

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第20卷 第1號 1983年 3月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 20, No. 1, March 1983

## 基準振動型重疊法에 의한 Timoshenko보 類推 構造體의 強制橫振動解析

金極天\* · 朴永一\*\* · 金炯萬\*\*\* · 金永中\*\*\*

 An Investigation into the Mode Superposition Method for the Forced Transverse  
 Vibration Analysis of Structures subject to the Timoshenko Beam Analogy

by

K.C. Kim\* · Y.I. Park\*\* · H.M. Kim\*\*\* · Y.J. Kim\*\*\*

## Abstract

The mode superposition method(MSM) for the forced transverse vibration analysis of structures subject to Timoshenko beam analogy, which had originally been developed by Ormondroyd and McGoldrick, is reviewed to formulate it in more general form taking account of rotary inertia, dampings in separate terms of internal and external ones, and simultaneous action of exciting forces and moments.

To investigate some general features of the method in practical utilizations, resonant maximum amplitudes of 4 high speed ships under concentrated sinusoidal excitation at the stern are calculated by both MSM and the finite difference method(FDM). For the FDM the hulls are discretized into 40 equal segments, and in utilization of MSM contributions of the first six modes are summed up to obtain responses up to the six-nodes resonant mode. The numerical results show that MSM gives slightly higher values, 4~10%, than those by FDM. Since there is always uncertainty in the damping estimation of actual systems, influences of the damping magnitude on resonant amplitudes and a practical method to estimate modal damping coefficients are discussed.

## 記 號

$C_{rs}$	一般化 減衰係數	$M_{rs}$	一般化 質量
$C_{e,s}$	modal 臨界減衰係數	$V(x, t)$	剪斷力
$EI(x)$	굽힘剛性度	$Y_r(x)$	基準振動型의 橫變位 固有函數
$kAG(x)$	有效剪斷剛性度	$Z_r(t)$	一般化 起振力
$J(x)$	단위 길이當 質量慣性모우먼트	$\Gamma_r(x)$	$Y_r$ 의 기울기에 대한 剪斷寄與分
$K_{rs}$	一般化 剛性係數	$\Psi_r(x)$	$Y_r$ 의 기울기에 대한 굽힘寄與分
$L$	構造體의 길이	$c_i(x)$	外的減衰의 等價 rectlinear 減衰係數
$M(x, t)$	굽힘모우먼트	$c_o(x)$	外的減衰의 等價 angular 減衰係數
		$m(x)$	단위 길이當 質量
		$p(x, t)$	起振力
		$q(x, t)$	起振굽힘모우먼트

接受日字：1983年 1月 17日, 再接受日字：1983年 3月 7日

\* 正會員, 서울大 工大

\*\* 正會員, 海軍士官學校(前 서울大 大學院)

\*\*\* 正會員, 서울大 大學院

$t$	時間變數
$x$	길이 座標
$y(x, t)$	橫方向 振動變位
$\alpha E(x)$	構造部材의 normal 粘性係數
$\beta G(x)$	構造部材의 剪斷粘性係數
$r(x, t)$	$y$ 의 기울기에 대한 剪斷寄與分
$\delta_r$	modal 對數減衰率
$\delta(x)$	Dirac의 delta 函數
$\eta_r(t)$	基準座標系
$\nu_r$	modal damping factor
$\phi_r, \bar{\phi}_r(x)$	位相角
$\phi(x, t)$	$y$ 의 기울기에 대한  굽힘寄與分
$\omega$	圓振動數

1. 緒 論

Timoshenko보 類推 構造體에 대한 強制橫振動의 解析方法에는 두 가지 類型이 있다. 즉, 基準振動型重疊法과 等價離散系置換에 의한 計算方法이다. 이중 基準振動型重疊法에 의거할 경우 固有振動數 및 固有函數의 계산이 선행되어야 하는데, 均一斷面보에 대해서는 Huang [1]\*, Grant[2], 金등[3]의 연구 결과를 활용 할 수 있고 不均一斷面보에 대해서는 Myklestad[4], Prohl[5]등의 연구로 부터 비롯된 等價離散系置換에 의한 여러가지 近似計算方法[6, 7, 8]이 활용될 수 있다.

等價離散系置換에 의한 強制橫振動의 계산방법은 Adams[9], Cuthill등[10], Golden등[11]에 의하여 제시되었다. 防振計劃에 있어서 強制振動應答의 計算은 共振回避設計가 어려울 경우에 필요한데, 固有振動 特性들이 파악된 후라면 等價離散系置換에 의한 계산방법이 基準振動型重疊法에 비하여 훨씬 번거롭다.

보類推構造體의 強制橫振動에 대한 基準振動型重疊法에 관한 연구는 Ormondroyd등[12], McGoldrick등[13]에 의하여 시작되었고, 그 후 Huang 등[14], Bishop등[15]에 의하여 이룬 체계가 확장되었다. Ormondroyd는 外的 rectlinear粘性減衰를 갖는 Euler보에 橫方向 分布起振力이 작용할 경우를 다루었고, McGoldrick은 이에 剪斷저짐效果를 도입하여 船體에 응용하였다. Huang은 均一斷面粘彈性 Timoshenko보를 다루었으며, Bishop은 構造部材의 內部摩擦만을 고려한 不均一斷面 Timoshenko보에 橫方向分布起振力이 작용하는 경우를 다루었다.

船體와 같은 構造體인 경우에는 減衰項으로서 構造

部材의 內的減衰와 積載物, 周圍의 流體 및 기타 減衰機構로 인한 外的減衰가 동시에 고려되어야 하며, 또한 起振力과 起振굽힘모우먼트가 고려되어야 한다.

本 研究에서는 첫째 上記 因子들을 모두 고려하여 基準振動型重疊法에 의한 定式化 과정을 보다 더 일반화한 다음 近似解를 구하였고, 둘째 高速艇 4척에 대한 數值計算을 하여 有限差分法[10, 11]에 의한 결과와의 비교 및 減衰項의 처리에 관한 고찰 등을 통하여 이 방법의 실제응용에 관련된 基本적 사항들을 검토하였다.

2. 問題의 定式化

分布起振力  $p(x, t)$  및 分布起振굽힘모우먼트  $q(x, t)$ 가 동시에 작용한다고 가정한다. 減衰에 대해서는 構造部材의 內的減衰와 外的減衰로 구분한다. 內的減衰에 대해서는 Kumai[16]의 이론에 따라 이를 두 성분 즉, 각기 굽힘 및 剪斷의 變形度速度에 비례하는 減衰로 분리한다. 外的減衰에 대해서는 rectlinear 성분과 angular 성분으로 구분하여 等價粘性減衰係數를 도입한다.

위와 같은 전제하에 보의 微小要素에 착안함으로써 다음과 같은 基本식들이 얻어진다.

$$m(x) \ddot{y}(x, t) = V'(x, t) - c_1(x) \dot{y}(x, t) + p(x, t) \quad (1)$$

$$J(x) \ddot{\phi}(x, t) = M'(x, t) + V(x, t) - c_2(x) \dot{\phi}(x, t) + q(x, t) \quad (2)$$

$$M(x, t) = EI(x) \left\{ 1 + \alpha(x) \frac{\partial}{\partial t} \right\} \phi'(x, t) \quad (3)$$

$$V(x, t) = kAG(x) \left\{ 1 + \beta(x) \frac{\partial}{\partial t} \right\} r(x, t) \quad (4)$$

$$r(x, t) = y'(x, t) - \phi(x, t) \quad (5)$$

여기서  $\cdot$ 는 시간에 관한 미분, '은  $x$ 에 관한 미분을 뜻한다. 以下에서는 필요한 경우를 제외하고 變數  $x, t$ 의 표기를 생략한다.

(3), (4) 및 (5)를 (1) 및 (2)에 代入하면 基本方程式으로서  $y$  및  $\phi$ 에 관한 聯立微分方程式

$$m\ddot{y} + c_1\dot{y} - \left[ kAG \left( 1 + \beta \frac{\partial}{\partial t} \right) r \right]' = p \quad (6)$$

$$J\ddot{\phi} + c_2\dot{\phi} - \left[ EI \left( 1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t} \right) \phi' \right]' - kAG \left( 1 + \beta \frac{\partial}{\partial t} \right) r = q \quad (7)$$

을 얻게 된다.

한편, 基本 境界條件式은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{自由端에서 } \phi' = 0, \quad r = 0 \quad (8)$$

\* [ ]內 數字는 本文末尾에 소개된 參考文獻의 번호임.

固定端에서  $y = 0, \phi = 0$  (9)

單純支持端에서  $y = 0, \phi' = 0$  (10)

(6) 및 (7)에  $\alpha = \beta = c_1 = c_a = 0$  및  $p = q = 0$ 를 대입하면 固有振動 問題로 귀착된다. (8), (9) 및 (10)의 조합으로 주어지는 여러가지 境界條件에 대한 固有振動數 및 固有函數들은 緒論에서 기술한 바에 따라 구할 수 있다.

일반적으로  $r$ 次 基準振動型은

$y(x, t) = Y_r(x) \sin \omega_r t$  (11)

$\phi(x, t) = \Psi_r(x) \sin \omega_r t$  (12)

$r(x, t) = \Gamma_r(x) \sin \omega_r t$  (13)

와 같이 표현할 수 있고, 이 경우 基準振動型의 直交性은 다음과 같이 정의된다[1, 2].

$\int_0^L (m Y_r Y_s + J \Psi_r \Psi_s) dx = M_{rs} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ M_{rr}, & r = s \end{cases}$  (14)

$\int_0^L (EI \Psi_r \Psi_s' + kAG \Gamma_r \Gamma_s) dx = K_{rs} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ K_{rr} = \omega_r^2 M_{rr}, & r = s \end{cases}$  (15)

(6) 및 (7)의 解를 基準振動型의 重첩 積,

$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x) \eta_r(t)$  (16)

$\phi(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \Psi_r(x) \eta_r(t)$  (17)

$r(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \Gamma_r(x) \eta_r(t)$  (18)

으로 표현할 수 있다고 가정하자. 여기서  $\eta_r(t)$ 는 基準座標系이다.

(6) 및 (7)에 (16), (17) 및 (18)을 代入하고, (6)에는  $Y_s(x)$ 를 (7)에는  $\Psi_s(x)$ 를 곱한 다음 構造體의 길이  $L$ 에 대해 적분한다. 연산의 부분적분 과정에서 境界條件 (8), (9), (10)을 고려하면 다음 관계식이 얻어진다.

$\sum_{r=1}^{\infty} \ddot{\eta}_r \int_0^L m Y_r Y_s dx + \sum_{r=1}^{\infty} \dot{\eta}_r \left[ \int_0^L \beta kAG \Gamma_r Y_s' dx + \int_0^L c_1 Y_r Y_s dx \right] + \sum_{r=1}^{\infty} \eta_r \int_0^L kAG \Gamma_r Y_s' dx = \int_0^L p Y_s dx$  (19)

$\sum_{r=1}^{\infty} \ddot{\eta}_r \int_0^L J \Psi_r \Psi_s dx + \sum_{r=1}^{\infty} \dot{\eta}_r \left[ \int_0^L \alpha EI \Psi_r \Psi_s' dx - \int_0^L \beta kAG \Gamma_r \Psi_s dx + \int_0^L c_a \Psi_r \Psi_s dx \right] + \sum_{r=1}^{\infty} \eta_r \left[ \int_0^L EI \Psi_r \Psi_s' dx - \int_0^L kAG \Gamma_r \Psi_s dx \right] = \int_0^L q \Psi_s dx$  (20)

(19)와 (20)의 左右邊을 자기 더하면, 관계식

$\sum_{r=1}^{\infty} \ddot{\eta}_r \left[ \int_0^L (m Y_r Y_s + J \Psi_r \Psi_s) dx + \sum_{r=1}^{\infty} \dot{\eta}_r \left[ \int_0^L \alpha EI \Psi_r \Psi_s' dx + \int_0^L \beta kAG \Gamma_r \Gamma_s dx + \int_0^L c_1 Y_r Y_s dx + \int_0^L c_a \Psi_r \Psi_s dx \right] + \sum_{r=1}^{\infty} \eta_r \int_0^L (EI \Psi_r \Psi_s' + kAG \Gamma_r \Gamma_s) dx \right] = \int_0^L p Y_s dx + \int_0^L q \Psi_s dx$  (21)

이 얻어진다. (21)에 있어서 基準振動型의 直交性 (14) 및 (15)를 고려함으로써 다음 관계식이 얻어진다.

$M_{ss} \ddot{\eta}_s + \sum_{r=1}^{\infty} \dot{\eta}_r \left[ \int_0^L \alpha EI \Psi_r \Psi_s' dx + \int_0^L \beta kAG \Gamma_r \Gamma_s dx + \int_0^L c_1 Y_r Y_s dx + \int_0^L c_a \Psi_r \Psi_s dx \right] + K_{ss} \eta_s = \int_0^L p Y_s dx + \int_0^L q \Psi_s dx, (s=1, 2, 3, \dots)$  (22)

이제, 一般化 減衰係數  $C_{rs}$  및 一般化 起振力  $Z_s(t)$ 를 자기

$C_{rs} = C_{sr} = \int_0^L \alpha EI \Psi_r \Psi_s' dx + \int_0^L \beta kAG \Gamma_r \Gamma_s dx + \int_0^L c_1 Y_r Y_s dx + \int_0^L c_a \Psi_r \Psi_s dx$  (23)

$Z_s(t) = \int_0^L p Y_s dx + \int_0^L q \Psi_s dx$  (24)

와 같이 정의하면 (22)는 다음과 같이 표현된다.

$M_{ss} \ddot{\eta}_s(t) + \sum_{r=1}^{\infty} C_{rs} \dot{\eta}_r(t) + K_{ss} \eta_s(t) = Z_s(t), (s=1, 2, 3, \dots)$  (25)

### 3. 近似解

(25)에서  $r = s = n$ 까지 취하고 matrix形式으로 표현하면 다음과 같다.

$\left[ \begin{matrix} M_{ss} \\ \vdots \\ M_{ss} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \ddot{\eta}_s(t) \\ \vdots \\ \ddot{\eta}_s(t) \end{matrix} \right\} + \left[ \begin{matrix} C_{rs} \\ \vdots \\ C_{rs} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \dot{\eta}_s(t) \\ \vdots \\ \dot{\eta}_s(t) \end{matrix} \right\} + \left[ \begin{matrix} K_{ss} \\ \vdots \\ K_{ss} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \eta_s(t) \\ \vdots \\ \eta_s(t) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} Z_s(t) \\ \vdots \\ Z_s(t) \end{matrix} \right\}$  (26)

(25) 또는 (26)의 解를 구하는데 있어서 難題는  $C_{rs}$ 의 산정이다. 현재로서는 각 減衰要素의 減衰係數  $\alpha, \beta, c_1$  및  $c_a$ 를 實驗的資料를 이용하여 추정할 수 밖에 없는데 同資料는 귀한 편이다. 이에 비하여 각종 Timoshenko보 類推 構造體의 modal對數減衰率  $\delta$ 에 관한 資料는 비교적 많다[例로서 15, 16, 19, 20, 21, 22, 23 등].

$C_{rs}$ 에 대하여 각 減衰要素의 基準振動型에 대한 聯成을 무시하면

$C_{rs} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ C_{ss} = \int_0^L \alpha EI \Psi_s^2 dx + \int_0^L \beta kAG \Gamma_s^2 dx + \int_0^L c_1 Y_s^2 dx + \int_0^L c_a \Psi_s^2 dx, & r = s \end{cases}$  (27)

와 같다.

$$p(x, t) \text{ 및 } q(x, t) \text{ 는 일반적으로}$$

$$p(x, t) = P(x)f_p(t) \tag{28}$$

$$q(x, t) = Q(x)f_q(t) \tag{29}$$

와 같이 분리된다.

이제 (25)는 다음과 같이 귀착된다.

$$M_{ss}\ddot{\eta}_s(t) + C_{ss}\dot{\eta}_s(t) + K_{ss}\eta_s(t)$$

$$= \int_0^L Y_s(x)P(x)f_p(t)dx + \int_0^L \Psi_s(x)Q(x)f_q(t)dx,$$

$$(s=1, 2, \dots, n) \tag{30}$$

初期條件이  $\eta_s(0) = \dot{\eta}_s(0) = 0$  일때, (30)의 解는 다음과 같이 impulse應答을 이용한 convolution 적분에 의하여 구할 수 있다[17].

$$\eta_s(t) = \frac{1}{M_{ss}\omega_d} \left[ \int_0^L P(x)Y_s(x)dx \int_0^t f_p(\tau)e^{-\nu_s\omega_s(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right.$$

$$\left. + \int_0^L Q(x)\Psi_s(x)dx \int_0^t f_q(\tau)e^{-\nu_s\omega_s(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right], (s=1, 2, \dots, n) \tag{31}$$

여기서  $\omega_s$ 는 固有圓振動數이고,  $\nu_s$ 와  $\omega_d$ 는 다음과 같이 산정된다.

$$\nu_s = \frac{C_{ss}}{C_{cs}} = \frac{C_{ss}}{2M_{ss}\omega_s} \cong \frac{\delta_s}{2\pi}, \nu_s \ll 1 \tag{32}$$

$$\omega_d = \omega_s \sqrt{1 - \nu_s^2} \tag{33}$$

결국,  $p(x, t)$  및  $q(x, t)$ 가 작용할때 強制振動應答은 (31)로부터 얻어지는  $\eta(t)$ 와  $Y(x)$ ,  $\Psi(x)$  및  $\Gamma(x)$ 를 (16), (17) 및 (18)에 대입하여 구할 수 있다.

#### 4. 船體振動計算에의 應用例

基準振動型重疊法의 실제 응용을 위하여 일반적인 고찰을 필요로 하는 사항은 減衰係數에 관련된 문제, 精度面에서의 적정한 重疊項數 및 共振振幅에 대한 共振基準振動型 외의 다른 振動型들의 勵振寄與度 및 接水振動인 경우 附加水質量的 振動型에 따른 변화를 고려한다면  $r \approx s$ 일때  $M_{rs}$  및  $K_{rs}$ 가 엄밀히 零이되지 않는다는 점 등이다. 이들에 대한 검토를 위하여 主要諸

元이 Table 1과 같은 高速艇의 上下振動에 대하여 프로펠러 위치에 調和起振力이 작용할 경우의 共振最大振幅을 基準振動型重疊法과 有限差分法[10, 11]으로 계산하였다.

이 배들의 system parameter는 [18]에 주어져 있는데, 有限差分法에 의한 계산에서 船體는 40等分으로 분할하였다. 基準振動型重疊法에 의한 계산에 있어서 基準振動型에 관한 資料는 有限差分法에 의한 결과가 이용되었다.

(31)에

$$\left. \begin{aligned} p(x, t) &= P_0 \delta(x-x_0) \sin \omega t \\ q(x, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{34}$$

를 대입함으로써

$$\eta_r(t) = \frac{P_0 Y_r(x_0) \sin(\omega t - \phi_r)}{M_{rr}\omega_r^2 \sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{C_{rr}\omega}{M_{rr}\omega_r^2}\right)^2}} \tag{35}$$

$$\phi_r = \tan^{-1} \left\{ \frac{C_{rr}}{M_{rr}} \frac{\omega}{\omega_r^2} / \left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2\right\} \right\} \tag{36}$$

을 얻는다. (35)를 (16)에 대입하여 最大振幅의 계산에 편리하도록 정리하면 다음과 같은 결과가 얻어진다.

$$y(x, t) = \sqrt{H_{rc}^2(x) + H_{rs}^2(x)} \sin(\omega t - \tilde{\phi}_r(x)) \tag{37}$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} H_{rc}(x) \\ H_{rs}(x) \end{aligned} \right\} = \sum_{r=1}^n \frac{P_0 Y_r(x_0) Y_r(x)}{M_{rr}\omega_r^2 \sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2\right\}^2 + \left(\frac{C_{rr}\omega}{M_{rr}\omega_r^2}\right)^2}} \cdot \begin{cases} \cos \phi_r \\ \sin \phi_r \end{cases} \tag{38}$$

$$\tilde{\phi}_r(x) = \tan^{-1} \frac{H_{rs}(x)}{H_{rc}(x)} \tag{39}$$

$\phi_r(x, t)$  및  $\gamma(x, t)$ 는 (38)에서  $Y_r(x)$  대신 각기  $\Psi_r(x)$  및  $\Gamma_r(x)$ 를 취한 결과와 같음을 쉽게 확인할 수 있다.

앞에서 기술한 바와 같이 이 數值計算의 목적이 계산방법간의 검토임을 감안하여, 減衰項의 처리를 McGoldrick[13, 19]의 방법에 따랐다. 즉,  $\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r} = 0.034$ 를 취하였다.  $P_0 = 1$  ton 일때 6節 共振振動型까지의 最大振幅을 계산하였는데, 基準振動型重疊에 있어서 項數는 일률적으로  $r=6$ 까지 취하였고  $M_{rr}$ 의 계

Table 1. Principal particulars of 4 high speed ships adopted for example calculations.

Ship	Displacement (ton)	Length (m)	Breadth (m)	Draft (m)	SHP (no. of shaft)	Speed (knot)
A	7,930	166.7	16.70	8.78	85,000(2)	34
B	4,100	133.5	14.25	7.54	35,000(1)	27
C	1,900	95.9	11.22	4.15	20,000(1)	25
D	4,050	127.5	13.78	6.10	70,000(2)	33

**Table 2.** Resonant maximum amplitudes at the driving point under 1 ton sinusoidal excitation at the stern.

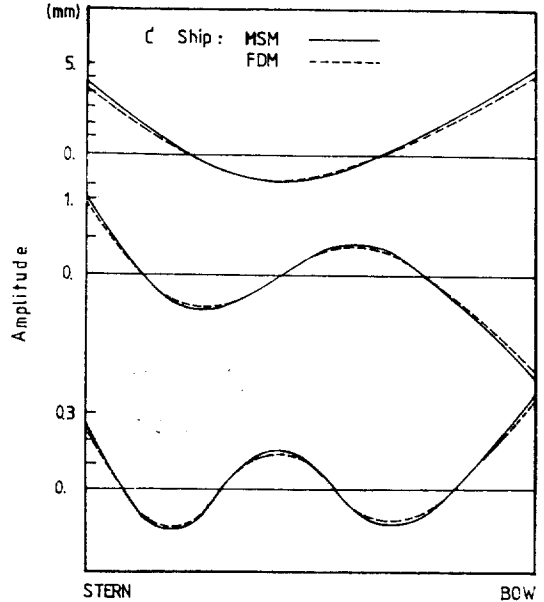
Item	Node	Circular frequency (rad./sec.)	Amplitude(μm)		MSM FDM
			FDM	MSM	
A	2	6.5345	3,445.1	3,594.1	1.04
	3	13.7602	990.3	1,047.9	1.06
	4	22.6195	347.2	368.8	1.06
	5	33.3637	146.6	155.2	1.06
	6	44.7363	81.3	86.2	1.06
B	2	7.0372	3,590.7	3,915.9	1.09
	3	15.4566	763.9	818.5	1.07
	4	26.4522	222.8	236.7	1.06
	5	39.3327	87.2	92.2	1.06
	6	52.0248	36.8	40.0	1.09
C	2	10.1159	4,509.2	4,846.4	1.07
	3	21.2372	962.2	1,034.3	1.07
	4	35.6885	260.8	274.7	1.05
	5	51.6478	99.8	107.4	1.08
	6	65.9788	55.9	59.8	1.07
D	2	7.4142	4,673.2	4,951.0	1.06
	3	16.2106	878.0	930.7	1.06
	4	26.8920	237.6	251.3	1.06
	5	39.0814	105.5	113.1	1.06
	6	50.8938	59.7	65.5	1.10

FDM: Finite Difference Method  
MSM: Mode Superposition Method

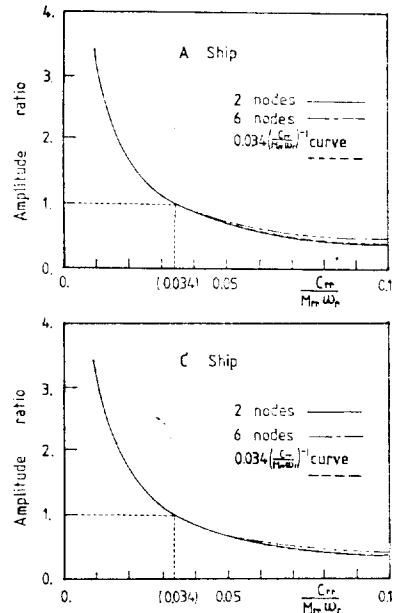
산에는 해당 振動型의 附加水質量이 산입되었다. 數值計算의 結果중에서 加振點의 共振最大振幅을 比較한 것이 Table 2 이고, 船體 길이方向의 最大振幅分布를 比較한 것이 Fig. 1 이다. Fig. 1은 C船의 경우인데 다른 船舶들의 경우도 거의 같은 性向을 보인다. 또한 減衰係數의 推定에 尙상 불확실성이 따른다는 점과 共振最大振幅에 대한 共振基準振動型 외의 振動型의 勵振效果를 검토하는데 도움이 되는 점을 고려하여 A船과 C船에 대하여  $\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r}$  을 0.01에서 0.10까지 變화시켰을 때의 共振最大振幅을 計算하고 그 結果를  $\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r} = 0.034$  때의 값을 기준치로 하여 比較한 것이 Fig. 2 이다.

5. 考 察

基準振動型重疊法에 의한 一般解를 구하는 과정에서 大韓造船學會誌 第20卷 第1號 1983年 3月



**Fig. 1.** Resonant maximum amplitudes under 1 ton sinusoidal excitation at the stern:  $\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r} = 0.034$ .



**Fig. 2.** Damping coefficients vs. amplitude ratios at the driving point referred to that with  $\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r} = 0.034$ .

一般化 減衰係數에 대하여 각 減衰要素의 基準振動型에 대한 聯成을 무시하고 (27)과 같이 가정하였다.

Bishop등[15]은 船體의 경우 構造部材의 内部摩擦로 인한 減衰에 대해서는 이와 같은 가정의 타당성이 인정된다고 하였으나, 일반적으로는 좀 더 정밀한 검토가 필요하다.

각 減衰要素의 減衰係數에 관한 實驗的 資料로서 현 재로서는 Kumai[16] 및 Hirowatari[23]의  $\alpha$  및  $\beta$ 에 관한 자료가 있는 정도이고, 또한  $\delta_r$ 의 계측 결과로부터 각 減衰要素의 寄與分을 분석해내는 일반성 있는 技法이 현재로서는 정립되지 못하고 있다. 결국 modal 對數減衰率에 관한 실험적 자료의 직접적 활용을 전제로한 (27) 및 (30)과 같은 근사적 定式化가 불가피하다.

$\delta_r$ 에 관한 實驗的 資料는 비교적 많다[예로서, 15, 16, 19, 20, 21, 22, 23 등]. 다만, 동 자료들은 離散性이 크기 때문에 주어질 문제에 대하여 적절한 값을 선택하기가 어려운 것이 문제점이다.

船體의 경우  $\delta_r$ 의 離散性은 高次振動型일수록 더 크다.  $\delta_r$ 의 離散性에 관해서는 실험기법상의 어려움이 주요 원인인 것으로 간주되나, 종래 실험에 많이 활용되어 온 應答係數法이 McGoldrick[13]의 이론체계로부터 비롯되어 mode係數에 系의 回轉慣性效果를 산입하지 않은 것도 한 원인이다. 즉, mode係數에 산입되는  $M_{rr}$ 을 (14)에 의하여 산정하는 것이 바람직 하다.

앞에서 다른 船體振動에 대한 基準振動型重疊法의 응용에 있어서는 重疊項數를  $r=6$ 까지만 취하여 6節 共振振動型까지 계산하였고 有限差分法의 경우는 船體를 40개 要素로 분할한 결과이다. Table 2로부터 알 수 있는 바와 같이 두 방법에 의한 결과의 차이는 4~10% 정도에 불과하며, 특히 振動節數에 따른 그 差의 변화가 매우 적다. 또한 Fig. 1에서 前記 두 계산 방법으로부터 얻어진 最大振幅의 船體 길이 方向 分布性向이 서로 잘 부합됨을 알 수 있다. 이로부터 基準振動型重疊法의 실제 응용에 있어서는 重疊項數를 最低次 基準振動型으로부터 起振 振動數보다 높은 振動數를 갖는 2~3개의 基準振動型까지만 취하여도 좋은 결과를 얻을 수 있다고 판단된다.

減衰係數의 변화에 따른 共振最大振幅의 변화를 조사한 결과 즉, Fig. 2에서  $\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r} = 0.034$ 매의 값을 기준으로한 振幅比曲線이  $0.034\left(\frac{C_{rr}}{M_{rr}\omega_r}\right)^{-1}$  曲線과 거의 일치하고 있다. 이와 基準振動型重疊法에 의한 결과에 대한 有限差分法에 의한 결과의 비가 共振振動型的 節數에 무관하게 거의 일정하다는 점을 함께 감안할 때, 共振狀態에서는 (38)에서 該當 共振基準振動型的 寄與

度가 지배적임을 알 수 있다.

따라서 共振最大振幅의 初期推定에 있어서는 該當 共振振動型 외의 振動型的 勵振效果를 무시하여도 유용한 결과를 얻을 수 있다.

## 6. 結 論

本 研究를 통하여 다음과 같은 結論이 도출된다.

(1) 基準振動型重疊法에 의한 Timoshenko로 類推 構造體의 強制橫振動의 계산에 있어서 基準座標의 算式으로서는 (31)이 실용적 算式이다. 다만, 定式化 과정에서 각 減衰要素의 基準振動型에 대한 聯成을 무시한 점에 대해서는 좀 더 깊은 연구가 필요하다.

(2) 一般化 減衰係數의 算式 (27)은 각 減衰要素의 減衰係數에 관한 자료가 귀하기 때문에 실제 응용이 어렵다. 현재로서는 modal 對數減衰率에 관한 實驗的 資料를 바탕으로 (32)에 의하여 modal damping factor를 추정하는 것이 실용적이다. modal 對數減衰率에 관한 기존 자료들이 離散性이 큰데, 실험을 應答係數法에 의거할 경우 mode係數의 산정에 있어서 系의 回轉慣性效果를 산입하면 離散性이 좁혀질 수 있을 것이다.

(3) 基準振動型的 重疊項數는 最低次 基準振動型으로부터 起振 振動數 보다 높은 振動數를 갖는 2~3개의 基準振動型 까지만 취하여도 충분하다. 특히 共振最大振幅의 初期推定에 있어서는 該當 共振基準振動型 외의 振動型的 勵振效果는 무시하여도 유용한 결과를 얻을 수 있다.

## 謝 辭

本 研究를 위하여 韓國科學財團으로부터 研究費(1981年度分)를 지원받았다. 이 기회를 빌어 同 財團에 심심한 謝意를 표한다. 또한 數值計算, 原稿整理 등을 도와준 서울大 工大 大學院生 郭文圭君의 노고에 대하여 감사한다.

## 參 考 文 獻

- [1] Huang, T.C., "The Effect of Rotary Inertia and of Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams with Simple End Conditions", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 28, No. 4, ASME, *Journal of SNAK Vol. 20, No. 1, March 1983*

- 1961.
- [2] Grant, D.A., "The Effect of Rotary Inertia and Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams Carrying a Concentrated Mass", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 57(3), Academic Press Inc., Ltd., 1978.
- [3] 金極天, 金永中, "均一斷面 Timoshenko 보의 振動數方程式 및 基準函數에 關하여", 大韓造船學會誌 第19卷 2號, 1982.
- [4] Myklestad, N.O., "A New Method of Calculating Normal Modes of Uncoupled Bending Vibration of Airplane Wings and Other Types of Beams", *J. of Aeron. Sci.*, Vol. 11, 1944.
- [5] Prohl, M.A., "A General Method for Calculating Critical Speeds of Flexible Rotors", *J. of Applied Mechanics*, Vol. 12, No. 3, ASME, 1945.
- [6] Adams, E.J. et al., "Calculation of Flexural Critical Frequencies of Ship Hulls by Prohl's Method", *DTMB Report 582*, 1947.
- [7] CsUPER, D., "Methoden zur Berechnung der freien Schwingungen des Schiffskörpers", *Jahrb. der STG*, Bd. 50, 1956 (*DTMB Translation No. 288*, 1959).
- [8] Leibowitz, R.C. et al., "Theory of Freely Vibrating Nonuniform Beams, including Methods of Solution and Application to Ships", *DTMB Report 1317*, 1961.
- [9] Adams, E.J., "The Steady State Response of a Ship's Hull to Simple Harmonic Driving Force Computed by a Digital Process", *DTMB Report 715*, 1950.
- [10] Cuthill, E.H. et al., "Description and Usage of GBRC1-General Bending Response Code 1", *DTMB Report 1925*, 1964.
- [11] Golden, M.E. et al., "An Updated Guide to the Use of General Bending Response Program (GBRP)", *DTMB Report 4601*, 1975.
- [12] Ormondroyd, et al., "The Research on the Dynamics of Ship Structures", *Report of Project M670-4*, Univ. of Michigan, 1948.
- [13] McGoldrick, R.T. et al., "Recent Developments in the Theory of Ship Vibration", *DTMB Report 739*, 1951.
- [14] Huang, C.C. et al., "Forced Vibration of Viscoelastic Timoshenko Beams", *Journal of Engineering for Industry*, Trans. of ASME, Aug. 1976.
- [15] Bishop, R.E.D. et al., *Hydroelasticity of Ships*, Cambridge University Press., London, 1979.
- [16] Kumai, T., "Damping Factors in the Higher Modes of Ship Vibration", *Reports of RIAM*, Vol. VI, No. 21, Kyushu Univ., 1958/*European Shipbuilding*, Vol. VII, No. 1, 1958.
- [17] Meirovitch, L., *Analytical Methods in Vibrations*, The Macmillan Co., New York, 1967.
- [18] Dinsbacher, A.L. et al., "A Simplified Method for Computing Vertical Hull Natural Frequencies and Modes in Ship Preliminary Design Stage", *NSRDC Report 3381*, 1973.
- [19] McGoldrick, R.T., "Comparison between Theoretically and Experimentally Determined Natural Frequencies and Modes of Vibration of Ships", *DTMB Report 906*, 1954.
- [20] Betts, C.V. et al., "A Survey of Internal Hull Damping", *Trans. of RINA*, Vol. 119, 1976.
- [21] Armand, J.L. et al., "Analytical Identification of Damping in Ship Vibrations from Full-scale Measurements", *Proceedings of Symposium on Propeller Induced Ship Vibration*, RINA, London, Dec. 1979.
- [22] Blevins, R.D., "Damping of Structures"; Chapt. 8, *Flow Induced Vibration*, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1977.
- [23] 日本海事協會, 船舶振動設計指針, 1981.