

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第20卷 第1號 1983年 3月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 20, No. 1, March 1983

## 船舶의 積貨狀態가 船體振動 特性에 미치는 영향

金 極 天\* · 郭 文 圭\*\* · 金 炯 萬\*\*

## The Effect of Loading Conditions on Ship Vibration Characteristics

K.C. Kim\*, M.K. Kwak\*\*, H.M. Kim\*\*

## Abstract

The loading condition, of a ship, especially a multi-purpose cargo carrier, in service, is often changed. Then, the prediction of natural frequency changes is necessary to provide measures for prevention of ship vibrations.

In this paper a simplified method for the above purpose is presented. The bases of the method are analytical solutions for lateral vibrations of uniform Timoshenko beams carrying a cocentrated mass and the Dunkerley's formula. In this method a ship in the standard ballast condition is reduced to a uniform Timoshenko beam having same system parameters as those of the midship section.

To investigate the validity of the proposed method, numerical calculations are carried out for a 46,000 DWT bulk carrier and compared with detailed calculations based on the finite difference method. Even in cases those the cargoes in a hold, length of which is about 13% of the ship's length, are reduced to a concentrated mass, the proposed method gives results of several percent differences from the detailed calculations up to the six-noded mode.

## 記 號

 $\rho A$  : 보의 單位길이당 質量

 $EI$  : 굽힘 剛性度

 $kAG$  : 剪斷剛性度

 $J$  : 單位길이당 回轉慣性

 $L$  : 보의 길이

 $M$  : 集中質量의 크기

 $y$  : 橫變位

 $Y$  : 橫變位 基準函數

 $\phi$  :  $y$ 의 기울기에 대한 굽힘 寄與分

 $\Psi$  :  $Y$ 의 기울기에 대한 굽힘 寄與分

 $x$  : 길이 座標

 $x_0$  : 集中質量의 위치

 $\delta(x)$  : Dirac delta function

 $\omega$  : 圓振動數

 $\xi = \frac{x}{L}$ 
 $a = \frac{x_0}{L}$ 
 $b^2 = \frac{\rho A}{EI} L^4 \omega^2$ 
 $r^2 = \frac{J}{\rho A} L^{-2}$ 

接受日字: 1983年 2月 22日, 再接受日字: 1983年 3月 14日

\* 正會員, 서울大 工大

\*\* 正會員, 서울大 大學院

$$s^2 = \frac{EI}{kAG} L^{-2}$$

$$m = \frac{M}{\rho AL}$$

1. 緒 言

船舶의 運航에 있어서 部分積貨가 요구되는 경우가 많다. 이는 특히 多目的輸送船에 있어서 그러하다. 이 경우 표준적 輕貨狀態를 기준으로 하여 船體振動特性의 변화를 간편한 방법으로 신속히 파악할 필요가 있다.

이와같은 目的의 연구는 Yoshiki[1]\*, Kumai[2], Tomita[3] 등에 의하여 수행된 바 있고, 실제응용을 위한 設計의指針[4]도 제시되고 있다. 이 방법들은 船體를 輕貨狀態때의 船體中央部 system parameter값과 等價인 柱狀體로 치환하고, 集中質量을 갖는 Euler보에 대한 이론해를 이용하고 있다. 따라서 적정한 實驗係數를 도입하지 않고서는 신빙성있는 결과를 얻을 수 없다.

본 연구에서는 輕貨狀態의 船體를 앞에서 기술한 바와같이 等價柱狀體로 치환하되, 集中質量을 갖는 均一 Timoshenko보에 대한 이론해를 이용함으로써 推定方法의 精度향상을 도모하였다. 즉, 먼저 集中質量 1개를 갖는 兩端自由 均一 Timoshenko보의 固有振動數 및 基準振動型의 일반해를 구하였으며, 集中質量이 固有振動數에 미치는 영향을 集中質量이 없는 경우를 기준으로 하여 無次元係數로 취하고 이 係數를 實船에 적용하는 방법을 택하였다. 그리고, 部分積貨를 2개 이상의 集中質量으로 다루어야 할 경우에는 Dunkerley 方法을 援用하였다.

이 방법의 精度檢證을 위하여 46,000DWT 撒物運搬船을 例로하여 有限差分法[5]에 의한 精밀계산결과와 비교 검토하였는데, 實驗係數를 도입하지 않아도 實用性있는 결과를 얻을 수 있음이 확인되었다.

2. 集中質量을 갖는 兩端自由 均一 Timoshenko보

集中質量 1개를 갖는 보의 橫振動에 대한 이론해는 Chen [6], Pan [7, 8] 등이 Euler보에 대하여 구하였고, Grant[9]가 이를 均一 Timoshenko보로 확장하여 여섯가지 基本境界條件에 대한 振動數方程式을 구하였다. 본 報문의 저자중의 한 사람인 郭[10]은 Grant의 연구를 다시 확장하여 여러가지 境界條件에 대한 基準函數들을 구하였으며, 또 數值計算例를 통하여 集中質量의 크기 및 위치가 固有振動數 및 基準振動型에

미치는 영향을 定量的으로 체계있게 고찰하였다.

均一 Timoshenko보에 있어서  $x=x_0$ 에 集中質量  $M$ 가 附加되었을 때, 橫振動에 대한 運動方程式은 다음과 같이 기술된다.

$$EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + kAG \left( \frac{\partial y}{\partial x} - \phi \right) - J \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

$$kAG \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \{ \rho A + M \delta(x-x_0) \} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{2}$$

여기서  $\delta(x)$ 는 Dirac delta function이다.

無次元 길이좌표  $\xi = \frac{x}{L}$ 를 도입하고

$$y(\xi, t) = Y(\xi) e^{j\omega t}, \quad \phi(\xi, t) = \Psi(\xi) e^{j\omega t}, \tag{3}$$

( $j = \sqrt{-1}$ )

을 대입하면  $Y(\xi)$  및  $\Psi(\xi)$ 에 관한 다음과 같은 聯立微分方程式을 얻게 된다.

$$s^2 \Psi'' - (1 - b^2 r^2 s^2) \Psi + \frac{Y'}{L} = 0 \tag{4}$$

$$Y'' + s^2 b^2 [1 + m \delta(\xi - a)] Y - L \Psi' = 0 \tag{5}$$

여기서

$$b^2 = \frac{\rho A}{EI} L^4 \omega^2$$

$$r^2 = \frac{J}{\rho A} L^{-2}$$

$$s^2 = \frac{EI}{kAG} L^{-2} \tag{6}$$

$$m = \frac{M}{\rho AL}$$

$$a = \frac{x_0}{L}$$

이고, '은  $\xi$ 에 관한 미분을 뜻한다.

Laplace 變換을 이용하여 聯立微分方程式 (4) 및 (5)의 解를 구하고, 兩端自由일 때의 境界條件

$$(\Psi')_{\xi=0,1} = 0, \quad \left( \frac{Y'}{L} - \Psi \right)_{\xi=0,1} = 0 \tag{7}$$

을 적용함으로써 振動數 方程式과 基準振動型에 대한 일반해가 다음과 같이 얻어진다 [10]. 단,  $b^2 r^2 s^2 > 1$  일 때의 해는 실용성이 희박하므로 기술을 생략한다.

振動數方程式 :  $b^2 r^2 s^2 < 1$  일 때

$$2 - 2 \cosh b\alpha \cos b\beta + \frac{b}{\sqrt{1 - b^2 r^2 s^2}} (3r^2 - s^2 + b^2 r^2 (r^2 - s^2)^2) \sinh b\alpha \sin b\beta$$

$$+ mab \frac{\zeta}{1 + \zeta} \left\{ \frac{2}{\lambda} \cosh b\alpha (1-a) \sin b\beta (1-a) - \frac{2}{\zeta} \sinh b\alpha (1-a) \cos b\beta (1-a) + [\sinh b\alpha (1-a) + \frac{1}{\lambda} \sin b\beta (1-a)] \right\}$$

\* [ ] 내 數字는 本文末尾에 소개한 參考文獻의 번호임.

$$\begin{aligned} & \cdot \left[ \frac{1}{\zeta} \cosh b\alpha \cos b\beta a - \frac{\lambda}{\zeta} \sinh b\alpha a \sin b\beta \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{\lambda} \sinh b\alpha \sin b\beta a - \cosh b\alpha a \cos b\beta \right] \\ & + [\cosh b\alpha(1-a) + \frac{1}{\zeta} \cos b\beta(1-a)] \\ & \cdot \left[ -\frac{1}{\zeta} \sinh b\alpha \cos b\beta a + \frac{\lambda}{\zeta} \cosh b\alpha a \sin b\beta \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\lambda} \cosh b\alpha \sin b\beta a - \sinh b\alpha a \cos b\beta \right] = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ -(r^2 + s^2) + [(r^2 - s^2)^2 + 4/b^2]^{1/2} \}^{1/2} \\ \beta &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ +(r^2 + s^2) + [(r^2 - s^2)^2 + 4/b^2]^{1/2} \}^{1/2} \\ \lambda &= \frac{\alpha}{\beta} \\ \zeta &= \frac{(\beta^2 - r^2)}{(\beta^2 - r^2)} = \frac{(\alpha^2 + r^2)}{(\alpha^2 + s^2)} \end{aligned}$$

基準振動型 :  $b^2 r^2 s^2 < 1$  일 때

$$\begin{aligned} Y(\xi) &= \frac{L}{\alpha^2 + \beta^2} \left\{ \frac{\beta}{b} [\lambda \sinh b\alpha \xi + \sin b\beta \xi] \right. \\ & \quad + (\beta^2 - r^2) [\zeta \cosh b\alpha \xi + \cos b\beta \xi] \Gamma \\ & \quad + m b \beta \frac{1}{1 + \zeta} \left[ \frac{\beta}{b} [\lambda \sinh b\alpha a + \sin b\beta a] \right. \\ & \quad \left. + (\beta^2 - r^2) [\zeta \cosh b\alpha a + \cos b\beta a] \Gamma \right] \\ & \quad \cdot u(\xi - a) [\lambda \zeta \sinh b\alpha(\xi - a) - \sin b\beta(\xi - a)] \Big\} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi(\xi) &= \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left\{ \frac{1}{b^2(\beta^2 - s^2)} [\cosh b\alpha \xi + \zeta \cos b\beta \xi] \right. \\ & \quad + \frac{1}{b\alpha} [\sinh b\alpha \xi - \lambda \sin b\beta \xi] \Gamma \\ & \quad + \frac{m}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ \frac{\beta}{b} [\lambda \sinh b\alpha a + \sin b\beta a] \right. \\ & \quad \left. + (\beta^2 - s^2) [\cosh b\alpha a + \zeta \cos b\beta a] \Gamma \right] \\ & \quad \cdot u(\xi - a) [\cosh b\alpha(\xi - a) - \cos b\beta(\xi - a)] \Big\} \quad (10) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \Gamma &= - \left\{ \frac{\beta}{b(\beta^2 - s^2)} [\lambda \sinh b\alpha - \zeta \sin b\beta] \right. \\ & \quad + \frac{m\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} [\lambda \sinh b\alpha(1-a) + \sin b\beta(1-a)] \\ & \quad \left. [\lambda \sinh b\alpha a + \sin b\beta a] \right\} / \{ [\cosh b\alpha - \cos b\beta] \\ & \quad + \frac{m b \beta (\beta^2 - r^2)}{\alpha^2 + \beta^2} [\lambda \sin b\alpha(1-a) + \sin b\beta(1-a)] \\ & \quad [\zeta \cosh b\alpha a + \cos b\beta a] \} \end{aligned}$$

集中質量이 2개 이상 附加되었을 경우의 일반해를 직접적으로 구하는 일은 매우 어려운데, 비교적 간편한 방법으로서 振動數合成法의 하나인 Dunkerley 방법을 도입할 수 있다. Dunkerley의 실험공식에 의거하면 集中質量  $n$ 개를 갖는 보의 固有圓振動數  $\omega$ 의 近似値는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega^2} &\cong \frac{1}{\omega_0^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_{ci}^2} \\ &= \frac{1}{\omega_0^2} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\omega_0^2}{\omega_{mi}^2} - n + 1 \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

여기서

$\omega_0$  : 보 自體의 固有圓振動數

$\omega_{ci}$  : 보 自體의 質量을 무시하고, 集中質量 1개를 갖는 경우의 固有圓振動數

$\omega_{mi}$  : 集中質量  $m_i$  1개를 갖는 보의 固有圓振動數 따라서 (1)로부터 얻어지는 固有值를 이용하여 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$f \cong f_0 / \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{b_0}{b_i} \right)^2 - n + 1} \quad (12)$$

여기서

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$b_0$ : 보 自體의 固有值

$b_i$ : 集中質量  $m_i$  1개를 갖는 보의 固有值

### 3. 船體振動에의 應用

實船의 基準積貨狀態에 대하여 船體中央部の 單位 길이당 質量, 附加水質量 및 回轉慣性과 剛性度가 파악되면 等價 均一 Timoshenko 보를 정의할 수 있다. 實船의 部分積貨를 적정한 個數의 集中質量으로 간주함으로써 等價 均一 보에 대한  $x_0$  및  $m_i$ 가 결정되고, (8)로부터 固有值  $b_i$ 가 결정된다. 보 自體의 固有值  $b_0$ 와 基準振動型은 (8), (9), (10)에  $m=0$ 를 代入하여 구할 수 있다. 이제 部分積貨狀態의 固有振動數  $f$ 는 輕貨狀態에의 固有振動數  $f_0$ 를 기준으로 하여 (12)에 의하여 推定할 수 있다.

이 방법의 正도검증을 위하여 大韓造船公社에서 건조된 (1980年) 散物運搬船 M/S Ocean Ever를 例로 하여 일련의 계산을 수행하였다. 이배의 主要要目은 Table 1과 같다. 船艙配置 및 기준 輕貨狀態에 있어서의 重量分布,  $I_{\mu z}$ ,  $I$ ,  $kA$  등의 分布曲線은 Fig. 1과 같다. 이들 system parameter의 계산은 [11]에 의거하였는데, 附加水質量 3次元修正係數로서는 有限長 橢圓

**Table 1.** Principal particulars of the bulk carrier M/S Ocean Ever adopted for numerical calculations.

Length overall	224.16 m
Length between perpendiculars	215.00 m
Breadth(mld.)	32.00 m
Depth (mld.)	15.16 m
Draft (design)	10.52 m
Deadweight	46,000 tons
Service speed	14.7 kts
Main Engine	Diesel, 10,665 bhp×131 rpm
Propeller	4 blades
Ballast condition	
Draft	5.90 m
Displacement	31,000 tons
Full load condition	
Draft	10.55 m
Displacement	58,000 tons

斷面柱狀體에 대한 값이 채용되었고 plate-box girder 거동을 고려하기 위한 굽힘剛性度 修正이 행하여졌다. 精密計算은 船體를 26개 要素로 分割하여 有限差分法 [5]에 의거하였다.

精度檢證을 위하여 計算이 수행된 積貨狀態(Fig. 1 참조) 및 計算結果는 Table 2와 같다.

**Table 2.** Results of numerical calculations: natural frequencies in Hz.

Case no.	Loading condition	Nodes					
		Calc. method	2	3	4	5	6
0	Standard ballast	FDM <sup>1)</sup>	0.81	1.72	2.66	3.55	4.47
1	Heavy water ballast in No. 4 hold(11,270 tons) <sup>2)</sup>	FDM	0.75	1.67	2.44	3.38	4.17
		Eq.(12)	0.76	1.72	2.39	3.55	4.05
2	Cargo in No. 3 & No. 5 hold(7733.9+7689.5 tons) <sup>3)</sup>	FDM	0.75	1.51	2.48	3.15	4.01
		Eq.(12)	0.77	1.56	2.64	3.09	4.21
3	Cargo in No. 2 & No. 5 hold(4214.3+7689.5 tons) <sup>3)</sup>	FDM	0.78	1.57	2.49	3.29	4.15
		Eq.(12)	0.79	1.59	2.56	3.28	4.28

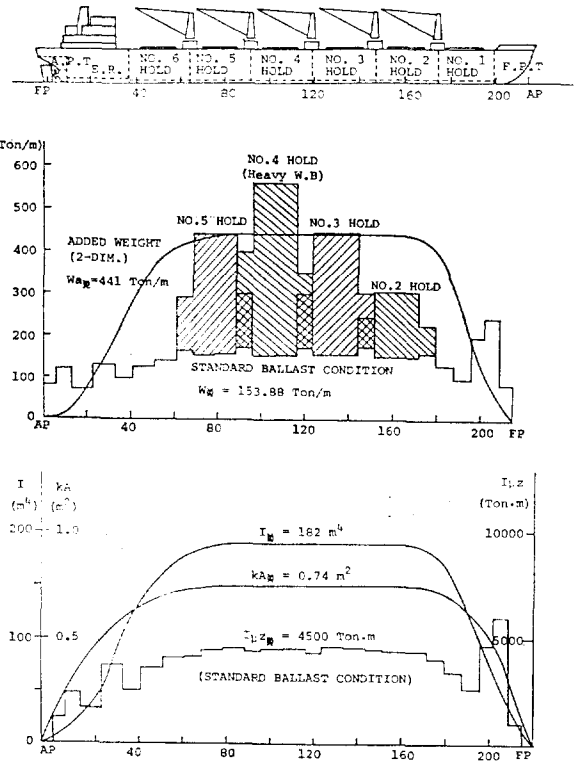
<sup>1)</sup> Finite Difference Method

<sup>2)</sup> Hold length 27.72 m, single concentrated mass

<sup>3)</sup> Hold length 27.72 m each, two concentrated mass

**4. 考 察**

Table 2로 부터 알수 있는 바와 같이 各 試算의  $m_i$  값은 case 1에서 0.364, case 2에서 0.249 및 0.248, Case 3에서 0.136 및 0.248이고, 船艙길이는 모두



**Fig. 1.** Hold arrangement and system parameters of the ship adopted for numerical calculations.

27.72 m 즉, 船體垂線間長の 약 13%이다. 비교적 광역에 걸친 分布積貨를 하나의 集中質量으로 치환한 셈이다. 有限差分法에 의한 정밀계산 결과에 대한 근사계산치의 差률 百分率로 도사한 것이 Fig. 2이다.

이로부터 (12)에 의한 근사계산의 정도가 高次振動型 일수록 정도가 떨어지나, 대체로 정밀계산에 대

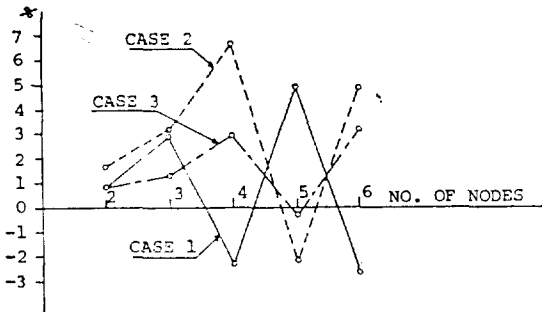


Fig. 2. Numerical differences between the results obtained from Eq.(12) and those from FDM calculations:  $\frac{\text{Eq. (12)} - \text{FDM}}{\text{FDM}} \times 100(\%)$

하여 數% 以內의 誤差에 머물고 있음을 알 수 있다. 이들 精度는 일차적으로 集中質量의 크기 즉,  $m_i$ 에 의하여 지배되나, 集中質量의 위치 즉,  $x_{0i}$ 에 다른 영향이 또한 현저함을 알 수 있다. 한 船艙의 部分積貨를 두개 이상의 集中質量으로 分割한다면 계산정도가 더욱 좋아질 것은 自明하나, 防振對策강구의 관점에서 본다면 數% 정도의 誤差는 허용될 수 있다고 판단된다.

이로서 (12)에 의한 固有振動數 推定의 實用的 有用性を 확인할 수 있다. (8)이 일견 복잡한 방정식으로 보이나, programmable desk calculator만 있으면 미리 마련된 계산프로그램을 이용하여 간단히 그 해를 구할 수 있으며, 船舶의 運航中 船上에서도 간단히 계산할 수 있다.

### 5. 結 論

船舶의 運航에 있어서 部分積貨에 船體振動特性의 변화를 간접, 신속하게 파악함으로써 主機回轉數 또는 積貨의 船艙配分을 적절히 조절하여 共振回避를 도모하는데 도움을 주고자, 集中質量을 갖는 均一-Timoshenko보에 대한 이론해를 바탕으로 하고 Dunkerley 방법을 응용한 固有振動數 近似推定法을 제시하였다.

實船에 대한 試算例를 통하여 한 船艙의 貨物을 單一集中質量으로 간주할 경우에도 誤差가 數% 以內에 있음이 확인되었다.

이 방법은 造船所 設計室에서는 물론 특히, 船舶運航中 船上에서의 計算에 매우 有用하리라고 믿는다.

### 謝 辭

이 연구는 1982年度 文敎部 學術研究助成費 지원에

힘입어 이루어졌다. 이 기획에 文敎部當局에 심심한 謝意를 표한다. 아울러, 實船에 대한 試算을 위하여 圖面等 關係資料를 提供하여준 大韓造船公社 및 韓國機械研究所 大德船艙分所 關係者들의 協助에 感謝한다.

### 參 考 文 獻

- [1] 吉誠雅夫, “船體撓振動의 固有振動數를 구하는 簡易計算式”, 日本造船協會會報, 第73號, 1943.
- [2] Kumai, T., “The Effect of Loading Conditions on the Natural Frequency of Hull Vibration”, *RIAM Report*, Vol. V, No. 17, 1957. 또는 日本造船協會論文集, 第101號, 1957.
- [3] 富田哲次郎, “船體低次固有振動數의 推定”, 日本造船協會會報, 第107號, 1960.
- [4] 日本海事協會, 船舶振動設計指針(第3章2節), 1981.
- [5] Golden, M.E. et al., “An Updated Guide to the Use of General Bending Response Program”, *NSRDC Report 4601*, 1975.
- [6] Chen, Y., “On the Vibration of Beams or Rods Carrying a Concentrated Mass”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 30, ASME, 1963.
- [7] Pan, H.H., “Some Applications of Symbolic Functions on Beam Problems”, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 303, 1963.
- [8] Pan, H.H., “Transverse Vibration of an Euler-Bernoulli Beam Carrying a System of Heavy Bodies”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 32, ASME, 1965.
- [9] Grant, D.A., “The Effect of Rotary Inertia and Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams Carrying a Concentrated Mass”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 57, No. 3, Academic Press Inc., Ltd., 1978.
- [10] 郭文圭, “Timoshenko보 類推構造體에 있어서 集中質量이 振動特性에 미치는 영향”, 서울大 工大 碩士學位論文, 1982.
- [11] 金極天 등, “船體振動解析 電算프로그램 개발에 관한 연구”, 科學技術處報文 R-75-9, 1975.