

<論 文>

수평평판 위의 혼합대류 열전달 계산을 위한  
4-방정식 모델의 개발

성 형 진\* · 정 명 균\*

(1983년 3월 19일 접수)

Development of Four-Equation Turbulence Model for Prediction  
of Mixed Convective Heat Transfer on a Flat Plate

Hyung Jin Sung and Myung Kyoon Chung

Abstract

The mixed convective heat transfer problems are characterized by the relatively significant contribution of buoyancy force to the transport processes of momentum and heat. Past analytical studies on this kind of problems have been carried out by employing either the conventional  $k-\epsilon$  turbulence model which includes constant turbulent Prandtl number  $\sigma_t$  or an extended  $k-\epsilon$  turbulence model which takes account of the buoyancy effect in appropriate length scale equations. But in the latter case, the temperature variance  $\overline{\theta^2}$  is approximated by a model under local equilibrium condition and the time scale ratio between velocity and temperature is assumed to be constant. These approximation is known to break down when the buoyancy effect is dominant. The present study is aimed at development of new computational turbulence closure level which can be applied to this rather complex turbulent process. The temperature variance is obtained directly by solving its dynamic transport equation and the time scale ratio which is variable in space is computed by a solution of a dynamic equation for the rate of scalar dissipation  $\epsilon_\theta$ . It was found that the computational results are in good agreement with available experimental data of wide range of unstable conditions.

1. 서 론

가열된 평판 위를 평행하게 흐르는 수평 경계층 유동에서 온도는 단지 속도에 수반되는 수동적인 양(passive scalar)으로 생각하고, 온도의 동적 영향은 거의 없는 것으로 가정되어 왔다. 따라서, 일반적인

강제 대류 열전달 현상에서의 온도분포는 속도장에 의해 규명되는 난류전단응력( $-\overline{\rho u_i u_j}$ )에 난류 프란틀수( $\sigma_t$ )를 정의하여 예측하여 왔다.

그러나, 온도차가 상당히 커져서 열적으로 성층화(stratification)되면, 유체내의 밀도차에 의하여 야기되는 부력(buoyancy force)이 난류장에 미치는 영향을 무시할 수 없다. 더욱이 속도가 상대적으로 느린 경우, 부력은 난류 구조(turbulence structure)에 지배적인 영향을 미치게 된다.

\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

난류 경계층 내에서 이와 같은 부력의 영향에 대해서는 대기 경계층에 대한 연구<sup>(11)</sup>와 함께, 실험실적 고찰로서 많은 연구<sup>(12-5)</sup>가 수행되어 왔다.

이에 대한 해석적 연구(수치적 계산)도 병행되어, Panofsky<sup>(1)</sup>는 속도장의 혼합거리에 Monin-Oubukhov의 감쇄(damping)식(식 30 참조)을 이용하여 부력의 영향을 대기 경계층에 대한 실험들과 비교, 검토하였다. 요즈음은 이러한 실험적 경험치인 혼합거리 모델에서 나아가 보다 일반적인 난류의 동적 구조를 지배하는 난류전달 방정식( $k-\varepsilon$  모델)<sup>(6)</sup>으로부터 난류에 대한 부력의 영향을 해석<sup>(7)</sup>하고 있다.

즉, 난류전단응력과 난류열전달( $-\overline{w'u\theta}$ )량들을 직접 부력항이 포함된 각각의 전달방정식을 이용하여 구할 수 있다. 그러나 이런 고차 모델 방법들은 높은 차수의 난류항에 대한 모델 선정의 부정확성과 계산상의 경제성 등의 문제를 수반한다.

현재 가장 많이 사용되고 있는 고차난류모델 방법은  $k-\varepsilon$  모델로서 난류장의 특성 거리와 특성 시간을 난류운동에너지  $k$ 와 난류에너지 소멸율  $\varepsilon$ 에 의해서 결정하고 있다. 여기에 온도장의 변화가 포함되는 경우는 열적 특성거리와 시간이 속도장의 값들과 일정한 비례로 변한다고 가정하고 있으며, 그 비례 즉, 온도장의 특성시간의 속도장에 대한 비( $R$ )를 Launder와 Rodi<sup>(8,9)</sup>는  $R=0.8$ 로 가정하고 계산을 하였다. 그러나, Warhaft와 Lumley<sup>(10)</sup>는 grid에 의해 생성되는 난류장에서 0.4에서 1.5까지 변하는 것을 관찰했으며, Béguier 등<sup>(11)</sup>은 많은 연구자들의 실험결과들을 재해석하여  $R$ 이 0.35-0.6 사이에서 변하고 있음을 보여주고 있다. 부력의 영향이 무시될 수 없이 큰 유동에 대한 계산 모델의 개발에 있어서, Launder<sup>(8)</sup>는 잘 발달된 얇은 경계층 유동인 경우 난류전단응력과 난류열전달 방정식에서 대류 전달량과 확산 전달량은 평형을 이루어 서로 상쇄된다고 가정하여, 이들 두 난류량들과 속도구배, 온도구배 그리고  $k, \varepsilon$  사이에 대수 관계식(algebraic relation)을 제안하였다. 여기서 비교적 레이놀즈수( $Re$ )가 높고, 국소적으로 등방성인 경우 그리고 평균전단과 부력에 의한 난류운동에너지 생성( $P+G$ )은 그에 대한 소멸율( $\varepsilon$ )과 같다는 국소평형조건(local equilibrium condition)인 경우 난류전단응력은 Kolmogorov-Prandtl의 관계식( $\nu_t \sim k^2/\varepsilon$ )을 이용한 와점성계수모델(eddy viscosity model)로 표현되어짐을 보여주고 있다<sup>(9)</sup>.

부력계수  $B$ (식 23)를 이용할 경우에도 와점성계수 모델<sup>(7)</sup>로 표현되어 보다 경제적이고, 실제 실험치에

잘 접근하는 모델로 평가되고 있다<sup>(9)</sup>.

수평 경계층 유동인 경우, 벽면의 존재에 의한 벽면의 효과<sup>(9,12)</sup>가 상당하며, 또한 부력이 크게 작용될 경우, 부력은 속도의 수직속도성분( $\overline{v^2}$ )에 직접 난류 에너지를 주입시키기 때문에 벽면에 수직인 난류 성분에 대한 고려가 중요한 요소로 이해되고 있다. 이에 대하여 Daly와 Harlow<sup>(12)</sup>가 처음으로 벽면 효과를 고려하는 함수  $f$ 를 도입하여 2차원 관유동을 해석하였다. Shir<sup>(12)</sup>는 이와 유사한 형태의 수정함수를 사용하여 벽면의 영향을 고려하였고, Rodi<sup>(9)</sup>는 벽젯트에서 경계벽이 수직난류 성분에 미치는 영향을 보다 직접적으로  $\overline{v^2}$ 에 대한 모델 자체에 도입하여 사용하였다.

밀판의 가열로 인한 불안정한 상태에서 부력은 난류 강도를 증가시키고, 이 증가된 난류강도는 온도의 난류성분( $\overline{\theta^2}$ : 평균자승온도 변화)에 큰 영향을 미치기 때문에  $\overline{\theta^2}$ 는 모델에 의한 간접적인 평가보다는 직접  $\overline{\theta^2}$ 의 전달방정식으로부터 계산할 필요가 있다. 이는  $\overline{\theta^2}$ 와 그에 대한 소멸율인  $\varepsilon_\theta$ 가 난류확산전달에 크게 영향을 주며<sup>(13)</sup>, 따라서  $\overline{\theta^2}$ 와  $\varepsilon_\theta$ 의 전달방정식의 해는 시간과 장소에 따라 변하는 온도장의 난류시간( $\equiv \overline{\theta^2}/\varepsilon_\theta$ )을 보다 정확히 줄 수 있을 것이다.

본 연구에서는 비교적 강하게 가열된 평판 위로 평행하게 공기가 유동할 때 부력이 난류 구조에 큰 영향을 미치는 경우에 대하여, 각 난류전달방정식( $k, \varepsilon, \overline{\theta^2}$  그리고  $\varepsilon_\theta$ )들을 평균 유동방정식들과 동시에 해석하여(이후 4 eqn. 모델로 명명), 부력이 난류 구조에 어떠한 영향을 미치는가를 수치적으로 밝히고자 한다. 이와 함께 벽면함수( $f$ )와 경계조건은 다르지만 Ljuboja와 Rodi<sup>(9)</sup>의 수평부력벽 젯트에서 이용한  $k-\varepsilon$  모델(이후 2 eqn. 모델로 명명)을 이용한 결과와 비교·분석하여 4 eqn. 모델의 사용 필요성을 검토하여 보았다. 다음은 부력효과를 포함하는 수평평판 경계층에서의 평균유동방정식과 사용한 난류모델, 벽면효과를 고려할 때 국소평형지점에서 벽공간과 경계층 내부 유동과의 연결(matching)방법, 수치해석 그리고 해석결과를 서술하였다.

## 2. 수학적 해석

### 2.1. 평균 유동방정식

2차원 수평평판 경계층 유동에서의 평균속도와 온도분포를 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$\text{연속방정식} \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{운동방정식} \quad \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} \\ = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \overline{uv} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{에너지방정식} \quad \rho U \frac{\partial T}{\partial x} + \rho V \frac{\partial T}{\partial y} \\ = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \alpha \frac{\partial T}{\partial y} - \rho v \overline{\theta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{상태방정식} \quad \rho = \rho(T) \quad (4)$$

여기서  $U, V, T$ 와  $u, v, \theta$ 는  $x, y$  방향에 따른 속도와 온도의 평균치와 난류값이고,  $\mu, \alpha$ 는 유체의 점성계수와 열확산계수이다. 경계층 내의 점성저층(viscous sublayer) 바깥에서 자유표면까지에는 분자운동에 의한 전달량인  $\mu \frac{\partial U}{\partial y}$ ,  $\alpha \frac{\partial T}{\partial y}$ 는 무시할 수 있는 적은 양이지만, 점성저층 내부에서는 상당히 큰 양이므로 지배 방정식에 그대로 포함시켰다. 운동방정식에서 유동 방향에 따라 압력변화는 없으므로 밀도는 단지 온도만의 함수<sup>(14)</sup>가 된다. 이 운동방정식과 에너지방정식의 해를 위하여는 난류 전달 응력과 난류열전달에 대한 모델이 필요하게 된다.

## 2.2. 난류 모델

Navier-Stokes 방정식과 에너지방정식을 기본으로 하여 유도되는 난류전단응력과 난류열전달에 대한 전체 전달방정식은 대류항과 함께 확산전달항, 점성소멸항 그리고 압력-변형항들을 포함하게 된다. 이들 중 난류 모델에서 중요한 항은 압력-변형항으로서 다음과 같다.

$$\pi_{ij} = \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$\pi_{i\theta} = \frac{p}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (6)$$

실험적 관찰에 의하면, 이 항들은 난류구조의 이방성(anisotropy)을 동방성(isotropy)인 상태로 유도하는 작용을 하며, 다음과 같이 3개의 항으로 나누어 생각한다.

$$\pi_{ij} = \pi_{ij,1} + \pi_{ij,2} + \pi_{ij,w} \quad (7)$$

$$\pi_{i\theta} = \pi_{i\theta,1} + \pi_{i\theta,2} + \pi_{i\theta,w} \quad (8)$$

식(7)의 첫째항인  $\pi_{ij,1}$ 은 속도 난류장 자체 내의 상호관계로 관성효과에 의한 등방성 환원형상이며,  $\pi_{ij,2}$ 는 속도장의 평균변형과 압력의 요동성분과의 상호작용에 의한 등방성으로의 환원(return to isotropy)을 나타내고 있다.

$\pi_{ij,1}$ 과  $\pi_{ij,2}$ 에 대해서는 각각 다음과 같이 Rotta<sup>(9)</sup>와 Launder 등<sup>(12)</sup>의 모델을 사용한다.

$$\pi_{ij,1} = -C_1 \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \pi_{ij,2} = C_2 \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \\ + C_3 \frac{1}{T} \left( g_i \overline{u_i \theta} + g_j \overline{u_j \theta} - \frac{2}{3} \delta_{ij} g_i \overline{u_i \theta} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$\pi_{i\theta,1}$ 과  $\pi_{i\theta,2}$ 에 대해서는 속도장에 대한 것과 유사한 관계로 Gibson과 Launder<sup>(12)</sup>에 따라 다음과 같이 근사시킨다.

$$\pi_{i\theta,1} = -C_{1\theta} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \overline{u_i \theta} \quad (11)$$

$$\pi_{i\theta,2} = C_{2\theta} \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + C_{3\theta} \frac{g_i}{T} \overline{\theta^2} \quad (12)$$

벽면의 존재는 압력장에 큰 영향을 주는데 이는 벽면에 평행한 방향에서 수직인 방향으로 난류에너지의 전달을 방해하기 때문이다. 마지막 항인  $\pi_{ij,w}$ 와  $\pi_{i\theta,w}$ 는 압력에 대한 프와송 방정식에서 표면 적분에 해당되는 것으로서 경계벽의 존재는 식(7), (8)의 처음 두 항의 작용을 억제 또는 촉진시키는 역할을 하기 때문에 일종의 감쇄함수  $f$ 를 도입하여 이 효과를 표시한다.

**Table 1** Wall proximity function of  $\pi_{ij,w}$  and  $\pi_{i\theta,w}$ .

$$\begin{aligned} \pi_{ij,w} = C_1' \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left\{ \overline{u_n^2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_i} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_j} \delta_{ni} \right\} f \\ + C_2' \left\{ \pi_{n n, a} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \pi_{n i, a} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \pi_{n j, a} \delta_{ni} \right\} f \\ + C_3' \left\{ \pi_{n n, b} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \pi_{n i, b} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \pi_{n j, b} \delta_{ni} \right\} f \\ \pi_{i\theta,w} = -C_{1\theta}' \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \overline{u_n \theta} \delta_{ni} f - C_{2\theta}' C_{2\theta} \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \delta_{ni} f \\ - C_{3\theta}' C_{3\theta} \frac{g_n}{T} \overline{\theta^2} \delta_{ni} f \end{aligned}$$

where  $\pi_{i, a} = C_2 \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right)$   
 $\pi_{i, b} = C_3 \frac{1}{T} \left( g_i \overline{u_i \theta} + g_j \overline{u_j \theta} - \frac{2}{3} \delta_{ij} g_i \overline{u_i \theta} \right)$

그 결과가 Table 1에 정리되어 있다. 본 연구에서 사용한 감쇄 함수  $f$ 는 Ljuboja와 Rodi<sup>(9)</sup>에 의해 제안된 식에 부력의 효과를 가미하여

$$f = \frac{k^{3/2}}{c_w y \varepsilon} (1 - R_f)^{1/4} \quad (13)$$

을 사용하였다( $c_w = 3.72$ ). 여기서  $R_f$ 는 flux Richardson 수로 다음과 같이 정의된다.

$$R_f = -G/P, \quad \left( P = -\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad G = -\frac{g}{T} \overline{v\theta} \right) \quad (14)$$

이상과 같은 자 압력-변형항이 부력의 효과와 벽면의

Table 2 2-dimensional transport equations for turbulence correlations.

Variable	Convection	Diffusion	Mean-field production	Buoyancy production	Viscous destruction	Pressure-strain	
						Wall effect	Buoyancy effect
$\overline{uv}$	$\frac{D\overline{uv}}{Dt}$	$D(\overline{uv})$	$-\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y}$	$\frac{g}{T} \overline{u\theta}$		$-C_1 \frac{\epsilon}{k} \overline{uv} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{C_1'}{C_1} f\right)$ $+ C_2 \left(1 - \frac{3}{2} C_2' f\right) \overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y}$	$-C_3 \frac{g}{T} \overline{u\theta}$
$\overline{v^2}$	$\frac{D\overline{v^2}}{Dt}$	$D(\overline{v^2})$		$\frac{2g}{T} \overline{v\theta}$	$-\frac{2}{3} \epsilon$	$-C_1 \frac{\epsilon}{k} \left\{ \left(1 + 2 \frac{C_1'}{C_1} f\right) \overline{v^2} - \frac{2}{3} k \right\}$ $-\frac{2}{3} C_2 (1 - 2C_2' f) \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}$	$-\frac{4}{3} C_3 \frac{g}{T} \overline{v\theta}$
$\overline{u\theta}$	$\frac{D\overline{u\theta}}{Dt}$	$D(\overline{u\theta})$	$-\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} - \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y}$			$-C_{1\theta} \frac{\epsilon}{k} \overline{u\theta} + C_{2\theta} \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y}$	
$\overline{v\theta}$	$\frac{D\overline{v\theta}}{Dt}$	$D(\overline{v\theta})$	$-\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y}$	$\frac{g}{T} \overline{\theta^2}$		$-(C_{1\theta} + C_{1\theta}' f) \frac{\epsilon}{k} \overline{v\theta}$	$-C_{3\theta} \frac{g}{T} \overline{\theta^2}$
$k$	$\frac{Dk}{Dt}$	$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right)$	$-\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}$	$\frac{g}{T} \overline{v\theta}$	$-\epsilon$		
$\epsilon$	$\frac{D\epsilon}{Dt}$	$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right)$	$-C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}$	$-C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} (1 - C_{\epsilon 3}) \frac{g}{T} \overline{v\theta}$	$-C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k}$		
$\overline{\theta^2}$	$\frac{D\overline{\theta^2}}{Dt}$	$\frac{\partial}{\partial y} \left( C_{\theta 0} \frac{\epsilon}{k} \overline{v^2} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial y} \right)$	$-2\overline{v\theta} \frac{\partial T}{\partial y}$		$-2\epsilon_\theta$		
$\epsilon_\theta$	$\frac{D\epsilon_\theta}{Dt}$	$\frac{\partial}{\partial y} \left( C_{\epsilon\theta} \frac{\overline{\theta^2}}{\epsilon_\theta} \overline{v^2} \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial y} \right)$	$C_M(P+G) \frac{\epsilon_\theta}{k}$	$-1.96\overline{v\theta} \frac{\epsilon_\theta}{\overline{\theta^2}} \frac{\partial T}{\partial y}$	$-0.8 \frac{\epsilon\epsilon_\theta}{k}$ $-2.0 \frac{\epsilon_\theta^2}{\overline{\theta^2}}$		

Table 3 Constants in the turbulence model<sup>(12,19)</sup>.

$C_1=1.8,$	$C_1'=0.6,$	$C_2=0.6,$	$C_2'=0.3,$	$C_3=0.6,$	$C_{1\theta}=3.0$
$C_{1\theta}'=0.5,$	$C_{2\theta}=0.5,$	$C_{3\theta}=0.5$	$C_\theta=0.13,$	$\sigma_k=1.0,$	$\sigma_\epsilon=1.3$
$R=0.8,$	$C_{\epsilon 1}=1.44,$	$C_{\epsilon 2}=1.92,$	$C_{\epsilon 3}=0.8,$		$B_\epsilon=0.40$

영향을 고려한 모델 방정식이 Table 2에서 사용된 계수들은 Table 3에 나타나 있다. 이들 모델 방정식은 다음과 같은 일반 형태를 갖고 있다.

$$\frac{D\phi}{Dt} = D(\phi) + P(\phi) - E(\phi) \quad (15)$$

대류
확산
생성
소멸

전달

여기서 대류항은 외부로부터 주어진 제어 체적으로 난류량  $\phi$ 가 유입되는 정도를 가리키며, 반면에 확산 전달항은 난류 혼합과 압력요동에 의해서 난류량  $\phi$ 가 제어체적 바깥으로 확산되어 나가는 양을 가리킨다. 이와 반면에 생성항과 소멸항은 제어체적 내부에서의 생성 또는 소멸의 정도를 가리키고 있다. 만일 외부로부터 대류에 의하여  $\phi$ 가 전달되어 들어오는 양이 확산되어 나가는 양과 같을 경우 제어체적 내의 생성량과 소멸량이 같게 되며 이 상태를 우리는 국소평형상태라

고 하고, 그렇지 못할 경우 국소비평형상태라고 한다. 일반적으로 경계벽으로부터 멀리 떨어진 난류장에서 국소평형상태가 이루어지며, 경계벽 주위에서는 비평형상태가 된다. Rodi<sup>(15)</sup>는 비평형상태의 난류전단응력에 대한 모델을 설정함에 있어서 제어 체적으로  $\overline{u_i u_j}$ 의 순수전달량(대류량과 확산전달량의 차이)은 난류운동에너지의 순수전달량에 비례한다고 가정하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} - D(\overline{u_i u_j}) &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left[ \frac{Dk}{Dt} - D(k) \right] \\ &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} [P + G - \epsilon] \end{aligned} \quad (16)$$

이 관계는 비평형상태에서의 난류전단응력  $-\overline{u_i u_j}$ 에 대한 모델을 제공한다. 그러나, 실제 계산에 의하면<sup>(9)</sup> 이와 같은 비평형모델은 경계벽효과가 가장 민감한 성

분인  $\bar{v}^2$ 을 제외하고는 국소평형가정에 의한 모델과 별개로 차이가 없을 뿐만 아니라 경계층 유동을 해석할 경우 다음 절에 설명할 연결기법(matching technique)을 사용하기에 대단히 복잡한 계산절차를 요구하기 때문에 본 연구에서  $-\bar{u}v$ 는 국소평형모델을 그리고  $\bar{v}^2$ 는 비평형모델을 적용하기로 한다. 마찬가지로 이유로 난류열전달  $-\bar{u}_i\theta$ 는 국소평형조건에서 유도된 다음과 같은 모델을 사용한다.

$$-\frac{\bar{u}v}{k} = \frac{\left(1 - C_2 + \frac{3}{2}C_2C_2'f\right)}{\left(C_1 + \frac{3}{2}C_1'f\right)} \frac{\varepsilon}{k} \frac{\bar{v}^2}{k} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{(1 - C_3)}{\left(C_1 + \frac{3}{2}C_1'f\right)} \frac{g}{T} \frac{\bar{u}\theta}{\varepsilon} \quad (17)$$

$$\frac{\bar{v}^2}{k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{C_1 - 1 + \frac{P+G}{\varepsilon} (C_2 - 2C_2C_2'f)}{C_1 + 2C_1'f} + \frac{G}{\varepsilon} \frac{(3 - C_2 - 2C_3 + 2C_2C_2'f)}{+ \frac{P+G}{\varepsilon} - 1} \quad (18)$$

$$-\bar{u}\theta = \frac{1}{C_{10}} \frac{k}{\varepsilon} \bar{u}v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{(1 - C_{20})}{C_{10}} \frac{k}{\varepsilon} \bar{v}\theta \frac{\partial U}{\partial y} \quad (19)$$

$$-\bar{v}\theta = \frac{1}{(C_{10} + C_{10}'f)} \frac{k}{\varepsilon} \bar{v}^2 \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{(1 - C_{30})}{(C_{10} + C_{10}'f)} \frac{k}{\varepsilon} \frac{g}{T} \bar{\theta}^2 \quad (20)$$

위의 모델을 검토해 볼 때  $k$ 와  $\varepsilon$  그리고  $\bar{\theta}^2$ 와  $\varepsilon_0$ 의 값들을 알 수 있어야만 지배방정식(1)-(4)들의 해를 얻을 수 있다. 여기서  $k$ - $\varepsilon$  모델(2 eqn. 모델)이라 함은  $\bar{\theta}^2$ 와  $\varepsilon_0$ 는 적절히 모델을 설정하고  $k$ 와  $\varepsilon$ 의 지배방정식을 푸는 방법을 말하며, 4 eqn. 모델이라 함은 이들 네 난류량들의 각각의 지배방정식을 모두 푸는 경우를 가리킨다. 먼저  $k$ - $\varepsilon$  모델에 대해서 생각해 보자.

온도의 평균자승온도변화인  $\bar{\theta}^2$ 의 지배방정식에 국소평형의 가정을 적용하여<sup>(8)</sup>,  $\bar{\theta}^2$ 의 소멸율인  $\varepsilon_0$ 는 난류열전달과 온도구배의 곱으로 표시할 수 있다.

$$\varepsilon_0 = -\bar{v}\theta \frac{\partial T}{\partial y} \quad (21)$$

이 관계식과 속도와 온도의 난류시간 scale에 대한 비인  $R(=\varepsilon\bar{\theta}^2/\varepsilon_0 \cdot 2k)$ 를 이용하면 다음의 모델을 얻는다.

$$\bar{\theta}^2 = -2R\left(\frac{k}{\varepsilon}\right)\bar{v}\theta \frac{\partial T}{\partial y} \quad (22)$$

이를 식(20)에 대입하면, 난류전단응력과 난류열전달은 각각의 평균속도와 평균온도의 구배로써 표현할 수

있다.

$$-\bar{u}v = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y}, \quad -\bar{v}\theta = -\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (23)$$

여기서  $\nu_t$ 와  $\sigma_t$ 는 물리적으로 각각 와점성계수와 난류프란틀수를 표시하여 Table 4에 정리되어 있다.

**Table 4** Gradient-diffusion coefficients of  $-\bar{u}v$  and  $-\bar{v}\theta$ .

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu = \frac{\bar{v}^2}{k} \beta, \quad B = \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\beta = \frac{1 - C_2 + \frac{3}{2}C_2C_2'f}{C_1 + \frac{3}{2}C_1'f} \cdot \frac{1 - C_3}{1 - C_2 + \frac{3}{2}C_2C_2'f} \cdot \frac{1 - C_{20}\sigma_t B}{C_{10}}$$

$$\eta = \frac{1}{C_{10} + C_{10}'f + 2(1 - C_{30})RB}, \quad \sigma_t = \frac{\beta}{\eta}$$

Table 4에서  $B$ 는 부력계수로 (2.3)절에 설명할 gradient Richardson 수( $Ri$ )에 대략적으로 비례하는 값이다<sup>(9)</sup>.

온도차가 심한 불안정한 상태에서 부력은 상향의 난류열전달량( $\bar{v}\theta$ )을 크게 증가시키고(Table 2의  $\bar{v}\theta$  지배방정식 참조) 이 부력에 의한 증가분은 직접적으로  $\bar{\theta}^2$ 에 비례하므로,  $\bar{\theta}^2$ 의 정확한 평가가 필요하다. 모델식(22)에서 보면  $\bar{\theta}^2$ 은 온도구배에 비례하는데, 불안정 경계층 내부에서는 비평형 구역에서 가장 크기 때문에 국소평형조건에 의하여 유도된 모델은 이 부문에서 상당한 오차를 줄 것이다. 따라서 보다 정확한 예측을 위해서는  $\bar{\theta}^2$ 의 지배방정식을 직접 풀어야 한다. 이  $\bar{\theta}^2$  지배방정식에 나타나는 소멸항  $\varepsilon_0$ 은 모델(21식)을 사용할 수도 있다. 본 연구에서는 보다 더 일반성을 갖기 위하여  $\varepsilon_0$ 도 모델방정식을 이용하였다.

2차원 유동에 대한  $\bar{\theta}^2$ 와 그에 대한 소멸율인  $\varepsilon_0$ 에 대한 전달방정식은 다음과 같다<sup>(16,20)</sup>.

$$U \frac{\partial \bar{\theta}^2}{\partial x} + V \frac{\partial \bar{\theta}^2}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [-\bar{\theta}^2 v] - 2\bar{v}\theta \frac{\partial T}{\partial y} - 2\varepsilon_0 \quad (24)$$

$$U \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [-\varepsilon_0' v] - 0.8 \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{k} - 2.0 \frac{\varepsilon_0^2}{\bar{\theta}^2} - 1.96 \frac{\varepsilon_0}{\bar{\theta}^2} \bar{v}\theta \frac{\partial T}{\partial y} + C_\mu(P+G) \frac{\varepsilon_0}{k} + C_x(\bar{v}\theta^2 + \bar{u}\theta^2) \frac{\varepsilon^2}{k^3} \quad (25)$$

$\bar{\theta}^2$  방정식의 확산전달항을 단순구배형으로 가정하면<sup>(15)</sup>,

$$-\bar{\theta}^2 v = C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{\theta}^2}{\partial y} \quad (26)$$

이 되고,  $\epsilon_0$  방정식의 확산전달항에 대해서도, 단순구 배형으로 가정하면

$$-\overline{\epsilon_0'v} = C_{\epsilon_0} \frac{\overline{\theta^2}}{\epsilon_0} \overline{v^2} \frac{\partial \epsilon_0}{\partial y} \quad (27)$$

로 표시할 수 있다. Lumley 등<sup>(17)</sup>은  $\overline{\theta^2}$ 와  $\epsilon_0$ 가 아주 작은 크기의 eddy로 서로 잘 상관되어 있는 경우

$$\frac{\overline{\epsilon_0'v}}{\overline{\epsilon_0'v}} \sim \overline{\theta^2} \overline{v} \epsilon_0 / \overline{\theta^2} \quad (28)$$

의 관계가 된다고 하였으며, 따라서 식(27)에서의  $C_{\epsilon_0}$ 는

$$C_{\epsilon_0} = -(\overline{\theta^2} \overline{v} \epsilon_0 / \overline{\theta^2}) / (\overline{\theta^2} \overline{v^2} \frac{\partial \epsilon_0}{\partial y} / \epsilon_0) \quad (29)$$

로 정리된다. 수치계산을 통한 예비계산에서  $C_{\epsilon_0}$ 는 대체로 0.05에서 0.2까지 변하며, 수평경계층 내의 속도와 온도구배가 큰 벽면근처에서는 평균치가 대략 0.1임을 관찰하여 여기서는 모든 구간에 대하여  $C_{\epsilon_0} = 0.1$ 로 놓았다. 나머지  $\epsilon_0$  방정식의 생성항과 소멸항에 대한 모델의 설정은 Newman 등<sup>(20)</sup>이 균일한 난류장에서 수동적인 양인 온도의 분산에 관한 연구에서 제안된 모델에 난류에너지의 평균전단과 부력에 의해 생성되는 항( $C_w = 0.8$ )을 첨가하여 계산하였다. 마지막 항은 수치적인 균형항( $C_s = 0.1$ )으로 전체 source 항에서 무시될 수 있는 항이다. 부력은 난류확산전달에 큰 영향을 미치게 되는데, 이에 대해서는 각 확산전달항에서의 난류수직성분( $\overline{v^2}$ )에 부력항인  $C_{T_3} \frac{g}{T} \overline{v\theta} \frac{\overline{\theta^2}}{\epsilon_0}$  ( $C_{T_3} \approx 0.3$ )을 더하여 수정, 계산하였다<sup>(21)</sup>.

### 2.3. 경계조건과 수치해석

앞에 기술한 난류방정식( $k, \epsilon, \overline{\theta^2}$  그리고  $\epsilon_0$  방정식)들은 높은 레이놀즈수에서 거의 등방성인 난류유동에 대한 난류방정식들이다. 그러므로, 벽면 아주 가까이의 점성저층(viscous sublayer)에서는 이러한 난류모델의 적용이 불가하며, 이 구역에 대해서는 다른 모델이 필요하게 된다. 또 경계층 유동에서 중요한 인자 중의 하나인 표면전단응력( $\tau_w$ )에 가장 큰 영향을 미치는 지역도 바로 점성저층으로서 이 지점의 정확한 계산은 전체 경계층의 해석에 중요한 역할을 하게 된다. 일반적으로 난류에너지의 생성과 그에 대한 소멸율이 동일한 국소평형지점은 전단응력이 일정한 지점과 거의 일치하며, 이곳의 난류전단응력( $-\rho u\overline{v}$ )이 표면전단응력 값과 같으므로 표면전단응력에 대한 정확한 계산이 필요하다. 비교적 온도구배가 큰 점성저층에서 잘 맞는 모델로는 혼합거리 모델(Van Driest 모델)로서, 부력이 존재하므로 감쇄 함수<sup>(15)</sup>를 사용하여 수정하여 준다.

$$l = l_0(1 - 14R_i)^{-1/4} \quad (30)$$

여기서  $l_0$ 는 부력이 없는 경우의 혼합 거리이고, gradient Richardson 수  $R_i$ 는 속도와 온도구배와의 비로서 다음과 같이 정의된다.

$$R_i = -\frac{g(\partial T/\partial y)}{T(\partial U/\partial y)^2} \quad (31)$$

부력은 또한 난류 프란틀수( $\sigma_i$ )에도 영향을 미쳐

$$\sigma_i = \sigma_{i0}(1 + 3.33R_i)^{1.5} / (1 + 10R_i)^{0.5} \quad (32)$$

( $\sigma_{i0}$ : 부력이 없는 경우의 난류 프란틀수)

의 관계식이 널리 이용되고 있다<sup>(15)</sup>.

수평평판 경계층은 벽 가까이와 점성저층과 속도분포가 logarithmic 법칙을 따르는 지역 그리고 wake 법칙 구간으로 나눌 수 있는데, 본 수치해석에서 혼합거리모델과 고차모델 사용의 연결(matching)은 logarithmic 법칙구간의 초기지역에서 실시하였다. 즉, 벽에서 점성저층까지는 위의 수정된 혼합거리모델로써 계산하다가 이 국소평형지역에서 앞의 난류모델을 적용하게 되는데, 이 연결점( $y_c^+$ )은 밀면으로부터의 물질전달(mass transpiration) 혹은 유동방향에 따른 압력변화(압력구배)에 따라 조금씩 변하는 값이지만<sup>(18)</sup>, 대체로  $y_c^+$ 가 30에서 60 사이에 위치하였다. 연결점에서 난류운동에너지( $k_c$ )와 소멸율( $\epsilon_c$ )은

$$k_c = \left(\frac{B_c}{C_\mu}\right)_c^2 \left(\kappa l \frac{\partial U}{\partial y}\right)_c^2 \\ \epsilon_c = (B_\epsilon \kappa) k_c^{3/2} / l_c \quad (33)$$

로 놓았다. 여기서  $B_c$ 와  $C_\mu$ 는 Table 3과 Table 4에 있는 값이며,  $\kappa = 0.41$ 는 Von Karman 상수이다.

수평경계층유동에서 밀판의 경계조건은 밀판의 온도를 일정하게 유지해 주는 경우( $T = \text{const}$ )와 일정한 열유속(heat flux)으로 가열해 주는 경우( $\frac{\partial T}{\partial y} = \text{const}$ )로 나눌 수 있다. 여기에서는 이 두 가지 경우에 대하여 계산하였으며, 자유유동구간의 속도와 온도의 난류치는 무시하고, 평균속도와 온도는 평판에 접근하는 유체의 속도와 온도를 그대로 유지하는 것으로 가정하였다. 속도장에 의해 발생하는 경계층의 두께( $\delta$ ; momentum thickness)는 밀판의 가열로 인한 열경계층두께( $\delta_\theta$ ; thermal thickness)와 비슷하다고 가정하여, 평균온도차승변화( $\overline{\theta^2}$ )과 난류운동에너지( $k$ )의 국소평형지점의 위치( $y_c^+$ )로 같이 하였다. 이런 가정하에

$$\overline{\theta^2} = 2R \left(\frac{C_\mu}{\sigma_i}\right)_c \frac{k_c^3}{\epsilon_c^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_c^2 \\ \epsilon_{0c} = \left(\frac{C_\mu}{\sigma_i}\right)_c \frac{k_c^2}{\epsilon_c} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_c^2 \quad (34)$$

로 근사되며, 연결점에서의 온도구배는 다음과 같이 가정하였다.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_c = \frac{T_*}{\kappa_0 y_c^+} \quad (35)$$

여기서  $T_*$ 는 마찰온도(friction temperature)이며,  $\kappa_0 = 0.45$ 은 온도경계층에 대한 Von Karman 상수이다.

수치계산은 marching forward 과정인 Patankar-Spalding Scheme을 사용하여 6개의 포물선형 편미분 방정식을 해석하였다. 계산은 평판의 leading edge로부터 약간 경과된 점(난류천이가 끝나는 지점)부터 시작하였으며 이 부분의 초기속도분포는 1/7 법칙에 따라 가정하였다. 각종 난류량들의 분포는 실제로 뒷 부분에 영향을 별로 미치지 않으므로 분포형태는 발달된 경계층 내부의 분포로 하고 크기는 수치계산에 지장이 없는 정도의 작은 크기로 시작하였다. 뒷부분에서의 경계층 발달은 이 초기 가정에 별로 영향을 받지 않음을 확인하였다. 초기점에서 계산 node는 18개로 하였으며, 계산이 진행됨에 따라 scheme 자체<sup>(19)</sup> 주위공기의 유입량에 맞추어 자동적으로 grid가 증가하였다(auto grid generation technique).

### 3. 해석결과 및 고찰

본 연구에서 사용한 난류모델과 수치해석의 일반성을 확인하기 위하여 수평평판 위의 평행류에 의한 난류 대류열전달에 관한 대표적인 실험논문들을 택하여 본 이론적 해석과 비교·검토하였다.

Table 5 Summary of conditions for experiments.

Experiment	Re(or Rm)	Ri	Experimental data
Subramanian & Antonia <sup>(2)</sup>	Rm=990	$Ri = -1.2 \times 10^{-3}$	$U, T, u,$
	Rm=1500	$Ri = -3.0 \times 10^{-4}$	$\bar{\theta}^2, uv,$
	Rm=3100		$v\bar{\theta}, \bar{v}^2/\bar{u}^2$
Cheng & Ng <sup>(3)</sup>	Rm=245	$Ri = -3.0 \times 10^{-4}$	$U, T$
Arya <sup>(4)</sup>	$Re = 2.0 \times 10^5$	$Ri = -0.20$	$U, T, U_*, T_*$
Perry & Hoffmann <sup>(5)</sup>	Rm=3000	$Ri = -2.5 \times 10^{-5}$	$u, \bar{\theta}^2$

Table 5에 이들 실험연구에서 취급한  $Re$  수와  $Ri$  수의 범위 그리고 보고된 data의 종류를 요약하였다.

Fig. 1과 Fig. 2는 평균속도와 온도에 대하여 실험<sup>(2,3,4)</sup>에서 구한 것과 본 해석에서 얻은 결과를 비교한 것이다. 각 그림에서 일점쇄선은 2 eqn. 모델이고, 실선은 4 eqn. 모델을 나타내고, 혼합거리모델을 이용하여 얻은 연결점 이하( $y_c^+ < 43$ ) 부분의 결과는 그림에 나타내지 않았다. 연결점  $y_c^+$ 에서 자유표면

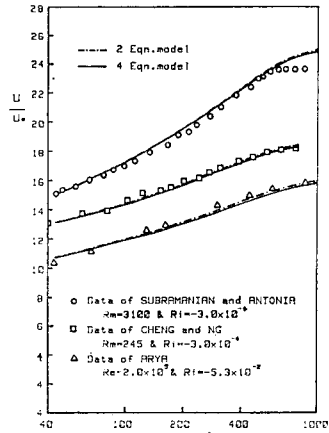


Fig. 1 Mean velocity profiles in flat plate boundary layer.

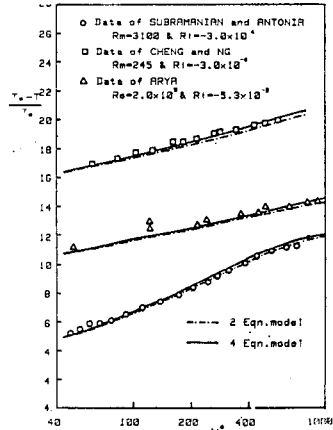


Fig. 2 Mean temperature profiles in flat plate boundary layer.

까지의 영역에서 중요한 것은 부력이 작용할 때의 마찰 속도( $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ )의 정확한 정의이다. 벽면의 온도가 상당히 높은 경우 벽면 가까이에서는 밀도  $\rho$ 가 큰 구배를 가지고 있는데, 실험보고에는 마찰속도 계산에 사용된 밀도를 어느 부분의 값을 선택했는지 분명히 밝히지 않고 있다. 여기에서는 실험치와 비교를 위해 Subramanian과 Antonia<sup>(2)</sup>, Arya<sup>(4)</sup>의 경우는 벽면의 온도( $T_w$ )에서 밀도를 선정하였고, Cheng과 Ng<sup>(3)</sup>는 막온도( $T_f = (T_w - T_\infty)/2$ )에서 밀도를 선정하여 비교하였다. 국소평형지점에서 자유 표면까지는 수치계산 결과 속도와 온도분포가 아래와 같은 logarithmic 법칙을 따르고 있음을 보여주고 있다.

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+), \quad \frac{T_w - T}{T_*} = \frac{1}{\kappa_0} \ln(E_0 y^+) \quad (36)$$

여기서  $E, E_0$  표면의 상태에 의하여 결정되는 계수<sup>(9)</sup>로서, 점도밀층의 두께  $\delta_v$ 와 안정도(stability,  $Ri$  수)에 영향을 받는데, 속도장의 경우 4.8에서 5.2까지

계산되었는데, Subramanian과 Antonia의 실험결과와는 5.0에서 5.2로서 대체적인 일치를 보이고 있다.

Fig. 2의 평균온도분포에서 자세히 관찰해 보면 불안정한 경계층 유동에서  $\kappa_0$ 의 변화는  $Re$ 수의 변화와 함께 부력( $Ri$ 수)에 따라서 크게 변하고 있음을 알 수 있다. 이는 Subramanian과 Antonia와 Cheng과 Ng는 같은  $Ri$ 수( $Re = -3.0 \times 10^{-4}$ )일 경우  $Re$ 수가 작을수록 부력이 증가하여  $\kappa_0$ 가 증가하고( $\kappa_0 \approx 0.8$ ), Arya에서는  $Re$ 수도 크지만, 부력이 상당히 큰 경우이다( $\kappa_0 \approx 0.63$ ). Fig. 3은 4 eqn. 모델을 사용하여 마찰( $U_* / U_w$ )과 열전달( $T_* / (T_w - T)$ )을 계산한 결과로서 부력이 증가할수록(즉,  $Ri$ 수가 작아질수록) 커지는 경향을 보여주고 있는데, 예측된 것과 실험결과가 잘 일치하고 있다.

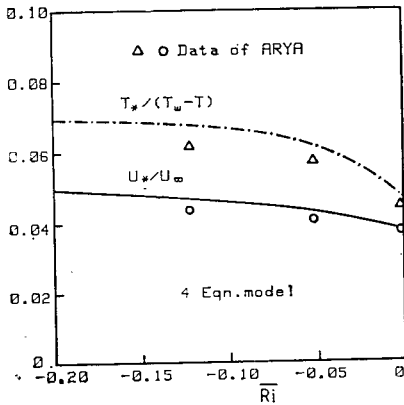


Fig. 3 Effects of buoyancy on the friction and heat transfer relations.

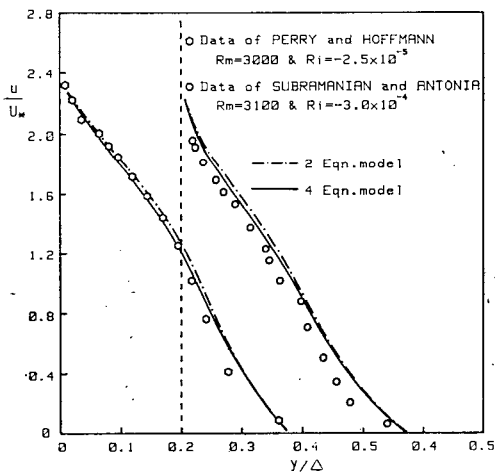


Fig. 4 Distributions of *r.m.s.* velocity, with scaling on outer flow variables.

Fig. 4도 바깥유동(outer flow) scaling에 의한 속도의 난류강도분포이다. 난류구조에서 난류강도는  $Re$

수의 영향<sup>(2)</sup>과 함께  $Ri$ 수<sup>(4)</sup>에 따라 변한다. 본 해석은 이러한  $Re$ 수의 영향을 없애기 위하여 momentum 레이놀즈수( $Rm$ )가 거의 같은 경우( $Rm \approx 3000$ )의  $Ri$ 수의 영향을 비교하였다. 밀판 온도의 경계조건은 서로 다른 경우로 Perry와 Hoffmann<sup>(5)</sup>은 일정한 온도( $T = \text{const}$ ,  $\Delta T = 12^\circ\text{C}$ )로 유지조절되고, Subramanian과 Antonia는 일정한 열유속( $Q_0 = \text{const}$ )으로 가열되고 있다. 이 경우 실제 난류강도의 분포가 수치해석 결과와 잘 일치하고 있다.

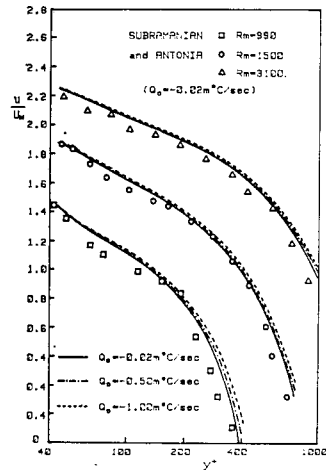


Fig. 5 Buoyancy variations of *r.m.s.* velocity by 4 eqn. model, with scaling on wall variables.

Fig. 5는 4 eqn. 모델에 의한 결과를 내부(inner) scaling으로 무차원화한 것으로 난류강도에 대한  $Re$ 수와  $Ri$ 수의 영향을 나타낸 것이다. 여기서 알 수 있는 것은 속도가 낮을수록 부력의 영향이 커지며, Subra-

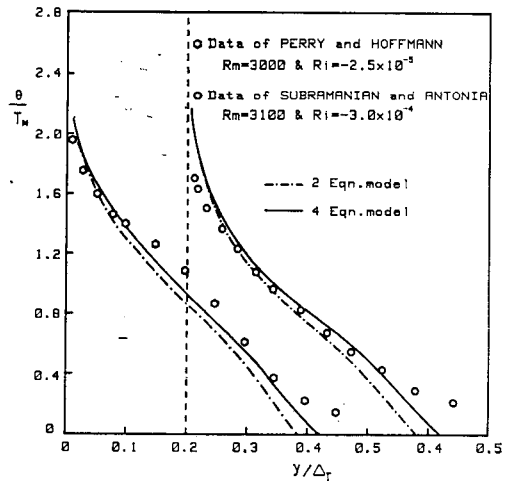


Fig. 6 Distributions of *r.m.s.* temperature, with scaling on outer flow variables.



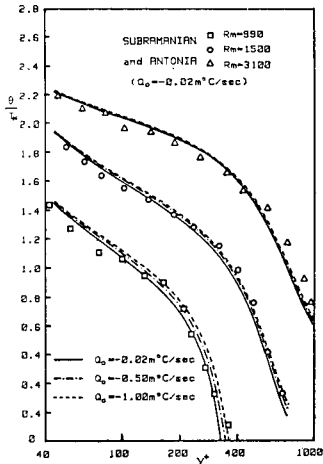


Fig. 7 Buoyancy variations of *r.m.s.* temperature by 4 eqn. model, with scaling on well variables.

manian과 Antonia의 실험치와 잘 일치하는 경향을 보이고 있다. 그림에서 실선은 실험치와 같은 유동조건하에서 계산한 수치해석결과이며, 일점 쇄선과 점선은 벽면의 열유속의 증가가 난류강도에 미치는 영향을 수치적으로 예측한 것이다. Fig. 6에서는 *r.m.s.* 온도분포를 비교한 것으로서 *Ri* 수가 크게 변하더라도 4-eqn. 모델이 실험결과를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 Fig. 5와 마찬가지로 *Re* 수와 *Ri* 수가 온도의 난류성분에 미치는 영향을 나타내고 있으며, 여기서 계산된 모든 *Re* 범위에서 실험과 수치계산결과가 매우 잘 일치하고 있다. Fig. 5와 Fig. 7을 자세히 분석하여 보면, 밀판의 가열로 인한 불안정한 상태의 유동에서 부력이 증가할수록(즉 열유속이 커질수록) 난류를 증가시키며, *Re* 수가 적을수록 부력의 영향이 더욱 커짐을 알 수 있다.

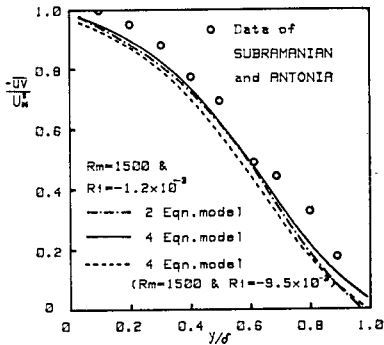


Fig. 8 Reynolds shear stress distributions.

Fig. 8은 난류전단응력을 2 eqn. 모델과 4 eqn. 모델로 예측한 것들을 실험결과와 비교한 것이다. 인

용한 실험치는  $Rm=1500$ 과  $Ri=-1.2 \times 10^{-3}$ 인 Subramanian과 Antonia의 것으로 2 eqn. 모델 보다는 4 eqn. 모델이 보다 더 만족스러운 결과를 주고 있음을 알 수 있다. 모델 결과들을 비교해 볼 때 대체로 벽면 가까이에서는 비슷하나 자유표면에서는 2eqn. 모델이 상당히 낮게 예측하고 있다. 이는 2 eqn. 모델에서는  $\bar{\theta}^2$ 를 국소평형 가정하에서 모델을 설정하였는데, 자유 표면 가까이에서는 실제로 생성항보다도 소멸항이 상당히 커져서 생성항과 소멸항이 같다는 국소평형조건이 맞지 않기 때문이다. 그리고 벽면 가까이에서 부력은 난류의 수직속도 성분에서만 직접적으로 에너지를 주입하는데<sup>(4)</sup>, 여기서는 이러한 부력의 수직속도성분에 미치는 영향을 고려할 수 없기 때문이다. Fig. 8에는 부력이 난류전단응력에 미치는 영향을 4 eqn. 모델을 이용하여 이론적으로 예측한 것을 아울러 나타내고 있다. 여기서 부력이 증가할수록 난류전단응력을 감소시키는 것을 볼 수 있으며, 이것은 즉, 속도 경계층을 두껍게 하는 작용을 함을 의미하는데 실험적 관측<sup>(3)</sup>과 일치하고 있다.

Fig. 9는 Fig. 8과 마찬가지로 방법으로 수직난류열

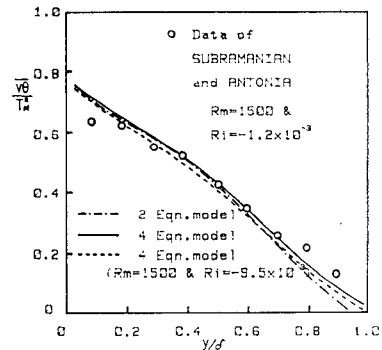


Fig. 9 Normal heat flux distributions.

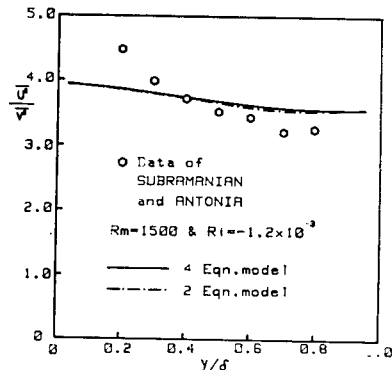


Fig. 10 Predictions of the rate of dissipation  $\epsilon$  and  $\epsilon_0$ .

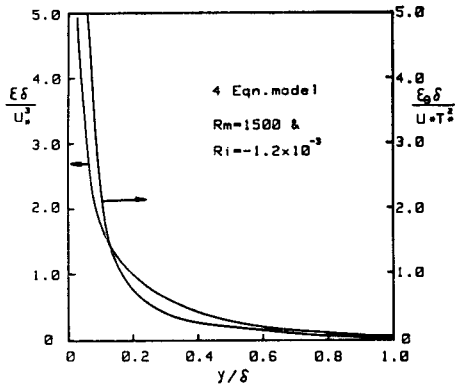


Fig. 11 Distributions of structure parameters  $\overline{u^2/\nu^2}$ .

전달량에 대한 두 가지 모델의 예측치를 실험결과와 비교하고 아울러 부력의 영향을 4 eqn. 모델을 이용하여 예측한 결과를 보여주고 있다. 여기서도 4 eqn. 모델이 2 eqn. 모델보다 더욱 좋은 비교를 주고 있으며 부력이 증가할수록 무차원 난류열전달은 감소한다.

Fig. 10은  $\overline{u^2/\nu^2}$ 의 비를  $Rm=1500$ ,  $Ri=-1.2 \times 10^{-3}$ 인 경우, 각 모델 결과를 실험치와 비교하여 보았다. 예측치는 대체로 3.6에서 4.0 사이에서 변하고 있으나 실험에서는 벽 근처에서 상당히 큰 값을 나타내고 있다. Fig. 11은  $k$ 와  $\overline{\theta^2}$ 의 소멸율을 예측한 것으로서 속도와 온도장에서 서로의 작용이 비슷함을 알 수 있는데, 벽면 가까이에서 급격한 감소를 나타내고, 자유 표면에서는 거의 영에 접근하고 있다.

#### 4. 결 론

부력의 영향을 고려한 수평평판 경계층 유동에 대한 모델해석에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 실험한 유동의  $Re$  수와  $Ri$  수가 상당히 크게 분포되어 있음에도 불구하고, 본 수치해석의 4 eqn. 모델은 거의 모든 경우에 대해서 잘 예측하고 있다.
2. 4 eqn. 모델이 2 eqn. 모델 보다 잘 예측해 주고 있는데, 이는 수직난류열전달이  $\overline{\theta^2}$ 에 직접적으로 의존하는데 비해, 2 eqn. 모델은  $\overline{\theta^2}$ 을 평형상태로 보고 모델을 설정하였기 때문이며, 비평형상태가 대부분인 유동에서는 잘 맞지 않는다.
3. 4 eqn. 모델의 이론적 예측으로,  $Re$  수가 작을수록 부력효과가 보다 크게 나타나고 있음을 알 수 있었으며, 이것은 실험에 의한 관측과 잘 일치하고 있다.
4. 같은  $Re$  수인 경우, 부력의 효과는 무차원 난류

전단응력과 무차원 난류열전달을 동시에 감소시키고 있다.

#### 참 고 문 헌

1. H.A. Panofsky, The atmospheric boundary layer below 150 meters, in annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 6, pp. 147—177, 1974
2. C.S. Subramanian and R.A. Antonia, Effect of Reynolds number on a slightly heated turbulent boundary layer, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 24, pp. 1833—1846, 1981
3. R.K. Cheng and T.T. Ng, Some aspects of strongly heated turbulent boundary layer flow, Phys. of Fluids, Vol. 25, pp. 1933—1941, 1982
4. S.P.S. Arya, Buoyancy effects in a horizontal flat plate boundary layer, J. of Fluid Mechanics, Vol. 68, pp. 321—343, 1975
5. A.E. Perry and P.H. Hoffmann, An experimental study of turbulent convective heat transfer from a flat plate, J. of Fluid Mechanics, Vol. 77, pp. 355—368, 1976
6. H.J. Sung and M.K. Chung, Assessment of computational turbulence models with STAN-5, Trans. KSME, Vol. 5, pp. 1—11, 1981
7. S.B. Kim and M.K. Chung, Analysis of two-dimensional hot water surface discharge with buoyancy effect, Trans. KSME, Vol. 6, pp. 1—10, 1982
8. B.E. Launder, On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum, J. of Fluid Mechanics, Vol. 67, pp. 569—581, 1975
9. M. Ljuboja and W. Rodi, Prediction of horizontal and vertical turbulent buoyant

- wall jets, J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 103, pp. 343—349, 1981
10. Z. Warhaft and J.L. Lumley, An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence, J. of Fluid Mechanics, Vol. 88, pp. 659—684, 1978
  11. C. Beguier, I. Debeyser and B.E. Launder, Ratio of scalar and velocity dissipation time scales in shear flow turbulence, Phys. of Fluid, Vol. 21, pp. 307—310, 1978
  12. M.M. Gibson and B.E. Launder, Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, J. of Fluid Mechanics, Vol. 86, pp. 491—511, 1978
  13. M.M. Gibson and B.E. Lander, On the calculation of horizontal turbulent free shear flows under gravitational influence, J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 98, pp. 81—87, 1976
  14. J.P. Holman, Heat Transfer, PP.503, McGraw-Hill, 1976
  15. W. Rodi, Turbulence models for environmental problems, in prediction methods for turbulent flow, Ed. Kollmann, McGraw-Hill, 1980
  16. O.Zeman and J.L. Lumley, Buoyance effects in entraining turbulent boundary layers; a second-order closure, in turbulent shear flows I, Springer Verlag, Heidelberg, 1979
  17. J.L. Lumley, O. Zeman and J. Siess, The influence of buoyance on turbulent transport, J. of Fluid Mechanics, Vol. 84, pp. 581—597, 1978
  18. H.L. Julien, W.M. Kays and W.M. Moffat, Experimental hydrodynamics of the accelerated turbulent boundary layer with and without mass addition, J. of Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 93, pp. 373—379, 1971
  19. M.E. Crawford and W.M. Kays, A Program for numerical computation of two dimensional internal/external boundary flow, Rept. HMT-23, Stanford University, California, 1975
  20. G. R. Newman, B. E. Launder and J.L. Lumley, Modelling the behaviour of homogeneous scalar turbulence, J. of Fluid Mechanics, Vol. 111, pp. 217—232, 1981
  21. O. Zeman, The dynamics of entrainment in the planetary boundary layer; A study in turbulence modeling and parameterization, Ph. D. thesis, the Pennsylvania State Univeristy, 1975