

<論 文>

切削加工의 光彈性的 現象에 관한 研究(I)

金 政 斗*·李 用 成**

(1983년 2월 10일 접수)

A Study on Photoelastic Fringe Patterns in Cutting Process(I)

Jeong-Du Kim and Yong-Seong Lee

Abstract

In this study the phenomenon of cutting stress which arises on cutting tools and work pieces in cutting process is investigated by rake angle of cutting tools and feed for this measurement, $p_s=1$ (high modulus, photolastic Inc.) was used as a cutting tool, $p_s=3$ (medium modulus, photolastic Inc.) was used as work piece and reduction apparatus was attached to the head stock, and orthogonal cutting was adapted as a cutting method and transparent glass was used to block the strain in the orientation of thickness.

The followings are the results of this study.

- (1) Photoelastic experimental equipments have made it possible to make dynamic measurement and analyze stress distribution in cutting tool and work-piece surface which has hitherto been conducted only in static measurement and analyzing method.
- (2) The maximum stress arising at tools and work pieces in cutting process is on the tool edge tip, and the maximum stress arising on the tip of cutting tools is equal to that on the contacting area of work pieces in values.
- (3) The distributions of maximum shear stress on certain parts of the cutting tools and work pieces are as follows; for cutting tools, $\alpha=12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=-12^\circ$ in order, and for work pieces, $\alpha=-12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=12^\circ$ in opposite order.

記 號 設 明

α	: 工具上面傾斜角
t_c	: 試片 두께
f	: 移送(mm/rev)
$\sigma_1 - \sigma_2$: 工具 및 被削材에 발생하는 主應力 差
t	: 切削깊이(mm)
v_s	: 速度(m/min)
λ	: 使用 單色光의 波長(本 實驗에서 $\lambda=5461\text{\AA}$)

* 正會員, 檀國大學校 大學院 機械工學科

** 正會員, 檀國大學校 工科大學 機械工學科

K	: Strain-optical 係數
c	: 切削條件
Y	: 被削材의 應力測定 方向
b	: 試片 幅
d	: 試片 粒度
V	: 切削速度(m/min)
E_s	: 彈性係數
N	: プリズ 次數
ϕ	: 剪斷角
x	: 切削工具의 應力測定 方向

1. 緒論

종래의 切削加工研究에서 切削加工時 切削工具의 設置角 및 切削條件에 따르는 剪斷角, 切削抵抗 等 工具壽命에 미치는 影響이 多大하다는 것은 잘 알려진事實들이다^{(1)~(5)}.

Gustav Vieregge⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 등은 切削時 上面傾斜角에 따른 切削工具 및 工作物 接着部分에 여러가지 形態의 切削應力 現象이 나타남을 理論的으로 證明하였고 여터 研究者에 의하여 工具에 대한 工具摩滅 및 Chipping 現象에 대한 문제점을 규명하기 위하여 strain gauge를 利用한 應力測定研究가 繼續되고 있다. 이 방법으로서는 切削工具 및 被削材에 대하여 切削加工 應力狀態를 弹性學에 의하여 解析的으로 解決을 하고는 있으나 切削 各 部位의 應力分布에 關하여서는 이 方法에 의하여 解析될 수 없으므로 光彈性的 方法으로 問題를 解決하고 있다.

이 分野에 대한 現在까지의 研究는 靜的 現象으로서의 研究이며 근래에 와서 Miki⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ 등에 의하여 平削加工에 있어서의 動的 現象에 대하여 研究報告한 바 있다. Miki 등은 平削加工에서 切削工具로는 高速度鋼을 使用하였고, 被削材로는 光彈性材料로 使用하여 被削材上에 나타나는 切削應力現象을 稿次數로서 관찰하여 被削材 自由表面上의 stress-strain 分布를 고찰하였으며, 切削工具에 대한 應力측정은 고속도강으로 된薄刃工具의 두께 1mm로서 切削部의 光彈性測定用 epoxy樹脂에 接着固定하여 實제 切削工具의 光彈性測定값은 剪斷部位에서 1mm 떨어진 상태로부터 测定되었고, 本 研究에서는 旋盤에 대한 切削中의 應力現象을 切削工具 및 被削材를 同時に 光彈性材料를 使用하고 또한 工具上面傾斜角 및 移送變化에 대하여 光彈性的 側面에서 觀察한 것으로서 工具의 各 部位에 미치는 應力分布를 2次元切削 모델을 바탕으로 测定하였다. 궁극적으로 인위적인 拘束工具에 대한 切削機構를 分明히 하기 위한 第1段階의 基礎的 研究이다.

2. 實驗裝置 및 實驗方法

2.1. 實驗裝置

(1) Polariscop

本 實驗에 使用한 光彈性實驗裝置는 polaroide plate, Analytic plate, 1st Quarter wave plate 및 2nd Quarter wave plate를 갖는 reflection type이고 그의 测定原

理는 Fig. 1에 나타내었다. 이 裝置는 水銀燈 62番 wrattern filter를 通해서 거의 完全한 5461Å의 波長을 갖인 monochromatic light를 내고 있으며 應力を 받는 시평에 投射하면 等色線 및 等傾斜線이 同時に 또는 각各 模型上에 나타날 수 있는 portable type이다.

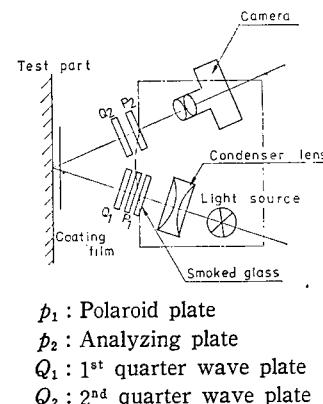


Fig. 1 Schematic diagram of polariscope.

(2) 使用 工作機械

本 實驗에 使用한 工作機械는 旋盤으로서 worm gear 1/50의 減速기어 裝置를 一般 engine lathe에 改造設計設置하였고 벨트간의 pulley로서 Min R 1/100 ~ Max R 1/330範圍로서 使用, 本 實驗에 있어서는 直徑 φ75의 工作物에 대하여 15mm/min의 切削速度에서 施行하였다.

2.2. 試片製作方法 및 應力測定

(1) 試片製作方法

試片은 模型切削 實驗으로서 工具는 實物과 同一한 模型을 切削工具로서 ps-1, 被削材料로서 ps-3을 각각 2~3mm의 다듬질 餘裕를 두고 實物으로서 끊어낸 후 고운 줄로서 다듬질하였고 投射面에 傷處가 나지 않도록 取扱에 留意하였다. 使用된 材料의 性質은 Table 1과 같다.

Table 1 Physical properties of ps-1 and ps-3.

Material type	E_s (psi)	ν_s	K	t_c (inch)
Cutting tool (ps-1) (high modulus, photoelastic Inc.)	360,000	0.38	0.15	0.12
Work piece (ps-3) (medium modulus, photolastic Inc.)	30,000	0.5	0.02	0.08

E_s : Elastic modulus

ν_s : Poisson's ratio

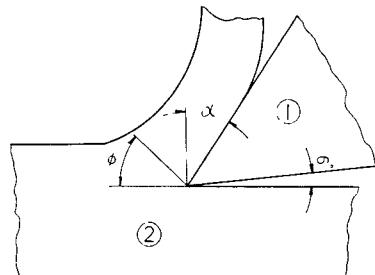
K : K factor

t_c : Thickness of test material

本 實驗은 모델 實驗이고 또한 旋削加工에서의 reflection 方式에 의하고 특히 實驗時 殘留應力에 依한 實驗誤差가 發生되지 않도록 모델 試片加工과 工具 및 被削材 固定用 Jig 製作에 留意하였다.

工具角은 H.S.S 工具 및 硬質合金工具에서 炭素鋼切削時 使用되는 上面傾斜角의 범위 $\alpha=0^\circ \sim 16^\circ$ 와 Throw-Away Tip에 의한 傾斜角 $\alpha=-5^\circ$ 및 拘束工具에서의 $\alpha=-10^\circ \sim -30^\circ$ 중에서 上面傾斜角을 $\alpha=12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=-12^\circ$ 의 3種類로 變化시켜 移送變化에 대한 現象을 觀察하였다.

Fig. 2는 實驗에 使用된 工具角에 대하여 나타내었다. 切削方法은 2次元 切削으로 行하였고 두께 방향에 대한 變形을 防止하기 위하여 透明琉璃를 사용하였다.



① Cutting tool ($b \times t = 19 \times 3\text{mm}$)
② Work piece ($d \times t = \phi 75 \times 2\text{mm}$)
for lathe $\alpha = 12^\circ, 0^\circ, -12^\circ$

Fig. 2 Shape of model for turning.

(2) 應力測定 및 寫真撮影

應力은 各 工具의 上面傾斜角 및 移送變化에 대하여 测定하였고 그의 應力計算은 各 部位에 依한 fringe order로서 切削加工時 發生된 多數의 isochromatic fringe를 Fig. 3에서와 같이 工具線上의 X-軸과, 工作物線上의 Y-軸으로서 확대사진면을 일정 비율간격으로서 細分하여 测定하였고 fringe constant의 決定은

$$f_1 = \frac{\lambda}{2Kt_c} \quad (1)$$

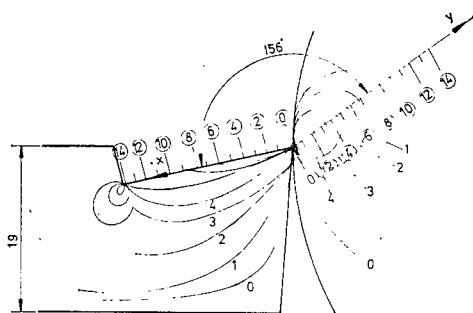


Fig. 3 Schematic of division method.

여기에서

λ =使用單色光의 波長(本 實驗에서 $\lambda=5461\text{\AA}$)

K =Strain-optical 係數

t_c =試片두께

(1)式⁽¹¹⁾⁽¹²⁾에 의하여 工具 및 被削材에 發生하는 應力값은 다음과 같다.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{E_z \times N \times f_1}{1 + \nu_s} \quad (2)$$

本 實驗의 寫真撮影은 上面傾斜角 變化에 依한 各 移送變化測定이므로 工具와 被削材의 正確한 實驗結果를 얻기 위하여 各 條件마다 Fig. 4에서와 같이 切削工具가 被削材에 接触하기 始作에서부터 2回轉되는 支點에서 光彈性 寫真을 摄影하였다.

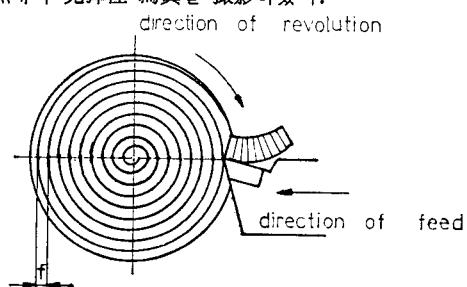


Fig. 4 Point of photographing.

그리고 사진에 의하여 fringe order의 값을 Table 2와 같이 細分하여 정확히 测定하였다.

Table 2 Measurement standard of Isochromatic fringe pattern¹³⁾.

Color	Black	Gray	White	Pale yellow	Orange	Dull red	Purple	Deep blue
Fringe order (N)	0	0.28	0.45	0.60	0.80	0.90	1.0	1.08
Color	blue green	green yellow	orange	rose red	purple	green	green yellow	red
Fringe order (N)	1.22	1.39	1.63	1.82	2.0	2.35	2.50	2.65
Color	red/transition	green	pink	pink/green tr.	green			
Fringe order (N)	3.00	3.10	3.65	4.00	4.15			

3. 實驗結果 및 考察

앞서 말한 實驗方法 및 節次에 의하여 얻어진 實驗結果로서 각 경우에 대한 Isochromatic fringe patterns 을 Fig. 5(a), Fig. 5(b) 및 Fig. 5(c)에 나타내었다. Fig. 5(a)는 工具의 上面傾斜角 $\alpha=12^\circ$ 에서, Fig. 5(b)는 $\alpha=0^\circ$ 에서 Fig. 5(c)은 $\alpha=-12^\circ$ 의 경우로서 각각 移送을 0.05mm/rev, 0.1mm/rev 및 0.2mm/rev에서變化시킴으로서 工具의 上面傾斜角 變化 및 移送變化에 대한 影響을 考察하고자 하였다.

3.1. 移送 및 上面傾斜角 變化에 의한 光彈性的 現象

本節에서는 移送 및 上面傾斜角을 變化시켰을 때의 應力分布關係를 表示한 것이다, 이때의 切削條件은 切削速度 15mm/min, 切削깊이 $t=2.0\text{mm}$ 로 하고 移送 0.05mm/rev, 0.1mm/rev, 및 0.2mm/rev에서 上

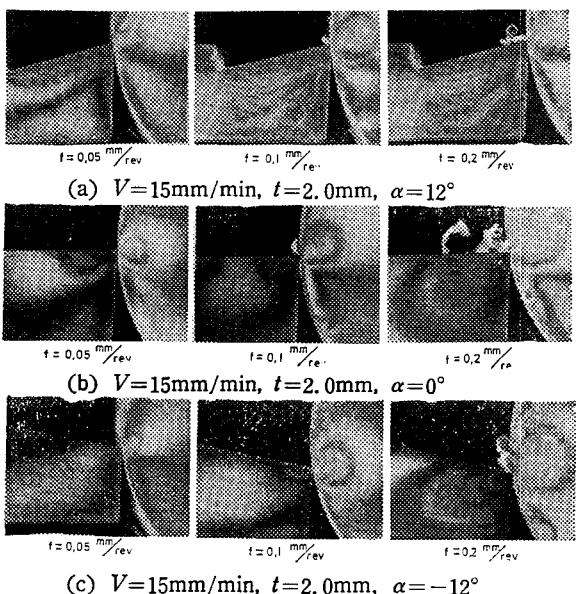


Fig. 5 Experimental results of isochromatic fringe patterns.

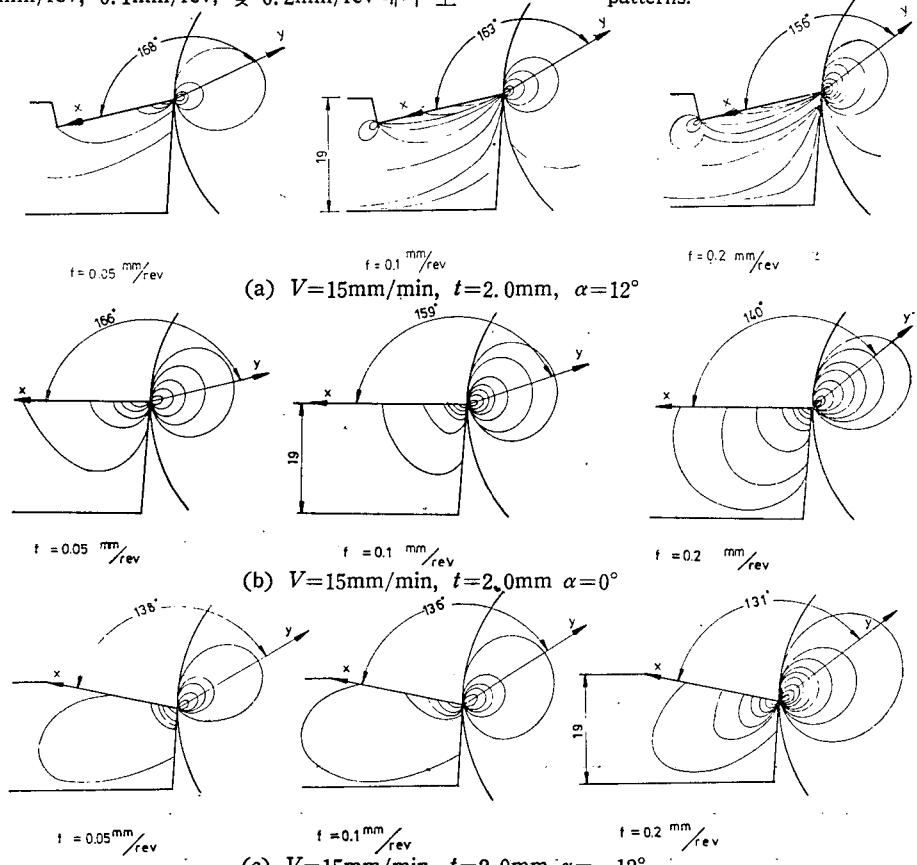


Fig. 6 Measurement and line of isochromatic fringe patterns.

面傾斜角 $\alpha=12^\circ$ (Fig. 6(a)), $\alpha=0^\circ$ (Fig. 6(b)), $\alpha=-12^\circ$ (Fig. 6(c)) 일 때의 等色線으로 나타나는 Fig. 5(a), Fig. 5(b), Fig. 5(c)를 测定하여 表記한 것이다. 여기에서 被削材에 나타나는 等色線方向은 上面傾斜角의 變化에 따라서 달라지며 또한 移送의 增加에 따라

서 切削工具面에 對한 角度는 減少하고 있음을 알 수 있고, 주어진 移送값에 도달한 후에는 等色線現象값의 變化는 없었다. 이 方向을 基準으로 하여 工具面上을 X, 被削材 等色線上을 Y로서 Table 3과 Table 4에 그 값을 수록하였다. 工具의 측면에서 살펴보면 上面

Table 3 Numerical data for experimental results to $\sigma_1 - \sigma_2$ of cutting tool.

No.	x	f	$V=15\text{mm/min}$			$t=2.0\text{mm}$			$(\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2})$			
			$\alpha=12^\circ$			$\alpha=0^\circ$			$\alpha=-12^\circ$			
			α	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2
1	0	0.557	0.557	0.780	0.892	0.892	0.780	0.892	0.892	0.557	0.780	0.892
2	1.5	0.468	0.468	0.762	0.874	0.874	0.645	0.750	0.750	0.385	0.560	0.715
3	3.1	0.388	0.388	0.720	0.825	0.825	0.455	0.602	0.602	0.262	0.406	0.545
4	4.7	0.312	0.312	0.675	0.772	0.772	0.334	0.485	0.485	0.165	0.285	0.415
5	6.3	0.256	0.256	0.625	0.740	0.740	0.247	0.390	0.390	0.120	0.212	0.334
6	7.9	0.213	0.213	0.608	0.698	0.698	0.175	0.315	0.315	0.075	0.136	0.275
7	9.5	0.189	0.189	0.590	0.670	0.670	0.126	0.267	0.267	0.055	0.085	0.223
8	11.1	0.154	0.154	0.574	0.640	0.640	0.095	0.225	0.225		0.050	0.184
9	12.7	0.135	0.135	0.565	0.615	0.615	0.075	0.202	0.202		0.040	0.154
10	14.3	0.120	0.120	0.550	0.590	0.590	0.065	0.175	0.175		0.030	0.136
11	15.9	0.115	0.115	0.530	0.580	0.580	0.055	0.150	0.150		0.020	0.110
12	17.5	0.110	0.110	0.525	0.575	0.575	0.050	0.135	0.135			0.092
13	19.1	0.095	0.095	0.520	0.565	0.565	0.040	0.115	0.115			0.070
14	20.7	0.092	0.092	0.515	0.562	0.562	0.035	0.110	0.110			0.066
15	22.2	0.089	0.089	0.510	0.560	0.560	0.034	0.095	0.095			0.045
16	23.8	0.087	0.087	0.558	0.558	0.558						

Table 4 Numerical data for experimental results to $\sigma_1 - \sigma_2$ of work piece.

No.	x	f	$V=15\text{mm/min}$			$t=2.0\text{mm}$			$(\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2})$			
			$\alpha=12^\circ$			$\alpha=0^\circ$			$\alpha=-12^\circ$			
			α	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2	0.05	0.1	0.2
1	0	0.557	0.557	0.780	0.892	0.892	0.780	0.892	0.892	0.557	0.780	0.892
2	1.5	0.295	0.295	0.475	0.685	0.685	0.230	0.567	0.567	0.405	0.627	0.782
3	3.1	0.192	0.192	0.325	0.495	0.495	0.165	0.398	0.398	0.290	0.452	0.650
4	4.7	0.125	0.125	0.205	0.330	0.330	0.120	0.284	0.284	0.198	0.330	0.500
5	6.3	0.085	0.085	0.145	0.225	0.225	0.085	0.206	0.206	0.140	0.265	0.384
6	7.9	0.076	0.076	0.085	0.165	0.165	0.070	0.145	0.145	0.105	0.184	0.300
7	9.5	0.057	0.057	0.054	0.108	0.108	0.065	0.085	0.085	0.084	0.125	0.220
8	11.1	0.035	0.035	0.035	0.076	0.076	0.055	0.062	0.062	0.068	0.074	0.165
9	12.7	0.025	0.025	0.025	0.064	0.064	0.034	0.043	0.043		0.062	0.105
10	14.3	0.024	0.024	0.020	0.045	0.045		0.038	0.038		0.045	0.085
11	15.9			0.018	0.040	0.040		0.035	0.050			0.065
12	17.5			0.018	0.028	0.028			0.042			0.054
13	19.1				0.020	0.020			0.038			0.048
14	20.7					0.028			0.028			0.038

傾斜角 12° 의 경우에서는 應力線이 날끝에서부터 잘 발달되어 있으나 $\alpha=0^\circ$ 및 $\alpha=-12^\circ$ 로 될 수록 날끝에서부터 일부 떨어진 부위에서 應力線現象을 읽을 수 있다. 即 이것은 變形이 크기 때문에 나타나는 現象으로서 塑性變形領域임을 말해 준다.

應力分布의 現象은 移送의 값이 커질수록 工具에 미치는 應力이 커짐을 알 수 있다. 또한 移送의 값이 커짐에 따라 應力分布가 工具의 先端으로부터 커지며 上面傾斜角 0° 와 -12° 에서는 應力集中現象이 工具刃先 끝 부위에 나타난다. 被削材 축면에서 보면 어느 것이나 加工表面部位에 약간의 殘留應力이 나타나며 특히 上面傾斜角 -12° 에서는 殘留應力이 뚜렷하여 확실하게 그 分布擴散倾向을 읽을 수 있다. 어느 경우에서나 被削材에 있어서의 殘留應力은 切削時의 切削應力에 比較하여 작은 값으로 나타나며 그 層의 깊이는 절삭깊이에 比하여 크게 나타남을 알 수 있다. 이것은 切削이 順調로 이루어지는 것이 아니라 被削材料가 粘性이 있으므로 工具의 前方傾斜面에 粘着되어 그 傾斜面에 따라서 急速히 流動되지 않아 이로 인하여 刀先에 應力이 集積되고, 工具 선단의 傾斜面에 슬라이딩이 잘되지 않아 殘留應力의 積蓄現象이라고 생각된다.

3.2. 切削工具面上의 應力分布(X-軸)

本節에서는 $V=15\text{mm/min}$, $t=2.0\text{mm}$ 를 일정하게 하고 上面傾斜角과 移送을 각각 $\alpha=12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=-12^\circ$ 및 $f=0.05\text{mm/rev}$, $f=0.1\text{mm/rev}$, $f=0.2\text{mm/rev}$ 로 變化시켰을 경우의 工具面上에 나타나는 應力分布값을 Table 3을 기초로 하여 Fig. 7에 나타내었다. 여기에서 chip이 被削材와 分離하는 領域의 圓弧中央部에서 最大應力이 나타내고 移送에 따라서 각各 工具先端에 $f=0.05\text{mm/rev}$ 에서 $0.557\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}$, $f=0.1\text{mm/rev}$ 에서 $0.780\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}$ 및 $f=0.2\text{mm/rev}$ 에서 $0.892\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}$ 로 最大應力값이 나타나며 被削材는 그 位置에서 破斷됨을 알 수 있다. Fig. 7에서 보는 바와 같이 移送 및 工具上面傾斜角에 따라서 應力分布狀態는 多樣한 樣相을 볼 수 있으며 $f=0.05\text{mm/rev}$ 에서는 어느 경우의 α 에서나 刀先部分에서는 急激히 減少하고 그 以後는 원만하게 감소되며 $\alpha=12^\circ$ 와 같이 工具上面傾斜角이 크면 $f=0.1\text{mm/rev}$ 및 $f=0.2\text{mm/rev}$ 에서와 같이 應力分布는 上面傾斜角 $\alpha=12^\circ$ 의 필렛(fillet)部까지 擴散維持된다. 이러한 應力分布의 現象은 $\alpha=0^\circ$ 및 $\alpha=-12^\circ$ 에서도 科送의 增加에 따라 應力分布의 擴散現象을 나타내고 있으나, 특히 $\alpha=$

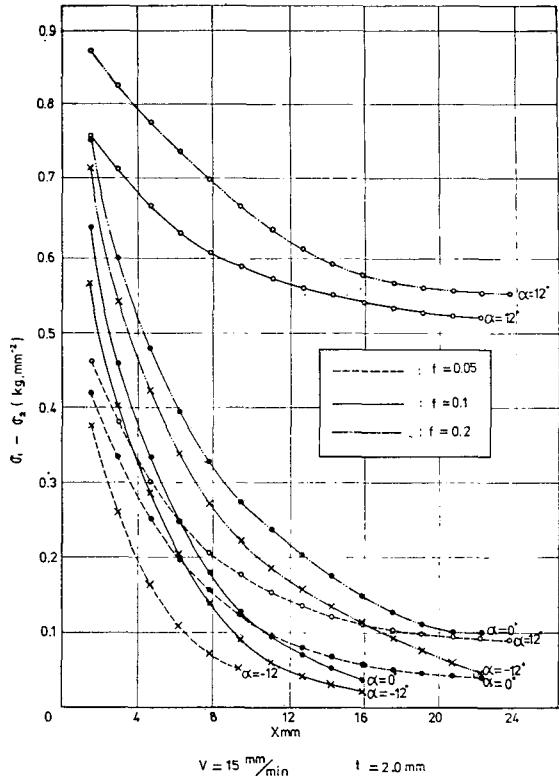


Fig. 7 Stress of X-axis on the cutting tool.

12° 에서는 上面傾斜角 필렛부에 應力分布分散의 現象이 두드러지게 나타남을 알 수 있다. 이것은 刀先부와 上面傾斜角 終止部의 應力集中分配로서 實際加工時 上面傾斜角 終止部를 中心으로 한 工具自體의 曲曲現象이 豐想되는 現象으로서 切削工具의 떨림을 發生시킴으로 切削工具의 實際設計에서는 上面傾斜角 設定에考慮할 必要가 있다는 것을 光彈性的으로 證明하였다.

3.3. 切削部位附近의 被削材에 대한 應力狀態

本節에서는 切削加工時의 被削材에 나타나는 應力狀態를 검토하기 위하여 Table 4를 기초로 하여 Fig. 8에 나타내었다. 切削加工時 被削材에 나타나는 主應力은 $f=0.05\text{mm/rev}$ 에서 $0.557\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}$, $f=0.1\text{mm/rev}$ 에서 $0.780\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}$ 및 $f=0.2\text{mm/rev}$ 에서 $0.892\text{kg}\cdot\text{mm}^{-2}$ 의 값을 나타내고 있다. 被削材上에 나타나는 應力分布는 切削工具面上에 나타나는 應力分布와 달리 移送 및 上面傾斜角 變化에 따라 어느 경우에서나 剪斷部位 前方部分에서 急激히 減少하나 一定거리 以後에서 원만한 應力分布를 갖고 있다. 被削材에 미치는 應力分布는 α 의 角에 따라서 工具의 影響에 比하여 반대 現象으로 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉

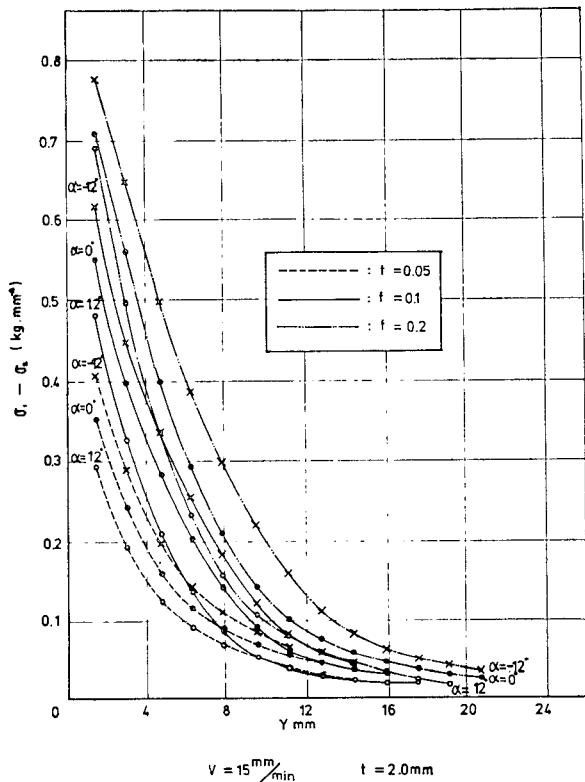


Fig. 8 Stress of Y-axis on the work piece.

침이 被削材와 分離하는 領域의 圓弧中心部에 있어서最大應力を 나타내고 그 값은 切削工具刃先部分의 값과 같은 값이며 α 의 變化에 대한 被削材에 미치는應力은 $\alpha=-12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=12^\circ$ 의 順으로 나타나며 $\alpha=-12^\circ$ 의 경우는 $\alpha=12^\circ$ 의 경우에 비하여 約 2倍의 應力分布現象이 나타남을 알 수 있다. 이것은 物理的으로 上面傾斜角 角度에 따라서 被削材에 나타나는 특성으로서 $\alpha=12^\circ$ 의 上面傾斜角 工具는 chip의 生成이 $\alpha=-12^\circ$ 에 비하여 流動의이고 摩擦係數가 적기 때문이다라고 생각된다.

4. 結論

切削工具와 被削材를 光彈性 模型材料에 의하여 實驗한 결과 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 光彈性 實驗장치에 의하면 現在까지의 靜的인 應力分布測定에서 動的인, 즉 切削加工中에 工具와 被削材內部의 應力分布를 测定解析할 수 있다.

2) 切削加工에 있어서 工具 및 被削材에 나타나는最大應力은 工具刃先先端部分이より 先端部分에서의 工具면과 被削材면에 나타나는最大應力값은 같다.

3) 切削工具 및 被削材의 一定部位에 대한 應力은切削工具에 있어서는 $\alpha=12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=-12^\circ$ 의 순으로, 被削材에 대하여서는 반대로 $\alpha=-12^\circ$, $\alpha=0^\circ$, $\alpha=12^\circ$ 의 순으로 分布됨을 알 수 있다.

參考文獻

- Geoffrey Boothroyd, Fundamentals of Metal Machining and Machine Tools, International student Edition, pp. 61—91, 1975
- G. Würtemberger, D. pforzheim, Fachkunde für Metallverarbeitende Berufe, Verlag Europalehrmittel, pp. 207—210, 1979
- Alfred Reichard, Fertigungstechnik (I), Handwerk und Technik, pp. 72 —100, 1980
- Warnecke, Ueber die Zerspanbarkeit von Stahl und Gußeisen, VDI, pp. 311—318, 1978
- Georges, Einsatz Hochharter polykrystalliner schneidstoffe zum Drehen und Fräsen, Doktorarbeit, von der Fakultaet für Maschinenwesen der Uni. Hannover, 1979
- Gustav Vieregge, Zerspanung der Eisenwerkstoffe, Verlag stahleisen, M.B.H/Düsseldorf, pp. 1—33, 1970
- Schwerd F., Was ist und wie entsteht ein Flußspann? Techn. Zbl. Prakt. Metallbearb, pp. 745/49—751, 1936
- 三木 外, 光彈性 學會 論文集, pp. 99—110, 1972
- 三木 外, 光彈性 學會 論文集, pp. 101—104, 1981
- 三木 外, 生成中の 切屑と 工具の 接触面に 生ずる 應力分布の 解析, 久留米大學 論文集, pp. 26—34, 1982
- G.S. Holister, Experimental stress Analysis, pp. 138—209, 1967
- F.R. Shanley, Mechanics of Materials, pp. 81—94, 1967
- Richard G. Budynas, Advanced strength and Applied Stress Analysis, pp. 349—415, 1977