

論 文

大韓造船學會誌
第20卷 第4號 1983年 12月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 20, No. 4, December 1983

外壓을 받는 軸對稱 Shell의 限界荷重에 관한 研究

金 載 福* · 金 昌 烈**

Ultimate Load Analysis of Axisymmetric Shells of Revolution Subjected to External Pressure

by

J.B. Kim* · C.Y. Kim**

Abstract

This paper describes the application of the finite element method to the large deflection elastic-plastic analysis and ultimate load calculation of axisymmetric shells of revolution with initial imperfection subjected to external pressure.

The nonlinear equilibrium equations are linearized by the successive incremental method and are solved by the combination of load increment and iteration scheme with considering plastic deformation theory.

To get the more realistic effect of large deflection, corrected coordinates and directions of applied load at every load increment steps are used.

The effects of the plasticity, initial imperfection and the shape of shells on the ultimate load of clamped circular cap under external pressure are investigated.

Consequently, the following conclusions are obtained;

- (1) At same geometric parameter λ , each shape of clamped circular caps yield same elastic ultimate loads in both cases, i.e. with and without initial imperfections, whereas, in the case of elastic-plastic state the shell becomes thicker, the ultimate loads are getting smaller.
- (2) The effects of initial imperfection to ultimate load are most significant in the elastic case and are more sensitive in the elastic-plastic state with the thinner shells.

1. 序 論

海洋 및 海底 資源의 개발과 備蓄 등에 활용되고 있는 水中 構造物은 그 強度의 측면에서 軸對稱 形狀이 대부분이며 큰 水壓을 받게 되면 大變形이 일어나고, 이 경우 塑性變形을 수반하게 되어 彈塑性-大變形 해석이 요구된다.

또한 實在 구조물은 工作時 變形 등의 初期缺陷을 가지는 경우가 많고, 彈性 범위 이상의 荷重에서도 어느 정도 더 견딜 수 있으며, 그 變形거동이 非線形的으로 되어 종래의 線形 해석 결과에 安全係數를 고려하는 방식의 해석은 상당한 오차를 포함할 가능성이 크다[1].

Shell의 非線形 해석은 1960年代 후반부터 Bushnell [2], Gallagher[3] 등에 의한 幾何學的 非線形 해석과

接受日字: 1983年 9月 16日, 再接受日字: 1983年 11月 17日,

* 正會員, 海軍士官學校 造船工學科

** 正會員, 釜山大學校 工科大學 造船工學科

[4] Marcal[5], Galletly[6] 등의 彈塑性 해석에서 부터 近年의 高速 大容量 컴퓨터의 出現과 有限要素法에 의한 우수한 數值解法의 등장으로 급진전을 보고 있다[7].

本 論文에서는 軸對稱 Shell 해석에 적합한 圓錐臺 요소(Frustum Element)를[8] 이용하여 Sander의 非線形 Shell 이론과[9] Prandtl-Reuss의 흐름 이론에 따른 彈塑性 이론에[12] 의한 평형방정식을 増分形 有限要素式으로 定式化하고, 荷重 증분법에 의해 外應을 받는 주변이 고정된 Circular Cap의 限界荷重과 塑性의 效果를 Shell 形狀과 初期變形量 別로 조사하여 이들이 限界荷重에 미치는 영향을 고찰하였다.

2. Shell의 非線形 理論

2.1. 假 定

가. Shell은 要素 內에서 두께가 一定하고, 半徑에 비해 아주 작은 次수를 가진다.

나. Thin Shell에 대한 Kirchhoff-Love의 假定이 成立한다.

다. 모든 増分量은 微小하며 外力은 單調롭게 증가한다.

라. Thin Shell의 變形도에 관한 Sander의 假定[9]을 만족한다.

마. 等方硬化(Isotropic-Hardening)에 따른 Prandtl-Reuss의 흐름 이론(Flow Theory)과 Mises의 降伏條件이 적용된다.

2.2. Shell의 非線形 관계식

가. 任意 曲面의 變形度

임의의 Thin Shell의 中央面을 기준면으로한 曲率線(Line of Curvature)의 좌표를 x, y 로 하고(Fig. 1), 主曲率 半徑을 R_x, R_y 로 두면 Sander의 Thin Shell

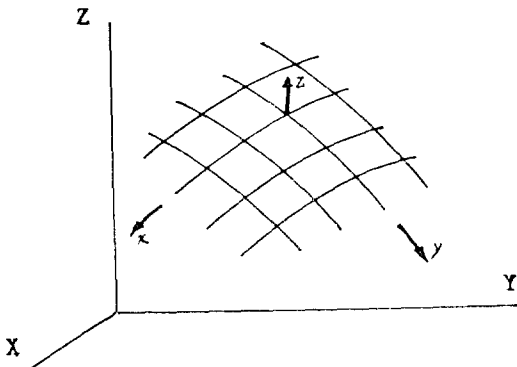


Fig. 1 Coordinate of shell

理論에 의한 變形도는 다음과 같다[11].

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= e_x + \frac{1}{2} \beta_x^2 \\
 \epsilon_y &= e_y + \frac{1}{2} \beta_y^2 \\
 \epsilon_{xy} &= e_{xy} + \beta_x \beta_y \\
 e_x &= \frac{u_{,x}}{A} + \frac{A_{,y}v}{AB} + \frac{w}{R_x} \\
 e_y &= \frac{v_{,y}}{B} + \frac{B_{,x}u}{AB} + \frac{w}{R_y} \\
 e_{xy} &= \frac{v_{,x}}{A} + \frac{u_{,y}}{B} - \frac{B_{,x}v + A_{,y}u}{AB} \\
 \beta_x &= -\frac{w_{,y}}{A} + \frac{u}{R_x} \\
 \beta_y &= -\frac{w_{,x}}{B} + \frac{v}{R_y} \\
 K_x &= \frac{\beta_{x,x}}{A} + \frac{A_{,y}\beta_y}{AB} \\
 K_y &= \frac{\beta_{y,y}}{B} + \frac{B_{,x}\beta_x}{AB} \\
 2K_{xy} &= \frac{\beta_{y,x}}{A} + \frac{\beta_{x,y}}{B} - \frac{A_{,y}\beta_x + B_{,x}\beta_y}{AB}
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

단 A 와 B 는 Lamè係數이다.

나. 軸對稱 Shell 要素의 變形度

母線方向(meridian)의 曲率變化를 무시한 Fig. 3과 같은 軸對稱 Shell이 軸對稱 變形을 할 경우 (2-1)식은 假定에 의해 다음과 같이 簡略化된다.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_s &= \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial s} \right)^2 \\
 \epsilon_\theta &= \frac{1}{r} (u \sin \phi + w \cos \phi) \\
 K_s &= -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\
 K_\theta &= -\frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial s}
 \end{aligned} \tag{2-2}$$

여기서 s 는 요소의 母線방향, θ 는 圓周方向을 표시하고 대응하는 變位, 軸變形도와 굽힘 變形도는 각각 u, w 및 $\epsilon_s, \epsilon_\theta$ 와 K_s, K_θ 이다.

다. 彈塑性 理論

假定과 塑性 흐름 이론에 따라, 全變形度 증분량은 彈性과 塑性 부분으로 나누어 다음과 같이 표시된다.

$$d(\epsilon) = d(\epsilon_e) + d(\epsilon_p) \tag{2-3}$$

$$d(\epsilon_e) = [D]^{-1} d(\sigma)$$

$$d(\epsilon_p) = d\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \tag{2-4}$$

$$\text{단 } [D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

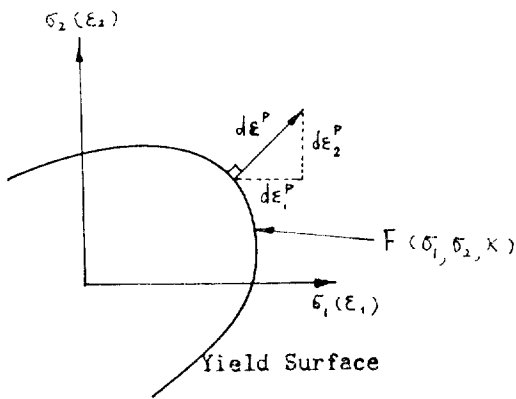


Fig. 2 Yield surface and normality criterion in 2-dimensional stress space

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma \quad (2-5)$$

여기서 F 는 降伏조건을 나타내며 (Fig. 2), $d\lambda$ 는 塑性係數이다.

식 (2-3)~(2-5)로 부터 應力-變形度 관계식은 다음과 같이 된다(10).

$$d\{\sigma\} = [D_{ep}] d\{\varepsilon\}$$

$$\text{단 } [D_{ep}] = [D] \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{H' + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \quad (2-6)$$

여기서 H' 은 變形度 硬化係數이다.

3. 有限要素의 적용

3.1. 増分 理論의 적용

증분 이론과 假想인의 원리로 부터 다음과 같은 증분형 평형 방정식이 얻어 진다(14).

$$\int_V d\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \sum d\{\delta\}^T \{F\} = \{R\} \quad (3-1)$$

(3-1)식의 右邊 $\{R\}$ 이 허용치 이하가 될 때의 變位 δ 와 變形도 ε , 應力 σ 을 구해, 前 증분 단계의 값들에 습하여 現 단계에서의 값들을 얻는다.

3.2. 圓錐臺 要素에 의한 有限要素式의 定式化

가. 요소와 좌표계

요소는 Fig. 3과 같은 원추대 요소를 擇하고 기준 좌표를 (R, Z) , 요소 좌표를 (S) , 요소 길이를 l , 요소 절점으로 i, j 를 잡으면, 절점 i 에서의 기준 좌표계에 대한 변위는 $\bar{u}_i, \bar{w}_i, \bar{\beta}_i (= \beta_i)$ 로 된다.

나. 變位函數

變形度 成分으로 變位 w 의 2次 미분항까지 고려하

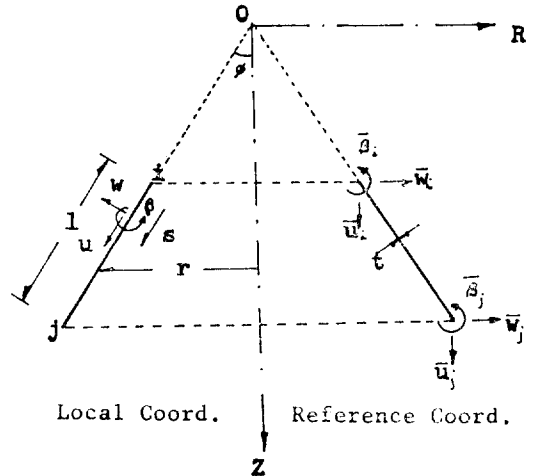


Fig. 3 Conical frustum finite element

게 되므로, 要素內 임의점의 變位函數를 다음과 같이 假定한다.

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 + a_2 s \\ a_3 + a_4 s + a_5 s^2 + a_6 s^3 \end{Bmatrix} = [A] \{a\} \quad (3-2)$$

또 $\{\delta\}$ 는 要素의 節點座標 $\{\delta_e\}$ 로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \beta \end{Bmatrix} = [N] \{\delta_e\} \quad (3-3)$$

여기서

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial s} \quad \{\delta_e\}^T = \{u_i, v_i, \beta_i, u_j, v_j, \beta_j\} \quad (3-4)$$

기준 좌표계에 대한 節點變位 $\{\delta_e\}$ 와 요소 좌표계의 節點變位 $\{\delta\}$ 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\{\delta_e\} = [T] \{\delta\} \quad (3-5)$$

$$\text{단 } [T] = \begin{bmatrix} [\lambda] & 0 \\ 0 & [\lambda] \end{bmatrix}$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

다. 應力-變形度 關係式

彈性·等方性 요소의 中立面으로 부터 z 만큼 떨어진 위치의 變形도와 應力은 z 에 대한 線形項만 취할 경우 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon_{sz} = \varepsilon_s + zK_s \quad \sigma_{sz} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{sz} + \nu \varepsilon_{\theta\theta})$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_\theta + zK_\theta \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu \varepsilon_{sz}) \quad (3-7)$$

여기서 $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, K_s, K_\theta$ 는 各各 中立面에서의 母線과

圓周方向의 變形度와 曲率變化率이다.

또 單位幅당 대응되는 合應力과 모우먼트는 각각 다음과 같다.

$$N_s = \int_{-l/2}^{l/2} \left(1 + \frac{z}{R_{sz}}\right) \sigma_{sz} dz$$

$$M_s = \int_{-l/2}^{l/2} \left(1 + \frac{z}{R_{sz}}\right) \sigma_{sz} z dz \quad (3-8)$$

N_s, M_s 에 대하여도 같은 관계가 얻어지며 $R \gg l$ 일 때 우변의 둘째항은 통상 생략된다.

같은 방식으로 彈塑性인 경우 應力基分은 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\Delta \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \int_{-l/2}^{l/2} [D_{\epsilon p}] \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon \\ d\kappa \end{Bmatrix} dz \quad (3-9)$$

이 때 두개 방향 적분은 層分割法을 적용한다.

다. 増分形 平衡方程式

통상적인 有限要素法의 절차에 따라 變位, 變形度, 荷重의 増分式이 다음과 같이 나타내진다.

$$\Delta \{f\} = [N] \Delta \{\delta_e\}$$

$$\Delta \{\epsilon\} = [B] \Delta \{\delta_e\}$$

$$\Delta \{f\} = [N]^T \Delta \{F\} \quad (3-10)$$

식 (3-10)을 (3-1)에 代入하여 정리하면 다음과 같은 増分形 平衡方程式을 얻는다.

$$[K_T] \Delta \{\delta_e\} - \Delta \{f\} = \{R\} \quad (3-11)$$

여기서 우변의 $\{R\}$ 은 $\{R(\{\delta\}, \{\sigma\})\}$ 인 不平衡 殘留 힘 벡터이다.

또

$$[K_T] = [K^0] + [K^e]$$

$$[K^0] = \int_V [B]^T [D_{\epsilon p}] [B] dV$$

$$[K^e] \Delta \{\delta_e\} = \int \Delta [B]^T \{\sigma\} dV$$

$$= \int [G]^T [S] [G] dV \Delta \{\delta_e\} \quad (3-12)$$

여기서

$$[S^*] = [N_s^*]^{-1}$$

$$[G]^T = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad -\frac{6S}{l^2} + \frac{6S^2}{l^3} \quad 1 - \frac{4S}{l} + \frac{3S^2}{l^2} \\ 0 \quad -\frac{6S}{l^2} - \frac{6S^2}{l^3} \quad -\frac{2S}{l} + \frac{3S^2}{l^2} \end{array} \right\} \quad (3-13)$$

$$dV = 2\pi \int r dS$$

4. 數值 解析

4.1. 해석상의 고려

가. 非線形 방정식의 해석 방법

(3-11)식의 非線形 방정식을 増分法에 의한 線形

화외, 每 증분 단계에서의 收斂度의 향상을 反復法을 적용하고, 계산 시간의 절약과 비교적 빠른 收斂이 확인된 [4] Fig. 4와 같은 修正 Newton-Raphson法에

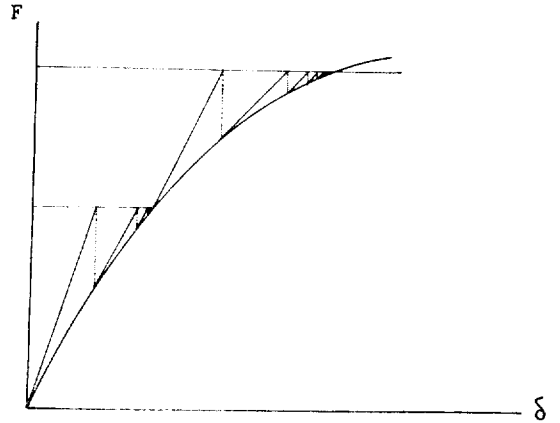


Fig. 4 Load increment & 2nd modified Newton Raphson method solution process of nonlinear equation

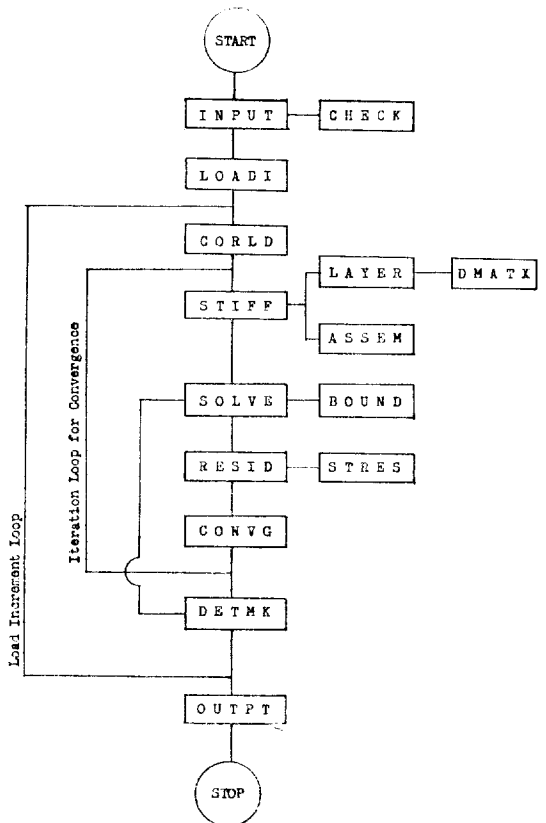


Fig. 5 Flow chart

따라 구성된 프로그램의 개략적인 流通圖는 Fig. 5와 같다.

나. 座標 및 荷重 작용 방향의 修正

本 연구에서는 每 하중 증분 단계마다 생겨나는 變位로 座標를 수정하고, 水壓이 하중으로 작용할 경우에는 Shell의 大變形 효과를 고려하기 위해 每 증분 단계마다 荷重이 변형된 구조에 垂直으로 작용하도록 하중 작용 방향을 수정한다.

다. 限界荷重의 결정

Shell 구조의 安定性이 상실되는 最初 하중을 한계 하중(Ultimate Load)으로 잡았으며 [3], 安定性의 판단은 荷重 증분과 반복 계산시에 $|K_T|$ 의 값을 조사하여 $|K_T|=0$ 인 경우 “安定性 상실”로 본다.

라. 層分割 해석

두께 방향의 塑性化 여부에 따라 식 (2-6)의 $[D_{ep}]$ 값 계산과 두께 방향 數値적분은 위해 두께를 6~10개의 層으로 分割하여 해석한다.

4.2. 解析例와 해석 결과의 검토

가. 해석 프로그램의 檢證

本 연구의 理論과 이들로 부터 구성된 프로그램의 妥當性을 檢證하기 위해, 종전의 理論 및 實驗의 해석 결과와 비교가 가능한 Fig. 6에 표시된 圓形平板을 모델로 선정하여 조사하였다. Fig. 6과 같이 初期降伏 이후까지도 본 연구에 의한 해석 결과는 理論 및 實驗解와 잘 알고 있음이 확인 되었다[5,18].

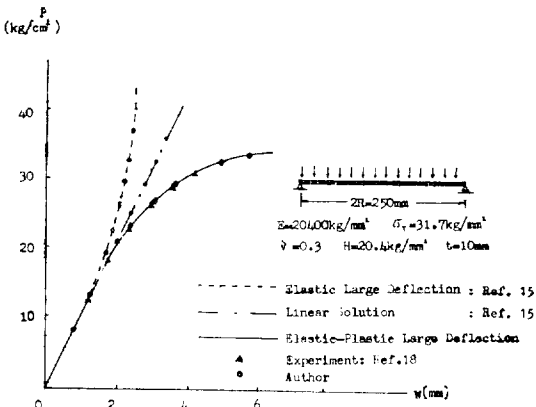


Fig. 6 Simply supported circular plate under uniformly distributed load

나. 形狀別 限界荷重

限界하중의 크기를 조사하기 위하여 Fig. 7과 같은 주변이 고정된 Circular Cap을 계산 모델로 택하고, 여기에 均一 外壓이 작용할 경우 各 形狀別 限界하중의 크기를 계산한 결과는 Fig. 8과 같다. 이 때 Fig. 7

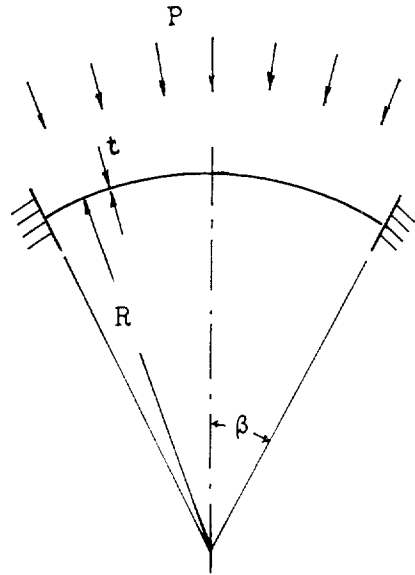


Fig. 7 Clamped circular cap under external pressure

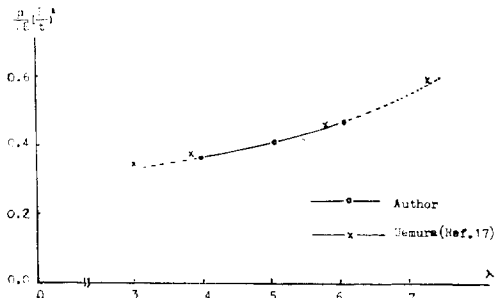


Fig. 8 Elastic ultimate load for each type of clamped circular cap

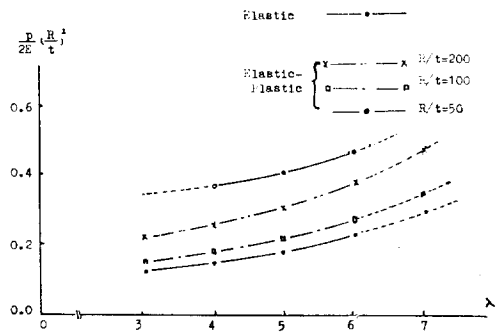


Fig. 9 Elastic & elastic-plastic ultimate load for each type of clamped circular cap

로부터, 形狀은 軸對稱 回轉 Shell의 形狀係數(Geometric Parameter)로 알려져 있는[20] 다음 式으로 정의한다.

$$\lambda^2 = \sqrt{12(1-\nu^2)} \sin^2 \beta \left(\frac{R}{t} \right) \quad (4-1)$$

Fig. 8의 계산 결과는 Uemura의 理論解[17]와 그 傾向은 잘 一致하나 약간씩 낮은 값을 주고 있으며, 이는 増分法에 의한 계산 결과로 생각된다.

同一한 계산 모델에 $H'=0.1E$, $\sigma_y=0.002E$ 일 때의 無次元化한 限界하중의 크기 $\frac{P}{2E} \left(\frac{R}{t} \right)^2$ 은 Fig. 9와 같고, 이 때 각 λ 에 따른 形狀의 특성은 Table 1과 같다.

Table 1 Geometric characteristics for each λ -value

λ	R/t	$R(\text{cm})$	$t(\text{cm})$	$\beta(^{\circ})$
3	200	25.0	0.125	6.70
	100	12.5	0.125	9.50
	50	6.25	0.125	13.49
4	200	25.0	0.125	8.95
	100	12.5	0.125	12.71
	50	6.25	0.125	18.13
5	200	25.0	0.125	11.21
	100	12.5	0.125	15.96
	50	6.25	0.125	22.89
6	200	25.0	0.125	13.49
	100	12.5	0.125	19.27
	50	6.25	0.125	27.82

Fig. 9의 彈性 限界荷重은 形狀係數만 같으면 그 크기가 一定하여 彈性 限界하중 또는 彈性 좌굴 해석시에는 (4-1)식으로 정의된 形狀係數가 큰 意義를 갖게 되나, 彈塑性의 경우는 $\frac{R}{t}$ 값이 작을수록 無次元化 限界荷重 $\frac{P}{2E} \left(\frac{R}{t} \right)^2$ 값은 상당히 낮은 값을 보이고 있어 形狀係數와 아울러 두께의 영향이 큼을 알 수 있다. 이는 두꺼운 Shell일수록 塑性化 영향이 크게 작용하는 것으로 판단된다.

다. 初期變形에 의한 영향.

Fig. 10과 같은 계산 모델에서 初期變形量의 分布를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$\begin{aligned} s=0 \text{에서 } \omega_0 &= \delta_0, \quad \frac{\partial \omega_0}{\partial s} = 0 \\ s=1 \text{에서 } \omega_0 &= 1, \quad \frac{\partial \omega_0}{\partial s} = 0 \\ \omega_0 &= \delta_0(1-s^2)^2 \end{aligned} \quad (4-2)$$

여기서 ω_0 는 初期變形의 分布式이고, δ_0 는 頂點에서

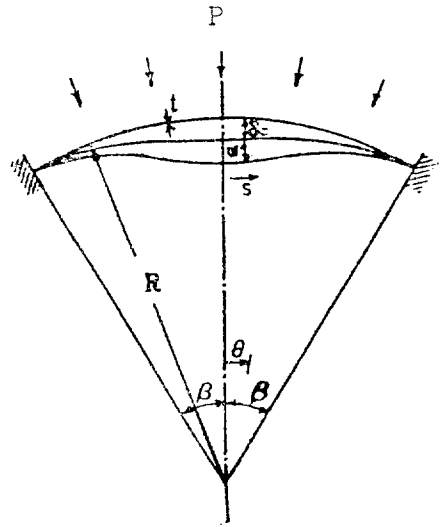


Fig. 10 Clamped circular cap under external pressure (with initial imperfection)

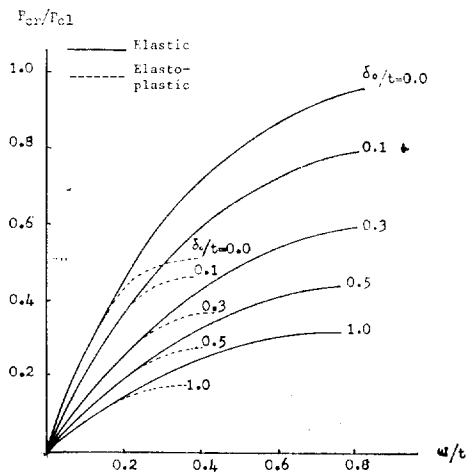


Fig. 11 Load-central deflection for clamped circular cap elastic & elastic-plastic case $\lambda=5$

最大 初期變形量, $s = \frac{\theta}{\beta}$ 이다.

形狀係數 $\lambda=5$ 일 때 初期變形量에 따른 限界하중을 球形 Shell의 彈性 座屈荷重(P_{el})과 비교한 결과는 Fig. 11과 같다. 또 $\lambda=5$ 일 때 $R/t=100, 200$ 인 경우의 初期變形에 의한 限界하중의 변화는 Fig. 12와 같다.

彈性的인 경우와는 달리 彈塑性인 경우에는 限界하중의 감소가 R/t 값에 따라 다르며, 두꺼운 Shell일수록 限界하중의 값은 낮으나 初期變形量의 증가에 따른 限界하중의 減少 傾向은 오히려 얇은 Shell이 더 敏感하다.

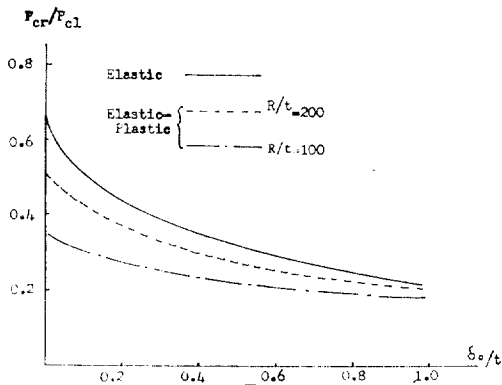


Fig. 12 Ultimate load of clamped circular cap for $\lambda=5$

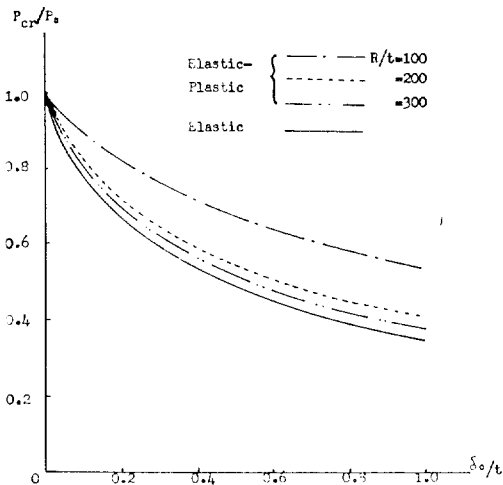


Fig. 13 Effect of imperfection on the ultimate load of clamped circular cap for $\lambda=5$

限界荷重의 減少 정도를 初期變形이 없는 경우와 比較한 결과(P_{cr}/P_0)는 Fig. 13과 같고, 여기서 初期變形的의 영향은 彈性的의 경우가 가장 敏感하며 R/t 가 클수록 즉 얇은 Shell일수록 限界荷重의 減少 경향이 彈性的의 경우에 가까워진다. 또 Fig. 12, 13으로 부터 初期變形的의 量이 두께 정도로 큰 경우는, 限界荷重의 크기가 彈性, 彈塑性의 경우는 거의 비슷하여 初期變形的이 큰 얇은 Shell에서는 塑性의 效果가 微少함을 알 수 있다.

라. 荷重 作用 方向의 교차.

靜水壓은 항상 物體 表面에 垂直方向으로 作用하므로, 大變形 解析時 每 荷重 増分 단계마다, 變形된 Shell 表面에 垂直하도록 荷重 作用 方向을 修正한 해석 결과를 Fig. 14에 보였다.

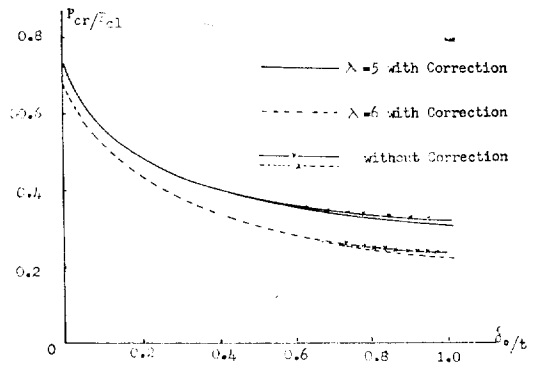


Fig. 14 Comparison of ultimate load between with and without correction of applied load direction

$\lambda=5, 6$ 인 경우 다같이 $\delta_0/t=0.6$ 정도까지는 荷重 作用 方向의 修正 여부에 관계없이 限界荷重의 크기가 同一하나 $\delta_0/t=0.6$ 이상인 경우는 荷重 作用 方向의 修正으로 限界荷重의 減少를 보이며 두께 정도의 初期變形이 있을 경우 約 5% 정도 限界荷重이 減少되고 있다. 따라서 大變形 解析時는 初期變形에 관계없이 荷重도 變位的 函數로 다루어져야하나 本 研究에서와 같이 荷重 増分 단계마다 荷重 作用 方向의 修正으로 계산된 限界荷重의 近似계산치는 初期 限界荷重의 推定에 有用하리라 본다.

5. 結 論

軸對稱 Shell의 限界荷重을 計算하기 위하여, 彈塑性—大變形項을 포함하는 支配方程式을 圓錐臺 要素에 의한 増分形 有限要素式으로 定式化한 後, 이를 外壓을 받는 주변이 固定된 Circular Cap에 적용시켜 다음과 같은 結果를 얻었다.

가. 本 研究에 의한 軸對稱 Shell의 彈塑性 大變形 解析 結果는 總論의 理論解 및 實驗解와 잘 一致하며, 本 解法에 의한 限界荷重은 軸對稱 Shell의 初期 設計 基準으로 活用 可能하다.

나. 塑性의 영향은 初期 變形과 같이 限界荷重을 급격히 底下시키며, 두께가 두꺼운 Shell일수록 塑性에 의한 限界荷重의 減少 效果가 더 크다.

다. 初期 變形을 갖는 Shell의 경우, 限界荷重의 減少는 그 形狀과 初期 變形의 量에 따라 다르나, 同一 形狀係數에서는 彈性인 경우가 初期 變形에 의한 한계 하중의 減少 경향이 가장 민감하고, 彈塑性일 경우는 두께가 얇을수록 初期變形量의 증가에 따른 한계 하중

의 감소 경향이 더 크게 된다.

라. 彈性인 경우는 初期變形이 있더라도 形狀係數가 동일하면 R/t 의 값에 관계없이 한계하중과 球形 Shell의 彈性 座屈荷重의 비(P_{cr}/P_{ci})가 같게 되나 彈塑性의 경우는 R/t 값이 작아짐에 따라 한계하중의 비가 낮아지며, 또 같은 形狀係數라도 β 값이 큰 Deep Shell일수록 初期變形에 의한 한계하중의 감소가 더 심하다.

다. 靜水壓을 받는 Shell의 경우에는 初期變形量이 두께의 半 정도에서부터 하중 작용 방향의 코어가 요구되며, 두께 정도인 경우 한계하중이 5%정도 차이가 생기므로 安全性 측면에서 하중 작용 방향의 수정이 필요하다.

바. 本 研究의 補完과 임밀 해석으로부터 座屈後 거동 해석이 가능할 것이며, 그 문제는 계속 研究할 예정이다.

참 고 문 헌

- [1] 김재복, 이주성, “평판의 후좌굴 해석”, 해군사관학교 연구보고 제17집, 1983. 2, pp.137-156.
- [2] D. Bushnell, “Nonlinear Axisymmetric Behavior of Shells of Revolution”, AIAA Journ., Vol. 5, No. 3, 1967, pp.432-439.
- [3] R.H. Gallagher, S. Lien, S.T. Mau, “A Procedure for Finite Element Plate and Shell Pre- and Post Buckling Analysis”, Proc. of the 3rd Conf. Matrix Method Struct. Mech., Oct. 1971, pp. 857-859.
- [4] R.D. Wood, “The Application of Finite Element Methods to Geometrically Nonlinear Structural Analysis”, Ph.D. thesis, University of Wales, 1973.
- [5] P.V. Marcal, “A Stiffness Method for Elastic-Plastic Problems”, Int. J. Mech. Sci., Vol. 7, 1965, pp. 229-238.
- [6] G.D. Galletly, “Torispherical Shells—A Caution to Designers”, Trans. ASME, Vol. 81, Ser. B, No. 1, Feb. 1959.
- [7] C.R. Calladine, “The Theory of Shell Structures; Aims and Methods”, Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, 1982, pp.219-230.
- [8] P.E. Grafton, D.S. Storme, “Analysis of Axisymmetrical Shells by the Direct Stiffness Method”, AIAA Journ., Vol. 1, No. 10, 1963, pp.2342-2347.
- [9] J.L. Sander, “Nonlinear Theories for Thin Shells”, Quart. of Appl. Mathematics, Vol. 11, No. 1, 1963, pp.21-36.
- [10] D.R.J. Owen, E. Hinton, “Finite Elements in Plasticity”, Pineridge Press Ltd., Swansea, U.K., 1980.
- [11] V.V. Novozhilov, “Foundations of the Nonlinear Theory of Elasticity”, Gaylock Press, Rochester, New York, 1953.
- [12] D.C. Drucker, “A More Fundamental Approach for Plastic Stress-Strain Relation”, Proc. of the 1st U.S. Nation. Cong. on Appl. Mech., (Chicago, 1951), New York, 1952, pp.487-491.
- [13] O.C. Zienkiewicz, “The Finite Element Method”, 3rd Ed., McGraw-Hill, London, 1977.
- [14] K. Washizu, “Variational Methods in Elasticity and Plasticity”, 2nd ed. Pergamon Press, 1975.
- [15] S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, “Theory of Plates and Shells”, McGraw-Hill, New York, 1959.
- [16] J.F. Mescal, “Large Deflections of Spherical Shells under Concentrated Loads”, Journ. Appl. Mech., Series E, Vol. 32, No. 4, 1965.
- [17] M. Uemura, “Axisymmetrical Buckling of an Initially Deformed Shallow Spherical Shell under External Pressure”, Int. J. Non-Linear Mech., Vol. 6, 1971, pp.177-192.
- [18] 大稿義夫, 村上澄男, “膜力を考元た圓板の彈塑性 曲げ”, 日本機械學會論文集 第31卷 224號, 昭 40-4, pp.501-520.
- [19] Y. Yamada, “Nonlinear Matrices, Their Implications and Applications in Inelastic Large Deformation Analysis”, Comp. Meth. Appl. Mech. Engr., Vol. 33, 1982, pp.417-437.
- [20] H.G. Allen, P.S. Bulson, “Background to Buckling”, McGraw-Hill (U.K.), 1980.