인 경우 수직운동 공진 진동수

에서 무차원 표류력계수가 1.0보다 큰 것을 볼 수 있는데, 이는 유한수심의 경우 표류력계수의 이론적인 최대값이 2.0인 것에 그 원인을 찾을 수 있으나, 이에 대한 실험적인 검증이 필요하다(부록 2참조).

5. 결 론

본 논문에서는 유한수심의 해상에서 평면규칙파에 놓인 구에 작용하는 표류력의 표현식을 구하여 여러가지 수심에 대한 수치계산을 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1)  $d/a < 4.0$ 일때  $\omega^2 a/g = 1.0$  근처에서 표류력 계수가  $d/a > 4.0$ 의 값보다 작아진다.
- (2) 운동을 하는 경우 저진동수 범위에서 표류력은 구가 고정되어 있을 경우보다 작아진다. 또한 수직운동의 공진진동수에서 표류력계수는 최대가 된다.
- (3) 구가 운동할때  $d/a = 1.5$ 인 경우 수직운동의 공진 진동수에서 무차원 표류력계수가 1.0보다 크다.
- (4) 표류력계수의 최대치는 무한수심의 경우 1.0이며, 유한수심에서는 2.0이 된다.

6. 참 고 문 헌

[1] T.H. Havelock, "Drifting Forces on Ship Among Waves", Philosophical Magazine, Vol. 33, 1942, pp. 467-475.

[2] H. Maruo, "The Drift of a Body Floating on Waves", Journal of Ship Research, 1960, pp. 1-10.

[3] J.N. Newman, "The Drift Force and Moment on a Ship in Waves", Journal of Ship Research, Vol. 11, No. 1, 1967, pp. 51-60.

[4] O.M. Faltinsen and F. Michelsen, "Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Number", Proceedings of International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, London, England, 1974.

[5] J.A. Pinkster and G. van Oortmerssen, "Computation of the First and Second Order Wave Forces on Bodies Oscillating in Regular Waves", Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Sept., 1977, pp. 131-156.

[6] K. Kudou, "The Drifting Force Acting on a

Three-dimensional Body in Waves", J. of Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 141, 1977.

[7] B. Molin, "Computations of Wave Drift Force", OTC 3627, May 1976, pp. 2337-2344.

[8] F. John, "On the Motions of Floating Bodies—I", Communications on Pure and Applied Math., Vol. 2, 1949.

[9] J.L. Black, "Wave Forces on Vertical Axisymmetric Bodies," J. of Fluid Mech., Vol. 67, Part 2, 1975, pp. 369-376.

[10] 최항순·김성균 "유한수심의 해상에서 규칙파에 놓인 구의 운동특성", 대한조선학회지, 제19권, 제1호, pp. 23-32, 1982.

[부 록 1]

속도 포텐셜의 무한원반에서의 접근적 전개 Green정리에서 물체의 존재로 인한 유체내 한 점에서의 속도 포텐셜은 다음과 같이 표시된다.

$$\phi_B = \iint_{S_A} \left( \phi_B \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi_B}{\partial n} \right) dS \tag{A-1}$$

여기서 적분은 물체의 침수표면적에 걸쳐 행하여진다.

그러므로 식(4)로 주어진 Green함수를 식(A-1)에 대입하고  $kr$ 이 매우 크다고 가정함으로 속도 포텐셜의 무한원반방으로의 접근적 전개를 구할 수 있다.

먼저 Bessel함수 자체를 고려하면

$$H_m(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left[-i\left(kr - \frac{m\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \tag{A-2}$$

$$K_m(knr) \sim 0 (r^{-1/2}) \tag{A-3}$$

이 되므로

$$G \sim \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos m\theta \cos m\theta \frac{i}{4} f_1(x) f_1(\zeta) J_m(k\xi) \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-i\left(kr - \frac{m\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} \tag{A-4}$$

이 된다.

이제 식(A-4)를 식(A-1)에 대입하면

$$\begin{aligned} \phi_B &= \sqrt{\frac{1}{8\pi kr}} \iint_{S_A} \left( \phi_B \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi_B}{\partial n} \right) \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos m\theta \cos m\theta \\ & f_1(x) f_1(\zeta) J_m(k\xi) e^{-ikr + \frac{3}{4}\pi i} i^m dS \\ &= \sqrt{\frac{1}{8\pi kr}} e^{-ikr + \frac{3}{4}\pi i} f_1(0) f_1(x) H(\theta) \end{aligned} \tag{A-5}$$

위에서  $H(\theta)$ 는 Kochin함수로 다음과 같이 표시되어진다.

$$H(\theta) = \iint_{S_g} \left( \phi_B \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial \phi_B}{\partial n} \right) \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m(i)^m \frac{f_1(\zeta)}{f_1(0)} J_m(k\xi) \cos m\theta \cos m\theta dS$$

식(A-5)는 Kochin함수에 의해 표현되는 속도포텐셜의 무한원방에서의 점근적 전개이다.

[부 록 2]

구의 직경에 따른 단위폭당 시간평균 파에너지 밀도는 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho g a_0^2 (2a) \tag{A-6}$$

또한 평균수평모우먼트  $I$ 는 다음으로 표시된다.

$$I = \frac{1}{2} \rho g a_0^2 / V_p \tag{A-7}$$

여기서  $V_p$ 는 평면규칙파의 위상속도이다.

결국 모우먼트의 수평방향 flux  $\bar{I}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{I} &= I \cdot V_g \\ &= \frac{1}{2} (\rho g a_0^2 / V_p) V_g = \bar{E} \cdot \frac{V_g}{V_p} \end{aligned} \tag{2-3}$$

여기서  $V_g$ 는 군속도이다.

표류력은  $\bar{I}$ 의 변화량으로 나타난다.

$$\bar{F}_x = \Delta \bar{I}$$

$$= \alpha \cdot \frac{V_g}{V_p} \bar{E} \tag{2-4}$$

여기서  $\alpha$ 는 변화량을 나타내는 계수로서  $0 < \alpha < 2.0$ 이다.

표류력 계수  $Cdr$ 은

$$\begin{aligned} Cdr &= \frac{\bar{F}_x}{\frac{1}{2} \rho g a_0^2 (2a)} \\ &= \alpha \cdot \frac{V_g}{V_p} \end{aligned} \tag{2-5}$$

와 같이 된다.

그러므로  $(Cdr)_{max} = 2 \frac{V_g}{V_p}$ 와 같이 되어  $\frac{V_g}{V_p}$ 의 값을 알면 표류력계수의 최대값을 알 수 있다.

무한수심의 경우  $\frac{V_g}{V_p} = \frac{1}{2}$ 이므로  $(Cdr)_{max} = 1.0$ 이 된다. 한편 유한수심의 경우

$$\frac{V_g}{V_p} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd} \right) \quad \text{이므로}$$

$$(Cdr)_{max} = 1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd}$$

로 되어  $kd \rightarrow 0$ 이면  $(Cdr)_{max} = 2.0$ 이 된다.

예로  $d/a = 1.5$ 인 경우  $\omega^2 a/g = 0.775$ 에서  $(Cdr)_{max}$  값을 구해보면

$$(Cdr)_{max} = 1.37$$

이 되고, 이 경우 계산된 값은 Fig.3에서의 값이  $Cdr = 1.196$ 이다.