

<論 文>

저어널 베어링의 특성과 터어보 기계류의 축진동에 관한 연구

한 동 철*

(1983년 9월 15일 접수)

A Study of the Characteristics of Journal Bearings and the Rotor Dynamics of Turbo Machinery

D. C. Han

Abstract

The effects of oil supply conditions on the static and dynamic properties of journal bearings supporting high speed rotors were investigated. The initially unknown hydrostatic pressures in oil pockets were determined by iteration with the aid of the equation of oil flow balance for given oil supply pressure and flow coefficients of oil inlet. For the calculation of dynamic characteristics, the dynamic changes of pressure in lubricating gaps and oil pockets were linearised with a perturbation method.

기 호 설 명

- B : 베어링폭
- B/D : 베어링상대폭
- D : 베어링 직경 ($D=2R$)
- e : 저어널의 편심량
- F_{stat} : 베어링의 정하중
- \bar{F}_R : 무차원의 베어링 마찰손실
 $\bar{F}_R = F_R \cdot \phi_{min} / (BD\eta\omega)$
- H : 무차원의 윤활 틈새 높이 $H = h / \Delta R$
- \bar{H} : 저어널이 베어링중심에 있을 때의 윤활 틈새 높이
- H_{min} : 무차원의 최소 윤활 틈새 높이
- \bar{K}_B : 무차원의 오리피스 유량계수
- \bar{p} : 베어링 평균 면압 $\bar{p} = F_{stat} / (B \cdot D)$
- p_T : 기름주머니내의 압력
- p_{zu} : 윤활유 공급압력
- \dot{Q} : 윤활유량
- \bar{Q} : 무차원 윤활유량 $\bar{Q} = \dot{Q} / (R^3\omega\phi_{min})$

- ΔR : 저어널이 베어링중심에 있을 때의 최소 윤활 틈새 높이
- So : 무차원 하중지력 (sommerfeld number)
 $So = F_{stat} \cdot \phi_{min}^2 / (BD\eta_0\omega)$
- So_k : ω_k 에 기준한 sommerfeld number So
- \bar{z} : 무차원의 축방향 좌표 $\bar{z} = z / R$
- β_{ik}^* : 무차원 뎀핑계수 $\beta_{ik}^* = So \left(\frac{\Delta R}{F_{stat}} \right) \omega d_{ik}$
- r_{ik}^* : 무차원 스프링계수 $r_{ik}^* = So \left(\frac{\Delta R}{F_{stat}} \right) c_{ik}$
- γ : 저어널의 편심각
- ϵ : 저어널의 편심율
- η : 윤활유의 점성계수
- μ : 축의 상대적 처짐 $\mu = f / \Delta R$
- Π : 윤활유막에 작용하는 압력 $\Pi = p \cdot \phi_{min}^2 / (\eta\omega)$
- φ : 베어링 원주방향 좌표
- $\Delta\varphi_T$: 기름주머니 중심각
- ϕ_{min} : 무차원의 최소 윤활 틈새 높이 $\phi_{min} = \Delta R / R$
- ω : 축의 각속도
- ω_k : 축의 횡진동 고유진동수 $\omega_k = \sqrt{c/m}$
- ω_{cr} : 축의 안정경계속도

* 정회원, 서울대학교 공과대학

1. 서 론

높은 공률을 내는 터보 기계류의 회전축을 받쳐 주는 데는 특별한 형상의 저어널 베어링들이 사용된다. 이것들은 베어링을 잘 냉각시켜 주기 위해 또한 축과 베어링 진동계의 안정성을 높여주기 위해 특별히 큰 기름주머니(schmieraschen, oil-pocket)를 갖고 있고 많은 경우에 眞圓形이 아니다(Fig. 1). 이 “터빈 베어링”의 정적 및 동적 특성성들은 오늘날 동수압적인 윤활이론(hydrodynamic lubrication theory)의 힘을 입어 미리 계산될 수 있는 것이다¹⁾. 따라서 최소윤활 틈새높이, 최고윤활유온도, 최대압력, 마찰손실, 소요 윤활유량 등의 정적인 설계치의 계산은 무난하게 수행될 수 있다. 마찬가지로 실제 운전속도범위를 위협한 공진 그리고 불안정 진동으로부터 피하기 위하여 회전 축-베어링시스템의 강제 및 자유진동을 미리 계산하는 것도 가능하다.

이렇게 계산된 베어링 특성수의 실제 사용에 있어서의 신빙성은 고속회전축의 진동측정결과에서 검사될 수 있는 바 아주 높은 회전속도 혹은 작은 하중지지력 범위에서 윤활유의 공급조건이 동적인 베어링 특성수와 안정성에 미치는 커다란 영향이 있음이 밝혀졌다^{2,3)}. 그리하여 이 영향을 베어링의 특성수를 계산함에 있어 미리 고려하는 것은 필수적인 것이라 할 수 있다.

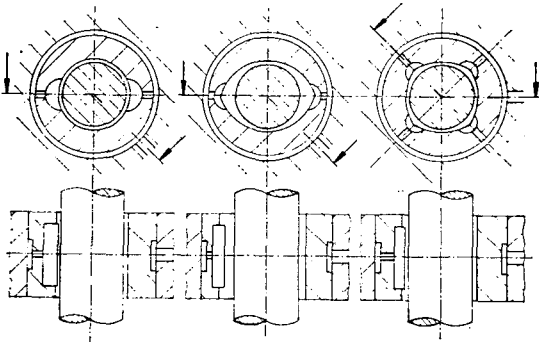


Fig. 1 Turbine journal bearings

2. 저어널 베어링의 정특성수 계산

Hybrid 베어링에서는 동수압적 압력과 정수압적 압력이 중첩된다. 윤활틈새내의 동수압적 압력분포는 정상 및 비정상 윤활유체의 유동상태를 나타내어주는 일반적인 레이놀즈 편미분 방정식으로부터 일반적인 $\bar{H}(\varphi)$ 로써 서술되는) 베어링 口徑形狀(Fig. 2)에 대하여

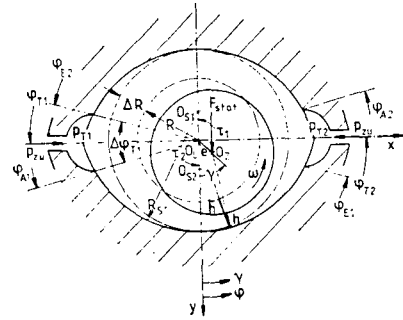


Fig. 2 Geometry of a journal bearing

계산될 수 있다. 이 식들은 理想적인 운전조건(축과 베어링이 평행, 층류유동, 윤활틈새 내부에서 변하지 않는 점도)에서 무차원의 記述방식으로 다음과 같이 나타내어진다¹⁾.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}} \right) = 6 \frac{\partial H}{\partial \varphi} + 12 \frac{\partial H}{\partial \omega t} \tag{1}$$

$$H(\varphi) = \bar{H}(\varphi) - \varepsilon \cdot \cos(\varphi - \gamma) \tag{2}$$

여기서 $\Pi = p\psi_{min}^2 / (\eta\omega)$ 는 무차원의 압력, $\psi_{min} = \Delta R/R$ 은 최소윤활틈새비, η 는 점성계수, ω 는 저어널의 각속도, $H = h/\Delta R$ 는 윤활틈새높이, R 은 저어널의 반지름, ε 는 편심율, γ 는 편심각, $\varphi = x/R$ 와 $\bar{z} = z/R$ 은 각각 원주방향과 축방향의 좌표, t 는 시간 그리고 $' = \partial/\partial \omega t$ 이다.

정수압적인 압력분포를 위한 레이놀즈방정식은 (1) 식과 같은 형이나 정적인 하중하에서 좌변의 항이 0이 된다^{4,5)}. Hybrid 베어링을 계산하기 위한 레이놀즈 편미분 방정식 (1)의 경계조건을 다음과 같이 열거할 수 있다.

- 베어링 양측면에 $\Pi(\varphi, \pm B/D) = 0$,
- 윤활면의 처음과 끝에 $\Pi(\varphi_A, \bar{z}) = \Pi_A$, $\Pi(\varphi_B, \bar{z}) = \Pi_B$,
- 압력분포가 끝나는 곳에

$$\Pi(\varphi_i, \bar{z}) = \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}(\varphi_i, \bar{z}) = 0 \tag{3}$$

이 편미분 방정식은 Finite Difference Method에 근거하여 수치적으로 풀이된다. 이때 유도되는 일련의 큰 연립방정식은 아주 빠르게 수렴되는 Alternating-Direction-Implicit-Method를 이용한 반복법으로 풀리게 된다¹⁾.

경계조건으로 주어져야 되는 기름주머니의 압력($p_r = p_A$ 및 p_B)은 급유구 매개변수, 기름주머니 매개변수 그리고 베어링 口徑形狀에 따라 변하고 동수압적인 조건에 의해 영향을 받는다. 그 때문에 기름주머니들(배열순서번호 $i=1$ 에서부터 S 까지)의 압력은 주어진 급

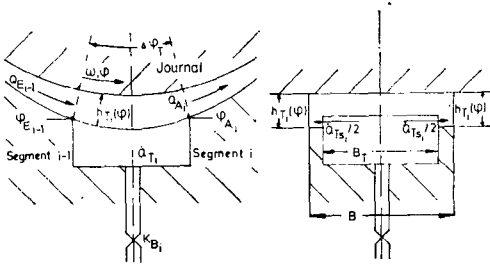


Fig. 3 Geometry (Notation) of a oil pocket

유구 저항과 급유압력 ($p_{zu} = \text{상수}$)을 토대로 윤활유량의 평형조건을 사용하여 반복계산법으로 정해져야 한다. Fig. 3에 圖示된 바에 의거하여 유량의 평형조건은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\dot{Q}_{Ti} = \dot{Q}_{Ai} - \dot{Q}_{Ei-1} + \dot{Q}_{Ti-1} \quad (4)$$

급유구로 유입되는 유량 \dot{Q}_T 를 결정하는 데는 잘 알려진 두가지의 근사공식이 쓰이게 된다. 길고 가는 판을 통해 급유되는 경우는 모세관공식

$$\dot{Q}_T = K_k (p_{zu} - p_T), \quad K_k = \pi d_0^3 / (128 \eta l) \quad (5)$$

그리고 실제적으로 제일 많이 쓰여지는 짧고 좁은 급유구에 의해 유입저항이 일어난 경우는 다음과 같은 오리피스식이 사용된다.

$$\dot{Q}_T = K_B \sqrt{p_{zu} - p_T}, \quad K_B = \left[\sqrt{\frac{\rho}{2}} \left(\frac{1}{\alpha A_i} - \frac{1}{A_0} \right) \right]^{-1} \quad (6)$$

$$\alpha = 0.63 + 0.37(A_i/A_0)^6$$

기름주머니의 양옆 가장자리의 틈새높이 h_T 로는 순수한 Poiseuille 유동이 전개되어, 그곳으로 흘러나가는 유량은 근사적으로 다음과 같이 나타내어진다.

$$\dot{Q}_{T,i} = \frac{P_{Ti} \cdot D}{6\eta(B - B_{Ti})} \int_{\varphi_{Ei-1}}^{\varphi_{Ai}} h_T^3(\varphi) \cdot d\varphi \quad (7)$$

기름주머니에서 인접한 윤활면의 틈새로(축의 회전방향으로) 유출되는 유량은

$$\dot{Q}_{Ai} = \int_{-B/2}^{+B/2} \left(\frac{D\omega h}{4} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)_{\varphi_{Ai}} \cdot dz \quad (8)$$

로 계산될 수 있고 인접한 윤활면의 틈새에서 기름주머니로 유입되는 양 \dot{Q}_{Ei-1} 도 같은 방법으로 계산된다.

식 (5)에서 (8)까지는 레이놀즈 방정식의 경우와 같은 특수성을 이용하여 무차원으로 만들어지게 되는데 무차원 유량은

$$\bar{Q}_n = \dot{Q}_n / (R^3 \omega \phi_{min}) \quad (9)$$

로 나타내어진다. 아울러 다음과 같은 급유조건을 위한 무차원의 매개변수들이 정의된다.

$$\text{모세관 } \bar{Q}_T = \bar{K}_k \Pi_{zu} (1 - \Pi_T^*),$$

$$\text{오리피스 } \bar{Q}_T = \bar{K}_B \cdot \Pi_{zu} \sqrt{1 - \Pi_T^*} \quad (10)$$

여기서

$\Pi_{zu} = p_{zu} \phi_{min}^2 / (\eta \omega)$ 무차원의 급유압력,
 $\Pi_T^* = p_T / p_{zu}$ 기름주머니에 작용하는 상대압력,
 $1 - \Pi_T^* = 1 - p_T / p_{zu}$ 급유구에서의 압력강하율,
 $\bar{K}_k = K_k (\eta / \Delta R^3)$ 무차원의 층류모세관 유량계수,
 $\bar{K}_B = (K_B / \sqrt{p_{zu}}) \cdot (\eta / \Delta R^3)$ 무차원의 오리피스 유량계수이다.

유량 \dot{Q}_A 및 \dot{Q}_B 와 기름주머니내의 압력 Π_T 는 윤활면 위의 압력분포 $\Pi(\varphi, \bar{z})$ 에 좌우되는 양이기 때문에 식 (1)부터 식 (10)까지를 전체베어링 원주위에 따라 반복적으로 계산하여 저어널 위에 작용하는 전체 압력분포를 얻게 된다. 이 전체 압력분포를 적분하므로써 작용압력의 합력을 구하게 되는데 이를 위해 저어널 위의 한 면적요소($d\varphi, d\bar{z}$)에 작용하는 압력을 수평(x -)방향과 수직(y -)방향으로 분해한다(Fig. 4).

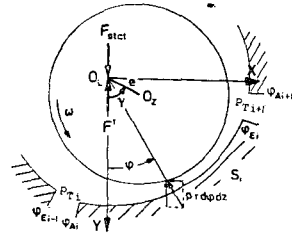


Fig. 4 Resultant of the reaction force in oil film

각각의 윤활면에 대한 합력

$$\bar{\Pi}_{xi}^s = \frac{1}{4B/D} \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \Pi \cdot \sin\varphi d\bar{z} d\varphi,$$

$$\bar{\Pi}_{yi}^s = \frac{1}{4B/D} \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Ei}} \int_{-B/D}^{B/D} \Pi \cdot \cos\varphi d\bar{z} d\varphi \quad (11)$$

각각의 기름주머니에 대한 합력

$$\bar{\Pi}_{xi}^T = \frac{(B/D + B_{Ti}/D)}{4B/D} \Pi_{Ti} (\cos\varphi_{Ei-1} - \cos\varphi_{Ai}),$$

$$\bar{\Pi}_{yi}^T = \frac{(B/D + B_{Ti}/D)}{4B/D} \Pi_{Ti} (\sin\varphi_{Ai} - \sin\varphi_{Ei-1}) \quad (12)$$

을 구한 다음 벡터적인 합을 구하면 전체 합력의 크기

$$\bar{\Pi} = \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^j (\bar{\Pi}_{xi}^s + \bar{\Pi}_{xi}^T) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^j (\bar{\Pi}_{yi}^s + \bar{\Pi}_{yi}^T) \right\}^2} \quad (13)$$

와 작용선의 각도

$$\alpha = \arctan \left[\frac{\sum_{i=1}^j (\bar{\Pi}_{xi}^s + \bar{\Pi}_{xi}^T)}{\sum_{i=1}^j (\bar{\Pi}_{yi}^s + \bar{\Pi}_{yi}^T)} \right] \quad (14)$$

를 구할 수 있는데 이것들은 편심율 $\epsilon = e/\Delta R$ 과 편심각 α 에 따라 변하는 값이다. 이 합력 $\bar{\Pi}$ 는 무차원의 하중지지력(sommerfeld number)과 평형상태에 있게 된다.

$$So = \frac{F_{stat} \cdot \phi_{min}^2}{B \cdot D \cdot \eta \cdot \omega} = \bar{\Pi} \quad (15)$$

하중이 수직방향으로 작용할 때는 $\alpha=0$ 이어야 한다. 이런 조건하에서 평형상태의 점을 연결하면 평형편심 곡선 $\gamma=\gamma(\epsilon)$ 를 구할 수 있다.

무차원의 마찰력 $\bar{F}_R = F_R \cdot \phi_{\min} / (BD\eta_0\omega)$ 는 저어널 표면 위에 작용하는 전단력을 적분함으로써 구할 수 있다. 기름주머니의 깊이가 윤활층세높이에 비해서 아주 크고 따라서 기름주머니부분의 전단응력이 아주 작다는 전제하에 다음과 같이 계산될 수 있는 것이다.

$$\bar{F}_R = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^n \int_{\phi_{A_i}}^{\phi_{B_i}} \int_{-B/D}^{B/D} \left(\frac{\eta^*}{H} + \frac{H}{2} \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \right) d\bar{z} \cdot d\phi \quad (16)$$

총 급유량은

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_{T_i} \quad (17)$$

의 관계에서 얻어진다.

3. 저어널 베어링의 동특성수 계산

저어널 베어링에 지지되는 회전축의 진동을 계산하기 위해 필요한 선형화된 스프링계수 및 댐핑계수는 교란법(perturbation method)으로 구할 수 있다¹⁾.

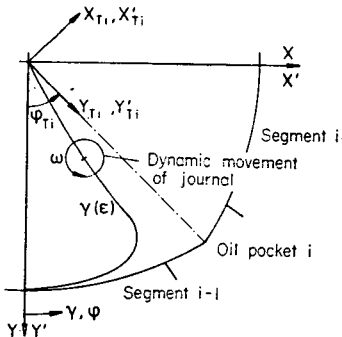


Fig. 5 Coordinate system by dynamic movement of journal

Fig. 5에서 보여주는 바와 같이 정적인 평형지점(ϵ, γ)의 주위를 맵도는 저어널의 진동(X, Y, X', Y')에 의한 윤활층세높이 $H(\phi)$ 와 압력분포 $\Pi(\phi, \bar{z})$ 의 교란된 크기는 Taylor의 전개식을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} H(\phi) &= H_{\text{stat}}(\phi) - Y \cdot \cos\phi - X \cdot \sin\phi, \\ H'(\phi) &= -Y' \cdot \cos\phi - X' \cdot \sin\phi, \quad ' = \frac{\partial}{\partial \omega t} \quad (18) \\ \Pi(\phi, \bar{z}) &= \Pi_{\text{stat}}(\phi, \bar{z}) + \frac{\partial \Pi}{\partial X}(\phi, \bar{z}) \cdot X \\ &\quad + \frac{\partial \Pi}{\partial Y}(\phi, \bar{z}) \cdot Y + \frac{\partial \Pi}{\partial X'}(\phi, \bar{z}) \cdot X' \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial \Pi}{\partial Y'}(\phi, \bar{z}) \cdot Y' \quad (19)$$

이 식들을 레이놀즈 방정식(1)에 대입하고 저어널의 교란크기 X, Y, X', Y' 의 일차항에 대해 정리하면 압력변화율 $\partial \Pi / \partial X, \partial \Pi / \partial Y, \partial \Pi / \partial X', \partial \Pi / \partial Y'$ 를 계산하기 위한 교란된 4개의 편미분방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X} \right) \right] \\ = \frac{\partial \bar{R}}{\partial X} - 3 \frac{\bar{R}}{H} \frac{\partial H}{\partial X} \\ + 3 \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \frac{H}{\eta^*} \left(\frac{\partial H}{\partial \phi} \frac{\partial H}{\partial X} - H \frac{\partial^2 H}{\partial \phi \partial X} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y} \right) \right] \\ = \frac{\partial \bar{R}}{\partial Y} - 3 \frac{\bar{R}}{H} \frac{\partial H}{\partial Y} \\ + 3 \frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \frac{H}{\eta^*} \left(\frac{\partial H}{\partial \phi} \frac{\partial H}{\partial Y} - H \frac{\partial^2 H}{\partial \phi \partial Y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X'} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X'} \right) \right] \\ = -12 \sin\phi \\ \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y'} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y'} \right) \right] \\ = -12 \cos\phi \\ \bar{R} = 6 \frac{\partial H_{\text{stat}}(\phi)}{\partial \phi} \quad (20) \end{aligned}$$

경계조건으로서는

—베어링의 양측면에서 ($\bar{z} = \pm B/D$)

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}_n} = 0, \quad (21)$$

—윤활면의 처음($\phi = \phi_{A_i}$)과 끝($\phi = \phi_{B_i}$)에서

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}_n} \Big|_{\phi_{A_i}} = \frac{\partial \Pi_{T_i}}{\partial \bar{z}_n}, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}_n} \Big|_{\phi_{B_i}} = \frac{\partial \Pi_{T_{i+1}}}{\partial \bar{z}_n}, \quad (22)$$

—압력분포가 끝나는 곳에서

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{z}_n} = 0 \quad (23)$$

$$n=1, 2, 3, 4, \quad Z_n = X, Y, X', Y'$$

이고 레이놀즈 방정식과 같은 형이기 때문에 앞서 설명한 같은 방법으로 풀이된다.

경계조건으로 주어져야 할 기름주머니 부분의 압력변화율 $\partial \Pi_{T_i} / \partial Z_n$ 은 또한 급유조건에 매개변수와 동수 압적 조건의 함수이기 때문에 압력분포 $\Pi(\phi, \bar{z})$ 를 계산할 때와 마찬가지로 주어진 급유구의 유량계수룰 토대로 하여 유량변화율의 평형조건을 사용하여 반복 계산법으로 정해진다 :

$$d\bar{Q}_{T_i} = d\bar{Q}_{V_i} + d\bar{Q}_{T_{i+1}} + d\bar{Q}_{A_i} - d\bar{Q}_{B_{i-1}},$$

$$d\bar{Q}_n = \left(\frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial Y_{Ti}} \right) Y_{Ti} + \left(\frac{\partial \bar{Q}_n}{\partial Y'_{Ti}} \right) Y'_{Ti},$$

$$\frac{\partial \bar{Q}_{vi}}{\partial Y_{Ti}} = 0, \quad \frac{\partial \bar{Q}_{vi}}{\partial Y'_{Ti}} = 2 \frac{B}{D} \cdot \Delta \varphi_{Ti} \cdot \frac{\partial H'_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}}. \quad (24)$$

위의 식에 포함된 변화율들은 식 (5)~(8)에서 직접 유도할 수 있고 구해진 압력변화를 $\partial \Pi_T / \partial Z_n (n=1 \cdots 4)$ 을 저어널 표면에 적분하면 무차원의 스프링계수 γ_{ik}^* 및 댐핑계수 β_{ik}^* 가 얻어진다.

$$\gamma_{ik}^* = So \cdot \left(\frac{\Delta R}{F_{stat}} \right) \cdot c_{ik}, \quad \beta_{ik}^* = So \cdot \left(\frac{\Delta R}{F_{stat}} \right) \cdot \omega_{dik},$$

$$i, k = 1, 2 \quad (25)$$

$$\gamma_{11}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X} \cdot \sin \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{1i},$$

$$\gamma_{12}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \cdot \sin \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{2i},$$

$$\gamma_{21}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X} \cdot \cos \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{2i},$$

$$\gamma_{22}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y} \cdot \cos \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{3i},$$

$$\beta_{11}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X'} \cdot \sin \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{1i},$$

$$\beta_{12}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y'} \cdot \sin \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{2i},$$

$$\beta_{21}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial X'} \cdot \cos \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{2i},$$

$$\beta_{22}^* = \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^4 \int_{\varphi_{Ai}}^{\varphi_{Bi}} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial Y'} \cdot \cos \varphi \cdot d\bar{z} \cdot d\varphi$$

$$+ \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y'_{Ti}} \cdot a_{3i}, \quad (26)$$

$$a_{1i} = \Delta \varphi_{Ti} / 2 (\sin 2\varphi_{Ai} - \sin 2\varphi_{Ei-1}) / 4,$$

$$a_{2i} = (\sin^2 \varphi_{Ai} - \sin^2 \varphi_{Ei-1}) / 2,$$

$$a_{3i} = \Delta \varphi_{Ti} / 2 + (\sin 2\varphi_{Ai} - \sin 2\varphi_{Ei-1}) / 4. \quad (27)$$

수치적 계산을 수행하기 위하여 새로운 컴퓨터 프로그램이 개발되었다. 이것은 기존의 등수압적 윤활이론에

근거를 둔 일반적인 형태의 터어빈 베어링을 계산하기 위한 프로그램⁶⁾에 기름주머니의 정압과 동압계수를 반복법으로 결정하도록 수정, 보완되어 이루어졌다. 이 프로그램으로써 여러가지 기하학적 변수(口形形狀 $\bar{H}(\varphi)$, 베어링의 상대적 폭 B/D , 기름주머니 형상과 배열)와 급유조건인 \bar{K}_B 및 \bar{K}_K 그리고 상대적 급유압력 Π_{zu} 및 p_{zu}/\bar{p} 에 따라 달라지는 하중지지력 $So(\epsilon)$, 하중평형 편심곡선 $\gamma(\epsilon)$, 윤활유량 $\bar{Q}(\epsilon)$, 마찰력 $\bar{F}_R(\epsilon)$ 과 스프링 및 댐핑계수 γ_{ik}^* , β_{ik}^* 를 구할 수 있다.

4. 계산 결과

급유조건에 영향을 터어빈 베어링에서 흔히 쓰이는 테몬형의 베어링을 한가지 예로 택하여 조사하였다. 이 베어링은 중심각이 150°인 두 윤활면으로 이루어졌고(최대최소유막두께의 비 $\phi_{max}/\phi_{min}=3$.) 따라서 두 기름주머니 부분의 중심각은 각각 $\Delta \varphi_T = 30^\circ$ 이다. 상대적 베어링 폭은 $B/D=0.5$ 이고 기름주머니폭은 $B_T/B=0.8$ 로 정했다. 급유조건에 실제윤활조건에서 적용 가능한 급유구의 유량계수 \bar{K}_K 및 \bar{K}_B 와 상대적 급유압력 p_{zu}/\bar{p} 의 범위를 추정하기 위하여 이에 상당하는 실험연구보고서⁷⁾의 실험자료를 사용하였다:

베어링 직경 $D=0.12m$

최소 틈새비 $\phi_{min}=2\%$

윤활유의 점도 $\eta=24cP/50^\circ C$

윤활유의 비중 $\rho=873kg/m^3$

급유구의 단면적($d_i=6mm$) $A_i=0.283 \cdot 10^{-4}m^2$

급유구의 기름주머니에 대한 상대단면적 $A_i/A_0 \rightarrow 0$

급유압력 $p_{zu}=0.5 \text{ bar} \sim 2 \text{ bar}$

베어링 면압 $\bar{p}=1 \text{ bar} \sim 20 \text{ bar}$,

식 (10)에 따르면 급유압 $p_{zu}=1 \text{ bar}$ 에서 $\bar{K}_B=36$ 이 된다. 따라서 $\bar{K}_B=10 \sim 1000$ 그리고 $p_{zu}/\bar{p}=0.1 \sim 2$ 는 실제 발생가능한 급유조건 변수의 변화범위를 충분히 나타낸다고 볼 수 있다.

Fig. 6에서 여러가지 급유압력 p_{zu}/\bar{p} 에 대한 하중평형 편심곡선이 나타내어져 있다. Fig. 6(a)에는 급유구의 저항이 클 경우($\bar{K}_B=40$)이고 Fig. 6(b)는 거의 저항이 없을 경우이다($\bar{K}_B=1000$). 저항이 클 경우의 평형곡선은 급유압력이 높을수록 축경의 회전방향으로 향해 밀리는데 이것은 저항으로 인하여 양쪽 기름주머니의 정수압적 압력이 다르기 때문에 생기는 현상이다. 저항이 없을 경우에는($\bar{K}_B=1000$) 평형곡선은 급유압이 높을수록 회전방향으로 밀리는데 이것은 기름주머니의 압력에 따라 밀의 윤활면의 등수압적 압력이 높

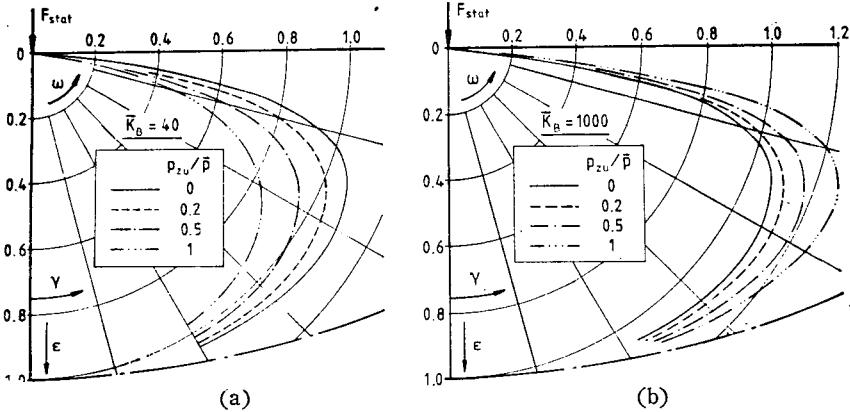


Fig. 6 Effects of oil supply conditions on the static equilibrium lines of a two-lobed bearing ($B/D=0.5$)

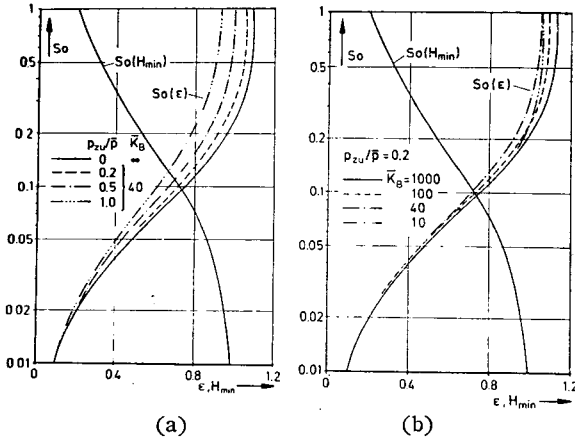


Fig. 7 Effects of oil supply conditions on the static load capacity curves

아져서 생기는 현상이다.

Fig. 7는 윤활유 공급조건이 하중지지력 $So(\epsilon)$ 및 $So(H_{min})$ 에 미치는 영향을 나타내고 있다. 급유구의 저항이 작을 경우에는 ($\bar{K}_B=40$) 주어진 축경의 편심도 ϵ 에 대하여 하중지지력 So 가 급유압력 p_{zu}/\bar{p} 이 증가함에 따라 현저히 증가한 반면 주어진 최소윤활층높이에 대하여는 변화가 없다(Fig. 7(a)). 또한 급유구의 저항을 변화시키면 편심도에 대한 하중지지력 $So(\epsilon)$ 는 영향을 많이 받는 것으로 나타나 있으나 최소윤활층높이 H_{min} 에 대하여는 변화가 없다(Fig. 7(b)).

Fig. 8에는 윤활유량 \bar{Q} 와 하중지지력 So 위 관계가 윤활유 공급조건 p_{zu}/\bar{p} 와 \bar{K}_B 를 매개변수로 나타내어져 있다. 이에 따르면 주어진 p_{zu}/\bar{p} , \bar{K}_B 값에서 하중지지력 So 의 증가는, 즉 회전수의 감소가 하중의 증가는 무차원의 윤활유량 \bar{Q} 의 증가를 가져온다. 이것은 윤활면의 동수압적 압력에 비해 기름주머니 부분의 정

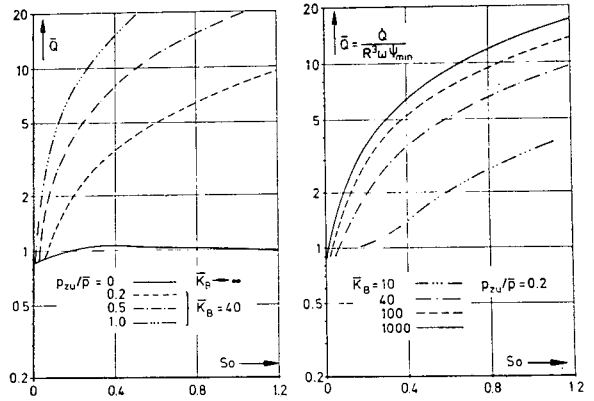


Fig. 8 Effects of oil supply conditions on the oil flow rate

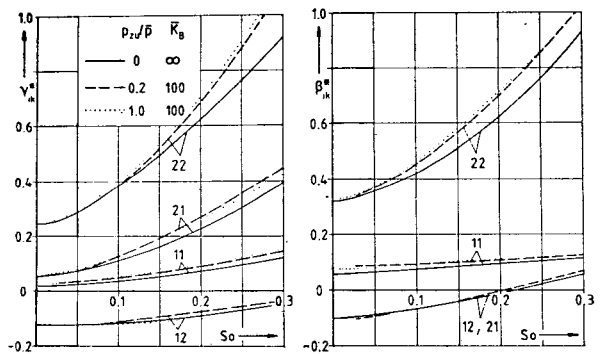


Fig. 9 Effects of oil supply conditions on the spring and damping coefficients

수압적 압력이 크고 그로 인하여 이 부분에서 새어나가는 유량이 크기 때문이다. 윤활유량 \bar{Q} 는 또한 급유압력 p_{zu}/\bar{p} 와 급유구유량계수 \bar{K}_B 와 더불어 증가한다.

Fig. 9에는 상대적 급유압력이 스프링 및 댐핑특성

곡선에 미치는 영향이 나타나 있다. 여기에는 급유압력 $p_{zu}/\bar{p}=0.2$ 와 1 그리고 유량계수 $\bar{K}_B=100$ 일 때의 특성곡선이 순수한 동수압적 경우($\Pi_{r1}^*=0$ 및 $p_{zu}/\bar{p}=0$ 과 $\bar{K}_B \rightarrow \infty$)의 것과 비교되어 나타나 있는데 유량계수 \bar{K}_B 를 고려함으로써 즉 급유구의 저항을 고려함으로써 하중방향의 스프링계수 γ_{22}^* 와 뱀핑계수 β_{22}^* 가 현저히 증가함을 알 수 있다.

5. 고속 회전축에 대한 급유조건의 영향

기름주머니 및 급유조건의 영향에 의한 동특성수의 변화로 인하여 그러한 베어링에 지지되어 있는 회전축의 안정성도 영향을 받게 된다. 이 영향에 대한 체계적인 조사는 명확한 경향을 찾아내기 위하여 간단한 형태인 대칭형의 單質點 축에 대하여 수행되었다(Fig. 10). 안정성조사를 위해 계산된 스프링계수 및 뱀핑계수를 적용하여 회전축-베어링 시스템의 감쇄자유진동에 대한 해석을 수행하였다.

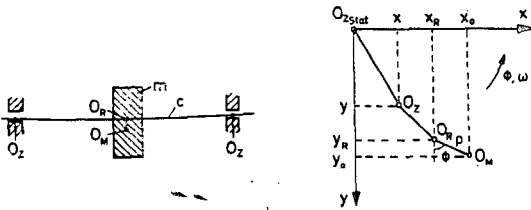


Fig. 10 Rotor-bearing system

저어널의 중심점에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_0 b_0 x'' + a_0 \Delta \Pi_x'' + \Delta \Pi_x &= 0, \\ a_0 b_0 y'' + a_0 \Delta \Pi_y'' + \Delta \Pi_y &= 0, \\ a_0 &= (\omega/\omega_k)^2, \quad \omega_k = \sqrt{c/m}, \\ b_0 &= S_0/\mu, \quad \mu = f/\Delta R \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 $\Delta \Pi_x, \Delta \Pi_y$ 는 윤활유막의 무차원 동적 반력을 나타낸다:

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_x &= \gamma_{11}^* x + \gamma_{12}^* y + \beta_{11}^* x' + \beta_{12}^* y', \\ \Delta \Pi_y &= \gamma_{21}^* x + \gamma_{22}^* y + \beta_{21}^* x' + \beta_{22}^* y'. \end{aligned} \quad (29)$$

고유치 λ 를 계산하기 위한 특성방정식은 6차의 polynomial 이 된다:

$$C_6 \lambda^6 + C_5 \lambda^5 + C_4 \lambda^4 + C_3 \lambda^3 + C_2 \lambda^2 + C_1 \lambda + C_0 = 0 \quad (30)$$

여기서 계수 C_i 는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} C_0 &= A_0 \\ C_1 &= A_1 \\ C_2 &= A_2 + a \cdot (2A_0 + bA_4) \\ C_3 &= a \cdot (2A_1 + bA_3) \\ C_4 &= 2aA_2 + a^2 \cdot (b^2 + A_0 + bA_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_5 &= a^2 \cdot (A_1 + bA_3) \\ C_6 &= a^2 A_2 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} A_0 &= \gamma_{11}^* \cdot \gamma_{22}^* - \gamma_{12}^* \cdot \gamma_{21}^* \\ A_1 &= \gamma_{11}^* \cdot \beta_{22}^* + \gamma_{22}^* \cdot \beta_{11}^* - \gamma_{12}^* \cdot \beta_{21}^* - \gamma_{21}^* \cdot \beta_{12}^* \\ A_2 &= \beta_{11}^* \cdot \beta_{22}^* - \beta_{12}^* \cdot \beta_{21}^* \\ A_3 &= \beta_{11}^* + \beta_{22}^* \\ A_4 &= \gamma_{11}^* + \gamma_{22}^* \end{aligned} \quad (32)$$

모든 고유치

$$\lambda = -u/\omega + i \cdot v/\omega \quad (33)$$

의 계산은 특성방정식을 수치적으로 풀어 구할 수 있다. 계산결과는 축을 상대회전속도 ω/ω_k 를 횡축의 변수로 하여 圖示하였다. Fig. 11에는 주어진 급유압력 $p_{zu}/\bar{p}=0.2$, 축의 상대치점 $\mu=0.5$, ω_k 에 기준한 하중지지력 $S_0 k=0.1$ 과 0.3에서 여러가지 급유구 저항 \bar{K}_B 에 따른 시스템 뱀핑 u/ω_k 를 그려 나타내었다. 작은 하중지지력의 범위 $S_0 k=0.1$ 에서 급유구의 유량계수 $\bar{K}_B=1000$ 을 $\bar{K}_B=100$ 으로 줄이면 안정속도범위가 넓어지거나 계속해서 $\bar{K}_B=40$ 으로 줄이면 기름주머니에 윤활유부족상태($p_T=0$)가 먼저 오기 때문에 실제적으로 이용할 수 있는 회전속도범위는 좁아진다. $S_0 k=0.3$ 에서는 강한 급유구의 저항($\bar{K}_B=40$)에 대하여 좋은 결

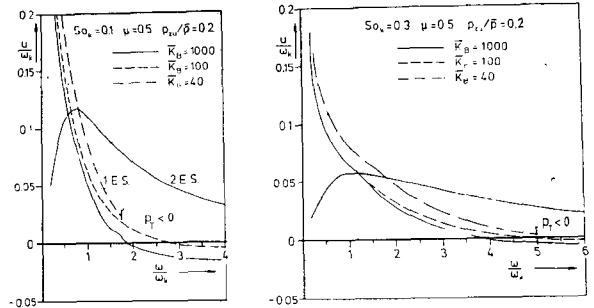


Fig. 11 Effects of oil inlet resistance ($1/\bar{K}_B$) on rotor with two-lobed bearings ($B/D=0.5$)

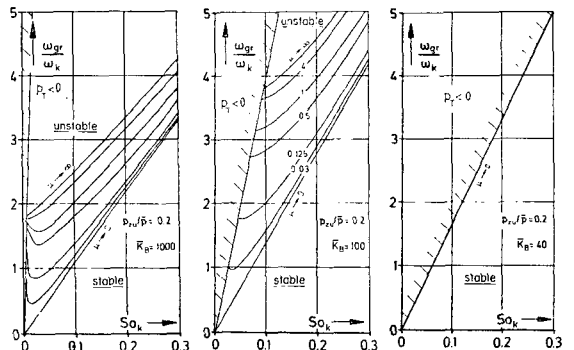


Fig. 12 Effects of oil supply conditions on the stability limits of a one-mass rotor with two-lobed bearings ($B/D=0.5$)

과를 나타낸다. 즉 시스템 맵핑도 가장 크고 안전운전 속도 한계도 제일 높다. 이러한 현상은 안정성 그림표에서 더 알기쉽게 논의할 수 있다. Fig. 12가 보여 주듯이 K_B 값을 1000에서 100으로 줄이면 모든 μ -값에 대하여 안정경계속도가 높아진다. 동시에 윤활유 부족 경계선이 현저히 하강함을 볼 수 있다. K_B 값을 40으로 더욱 줄이면 불안정 속도범위가 완전히 소멸되거나 이용할 수 있는 안정운전속도는 윤활유 부족경계선의 하강으로 인하여 근본적으로 커졌다고는 볼 수 없다.

6. 결 론

동수압적 압력이 주로 작용하는 터빈 베어링에 정수압적 급유압력을 고려하여 주면서(즉 Hybrid 베어링으로 취급하므로써) 계산하여 얻어지는 고속회전하의 정특성수는 근본적으로 더 많은 신빙성을 주고 있다. 특히 처음으로 전체베어링을 통과하는 윤활유량과 기름주머니 부분에 교환되는 윤활유량 등에 대해 더욱 정확한 값을 얻게 되었다. 또한 윤활유 급유구에 적용하는 맵핑효과를 고려하고 급유압력, 기름주머니 등의 급유조건 매개변수를 최적화함으로써 베어링의 동특성수의 변화와 나아가서는 베어링의 안정성 문제를 근본적으로 개선할 수 있다는 것을 보여주었다. 일반적인 口徑形狀을 갖는 베어링의 특성수를 여러가지의 윤활유급유조건에 따라 이론적으로 미리 신빙성있고 신속하게 계산할 수 있는 컴퓨터 프로그램의 개발로 인하여 주어진 조건에 따라 최적의 베어링 형상 및 윤활유 공급조건을 구할 수 있는 기틀을 마련하였다. 결과적으로 이를 이용하여 효율높은 경제적인 기계를 설계할 수 있는 것이다.

후 기

본 연구는 1982년도 문교부 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 이에 감사하는 바입니다.

參 考 文 獻

- 1) Han, D.C.: Statische und dynamische Eigenschaften von Gleitlagern bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und bei Verkantung(theoretische Untersuchungen). Diss. Universität Karlsruhe, 1979.
- 2) Glienicke, J.: Feder-und Dämpfungskonstanten von Gleitlagern für Turbomaschinen und deren Einfluß auf das Schwingungsverhalten eines einfachen Rotors. Diss. Techn. Hochschule Karlsruhe, 1966.
- 3) Wolf, W.: Experimentelle Ermittlung der Stabilitätsgrenzen einer in verschiedenen Turbinen lagern laufenden Welle. Kolloquium "Wellenschwingungen" Frankfurt/M., 1972. Bericht R 213, S. 88/101, der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen, Frankfurt/M., 1972.
- 4) Cusano, C. and Conry, T.F.: Design of Multi-Recess Hydrostatic Journal Bearings for Minimum Total Power Loss. Trans. ASME, J. Eng. Ind. 1974, p. 226/232.
- 5) Rowe, W.B. and O'Donoghue, J.P.: A review of hydrostatic bearings design. Paper C21, Externally pressurized bearings, conference Nov. 1971, Instn. Mech. Engr., London 1971.
- 6) Han, D.C.: Grundprogramm zur Berechnung der statischen und dynamischen Kennwerte von Turbinenlagern. Forsch-Ber. H. 292 der Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen, Frankfurt/M. 1981.
- 7) Wiedenmann, R.: Veränderung des Schwingungsverhaltens gleitgelagerter Rotoren durch Schmierfilmturbulenz, Lagerverkantung, Lager-schalenabstützung sowie Lagerbockund Fundamenteinfluß. Diss. Universität Karlsruhe 1980.