

<論 文>

# 알루미늄薄板의 Stretch Forming에 관한 研究

金 東 垣\* · 權 仁 昭\*\*

(1983年 1月 10日 接受)

## A Study on the Pure Stretch Forming of Al Sheet

Dong-Won Kim and In-So Kwon

### Abstract

A method of numerical analysis is proposed for the pure stretch forming of Al sheet by hemi-spherical punch. The analysis is performed by Woo's general method under the condition of variable friction and plastic yielding is based on the new anisotropic yield function proposed by Hill.

A comparison of the calculated results with experiment shows good agreement for various lubrication when the initial values of the coefficient of coulomb friction at pole are less than 0.4.

### 기 호 설 명

- $r$  : 임의요소의 반경
- $\phi$  : 임의요소의 펀치축에서의 각도
- $r_0$  : 변형전 임의요소의 반경
- $r_a$  : 변형영역의 반경
- $\rho_2$  : 펀치의 반경
- $\rho_1$  : 다이라이더스부의 반경
- $\sigma_\phi(\epsilon_\phi)$  : 반경방향 응력(변형도)
- $\sigma_\theta(\epsilon_\theta)$  : 원주방향 응력(변형도)
- $\epsilon_z$  : 두께방향 변형도
- $\bar{\sigma}(\epsilon)$  : 상당응력(변형도)
- $d\epsilon_\phi$  : 반경방향 변형도 증분
- $d\epsilon_\theta$  : 원주방향 변형도 증분
- $d\epsilon_z$  : 두께방향 변형도 증분
- $t$  : 임의요소의 두께
- $t_0$  : 판재의 초기두께
- $R$  : 이방성계수(Lankford의  $R$  값)
- $n$  : 가공경화지수
- $m$  : 신탄복합수지수
- $K$  : 소성계수(식(10) 참조)
- $X$  : 응력비(= $\sigma_\theta/\sigma_\phi$ )
- $\mu$  : 마찰계수

### 1. 序 論

半球頭펀치에 의한 薄板材의 stretch forming(2軸伸張成形加工)은 板材成形加工에서 重要的 基礎的 工程일 뿐 아니라 材料의 成形性豫測手段으로서도 重要的 意義를 가지고 있다. 即 圓板素材를 그 周緣에서 固定하고 半球頭狀의 剛體펀치로 누를 때 圓板素材에 龜裂이 생기기 까지의 펀치移動距離는 材料의 延性的 尺度가 된다(Fig. 1).

變形解析의 觀點에서 볼 때 stretch forming 過程은 複雜한 過程이다. 그 까닭은 첫째로 펀치와 接觸하는 領域과 接觸하지 않는 領域間的 境界는 變形過程中 계속 移動하는 特徵을 가지고 있으며 둘째로 펀치와 板材와의 接觸面에서 發生하는 摩擦은 問題의 複雜性을 加重化하기 때문이다.

이러하여 stretch forming에 관한 적지않은 研究<sup>(1)~(6)</sup>가 過去 20年間 이루어져 왔으나 거의가 必然的으로 數值解들이며 各各 不完全함을 免치 못하고 있다. 이 중 Woo<sup>(2)</sup>와 Wang<sup>(4)</sup>의 解는 有限差分法(F.D.M.)으로 얻어졌으며 數值解로서 重要性을 가진다. 한편 Ghosh<sup>(7)</sup>와 Kaftanoglu<sup>(8)</sup>는 stretch forming 過程에서의 펀치와 素材間的 摩擦에 關하여 研究하였으나 變形解析에 適用하지는 못하였다.

\* 正會員, 서울大學校 工科大學

\*\* 正會員, 서울大學校 工科大學 大學院

Moore & Wallace<sup>(9)</sup>는 Hill의 異方性理論을 板材成形解析에 導入하였으며, Pearce<sup>(10)</sup>는 R值가 1보다 작은 材料에서 Hill의 異方性理論과 實驗結果와의 不一致가 큼을 밝혔고, 1979年 Hill은 舊理論<sup>(11)</sup>의 이와 같은 缺點을 補完한 新異方性理論<sup>(12)</sup>을 發表하였다. Parmer and Mellor<sup>(13)</sup>는 上記理論을 等 2軸引張에, Ilahi<sup>(14)</sup> 등은 알루미늄板의 液壓벌징(bulging)에 各各 適用하여 實驗結果와 잘 一致함을 確認하였다. 以上과 같이 從來의 stretch forming 研究에서 Hill의 新異方性理論을 適用한 解는 아직 發表된 바 없으며 더우기 變形解析에서 摩擦係數의 位置와 過程進行에 따른 變化를 考慮한 解析은 없다.

本 研究에서는 Woo<sup>(2)</sup>의 差分法에 의한 一般解法에 따라 Hill의 新異方性理論을 使用하고 Kaftanoglu의 摩擦係數推定法<sup>(8)</sup>을 導入하여 摩擦係數의 變化를 考慮하여 Al板의 stretch forming의 數值解析을 試圖하였고 그 結果를 實驗結果와 比較하였다.

2. 基本方程式

2.1. 降伏函數와 流動則

Hill<sup>(12)</sup>의 新異方性理論에 따르면 平面應力狀態에서 面內等方性을 가지는 薄板의 降伏函數는

$$2(1+R)Y^m = (1+2R)|\sigma_\theta - \sigma_\phi|^m + |\sigma_\theta + \sigma_\phi|^m \quad (1)$$

으로 주어진다. Y는 面內的 單軸引張降伏應力이고 m은 1보다 작지 않은 指數이다. m=2이면 上記式은 異方性材料에 대한 Hill의 舊降伏函數<sup>(11)</sup>에 一致한다.

위의 降伏函數로부터 normality 假定으로부터 流動法則은 다음과 같이 된다<sup>(14)</sup>.

$$\begin{aligned} & \frac{d\epsilon_\theta}{(1+2R)\frac{|\sigma_\theta - \sigma_\phi|^m}{(\sigma_\theta - \sigma_\phi)} + \frac{|\sigma_\theta + \sigma_\phi|^m}{(\sigma_\theta + \sigma_\phi)}} \\ &= \frac{d\epsilon_\phi}{-(1+2R)\frac{|\sigma_\theta - \sigma_\phi|^m}{(\sigma_\theta - \sigma_\phi)} + \frac{|\sigma_\theta + \sigma_\phi|^m}{(\sigma_\theta + \sigma_\phi)}} \\ &= \frac{-d\epsilon_t}{\frac{2|\sigma_\theta + \sigma_\phi|^m}{(\sigma_\theta + \sigma_\phi)}} = \frac{d\epsilon}{2(1+R)\bar{\sigma}^{m-1}} \end{aligned} \quad (2)$$

相當應力  $\bar{\sigma}$ 는 降伏函數로 부터

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{2(1+R)} [(1+2R)|\sigma_\theta - \sigma_\phi|^m + |\sigma_\theta + \sigma_\phi|^m] \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (3)$$

또 相當스트레인增分은

$$\begin{aligned} d\bar{\epsilon} = & \frac{[2(1+R)]^{\frac{1}{m}}}{2} \left\{ \frac{1}{(1+2R)^{1/(m-1)}} |d\epsilon_\theta - d\epsilon_\phi|^{m/(m-1)} \right. \\ & \left. + |d\epsilon_\theta + d\epsilon_\phi|^{m/(m-1)} \right\}^{(m-1)/m} \end{aligned} \quad (4)$$

스트레인增分들은 流動法則 (2)로 부터

$$d\epsilon_\theta = \left[ (1+2R)\frac{|\sigma_\theta - \sigma_\phi|^m}{\sigma_\theta - \sigma_\phi} + (\sigma_\theta + \sigma_\phi)^{m-1} \right] \frac{d\epsilon}{2(1+R)\bar{\sigma}^{m-1}}, \quad (5)$$

$$d\epsilon_\phi = \left[ -(1+2R)\frac{|\sigma_\theta - \sigma_\phi|^m}{\sigma_\theta - \sigma_\phi} + (\sigma_\theta + \sigma_\phi)^{m-1} \right] \frac{d\epsilon}{2(1+R)\bar{\sigma}^{m-1}}, \quad (6)$$

또

$$d\epsilon_t = -(\sigma_\theta + \sigma_\phi)^{m-1} \frac{d\epsilon}{(1+R)\bar{\sigma}^{m-1}} \quad (7)$$

위式들은  $\sigma_\theta \leq \sigma_\phi$ 의 경우를 묶어서 表示한 것이다. 式(5), (7)로 부터 應力成分들은 變形度增分들로 다음과 같이 表示된다.

$$(\sigma_\theta + \sigma_\phi) = \bar{\sigma} \left[ -(1+R)\frac{d\epsilon_t}{d\epsilon} \right]^{1/(m-1)} \quad (8)$$

$$(\sigma_\theta - \sigma_\phi) = \bar{\sigma} \left[ \frac{2(1+R)}{1+2R} \frac{(d\epsilon_\theta + d\epsilon_t/2)}{d\epsilon} \right]^{1/(m-1)}$$

$d\epsilon_\theta > d\epsilon_\phi$  일 때,

$$\begin{aligned} \text{또 } (\sigma_\phi - \sigma_\theta) &= \bar{\sigma} \left[ \frac{2(1+R)}{1+2R} \frac{|d\epsilon_\theta + d\epsilon_t/2|}{d\epsilon} \right]^{1/(m-1)} \\ d\epsilon_\phi &> d\epsilon_\theta \text{ 일 때} \end{aligned} \quad (9)$$

한편 加工硬化法則으로는

$$\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n \quad (10)$$

의 꼴의 實驗式을 使用한다.

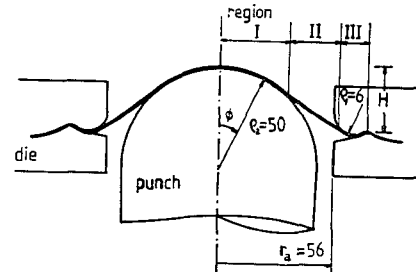


Fig. 1 Schematic diagram of the punch stretching apparatus.

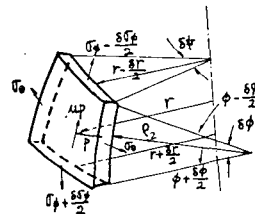


Fig. 2 Free body diagram of sheet element.

## 2.2. 平衡方程式

Fig. 1의 Region I, II 및 III에 대하여 각각 다음의 식들이 적용된다<sup>(2)</sup>. Fig. 2는 一般素材要素의 自由物體圖이다.

1) Region I (펀치와의 接觸部)에서

$$\frac{d(t\sigma_\phi)}{d\phi} = t(\sigma_\theta - \sigma_\phi)\cot\phi + \mu t(\sigma_\theta + \sigma_\phi) \quad (11)$$

2) Region II (펀치와 다이間的 支持되지 않는 部分)에서

$$\frac{d(t\sigma_\phi)}{dr} = \frac{t(\sigma_\theta - \sigma_\phi)}{r} \quad (12)$$

3) Region III (다이와의 接觸部)에서

$$\frac{d(t\sigma_\phi)}{d\phi} = \left[ (\sigma_\theta - \sigma_\phi)t\cos\phi - \mu\sigma_\theta t\sin\phi \right] \frac{\left(\rho_1 + \frac{t}{2}\right)}{r_a - \left(\rho_1 + \frac{t}{2}\right)\sin\phi} + \mu\sigma_\theta t \quad (13)$$

여기서 薄板을 假定하고 있으므로  $\sigma_r$ 는 無視한다. 펀치力은 펀치接觸境界에서의 平衡條件으로 부터

$$P = 2\pi t c(\sigma_\phi) c r_c \sin\phi_c \quad (14)$$

가 된다. 添字  $c$ 는 接觸境界를 나타낸다.

## 2.3. 幾何學的 關係

圓周變形度(스트레인)와 두께變形度(스트레인)間的 關係는 素材板上的 初期半徑  $r_{0i}$ ,  $r_{0i-1}$ 과 初期두께  $t_0$ 의 圓環要素의 體積不變性으로 부터 求하여진다.<sup>(2)</sup>

1) Region I에서

$$(r_{0i}^2 - r_{0i-1}^2)t_0 = \left(\rho_2 + \frac{t_i + t_{i-1}}{4}\right)^2 (\cos\phi_{i-1} - \cos\phi_i) (t_i + t_{i-1}) \quad (15)$$

2) Region II에서

$$(r_{0i}^2 - r_{0i-1}^2)t_0 = \frac{(r_i^2 - r_{i-1}^2) \left(\frac{t_i + t_{i-1}}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\phi_i + \phi_{i-1}}{2}\right)} \quad (16)$$

3) Region III에서

$$(r_{0i}^2 - r_{0i-1}^2)t_0 = \left(\rho_1 + \frac{t_i + t_{i-1}}{2}\right)^2 \left[ \frac{r_a}{\rho_1 + \frac{t_i + t_{i-1}}{2}} (\phi_{i-1} - \phi_i) + \cos\phi_{i-1} - \cos\phi_i \right] (t_i + t_{i-1}) \quad (17)$$

다음 펀치높이  $H$ 는

$$H = \rho_2(1 - \cos\phi_2) + \int_{r_2}^{r_1} \tan\phi dr + \rho_1(1 - \cos\phi_1) \quad (18)$$

또  $r$ 와  $\phi$  사이에 다음의 關係가 있다.

Region I에서

$$r = \left(\rho_2 + \frac{t}{2}\right)\sin\phi \quad (19)$$

Region II에서

$$\sin\phi = \frac{(\sigma_\theta r)_c \sin\phi_c}{\sigma_\theta r} \quad (20)$$

Region III에서

$$r = r_a - \left(\rho_1 + \frac{t}{2}\right)\sin\phi \quad (21)$$

## 3. 摩擦係數

Kaftanoglu<sup>(9)</sup>는 圓板素材에 對한 stretch forming 過程에서 펀치와 素材間的 摩擦係數를 다음과 같이 求하였다.

$$\mu = \frac{(1-X)\sin^2\phi}{(1+X)\left(\phi - \frac{1}{2}\sin 2\phi\right)} \quad (22)$$

단  $X = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi}$

$X = f(\phi)$ 를 求할 수 있을 때 上式으로 任意點에서의  $\mu$  값을 알 수가 있게 된다.

Kaftanoglu는 實驗으로 實測한 變形度值로 부터  $X$  值를 計算하여 (22)式으로 stretch forming 過程中的 摩擦係數값을 調査하였다.

本 論文에서는 (8), (9)를 利用하여 應力比를 다음과 같이 表示한다.

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi} = X = \frac{\left[\frac{(d\epsilon_\theta + d\epsilon_\phi)(1+2R)}{d\epsilon_\phi - d\epsilon_\theta}\right]^{\frac{1}{n-1}} - 1}{\left[\frac{(d\epsilon_\theta + d\epsilon_\phi)(1+2R)}{d\epsilon_\phi - d\epsilon_\theta}\right]^{\frac{1}{n-1}} + 1}, \quad d\epsilon_\theta > d\epsilon_\phi \quad (23)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi} = X = \frac{\left[\frac{(d\epsilon_\theta + d\epsilon_\phi)(1+2R)}{d\epsilon_\theta - d\epsilon_\phi}\right]^{\frac{1}{n-1}} + 1}{\left[\frac{(d\epsilon_\theta + d\epsilon_\phi)(1+2R)}{d\epsilon_\theta - d\epsilon_\phi}\right]^{\frac{1}{n-1}} - 1}, \quad d\epsilon_\theta > d\epsilon_\phi$$

이 應力比를 (22)式에서 使用하여 數值計算過程에서 摩擦係數를 每 step, 每要素마다 計算하여, 그 나머지 的 計算을 續行토록 하였다. 換言하면 全計算過程에서 (22)式을 適用하여 時間과 位置에 따라 變化하는  $\mu$  값을 自動적으로 計算이 追跡하도록 하였다.

한편 (11)式은 펀치의 頂點(pole)에서 右邊第1項이 0의 不定形이 되어 singularity가 發生한다. 右邊第1項은 이 때

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{(\sigma_\theta - \sigma_\phi)}{\tan\phi} = \sigma_\phi \frac{d\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi}\right)}{dr} / \frac{d\phi}{dr} \quad (24)$$

가 된다.

한편 頂點에서는 (22)式대신 다음과 같이 하여 摩擦係數를 推定한다.

平衡方程式의 第1式(11)을 다시 整理하여 쓰면

$$\frac{d(t\sigma_\phi)}{dr} = \frac{d(t\sigma_\phi)}{d\phi} \frac{d\phi}{dr}, \quad \frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{\left(\rho_2 + \frac{t}{2}\right)\cos\phi} \approx$$

$\frac{1}{\rho_2\cos\phi}$ 을 利用하여

$$\frac{d}{dr}(t\sigma_\phi) = t\sigma_\phi \left[ \frac{X-1}{r} + \mu \left( \frac{1}{\rho_2\cos\phi} + \frac{X\tan\phi}{r} \right) \right] \quad (25)$$

兩邊에  $\lim_{\phi \rightarrow 0}$ 를 取하여

$$\frac{d}{dr}(t\sigma_\phi) = t\sigma_\phi \left[ \frac{dX}{dr} + \mu \left( \frac{2}{\rho_2} \right) \right] \quad (26)$$

即

$$\left( \frac{1}{\sigma_\phi} \frac{d\sigma_\phi}{dr} \right)_{pole} = \left( \frac{dX}{dr} + \mu \frac{2}{\rho_2} \right) \quad (27)$$

또

$$\left( \frac{dX}{dr} \right)_{pole} = \frac{d}{dr} \left( \frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi} \right) = \frac{1}{\sigma_\phi} \frac{d\sigma_\theta}{dr} - \frac{1}{\sigma_\phi} \frac{d\sigma_\phi}{dr} \quad (28)$$

한편 된치와 素材間의 壓力  $p$ 는

$$p = \frac{t}{\rho_2} (\sigma_\phi + \sigma_\theta) \quad (29)$$

에 歸結되므로, (26)

$$\left( \frac{dp}{dr} \right)_{pole} = \frac{t}{\rho_2} \left( \frac{d\sigma_\phi}{dr} + \frac{d\sigma_\theta}{dr} \right) = 0 \quad (30)$$

으로부터

$$\left( \frac{d\sigma_\phi}{dr} \right)_{pole} = - \left( \frac{d\sigma_\theta}{dr} \right)_{pole} \quad (31)$$

이리하여 (27), (28) 및 (31)로부터

$$\left( \frac{dX}{dr} \right)_{pole} = - \frac{4}{3} \frac{\mu}{\rho_2} \quad (32)$$

이로부터 頂點(pole)에서의 摩擦係數  $\mu$ 는

$$\mu = \frac{-\frac{3}{4}\rho_2 \Delta \left( \frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi} \right)}{\Delta r} \quad (33)$$

로 求할 수 있게 된다. 即 應力比와  $\Delta r$ 를 實測으로 求할 수 있으면 頂點에서의  $\mu$ 值를 알 수 있다. 應力比는 既述한대로 實測한 變形度分布로 부터 求할 수 있다.

#### 4. 數值計算

數值計算의 順序는 Ilahi等<sup>(14)</sup>의 方法을 따라 微小變形度增분에 對하여 遂行되었고 各領域에서의 境界條

件은 2節에 言及한대로 Woo의 一般解法을 適用하였다.

Fig. 3은 數值計算의 Flow chart를 表示한다. 每計算 step에서 頂點에서의 두께는 0.01mm씩 減少시키 나갔다. 每 step마다 한 圓環要素에서 다음 要素로 移行까지에는 먼저 頂點에서 假定한 두께로 부터 計算하여 얻은  $\sigma_\phi$ 값과  $t$ 값(假定值)의 相乘積  $\sigma_\phi t$ 와 平衡方程式으로 直接 얻은  $\sigma_\phi t$ 값을 比較하여 그 比가 1±0.001 以內에 들 때 다음 計算으로 넘어갔으며 그렇지 않을 때

$$(\Delta \epsilon_i)'_{i+1,j} = - \left[ \frac{(t\sigma_\phi)'_{i+1,j} + (t\sigma_\theta)'_{i+1,j}}{(t\bar{\sigma})_{i+1,j}} \right]^{n-1} \frac{(\Delta \bar{\epsilon})_{i+1,j}}{(1+R)} \quad (34)$$

으로부터 새 두께  $(t)_{i+1,j}$ 를 計算하였다.

摩擦係數  $\mu$ 는  $i=3$ (頂點부터 두번째 圓環要素)까지는 一定值로 假定하고  $i=4$ 부터는 變化量으로 취급하였으며 頂點에서의  $\mu$ 값 初期值는 全過程을 通하여 變形度實測과 (33)式으로 얻은 값을 4回 導入하였으며 그 中間 step에서는 前 step의 값을 그대로 使用하였다. 每 step에서 計算終了는 Region III의 固定端에서  $|\epsilon_\theta| < 0.0005$ 이면 이루어졌으며 그렇지 못하면 頂點에서의 두께  $t_{0,j}$ 를 試行法으로 다시 求하여 該當 step의 全計算過程을 反復하여 上記 誤差範圍內에 들 때까지 계속하였다.

이리하여 全計算過程을 通하여 數值的 發散없이 滿足스러운 數值解를 求할 수 있었다. 使用된 컴퓨터機種은 MV8,000이다.

### 5. 實 驗

#### 5.1. 試 片

Stretch forming用 素材試片으로는 市販의 商用純 Al板(두께 0.8mm)을 使用하였으며 殘留應力除去를 爲하여 350°C에서 1時間 풀립처리를 하였다. 標準板材引張試片을 製作하여 Instron引張試驗機와 R值測定器를 使用하여 얻은 素材試片性質은 Table 1과 같다.

#### 5.2. 實驗裝置 및 實驗方法

Stretch forming試驗을 爲하여 特別히 製作된 다이 셋트(Fig. 4)를 200ton 油壓式壓縮試驗機에 設置하여 實驗을 遂行하였다. 다이의 固定線은 V斷面形圓環形突起로 하여 素材圓板의 미끄러짐을 防止하였다. 지름 179mm의 素材圓板의 한 面에는 2.4mm 지름의 scribed

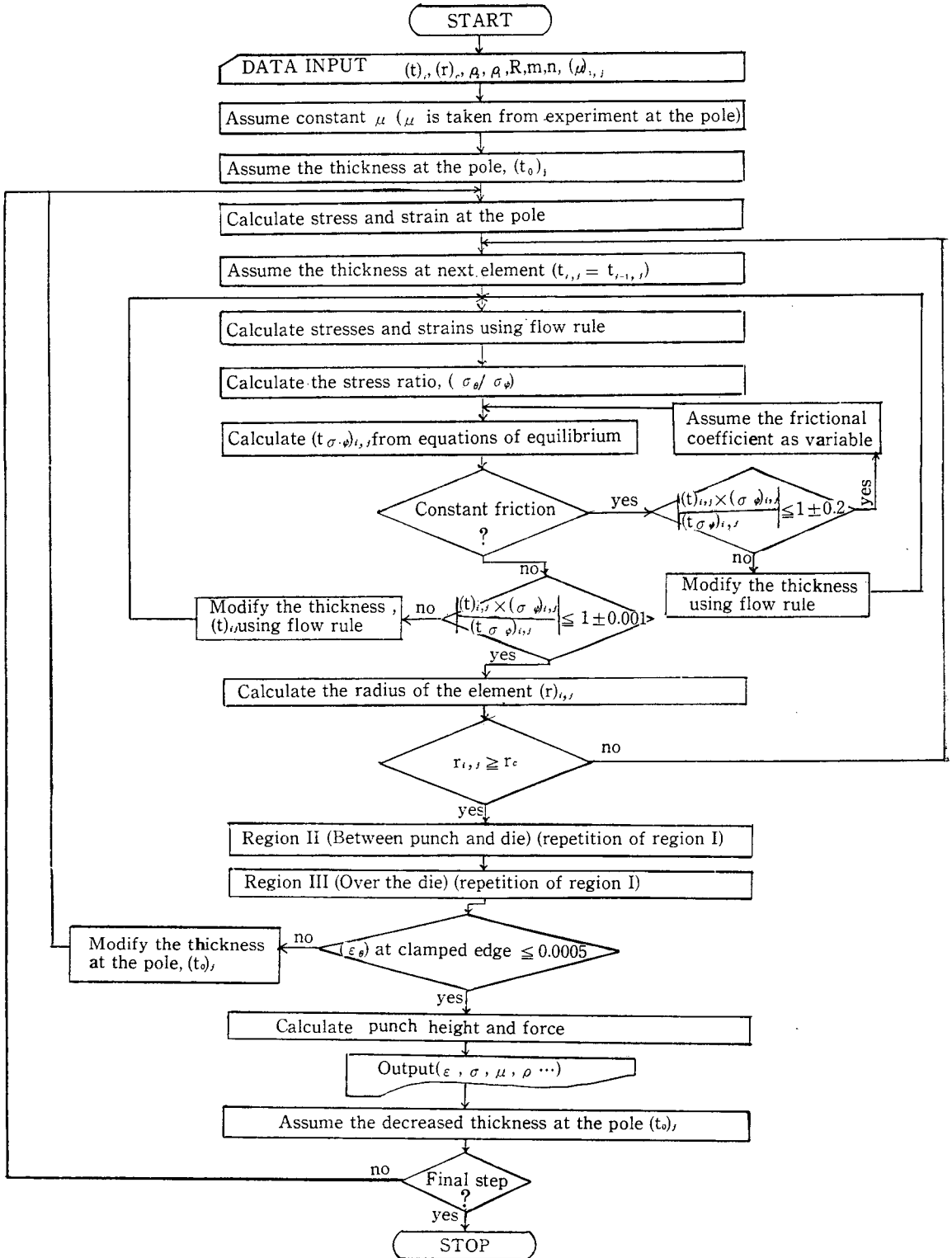


Fig. 3 Flow chart of numerical analysis.

Table 1 Tensile properties of soft aluminium.

Testing direction (planar angle to rolling direction)	R-value	n-value	K-value	Yield stress (kg/mm <sup>2</sup> )
0°	0.255	0.253	14.32	2,222
45°	0.673			2,275
90°	0.700			2,222
Mean value	0.700			2,239

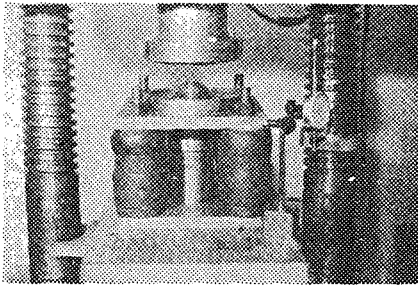


Fig. 4 Experimental apparatus for stretch forming test.

circle pattern을 photogrid로 입혀 다이板 사이에 끼워 rubber ring의 壓縮力을 받아 固定線에 固定되도록 하였고, 지름 100mm의 半球頭 펀치로 stretch forming을 加하였다.

試驗途中 4차례 펀치를 停止시키고 scribed circle의 子午線方向과 圓周方向의 지름을 實測하여  $\epsilon_s$ 와  $\epsilon_\theta$ 를 求하였으며, 이를 素材板의 壓延方向과 이와 直角方向에 對하여 되풀이하여 그 平均값을 取하였다.

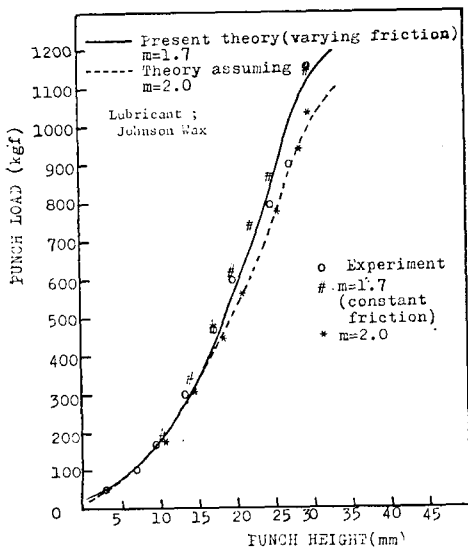


Fig. 5 Punch load diagrams in stretch-forming.

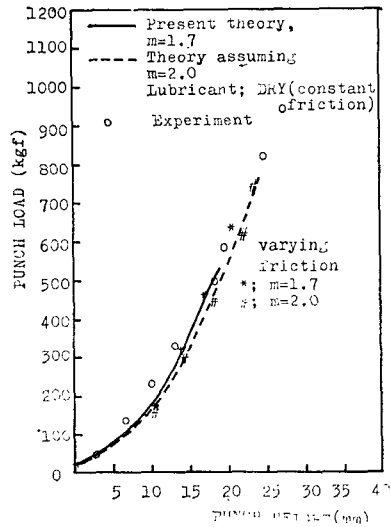


Fig. 6 Punch load diagrams in stretch-forming.

scribed circle의 變形觀測에는 digital micrometer(最少 눈금 0.001mm)를 裝着한 投影擴大機를 使用하였다. 한편 펀치荷重-펀치높이關係를 實測하였으며, 펀치높이는 다이얼게이지로, 또 頂點과 이웃하는 圓環要素間의 水平距離 r는 工具顯微鏡으로 測定하였다. 모든 實驗은 無潤滑, Johnson wax潤滑 및 grease潤滑에 對하여 行하였다.

6. 結果 및 考察

Fig. 5, 6은 펀치荷重과 펀치높이에 關한 數值計算結果와 實驗結果를 Johnson wax潤滑과 無潤滑에 對하여 表示한다. 이 그림을 檢討하면

- 1) 두 경우에 모두  $m=2$ 는  $m=1.7$ 에 比하여 펀치荷重을 多少 過少評價하며
- 2)  $m=1.7$ 인 경우 理論値와 實驗値의 近接度는 매우 良好하며
- 3) 摩擦係數가 變動하는 경우와 一定摩擦係數의 경우와의 사이에도 若干의 差異가 있음을 알 수 있다.

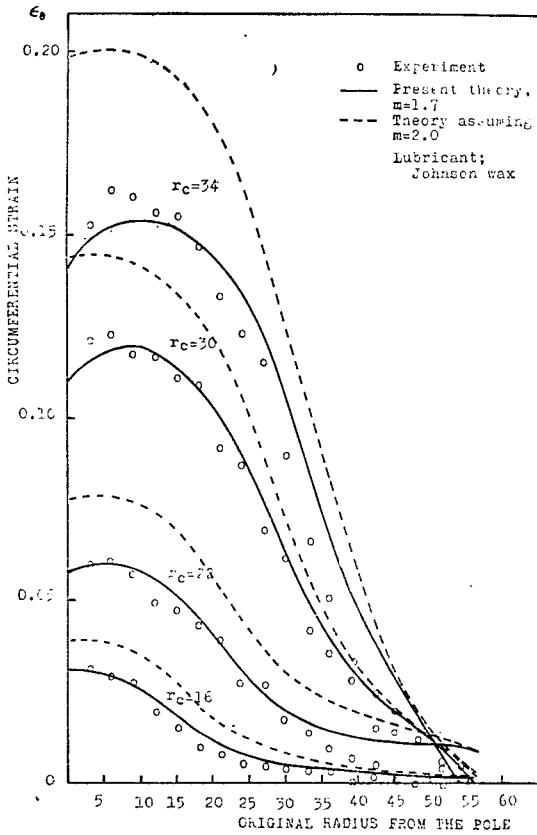


Fig. 7 Theoretical and experimental circumferential strain distribution.

Fig. 6에서 實線이 點線보다 빨리 끝난 것은 無潤滑의 경우 頂點에서의  $\mu$  初期値가 0.4를 넘으면 펀치接觸境界部에  $\epsilon$  變化가 集中되어 全體計算사이클遂行이 不可能하게 된 까닭이다. Grease 潤滑의 경우는 Fig. 5와 類似한 結果를 나타냈다.

Fig. 7은  $\mu$ 가 變化할 때 新舊異方性理論에 依한 數值解와 實驗과의 對照를, Fig. 8은  $\mu$ 가 變化할 때와 一定한 때의 理論과 實驗과의 差異를 나타낸다. Grease 潤滑의 경우는 Johnson wax 潤滑과 相似한 結果를 나타냈으므로 省略한다. Fig. 9, 10은 無潤滑의 경우이다. 이들로 부터

1) 潤滑條件과 관계없이 新異方性理論( $m=1.7$ )이 實驗値와의 一致度가 良好하다.

2) 潤滑狀態가 좋을 때(即  $\mu$ 가 작을 때)는  $\mu$ 가 變化하는 條件下의 數值解가 一定한  $\mu$ 를 假定한 數值解보다 實驗結果에 가까우나, 無潤滑의 경우는 이와 反對이다.

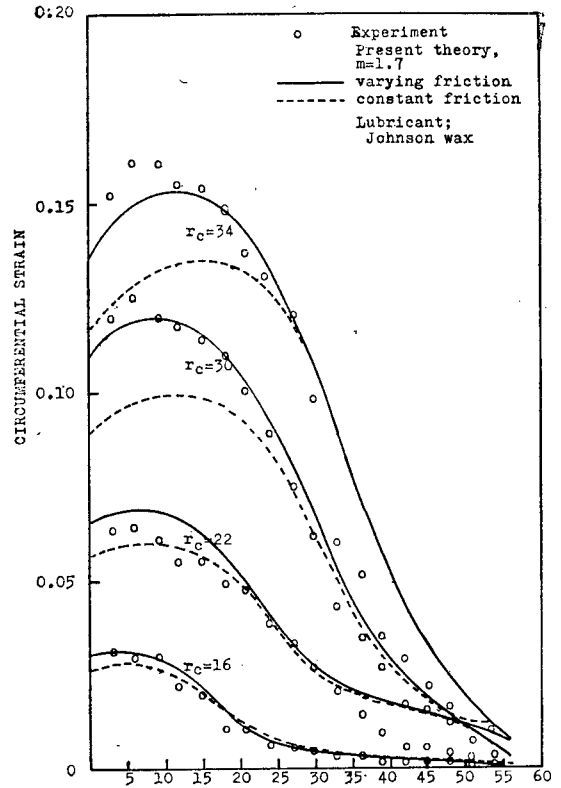


Fig. 8 Comparison of varying friction with constant friction.

Table 2 Frictional coefficient at the pole.

Lubri-cant	Punch height	$\epsilon_s$	$\epsilon_\theta$	$\Delta r$ (mm)	$\mu$
Johnson wax	10	0.0251	0.0312	3.090	0.29
	17	0.0583	0.0598	3.212	0.16
	25	0.1178	0.1269	3.381	0.12
	30	0.1788	0.1872	3.615	0.10
Grease	10	0.0324	0.0251	3.103	0.36
	17	0.0800	0.0645	3.234	0.23
	25	0.1361	0.1111	3.410	0.20
	30	0.1961	0.1630	3.632	0.14
Dry	10	0.0206	0.0145	3.079	0.56
	17	0.0396	0.0279	3.115	0.57
	25	0.0634	0.0442	3.169	0.55

Table 2는 實驗으로 求한 펀치頂點에서의 摩擦係數値이다. 이들은 펀치높이의 增加와 더불어 減少하고 있

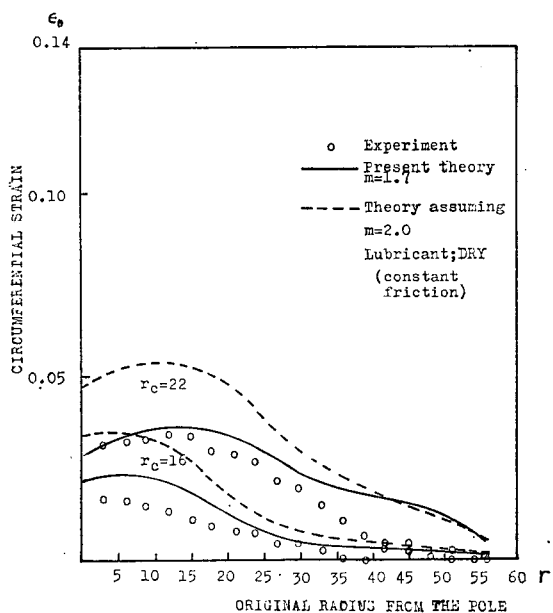


Fig. 9 Theoretical and experimental circumferential strain distributions.

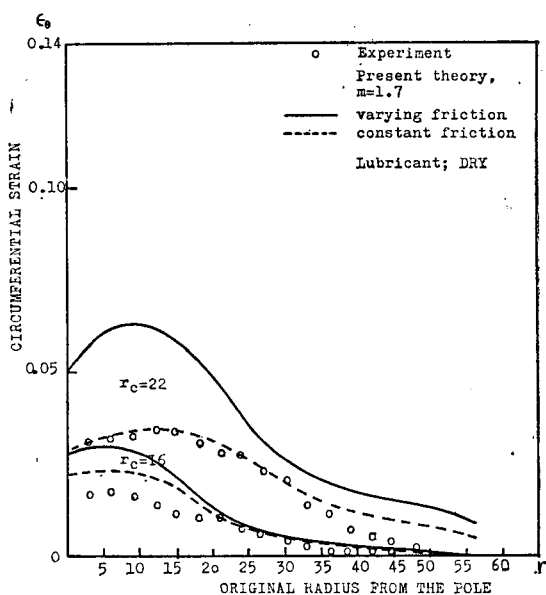


Fig. 10 Comparison of varying friction with constant friction.

다. Table 3 은 Kaftanoglu의 實驗結果와의 比較를 表示한다.

大體로 Kaftanoglu의 結果보다 적은 값을 나타내고 있는데 이는 實驗中斷時마다 再潤滑을 한데 起因하는 것으로 생각된다. Fig. 11, 12, 13은 數值計算結果로 얻은 變形過程中的 摩擦係數의 分布이다. 新異方性理論을 採擇한 경우가 摩擦係數가 작게 나타나는 傾向을 보이고 있다.

Table 3 Comparison of frictional coefficient with Kaftanoglu's<sup>(6)</sup> results.

	Lubricant	(εθ) <sub>p</sub>	material	μ
Kaftanoglu	Shell H.T.G Grease	0.048	soft aluminium	0.44
		0.08		0.41
		0.12		0.38
Present work	Grease	0.025	commercially pure aluminium	0.36
		0.065		0.23
		0.111		0.20
		0.163		0.14

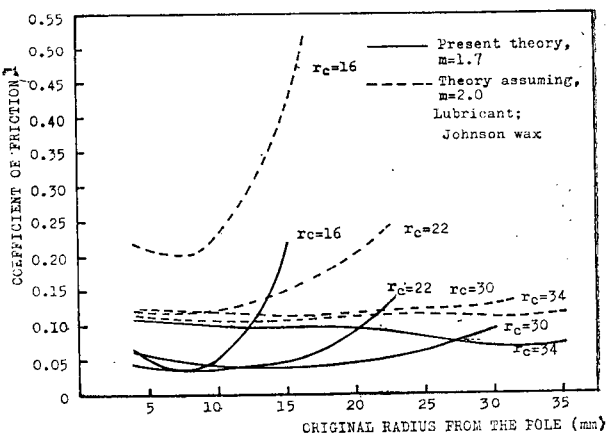


Fig. 11 The distributions of the frictional coefficient for various stages.

### 7. 結 論

本 研究로 부터 얻은 結論은 다음과 같다.

(1) Kaftanoglu의 stretch forming中的 편치接觸部에서의 摩擦係數推定式을 全變形過程中 適用하여 數值解析을 試圖하여 接觸部各點에서 變形進行과 더불어 變化하는 摩擦係數를 想定하여 遂行한 解析結果는 實驗



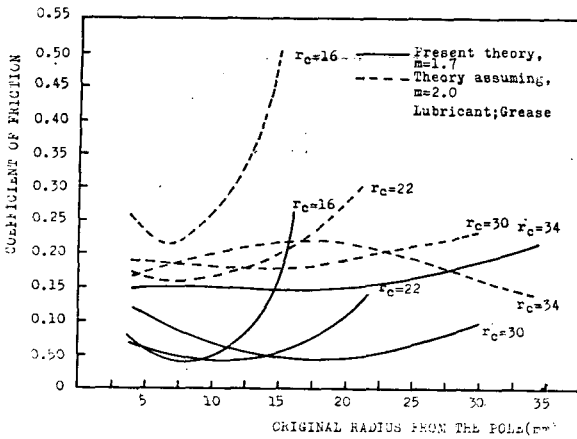


Fig. 12 The distributions of the frictional coefficient for various stages.

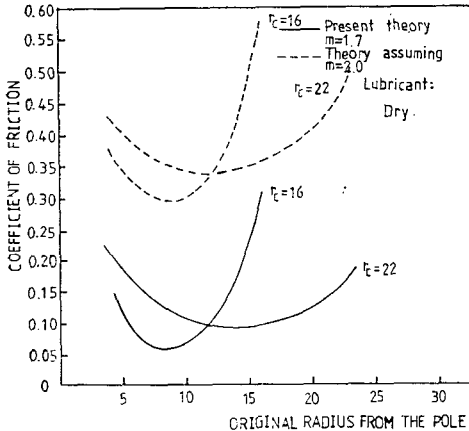


Fig. 13 The distributions of the frictional coefficient for various stages.

값과 매우 근접도가 높은 수치해를 얻을 밝혔다.

(2) 이와 같은 수치해는 Hill의 新異方性理論을 사용할 때 舊理論을 사용하는 경우보다 월등히 改善된 결과를 준다.

(3) 無潤滑의 경우는 (1)은 成立되지 않으며 一定摩擦係數를 假定하는 것이 오히려 實驗值와의 近접도가 良好함을 밝혔다.

(4) 本 방법은 펀치頂點에서의 摩擦係數初期値가 보통 0.4를 넘으면 計算遂行이 不可能하게 된다.

參 考 文 獻

1. Keeler, S.P. and Backofen, W.A., "Plastic insta-

bility and fracture in sheets stretched over rigid punches," Trans ASM. Vol. 56, (1963) pp.25-48.

2. Woo, D.M., "The stretch forming test", The Engineer, Lond., 220 (1965), pp.876-880.

3. Yamada, Y. and Yokouchi, Y., "The analysis of stretch forming by incremental strain theory", Report, Inst. Ind. Sci., Tokyo Univ. 19, 366 (1967)

4. Wang, N.M., "Large plastic deformation of a circular sheet caused by punch stretching," J. of Applied Mechanics, (1970). pp.431-440.

5. Chakrabarty, J., "A theory of stretch-forming over hemispherical punch heads", I.J.M.S. (1970), Vol. 12, pp.315-325.

6. Kaftanoglu, B. and Alexander, J.M., "On quasi-static axisymmetrical stretch-forming," I.J.M.S. (1970), Vol. 12, pp.1065-1084.

7. Ghosh, A.K., "A method for determining the coefficient of friction in punch stretching", I.J. M.S. Vol. 19, (1977) pp.457-470.

8. Kaftanoglu, B., "Determination of coefficient of friction under conditions of deep-drawing and stretch forming," Wear, Vol. 25, (1973), pp. 177-188.

9. Moore, G.G. and Wallace, J.F., "The effect of anisotropy on instability in sheet metal forming," J. of the Inst. of Metals, Vol. 93, (1964~65), pp. 33-38.

10. Pearce, R., "Some aspects of anisotropic plasticity in sheet metals," I.J.M.S. Vol. 10 (1968), pp. 995-1005.

11. Hill, R., "The mathematical theory of plasticity," Oxford Univ. Press. (1950).

12. Hill, R., "Theoretical plasticity of textured aggregates," Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 85, (1979), pp.179-191.

13. Parmar, A. and Mellor, P.B., "Plastic expansion of a circular hole in sheet metal subjected to biaxial tensile stress," I.J.M.S. Vol. 20(1978), pp. 707-720.

14. Ilahi, M.F., Parmar, A. and Mellor, P.B., "Hydrostatic bulging of a circular aluminium diaphragm," I.J.M.S. Vol. 23 (1981), pp. 221-227.