

論 文

大韓造船學會誌  
 第20卷 第1號 1983年 3月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 20, No. 1, March 1983

보오텍스 分布法에 의한 回轉體의 流體動力學的 힘과 모우멘트의 推定

梁 承 一\* · 李 昶 燮\* · 姜 昌 求\*

Prediction of Hydrodynamic Forces and Moments Acting on a Body of Revolution by the Method of Surface Vortex Distribution

by

Seung-Il Yang\* · Chang-Sup Lee\* · Chang-Gu Kang\*

Abstract

The hydrodynamic lift and moment acting on the bodies of revolution with pointed-end were calculated by the surface discrete vortex method. It was found, by direct computation, that the lift normal to the on-coming flow can be generated by introducing the shed-vortex to the unless otherwise purely potential model. The value of the destabilizing moment, which is called Munk moment, is reduced by the shed-vortex model, resulting in better agreement with the existing experimental values.

기 호

C.G. : 무게 중심

$C_P$  : 압력계수  $\left( \frac{P-P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U^2} = 1 - \left( \frac{V}{U} \right)^2 \right)$

$E$  : 힘벡터

$k_1, k_2$  : Lamb이 정의한 부가질량계수 (1, 2는 각각 축, 횡방향 운동)

$K_{mni}$  : (i, j) 번째의 단위보오텍스에 의해서 (m, n) 번째 제어점에 유기되는 속도벡터

$l$  : 물체의 길이

$m'$  : 물체의 무차원 질량  $\left( m' / \frac{1}{2}\rho l^3 \right)$

$M$  : 물체의 무게 중심에 작용하는 y방향 유체 동력학적 모우멘트

$\underline{M}$  : 모우멘트벡터

$n$  : 물체표면에 직각이고, 물체속으로 향하는 단위법선벡터

$NI$  : 물체를 횡방향으로 분할한 요소의 갯수의  $\frac{1}{2}$  (대칭성 이용)

$NJ$  : 물체를 종방향으로 분할한 요소의 갯수

$O$  : 물체에 고정된 좌표계의 원점

$P$  : 압력

$U$  : 배의 속도

$\underline{V}$  : 전속도벡터 (total velocity vector)

$V^r$  : 선보오텍스 요소에 의해서 점 P에 유기되는 속도의 크기

$V_t$  : 접선방향속도

$X$  : 물체에 작용하는 유체 동력학적 힘의 x방향성분

$x, y, z$  : 물체에 고정된 좌표계

$x_{shed}$  : 자유보오텍스가 유출 (shedding) 되기 시작하는 x좌표

$Z$  : 물체에 작용하는 유체 동력학적 힘의 z방향성분

$\alpha$  : 영각 (angle of attack)

$r$  : 단위면적당 보오텍스 (vortex) 세기

$\Gamma$  : 집중보오텍스 세기

$\nabla$  : Laplace 연산자 (operator)

$\alpha_{shed}$  : 자유보오텍스의 유출각

' : 무차원화될 표시

$Z'$  :  $\frac{Z}{\frac{1}{2}\rho U^2 l^2}$

$M'$  :  $\frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 l^3}$

接受日字: 1983年 2月 22日, 再接受日字: 1983年 3月 5日

\* 正會員, 韓國機械研究所 大德船舶分所

### 1. 서 언

물체는 유체속에서 운동할 때 유체에 의한 힘과 모우멘트를 받게된다. 이때 발생하는 양력(lift)과 모우멘트(moment)는 선박 조종성능에 영향을 미치는데, 이는 또한 선체, 선체의 부가물, 부가물과 선체의 상호간섭 등에 의해서 영향을 받는다.

부가물 중에서 제어편에 의해서 발생하는 양력과 모우멘트에 대해서는 이론적 해석이 많이 발표되어 있다. 그러나 선체 자체에 의한 힘과 모멘트에 대해서는 이론적 해석이 거의 없고, 단지 low aspect ratio wing theory를 이용하는 간단한 방법이 있을 뿐이다.

제어편의 기본 형상인 2차원 수중익에 대한 연구로서는 Theodorsen[1], Abbott and von Doenhoff[2], Brockett[3], Giesing and Smith[4], 姜昌求 · 李昶燮 · 梁承一[5] 등의 연구결과가 있으며, 3차원 물체에 대한 연구로서는 Hess and Smith[6], Hess[7], Webster[8], Maskew[9], Lewis and Ryan[10] 등의 결과가 있다.

이상의 3차원 문제의 해석은 비양력 물체 및 비양력 선체와 양력물체의 상호간섭만을 다루고 있다. 그러나 실제로 선체자체의 양력은 상당한 크기를 가지며, 이에 대한 간단한 추정방법들은 low aspect ratio wing theory를 수정해서 이용하고 있는 형편이다. Maskew [9]도 동체(선체)에 의한 양력이 포함되어야 한다고 그 중요성을 언급했을 뿐이며, 선체자체의 양력에 대한 이론적 연구결과는 저자가 아는바로는 발표된 적이 없다.\*)

본 보에서는 이러한 필요성에 의하여 3차원 물체의 양력문제(lifting problem)에 대한 해석방법을 고려하고자 한다. 수치적으로 3차원 물체를 해석하는 방법으로서 용출점(source) 분포법, doublet분포법, 보오텍스(vortex)분포법등이 있을 수 있는데, 본 보에서는 양력문제의 취급이 비교적 용이한 보오텍스분포법을 이용하기로 한다.

이 방법은 Kerwin and Lee[11], Lee[12]등에서 본 바와 같이 프로펠러와 같이 양력을 발생하는 물체를 해석하는데 있어서 아주 유용하고 적용 가능성이 풍부한 방법이다. 이 방법은 양력면을 보오텍스분포로 대치하고 요소(element)로 분할하여 보오텍스를 집중분포하면 수치계산이 용이해지고 계산결과도 좋다는 장

점을 가지고 있다.

본 보의 방법을 2차원 문제에 적용하여[21] 물체형상에 따른 보오텍스 표면 분포법의 특성을 파악한 바 있으며, 여기에서는 3차원 물체중에서도 비양력 물체인 공(sphere)과 prolate spheroid 등을 먼저 취급하여 3차원 물체의 특성을 파악한 후 3차원 양력물체를 취급하기로 한다.

양력문제를 해석하는데 있어서 항상 염두에 두어야 하는 것은 Kutta조건이다. 일반적으로 이 조건은 뒷날(trailing edge)에서 유체가 유연(smooth)하게 흘러가야 한다는 것을 뜻하는데, 바꾸어 말하면 2차원 날개의 경우 날카로운 날개뒷날을 돌아가는 유체의 흐름은 불가능하다는 것을 의미한다. 그러나 본 보에서 다루는 것과 같이 뾰 모양의 꼬리를 갖는 물체에 통상적인 Kutta조건을 정의하기가 용이하지 않다. 실제로 원주 방향의 흐름에 의하여 유체가 꼬리 뒷날을 지나지 않고서도 흘러갈 수 있기 때문이다.

실제로는 이러한 물체의 꼬리 근처에서 모양이 급격하게 변화하기 때문에 수치해석상 큰 문제점이 있으므로, 이러한 영역을 가급적 피해주기 위하여 본 보에서는 꼬리부근에서 보오텍스의 세기가 선형적(linearly)으로 감소하도록 하는 선형근사조건을 사용하였다.

그렇지만 위의 조건을 적용한다고 3차원 물체가 항상 양력을 발생한다고 할 수 없다. Brard[13]는 물체로부터 보오텍스의 유출이 없으면 양력을 발생치 않고, 단지 모우멘트만을 받게 된다는 것을 밝히고 있다. 본 보에서도 물체로부터 보오텍스를 유출(shedding)시키는데, 보오텍스의 유출각(shedding angle)은 low aspect ratio wing theory에서와 같은  $\frac{\alpha}{2}$ 를 택했다. 수치계산결과 보오텍스의 유출이 없을 경우 양력은 발생치 않고, 불안정 모우멘트인 Munk 모우멘트만 발생된다. 즉, 보오텍스를 유출시킴으로써 양력이 발생되고, 실제유체(real fluid) 효과에 의해서 모우멘트가 감소하는 것을 볼 수 있다.

본 연구에서는 이상에서 소개한 바와같이 양력을 발생하는 유선형 물체의 유체역학적 특성을 보오텍스 분포법에 의하여 이론적으로 해석하여 보았으며, 이로부터 압력, 힘, 모멘트등의 계산결과를 얻을 수 있었다.

그렇지만 아직 실험결과와의 비교가 많이 되지 않았으며, 보오텍스가 유출되기 시작하는 위치등은 실험에 의해서 결정되어야 한다는 등의 문제가 남게 되었다. 또 앞으로 물체와 제어편과의 상호간섭등의 연구가 계

\*1) 註 무한한 길이의 회전체 전반부에 대하여 최근 14차 ONR선박유체역학회의에서 비슷한 방법이 발표되었다[22].

속되어야 할 것이라고 생각된다.

## 2. 수학적 모형

### 2.1. 기본가정

물체가 무한유체 중에서 영각  $\alpha$ 를 갖고 전진하고 있는 경우를 고려해 보자. 이때 이 물체 주위의 유체는 비점성, 비압축성과 비회전성을 갖는다고 가정한다. 또 선수(bow) 근처에서의 압력저하로 인한 캐비티(cavity)의 발생을 고려하지 않기로 한다. 물체의 크기에 비해서 물체에서 멀리 떨어진 상류에서의 유체의 속도는 균일하다고 가정한다.

본 보에서는 Fig. 1과 같이 무한유체 중에서 속도  $U$ 로 전진하고 있는 물체의 정상상태 문제를 고려하기로 하자. 좌표계는 Fig. 1과 같이 선수방향을 (+)의  $x$ 축으로, 우현방향을 (+)의  $y$ 축으로, 선저방향을 (+)의  $z$ 축으로 취하는 ITTC 조종분과위원회(Ship Handling Committee)의 표준좌표계를 사용하기로 하자. 여기서 O는 좌표계의 원점인데 무게중심 C.G.와 항상 일치하는 것은 아니며 물체의 기하학적인 상사성을 이용할 수 있는 점을 취하는 것이 좋다.

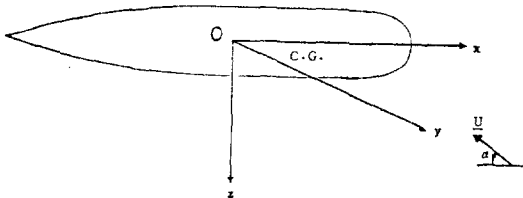


Fig. 1. Coordinate System

### 2.2. 경계치 문제

이상에서 언급한 가정들에 의해서 유체의 연속방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \text{ in fluid region} \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{V}$ 는 전속도벡터이다.

식(1)의 해를 구하기 위하여 필요한 경계조건으로서 물체경계조건과 선미(stern or trailing edge)에서의 Kutta조건이 있다.

다음에서 이들에 대해서 각각 검토하기로 하자.

#### (가) 물체경계조건

물체표면에서의 kinematic경계조건은 유체가 물체속으로 침투할 수 없다는 것이며, 물체에 고정된 좌표계에서는 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = 0 \text{ on the body surface} \quad (2)$$

여기서,  $\mathbf{n}$ 은 물체표면에 직각이고, 물체속으로 향할

때 (+)인 단위 법선벡터이다.

#### (나) 원주방향순환조건 및 Kutta 조건

날카로운 뒷날이 있는 수중익의 유체역학적 문제는 뒷날에서 유체의 속도가 유한하다는 Kutta조건을 필요로 한다. 이렇게 Kutta조건을 적용하면 전순환(total circulation)이 영이 아니고 유한한 값을 갖게된다. 그러나 Fig. 2에서 보는바와 같이,  $y-z$ 평면에서의 단면 현상이 날카로운 끝이 없는 물체의 주위에는 순환이 존재하지 않는데, 보오텍스를 표면위에 분포하는 본보의 경우에는 횡단면에 걸쳐서는 전순환이 영(零)이라는 조건을 써야 수치적 해석이 가능해진다[14].

$$\sum_{i=1}^{2 \times NJ} \Gamma_{i,j}^t = 0 \text{ for } i=1, \dots, NJ \quad (3)$$

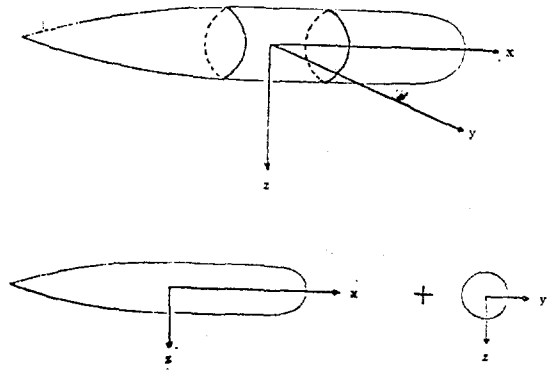


Fig. 2. Two Typical Section Profiles of a Streamlined Body

Kutta조건을 바꾸어 말하면 2차원 날개의 경우 날카로운 날개뒷날을 돌아가는 유체의 흐름이 불가능하다는 것을 의미한다. 그러나 본보에서 다루는 것과 같이 뿔 모양의 꼬리를 갖는 물체에 대하여는 이러한 통상적인 Kutta조건을 적용하기가 곤란하다. 이는 원주방향의 흐름의 가능하기 때문에 유체가 꼬리 뒷끝을 돌아갈 필요없이 반대편에 다달을 수 있기 때문이다. 따라서 우리는 뿔 모양의 꼬리에는 잘 알려진 Kutta조건이란 용어를 적용할 수 없다고 생각한다. 그러나 실제로는 이러한 물체의 꼬리 근처에서 모양이 급격하게 변화하기 때문에 수치해석상 여러가지 어려운점이 많으므로, 이러한 영역을 가급적 피해주기 위하여 본보에서는 꼬리부근에서 보오텍스의 세기가 선형적(Inlinearly)으로 감소하도록하는 선형근사조건을 적용함으로써 꼬리 바로 앞에서의 속도계산을 피해주고 있다.

### 2.3. 보오텍스 분포법

특이점(singularity)분포법은 유체역학문제를 해석하는데 있어서 가장 유용한 방법으로 최근 고속컴퓨터의

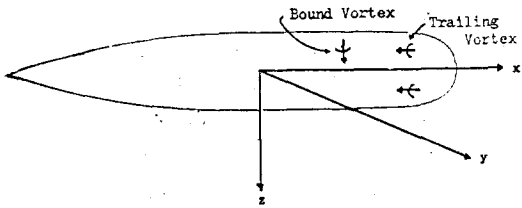


Fig. 3. Pictorial of 3-D Body to Illustrate Basic Singularities

개발과 함께 일반화 되었다.

이것은 유체경계에서의 경계조건을 적용하는 적분방정식이 수치계산으로 쉽게 변환될 수 있기 때문이다.

앞절에서 형성된 경계치 문제에서 3차원 물체는 보오텍스분포로 표시될 수 있다. 이것은 Fig.3에서 보여진다. 보오텍스는 Laplace방정식(1)을 만족하는 Green 함수중에서 가장 간단한 것중의 하나이다.

보오텍스 분포는 3차원 물체표면에서 접선방향속도(tangential velocity)의 차이를 표시하는데 사용된다. 보오텍스의 세기는 물체 표면에 놓인 벡터인데 표면상의 임의의 2방향 성분으로 나누어질 수 있다. 즉, 물체표면의 종방향과 횡방향으로 분해된다. 보오텍스 세기는 경계치문제의 해로서 결정될 것이다.

특이점 분포법이 사용될 때는 질량보존의 법칙이 특이점면에서 떨어진 유체영역에서 만족된다. 상류 무한대에서의 정지조건(quiescence condition)은 특이점에 의한 유기속도가 아무리 커도 특이점으로 부터의 거리에 반비례하는 특이점의 특성에 의해서 만족되며, 나머지 경계조건들을 적용하면 연속적분방정식을 얻게 된다. 적분방정식의 해를 얻는 방법은 연속분포의 특이점을 미지의 집중 특이점으로 분할하여, 제어점(control point)에서 경계조건들을 만족하도록 하는 연립방정식을 구성하여 이로부터 특이점의 세기를 결정하는 것이다.

### 3. 해석방법

#### 3.1. 보오텍스 분포의 분할방법

제 2 장에서는 무한 이상유체 중에서 영각  $\alpha$ 를 갖고 전진하는 3차원 물체의 양력문제가 형성되었다. 본장에서는 이 문제에 대한 적절한 수치방법을 개발하고자 한다.

집중보오텍스 분포법은 참고문헌[10], [11], [12]에서 정상상태의 양력문제를 해석하는데 있어서 아주 유용한 방법이라는 것을 보여준 바 있다. 따라서 물체표면을 Fig.4와 같이 미지의 세기를 갖는 집중보오텍스 점

함으로 대치한다. 이에 의하여 연속분포에 따른 계산의 복잡성을 피할 수 있다. 보오텍스점과 제어점의 분포방법은 균일분포등 임의로 할 수 있으나 계산상의 효율성을 기하기 위하여 cosine분할법을 사용하기로 한다.

먼저,  $x$ 축에 대하여 Fig.4에서와 같이 cosine분할을 하여 보오텍스점과 제어점의  $x$ 좌표를 구한다.

$$x_v(j) = \frac{l}{2} \cos \frac{(j-1)\pi}{NJ} \text{ for } j=1, \dots, NJ+1$$

$$x_{cp}(j) = \frac{l}{2} (x_v(j) + x_v(j+1)) \text{ for } j=1, \dots, NJ \quad (4)$$

여기서,  $x_v$ 는 보오텍스점의  $x$ 좌표,  $x_{cp}$ 는 제어점의  $x$ 좌표이고,  $l$ 은 배의 길이이며,  $NJ$ 는 종방향 요소의 갯수이다.  $y-z$ 평면에 대한 분할도 역시 cosine분할법을 사용하였는데, 회전체의 경우에는 각 단면이 원(circle)이기 때문에 cosine분할을 하면 Fig.4에서 보는바와 같이 등간격으로 분할한 것과 마찬가지로 된다. 본보에서는 대칭성을 이용하여 반원에  $NJ$ 개의 보오텍스를 분포하였으며, 이것은 원주방향에 모두  $2 \times NJ$ 개의 보오텍스를 놓은 것과 같다.

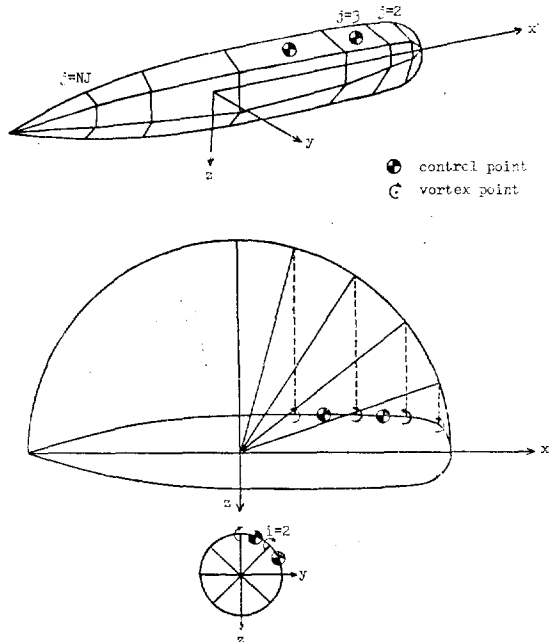


Fig. 4. Illustration of Discrete Vortex Elements and Control Points on a Body

#### 3.2. 유기속도의 계산

곡선 C에 위치한 세기가  $\Gamma$ 인 3차원 보오텍스에 의해서 유기되는 속도장(velocity field)은 Biot-Savart의

법칙에 의해서 얻어진다.

$$\underline{V}^r = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_c \frac{d\xi \times D}{|D|^3} \quad (5)$$

여기서  $D$ 는 곡선의 적분경로의 각 점에서 점  $P(x, y, z)$ 까지의 벡터이다.

윗식을  $\xi_{ij}$ 에 위치한 짧은 보오텍스요소에 의해서 제어점  $x_{mn}$ 에 유기되는 속도로 표시하면,

$$\underline{V}_{mn}^r = \sum_{ij} K_{mnij} \Gamma_{ij} \quad (6)$$

여기서,

$$K_{mnij} = \frac{1}{4\pi} \int_c \frac{d\xi \times D}{|D|^3}, \quad D = X_{mn} - \xi_{ij}$$

### 3.3. 물체경계조건 및 선형근사 조건

물체 표면에서의 경계조건인 식(2)는 제어점에서 집중보오텍스에 의한 유기속도로 표시된다.

$$\sum_{ij} \underline{u}_{mn} \cdot K_{mnij} \Gamma_{ij} = -\underline{u}_{mn} \cdot \underline{U} \quad (7)$$

여기서,  $K_{mnij}$ 는  $(i, j)$ 번째 단위 보오텍스에 의해서  $(m, n)$ 번째 제어점에 유기되는 속도이다.  $\underline{u}_{mn}$ 은  $(m, n)$ 번째 제어점에서 물체속으로 향하는 단위법선벡터(unit normal vector)이다. 구속보오텍스(bound vortex) 갯수는  $2 \times NI \times (NJ-1)$ 개, 후류(trailing) 보오텍스 갯수는  $2 \times NI \times NJ$ 개 이어서 물체표면에 분포된 전체 집중보오텍스의 갯수는 모두  $2 \times NI \times (2 \times NJ-1)$ 개가 된다. 그래서 집중보오텍스의 갯수는 제어점의 갯수  $2 \times NI \times NJ$  보다 훨씬 많지만, 보오텍스의 보존법칙을 이용하여 이 문제를 해결하게 된다. 여기서  $x-z$ 평면에 관한 물체의 대칭성을 이용하였기 때문에 원주방향의 보오텍스의 갯수는  $2 \times NI$ 가 된다.

보오텍스 요소의 각 교차점에서는 vorticity의 보존 법칙이 만족되어야 한다. 그래서 집중보오텍스 요소에 대해서는 어떤 교차점에서나 들어오는 보오텍스와 나가는 보오텍스의 산술합이 0이 되어야 한다. 이 조건으로 부터  $(i, j)$ 번째 교차점에서 후류보오텍스(trailing vortex)의 세기를 구할 수 있다. (Fig. 5)

$$\begin{aligned} \Gamma'_{i,j+1} &= \Gamma^b_{i,j} + \Gamma'_{i,j} - \Gamma^b_{i+1,j} \\ &= \sum_{i=1}^j (\Gamma^b_{i,i} - \Gamma^b_{i+1,i}) + \Gamma'_{i,1} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,  $\Gamma^b$ 는 구속보오텍스(bound vortex)의 세기이고,  $\Gamma'$ 는 후류 보오텍스의 세기이다. 식(8)에서의  $\Gamma'_{i,1}$ 는 평판 수중익문제 [15]에서처럼 0이 되는 것이 아니다.

이상의 관계로부터 구속보오텍스  $2 \times NI \times (NJ-1)$ 개와 첫번째  $(j=1)$  후류 보오텍스  $2 \times NI$ 개의 세기를 알면 나머지 후류 보오텍스의 세기를 알게된다. 즉,

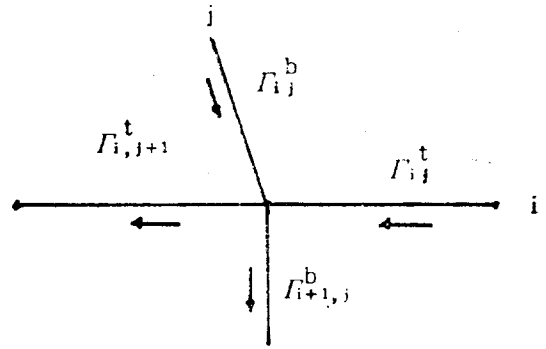


Fig. 5. Illustration for the Conservation of Vorticity

미지수의 갯수와 방정식의 갯수가  $2 \times NI \times NJ$ 로 되어 서로 일치하게 되며, 모든 보오텍스에 의해서 제어점  $(m, n)$ 에 유기되는 유기속도  $\sum_{ij} K_{mnij} \Gamma_{ij}$ 는 다음식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} \sum_{ij} K_{mnij} \Gamma_{ij} &= \sum_{i=1}^{NI} \left[ \sum_{j=1}^{NJ-1} \Gamma^b_{ij} (\underline{v}(c_p, \underline{x}_B) - \underline{v}(c_p, \underline{x}_B^*)) \right. \\ &+ \sum_{j=1}^{NJ-1} \sum_{i=1}^j \Gamma^b_{ii} \{ (\underline{v}(c_p, \underline{x}_{i,j+1}) - \underline{v}(c_p, \underline{x}_{ii,j+1}^*)) \\ &- (\underline{v}(c_p, \underline{x}_{i-1,j+1}) - \underline{v}(c_p, \underline{x}_{ii-1,j+1}^*)) \} \\ &+ \Gamma'_{ii} \sum_{j=1}^{NJ} (\underline{v}(c_p, \underline{x}_{ii}) - \underline{v}(c_p, \underline{x}_{ii}^*)) \left. \right] \quad (9) \end{aligned}$$

여기서,  $\underline{v}(c_p, \underline{x}_B)$ 는 단위 구속보오텍스  $\underline{x}_B$ 에 의해서 제어점  $c_p$ 에 유기되는 속도이고,  $\underline{v}(c_p, \underline{x}_i)$ 는 단위 후류 보오텍스  $\underline{x}_i$ 에 의해서 제어점  $c_p$ 에 유기되는 속도이다. 또, \*는 물체의 대칭성에 의한 image를 표시한다.

그런데 물체표면에 보오텍스를 분포시킴으로써 만들어진 식(7)와 같은 행렬은 특히 행렬(singular matrix)이 된다. 이는 아직 원주방향순환 조건을 적용하지 않았기 때문이다. Fig. 2에서  $y-z$ 평면에 대한 원주방향순환 조건인 식(3)은 공, 타원체등 3차원 비양력물체나 3차원 양력물체에 공통적으로 사용되어야 한다.

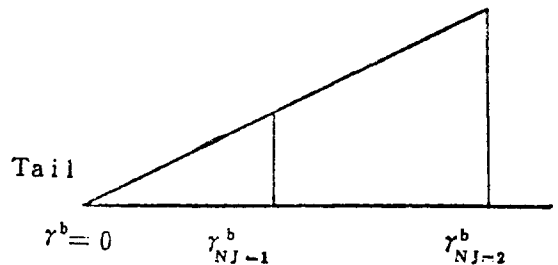


Fig. 6. Bound Vorticity Variation for the Linear Approximation

또, 2.2에서 언급한 바와 같이 회전체의 꼬리근처에서 수치해석상 어려움을 해결하기 위하여 선형근사조건을 적용하기로 하자. 즉, Fig.6에서와 같이 꼬리에서 보오텍스의 세기가 0으로 수렴하도록 한다.

3.4. 물체에 작용하는 압력, 힘, 모멘트

물체표면에 분포된 보오텍스의 세기가 일단 결정되면 물체표면에서의 유속분포를 계산할 수있고, 이로부터 Bernoulli방정식을 사용하여 물체에 작용하는 압력,  $P$ ,를 구할 수 있게 되며, 이를 적분함으로써 힘  $F$ 와 모우멘트  $M$ 도 구할 수 있다.

$$F = \int Pnds$$

$$M = \int P(r \times u)ds \tag{10}$$

여기서,  $r$ 은 원점에서 표면요소(surface element)까지의 위치벡터이다. 전체힘과 모우멘트가 구해지면 물체에 작용하는 압력중심의 위치를 구할 수 있다.

4. 계산결과 및 고찰

4.1. 비양력 물체의 계산(Calculation of Non-Lifting Body) 및 고찰

3차원 비양력 물체의 대표적인 것으로서 공(sphere)과 타원체(ellipsoid)등을 들 수 있다. 이러한 물체는 포텐셜이론에 의한 해석적인 해가 존재하기 때문에 보오텍스 분포법의 정도를 확인하는데 유용하게 이용될 수 있다. 먼저, 공의 경우 공의 표면에서의 접선속도  $V_t$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$V_t = 1.5U\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \tag{11}$$

여기서,  $a$ 는 공의 반경이다.

공 표면에서의 원주방향속도  $V_t$ 의 수치(numerical)해와 해석(analytic)해의 결과들이 Table 1에 비교되어 있으며, 압력계수  $C_p$ 의 결과들은 Fig.7에서 보여지고 있다. 이때 Kutta-Joukowski 정리에 의한 것과 압력적분에 의한 힘과 모우멘트가 물론 0이 되며, 보오텍스 분포방향의 임의성을 검토하기 위하여  $\alpha \neq 0^\circ$ 인 경우에도 계산을 수행한 결과 분포 및 분할의 방법이 바뀌더라도 힘과 모멘트가 0이라는 것을 확인하였다.

비양력 물체의 두번째 예로서 prolate spheroid를 들 수 있다. 이 물체는 유체역학적 특성이 공과 거의 같지만 영각이 있을때 착힘에 의한 Munk 모우멘트가 발생하는 차이점을 갖고 있다.

다음과 같은 식으로 표시되는 prolate spheroid를 고려해 보자.

Table 1. Comparison of the Results for a Sphere Calculated by the Discrete Vortex Method (NI=4, NJ=8) with Analytic Solutions

$x/2a$	$V_t/U$		Relative Error(%)
	Analytic*	Numerical	
0.4619	0.5740	0.6097	6.21
0.3536	1.0607	1.0330	-2.61
0.1913	1.3858	1.3531	-2.36
0.0000	1.5000	1.4935	-0.43
-0.1913	1.3858	1.3531	-2.36
-0.3536	1.0607	1.0330	-2.61
-0.4619	0.5740	0.6097	6.21

\* Analytic Solution  $V_t/U = 1.5\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$

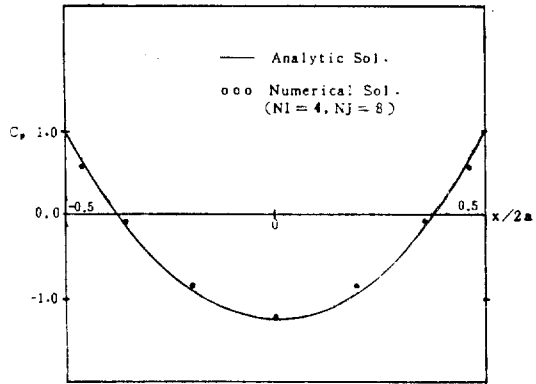


Fig. 7. Pressure Coefficients for a Sphere

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1, a \geq b \tag{12}$$

prolate spheroid가 대칭축에 평행한 운동을 할 경우, 즉  $\alpha = 0^\circ$ 인 경우, 윗식에 의해서 정의된 표면상에서의 접선속도  $V_t$ 는 다음과 같다[16].

$$V_t = \frac{e^3 g_1 U}{1 - e^2} \left( \frac{a^2 - x^2}{a^2 - e^2 x^2} \right)^{1/2} \tag{13}$$

여기서,  $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$  이고,

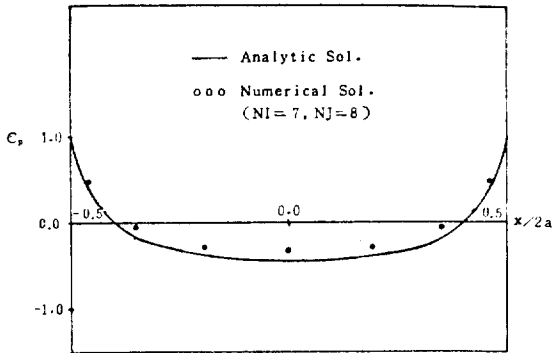
$$g_1 = \left( \frac{e}{1 - e^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + e}{1 - e} \right)^{-1}$$

$e \rightarrow 0$ 일때는 윗식(13)이 공에 대한 식(11)과 일치한다.

세장비가 0.5인 prolate spheroid가 영각  $\alpha = 0^\circ$ 로 전진할 때 수치해와 해석적인 해에 의한 접선속도  $V_t$ 가 Table 2에, 압력계수  $C_p$ 가 Fig.8에 각각 보여지고 있으며, 세장비에 따른 Munk 모우멘트는 Table 3에 보여지고 있다. Munk 모우멘트는 물체의 운동시 불안정 모우멘트가 되기 때문에 이 값이 적을수록 덜 불안정

**Table 2.** Comparison of the Results for the Prolate Spheroid( $\alpha=0^\circ$ ) Calculated by the Discrete Vortex Method( $NI=7, NJ=8$ ) with Analytic Solutions

$x/2a$	$V_i/U$	
	Analytic	Numerical
0.4619	0.7719	0.7144
0.3536	1.0820	1.0256
0.1913	1.1600	1.1206
0.0	1.2100	1.1418
-0.1913	1.1600	1.1206
-0.3536	1.0820	1.0256
-0.4619	0.7719	0.7144



**Fig. 8.** Pressure Coefficients for a Prolate Spheroid ( $b/a=0.5$ )

**Table 3.** Comparison of Munk Moments of the Prolate Spheroid( $\alpha=5^\circ$ ) Calculated by the Discrete Vortex Method( $NI=7, NJ=8$ ) with Analytic Solutions

$b/a$	$k_1$	$k_2$	$M'$	
			Analytic	Numerical
0.1	0.0207	0.9600	$0.8584 \times 10^{-3}$	$0.9134 \times 10^{-3}$
0.2	0.0590	0.8950	$0.3056 \times 10^{-2}$	$0.2936 \times 10^{-2}$
0.3	0.1054	0.8259	$0.5926 \times 10^{-2}$	$0.5467 \times 10^{-2}$
0.4	0.1563	0.7619	$0.8855 \times 10^{-2}$	$0.7982 \times 10^{-2}$
0.5	0.2090	0.7020	$0.1126 \times 10^{-1}$	$0.1004 \times 10^{-1}$
0.6	0.2658	0.6530	$0.1274 \times 10^{-1}$	$0.1127 \times 10^{-1}$
0.7	0.3230	0.6075	$0.1274 \times 10^{-1}$	$0.1135 \times 10^{-1}$
0.8	0.3812	0.5674	$0.1089 \times 10^{-1}$	$0.9947 \times 10^{-2}$
0.9	0.4403	0.5318	$0.6773 \times 10^{-2}$	$0.6770 \times 10^{-2}$

$$M' = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 l^3} = (k_2 - k_1)m'\alpha$$

$m' = m/\frac{1}{2}\rho l^3$ : non-dimensionalized mass

$k_1, k_2$ : added mass coefficients

(1 for axial, 2 for transverse motions)

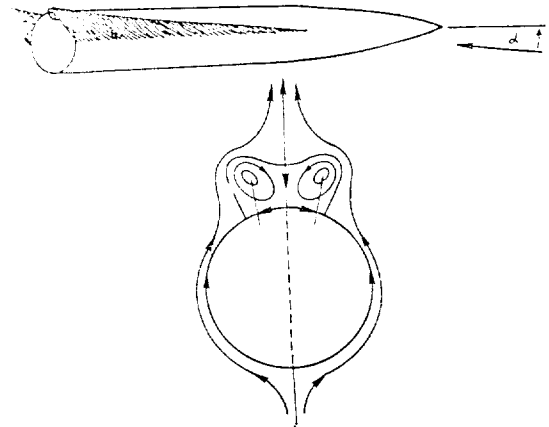
하게 된다.

**4.2. 3차원 양력물체의 계산 및 고찰**

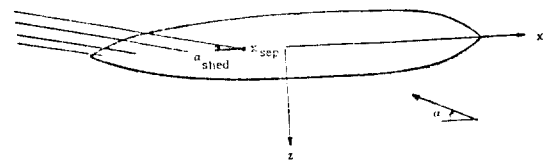
공이나 prolate spheroid와는 달리 본 보에서의 최종 목표인 선미가 뿔형상을 갖는 유선형회전체의 경우 선미근처에서 수치적인 취급이 매우 어렵다. 이러한 물체를 공이나 prolate spheroid와 같은 방법으로 해석할 경우 꼬리근처에서 보오텍스 세기  $\Gamma$ 가 불안정해지는데, 이러한 현상은 참고문헌[5]에서의 2차원 수중익 문제에서도 설명된 바 있다.

이 현상을 제거하기 위하여 2차원 수중익 문제의 해석에서 적용했던 것과 같이 꼬리근처에서 보오텍스 세기를 선형적으로 감소시키거나, 물체꼬리의 아주 작은 부분을 절단하여 무한 원방까지 후류 보오텍스를 유출시킬 수도 있지만, 이 2가지 방법이 해에 미치는 영향은 거의 없으므로, 본 보에서는 선형감소방법을 채택 사용하였다.

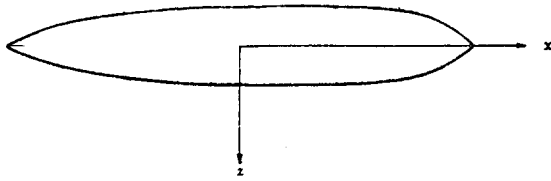
그러나 이상과 같은 꼬리처리 방법에도 불구하고 순수포텐셜흐름의 가정만으로는  $0^\circ$ 가 아닌 영각을 가진 유선형 회전체에서 양력이 발생되지 않는다. Brard[13]는 보오텍스의 유출(shedding)이 없을 경우 D'Alembert의 역설에 의해서 양력은 없고, 단지 물체의 운동을 불안정하게 하는 Munk 모우멘트만 발생된다는 것을 밝힌바 있다. 그렇지만 실제 유체에서 영각을 갖는 물체는 속도에 직각인 힘성분인 양력을 받고 있다. Brard



**Fig. 9.** Vortex Shedding for an Axisymmetric Body



**Fig. 10.** Model of Free Vortex Shedding



$x/l$	$z/l$	$x/l$	$z/l$
-0.5	0.0	0.20	0.0833
-0.45	0.0277	0.25	0.0812
-0.40	0.0408	0.30	0.0781
-0.35	0.0522	0.35	0.0707
-0.30	0.0613	0.40	0.0603
-0.25	0.0686	0.43	0.0508
-0.20	0.0743	0.44	0.0470
-0.15	0.0784	0.45	0.0423
-0.10	0.0812	0.46	0.0367
-0.05	0.0832	0.47	0.0297
0.00	0.0841	0.48	0.0210
0.05	0.0845	0.49	0.0090
0.10	0.0845	0.50	0.0000
0.15	0.0843		

length  $l=5.980m$   
 center of buoyancy:  $x/l=0.036$

Fig. 11. Airship 'AKRON' Offsets

에 의하면 이 현은 자유보오텍스(free vortex)가 유출됨(즉, 분리현상이 발생됨)으로써만 발생될 수 있다. 보오텍스 유출의 실제모양은 Fig.9와 같은 형상인데, 이러한 모양은 Delta wing이나 low aspect ratio wing의 경우와 비슷하다. 본 보에서는 Fig.10과 같이  $x-y$  평면과 접하는 물체의 측면부분으로부터 유출되도록 모형화 하였다.

Fig.10에서의 같은 자유보오텍스의 유출은 물체표면의 압력분포를 변화시켜서 양력을 발생하게 할 뿐만 아니라 모멘트에도 상당한 영향을 미친다. 이러한 현상을 확인하기 위하여 실험결과가 많은 'AKRON' 선형에 대해서 수치계산을 수행하였으며, 이 선형의 측면도 및 offset은 Fig.11에 보여지고 있다[17].

먼저, 영각  $\alpha=0^\circ$ 일때 'AKRON' 선형의 압력분포의 계산결과가 실험결과와 비교되어 Fig.12에 보여지고 있다. 한편, 영각  $\alpha=6^\circ$ 일때 자유보오텍스의 유출이 없을때의 압력분포가 Fig.13에 도시되어 있고, 같은 영각에 대해서 자유보오텍스의 유출을 고려했을때의 압력분포가 Fig.14에 도시되어 있다. 이 그림들로부터 자유보오텍스의 유출이 없는 포텐셜이론의 경우 양력은 발생치 않고 모우멘트가 실제보다 크게 추정되지만, 자유보오텍스의 유출이 고려될 경우 양력이 발생됨과 동시에 모우멘트가 감소하게 되어 실제유동과 같은 경향을 보여주는 결과도 얻었다. 이러한 현상은 Mandel [18]이 정성적으로 설명한 바 있으며, 이 현상에 의해

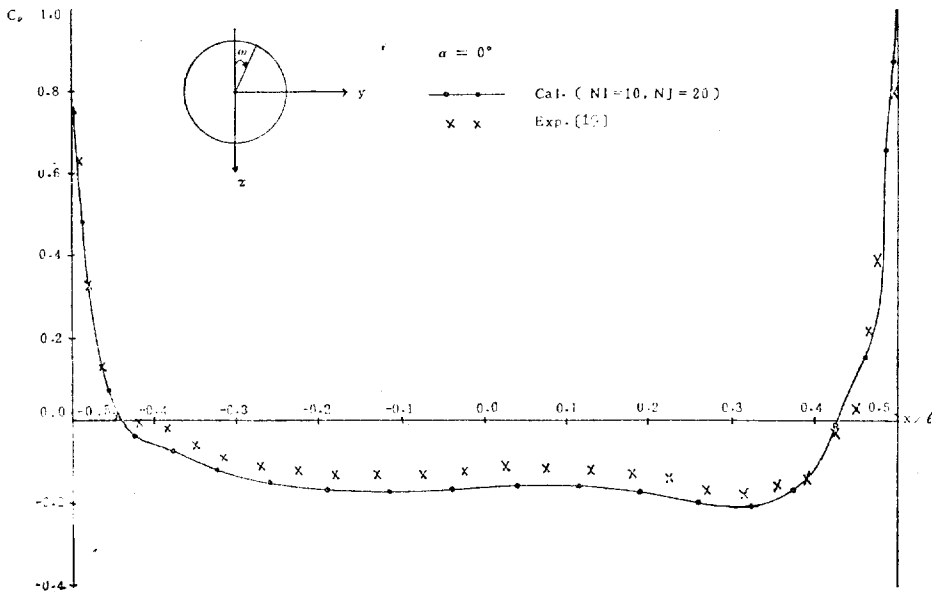


Fig. 12. Pressure Distribution on an Airship 'AKRON' with Angle of Attack  $\alpha=0^\circ$



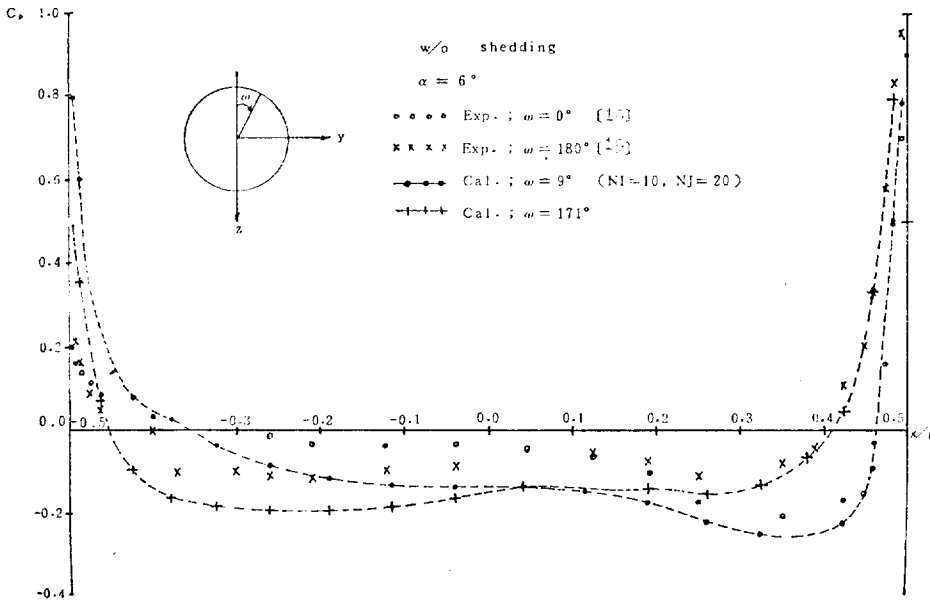


Fig. 13. Pressure Distribution on an Airship 'AKRON' with Angle of Attack  $\alpha=6^\circ$  (w/o Free Vortex Shedding)

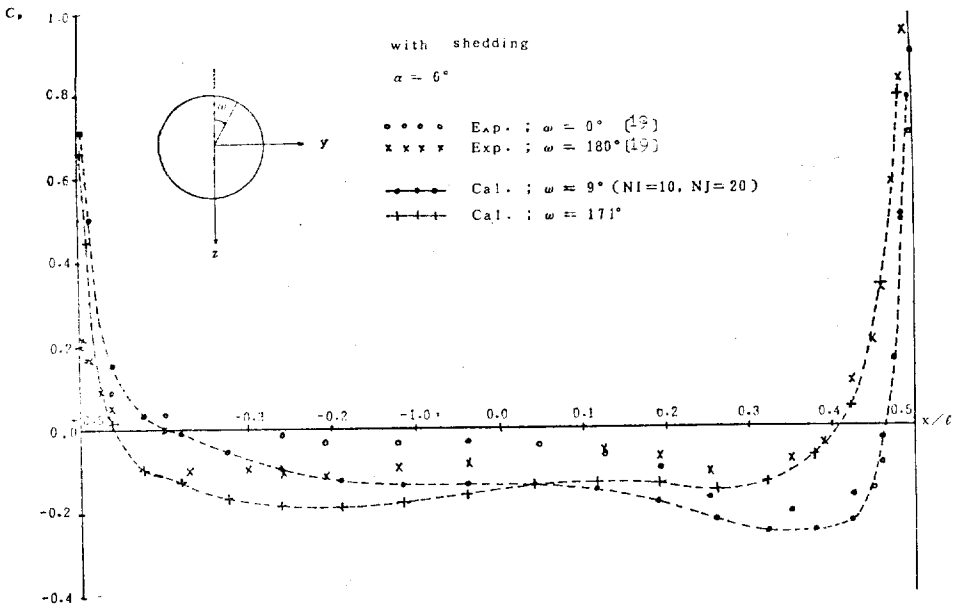


Fig. 14. Pressure Distribution on an Airship 'AKRON' with Angle of Attack  $\alpha=6^\circ$  (with Free Vortex Shedding)

서 불안정 모우멘트가 상당히 감소되어 물체운동의 안정화에 도움이 된다.

수렴시험(convergence tests)은 Fig.15와 Fig.16에서와 같이 원주방향 요소의 갯수의  $\frac{1}{2}$ 인  $N1$ 와 종방향

요소의 갯수  $NJ$ 의 변화에 대해서 수행되었는데,  $N1$ 의 변화는 힘과 모우멘트에 많은 변화를 가져오지만,  $NJ$ 의 변화는 이들에 거의 영향을 미치지 않는다. 이 결과에 따라 영각  $\alpha$ 의 변화에 따른 힘과 모우멘트의 수

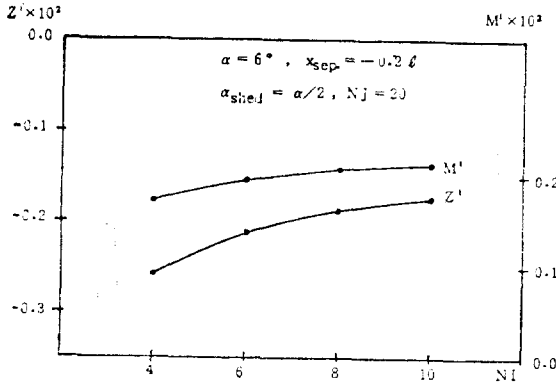


Fig. 15. Variation of Force and Moment Coefficients with Number of Circumferential Elements  $NI$

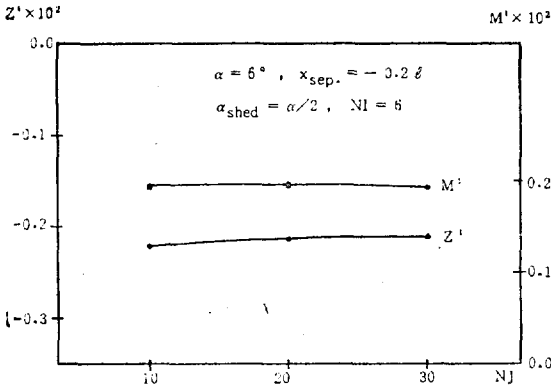


Fig. 16. Variation of Force and Moment Coefficients with Number of Longitudinal Elements  $NJ$

치계산에서  $NI=10, NJ=20$ 을 택하였다.

분리점  $x_{sep}$ 과 유출각(shedding angle)  $\alpha_{shed}$ 는 많은 실험결과에 의해서 결정되어야 하지만, 이들의 변화에 따른 영향을 관찰하기 위하여 수치계산을 수행하여 Fig. 17과 Fig. 18에 도시하였다. 그림들로부터  $x_{sep}$ 과 유출각  $\alpha_{shed}$ 는 수치계산결과에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 본 보에서는 유출각  $\alpha_{shed}$ 는 low aspect ratio wing theory에서 사용하고 있는  $\frac{\alpha}{2}$ 를 사용하였으며, 분리점  $x_{sep}$ 은 Allen[19]을 참고하여  $\alpha=6^\circ$ 일때 'AKRON' 선형의 경우  $-0.2l$ 로 택하여 수치계산을 수행했다.

그렇지만, 분리점  $x_{sep}$ 은 영각  $\alpha$ 가 커짐에 따라서 선수쪽으로 이동하게 될 것이다. 많은 실험을 통하여 분리점  $x_{sep}$ 이 영각  $\alpha$ , 기하학적인 형상등의 함수로 결정되는 공식이 도출된다면 완전한 비선형 수치모형(full nonlinear numerical model)이 형성될 수 있을

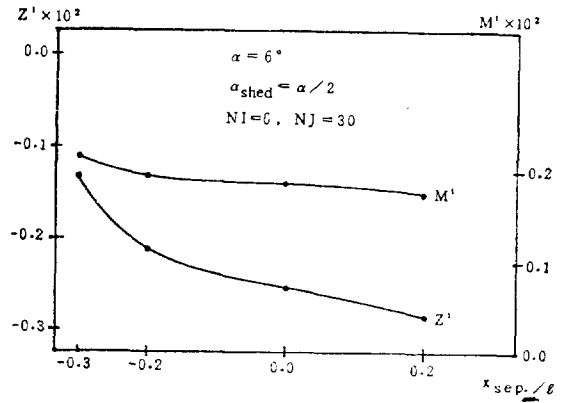


Fig. 17. Variation of Force and Moment Coefficients with Separation Point  $x_{sep}$ .

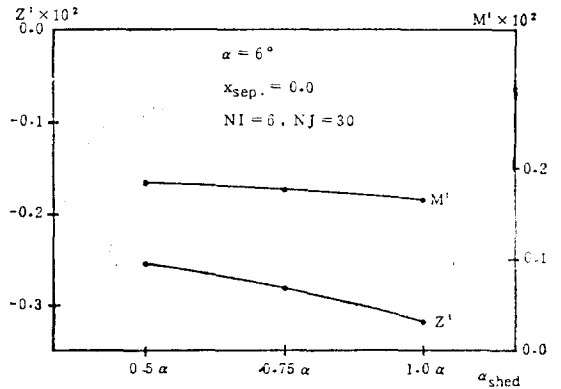


Fig. 18. Variation of Force and Moment Coefficients with Free Vortex Shedding Angle  $\alpha_{shed}$

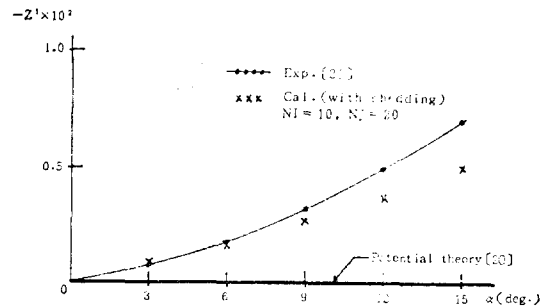


Fig. 19. Variation of Force Coefficients with Angle of Attack  $\alpha$

것이다. 이러한 가능성은 Fig. 19, 20에서 보는 바와 같이 분리점  $x_{sep}$ 을  $-0.2l$ 로 고정했을 경우, 실험결과에 비하면 수치결과는 거의 선형성(linearity)을 갖는다는 것과 Fig. 17에서의 경향으로부터 분리점  $x_{sep}$ 이 점점 선수쪽으로 이동된다면 큰 영각에서도 실험결과

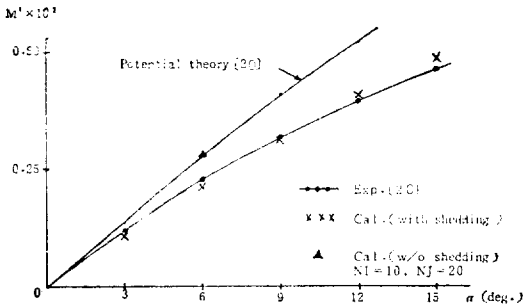


Fig. 20. Variation of Moment Coefficients with Angle of Attack  $\alpha$

와 상당히 잘 일치될 것이라는 데서 비롯된다.

또, Fig. 20에서 보는 바와 같이 자유보오텍스의 유출이 없는 포텐셜유동의 경우 본 방법에 의한 수치계산결과와 Allen[20]의 결과가 잘 일치한다.

### 5. 결 론

앞의 계산결과 및 고찰에 따라서 보오텍스 표면분포법에 의한 회전체의 유체동력학적 힘과 모우멘트의 추정정에 많은 가능성을 제시하게 되었으며, 다음과 같은 론을 얻었다.

(1) low aspect ratio wing theory에서 쓰는 유출각  $\alpha_{shed} = \frac{\alpha}{2}$ 로 하여 계산한 결과와 실험결과와의 비교에서, 극부압력분포는 차이가 적지 않은데 비해서 모우멘트계수는 다섯가지 영각( $\alpha=3^\circ, 6^\circ, 9^\circ, 12^\circ, 15^\circ$ )에 걸쳐 상당히 잘 맞고, 반면에 양력계수는  $\alpha=3^\circ, 6^\circ$ 에서는 잘 맞으나  $\alpha$ 가 증가함에 따라 현 계산치가 낮게 추정되는 경향을 보여준다. 이것은 비선형수치 모형을 사용하여 유출각  $\alpha_{shed}$ 를 영각  $\alpha$ 에 따라 변화시키고, 이에 대응하는 정확한(혹은 실험에서 측정된) 분리점  $x_{sep}$ 을 계산에 고려함으로써 개선될 수 있을 것으로 생각된다.

(2) 본 보에서 근거로한 포텐셜 유동이론에서의 수학모형에는 보오텍스 유출 및 분리선을 가정하여야 하기때문에, 이와 본질적으로 관련된 Navier-Stokes방정식이나 두꺼운 경계층을 고려한 해석방법의 연구도 시급하다. 또한 보다 정확한 실험결과도 요망된다.

(3) 본 보에서 쓰인 수학적인 자유보오텍스 모형이 3차원에서의 양력 및 모우멘트계산에 응용 가능성을 보여준다. 특히 본 논문에서의 계산방법이 물수체의 유체역학에 가장 유망하게 응용될 수 있음을 보여준다.

### 後 記

본 보를 작성하는데 있어서 좋은 자료를 제공해주신 DTNSRDC의 김윤호 박사님께 감사드리며, 본 논문의 심사를 통하여 많은 조언을 주신 서울대학교의 배평준 박사께 감사를 드린다. 또한 자료정리를 도와준 한국기계연구소 대덕선박분소 서상현씨에게도 감사드린다.

### 참 고 문 헌

- [1] Theodorsen, T., "Theory of Wing Section of Arbitrary Shape", *NACA Rept. No. 411*, 1931.
- [2] Abbott, I.H. and von Doenhoff, "Theory of Wing Sections", *Dover*, 1959.
- [3] Brockett, T., "Steady Two-Dimensional Pressure Distributions on Arbitrary Profiles", *Master's Thesis of Cornell Univ.*, 1965.
- [4] Giesing, J.P. and Smith, A.M.O., "Potential Flow about Two-Dimensional Hydrofoils", *J.F.M. vol. 28, part 1*, 1967.
- [5] 姜昌求 · 李昶燮 · 梁承一, "포텐셜중보오텍스 본 모형에 의한 2차원 수중익의 정상적 포텐셜유동", 한국기계연구소 소보 제 4권 제 2호, 1982.
- [6] Hess, J.L. and Smith, A.M.O., "Calculation of the Nonlifting Potential Flow about Arbitrary 3-Dimensional Bodies", *JSR, vol. 8, no. 2*, 1964.
- [7] Hess, J.L., "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies", *MDC J5679-01*, 1972.
- [8] Webster, W.C., "The Flow about Arbitrary, Three-Dimensional Smooth Bodies", *JSR vol. 19, DEC. 1975*.
- [9] Maskew, B., "Calculation of the Three-Dimensional Potential Flow around Lifting Non-Planar Wings and Wing-Bodies Using a Surface Distribution of Quadrilateral Vortex Rings", *N71-20115(Loughborough TT7009)*, 1970.
- [10] Lewis, R.I. and Ryan, P.G., "Surface Vorticity Theory for Axisymmetric Potential Flow Past Annular Aerofoils and Bodies of Revolution with Application to Ducted Propellers and Cowsls", *J. of Mech. Eng. Science vol. 14, No.*

- 4, 1972.
- [11] Kerwin, J.E. and Lee, C.S., "Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory", *SNAME Trans. vol. 86, 1978.*
- [12] Lee, C.S., "Prediction of the Transient Cavitation on Marine Propellers by Numerical Lifting Surface Theory", *13th ONR symp., 1980.*
- [13] Brard, R., "A Mathematical Introduction to Ship Maneuverability", The Second David W. Taylor Lectures, *DTNSRDC Report 4331, 1976.*
- [14] 姜昌求 · 梁承一 · 李昶燮, "집중특이점분포법을 이용한 선형자유포면 문제의 해석", 대한조선학회 지 제18권 제3호, 1981.
- [15] Lee, C.S., "A Numerical Method for the Solution of the Unsteady Lifting Problem of Rectangular and Elliptic Hydrofoils", *MIT, Master's Thesis, 1977.*
- [16] Kennard, E.H., "Irrotational Flow of Frictionless Fluids, mostly of Invariable Density", *DTMS Report 2299, 1967.*
- [17] Freeman, H.B., "Measurements of Flow in the Boundary Layer of a 1/40-Scale Model of the U.S. Airship 'AKRON'", *NACA Report No. 430.*
- [18] Mandel, P., "Ship Maneuvering and Control, Principles of Naval Architecture", *SNAME, 1967.*
- [19] Freeman, H.B., "Pressure-Distribution Measurements on the Hull and Fins of a 1/40-Scale Model of the U.S. Airship 'AKRON'", *NACA Report No. 443, 1932.*
- [20] Allen, H.J., "Estimation of the Forces and Moments Acting on Inclined Bodies of Revolution of High Fineness Ratio", *NACA RM A9126, 1949.*
- [21] 梁承一 · 李昶燮 · 姜昌求, "보오텍스분포법에 의한 회전체의 유체동력학적 힘과 모우멘트의 추정", 한국기계연구소 TNS14-82, 1982. 3.
- [22] Thrasher, D.F., "Application of the Vortex-Lattice Concept to Flows with Smooth-Surface Separation", *Prcc. of 14-th ONR Symp., 1982.*