

一定 熱流束 및 溫度條件下의 垂直管內에서 空氣의 自然對流 熱傳達 研究

손 병 진 * , 강 희 영 **

Natural Free Convection of Air in a Vertical Open Tube
With Uniform Heat Flux and Temperature

Son Byung Jir, Kang Hee Yung

요 약

수직관내에서 공기의 自然對流 熱傳達 研究가 流體의 支配方程式에 대한 理論解析과 實驗에 의하여 수행되었다. 管內에서 공기의 對流熱傳達 特性을 조사하기 위하여 무차원 Rayleigh 數가 도입되었으며, 이 Rayleigh 數와 Nusselt 數 사이의 관계를 有限差分法의 數值解析과 實驗으로 서로 比較하였다. 實驗에서 얻은 결과와 理論值가 서로 잘 일치하고 있음을 알았으며, 또한 Nusselt 와 Rayleigh 數 사이의 관계식을 얻었다.

ABSTRACT

The natural free convection in a vertical tube with uniform heat flux and temperature has been studied by the theoretical analysis of governing equations and experimental measurements. In order to determine the Characteristics of Convective heat transfer in the tube, a dimensionless Rayleigh number is introduced. The relationship between Nusselt and Rayleigh number is compared with the numerical analysis of finite difference method and experiment. Nusselt number obtained from the experimental measurements are in a good agreement with the calculated values, and the relationship equations between Nusselt and Rayleigh number are obtained.

* 正會員, 漢陽工大

** 韓國에너지研究所

記號說明

- U Dimensionless x -axis velocity
- V Dimensionless r -axis velocity
- R Dimensionless r -coordinate
- X Dimensionless x -coordinate
- θ Dimensionless temperature
- Gr Grashof number
- Pr Prandtl number
- Ra Rayleigh number
- Nu Nusselt number
- Pd Dimensionless Pressure defect
- p_d Pressure defect ($p - p_0$)
- h_c Convection heat transfer coefficient
- C_p Specific heat
- l Height of tube wall
- k Thermal conductivity
- g Gravity acceleration
- β Thermal expansion coefficient
- μ Dynamic viscosity
- ν Kinematic viscosity
- q Heat flux
- ω Tube wall
- ω_m Mean value at wall
- o Ambient condition
- $*$ Based on uniform heat flux

1. 序 論

수직관내에서 일어나는 自然對流에 대한 熱傳達研究는 실제로 보일러, 太陽熱 에너지 및 原子力 分野 등에서 널리 응용되고 있다. 이 분야에서 Elenbaas¹⁾ 이후 다수의 研究論文이^{2~6)} 發表되어 왔다.

本論文에서는 일정한 熱流束 및 溫度條件을 갖는 垂直管內에서 空氣의 流動에 따라 나타나는 자연대류의 熱傳達特性을 研究하였다.

우선 理論的인 解析을 하기 위하여 일반적인 流體의 支配方程式, 즉 연속, 運動量 그리고 에너지 方程式을 도입하였으며, 이 式들을 다시 無次元 變수가 포함된 無次元式으로 變換하였다. 이 무차원식을 풀기 위하여 有限差分法의 數值解析을 使用하였으며, 이것을 computer program하여 管內에서 流體의 속도 및 溫度分布 그리고 管壁面에서 溫度分布를 求하였다. 여기서, 특히 管壁面과 管內部에서 溫度값으로 Nusselt 數와 Rayleigh 數의 關係를 조사하였다.

實驗은 一定한 熱流束條件에 관해서만 遂行되었으며, 여기서, 垂直管으로 직경이 다른 種類의 bronze tube를 使用하였다. 實驗에서 測定한 溫度分布를 理論解析의 結果와 서로 比較하였고 그리고 Nusselt 와 Rayleigh 數 사이의 關係를 조사하였다.

2. 理論의 解析

수직관내에서 流體의 支配方程式은 다음과 같은 無次元式으로 記述할 수 있다.

$$\text{연속방정식 : } \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{V}{R} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \dots\dots (1)$$

$$\text{운동량방정식 : } U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{\partial P_d}{\partial X} + \theta \dots\dots (2)$$

$$\text{에너지방정식 : } U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \dots\dots (3)$$

윗 式(1), (2) 그리고 (3)에서 無次元 變數는 아래와 같이 一定 熱流束 및 溫度條件에 따라서 定義하였다.

$$U = \frac{r_w^2 u}{\nu l Gr}, V = \frac{r_w v}{\nu}, X = \frac{x}{l Gr}, R = \frac{r}{r_w}, P_d = \frac{r_w^4 P_d}{\nu^2 l^5 \rho Gr}, L = \frac{l}{Gr}, Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

$$\theta^* = \frac{(T-T_o)k}{qr_w}, \quad Gr^* = \frac{g\beta qr_w^5}{\nu^2 l k},$$

$$Nu^* = \frac{1}{\theta_w^*}, \quad Ra^* = Gr^* Pr \text{ (uniform heat flux)}$$

$$\theta = \frac{T-T_o}{T_w-T_o}, \quad Gr = \frac{g\beta(T_w-T_o)r_w^4}{\nu^2 l},$$

$$Nu = \frac{h_c r_w}{k}, \quad Ra = Gr Pr \text{ (uniform temperature)}$$

式(1), (2) 그리고 (3)의 境界條件은 아래와 같다.

$$U=0, V=0, \theta=1, \theta^*=0, P_d=0 \quad (X=0, R=1)$$

$$V=0, \frac{\partial U}{\partial R}=0, \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{\partial \theta^*}{\partial R} = 0, P_d=0, \quad (X=L, R=0) \dots\dots\dots (4)$$

무차원 支配方程式을 2차원 r, x 方向으로 節點을 設定하여 有限差分式으로 구성하였다. 그리고 위에서 주어진 境界條件들을 도입하여 電子計算用 program을 만들었다. 垂直方向의 點次를 100個 그리고 半徑方向의 節點을 40個로 設定하였다. 計算은 電子計算機(CDC-CYBER-174-16)을 活用하여 遂行하였다.

3. 實 驗

實驗은 一定 熱流束이 수직관의 外徑에 주어지는 경우에만 遂行되었다. 實驗裝置는 Fig. 1에 나타나 있으며, 수직관으로 bronze tube 들을 使用하였다. 管의 內부직경은 각각 21.2 mm, 34.6 mm 그리고 47.0 mm이며, 또한 이 管들의 두께는 모두 2 mm이고 높이는 80 cm 크기를 使用하였다.

各 垂直管의 外부에는 管內부의 壁面에서 一定 熱流束을 얻기 위하여 대략 1 cm 간격으로 니크롬선을 감았으며, 니크롬선과 管의 전기 絶연을 하기 위하여 2 mm의 석면을 설치하였

다. 그리고 이 外部에는 熱量의 損失을 막기 위하여 다시 8 cm 정도의 석면사를 감았다.

實驗條件은 Table. 1에 주어진 것과 같으며, 管內에서 空氣의 溫度는 Fig. 1의 A로 測定하였고 管壁面의 溫度는 B로 測定하였다. 溫度測定에 使用된 열전대는 Chromel-Alumel ($\phi = 1.0 \text{ mm}$)이다. 溫度測定은 定常狀態에 도달한 후에 시작하였다.

Table. 1. Experiment Conditions

Bronze tube	I. D. 21.2 mm	I. D. 34.6 mm	I. D. 47.0 mm
Resistance	17.6 Ω	22.0 Ω	13.5 Ω
Experiment Condition	60 Volt	85 Volt	68 Volt
	44	70	52
	30	57	40

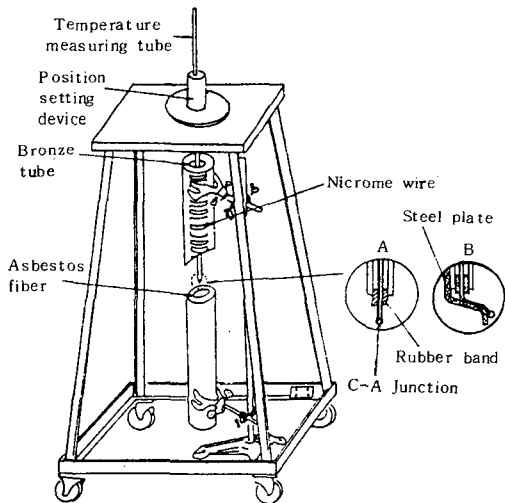


Figure 1. Experimental equipment

4. 結果 및 討議

理論의 數值解析 結果로서 一定 熱流束의 垂直管內에서 空氣의 온도와 속도분포는 Fig. 2에 주어졌고 一定 溫度條件에 대한 온도와 속도분포는 Fig. 3에 나타나 있다. Fig. 2에서 나타난 것처럼 管內의 溫度는 管壁面에서 中心

으로 갈수록 감소하고 있으며, x/l 값 즉 관의 垂直方向으로 溫度가 증가하고 있음을 보여주고 있다. 이것은 一定 熱流束인 경우는 관의 높이에 따라 溫度가 거의 일정하게 증가하고 있음을 나타낸다. 이와 비교하여 Fig. 3에 나타난 一定 溫度인 경우에는 관의 下部($x/l = 0.2$)에서 溫度구배가 크게 변화됨을 볼 수 있다. 一定 熱流束의 속도분포는 비교적 Rayleigh 數가 3×10^3 일때 管壁面의 인접한 영역에서 큰 속도구배가 나타나고 있으며, 一定 溫度에서는 $Ra = 4.5 \times 10^4$ 에서 큰 속도구배가 있음을 알 수 있다. 이것은 垂直管의 직경이 다소 크고 외부의 熱量이 크질 때 관내에서 공기의 流動이 管壁面 근방에서 크게 변화되는 것을 나타낸다.

Fig. 4는 일정 온도조건의 관에서 Rayleigh 數에 대한 Nusselt 數를 표시하였다. 그림에 나타난 것처럼 Ra 數가 낮은 영역에서는 비교적 크게 증가하고 큰 Ra 數 영역에서는 Nus-

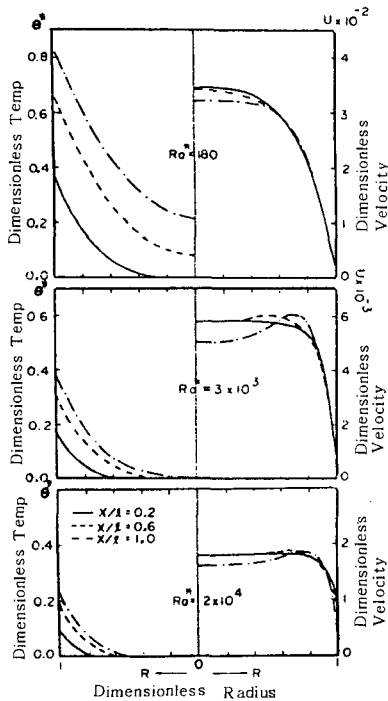


Fig. 2. Dimensionless temperature θ and velocity U profiles (uniform heat flux tube)

selt 數가 완만하게 增加하고 있으며, 이것은 Ra 數에 比例하여 管內에서의 對流熱傳達을 크게 增加시킬 수 없음을 나타낸다.

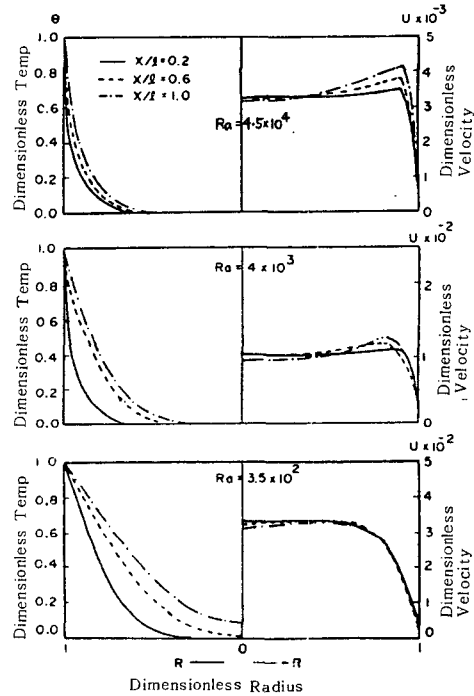


Fig. 3. Dimensionless temperature and velocity profile (uniform surface temperature)

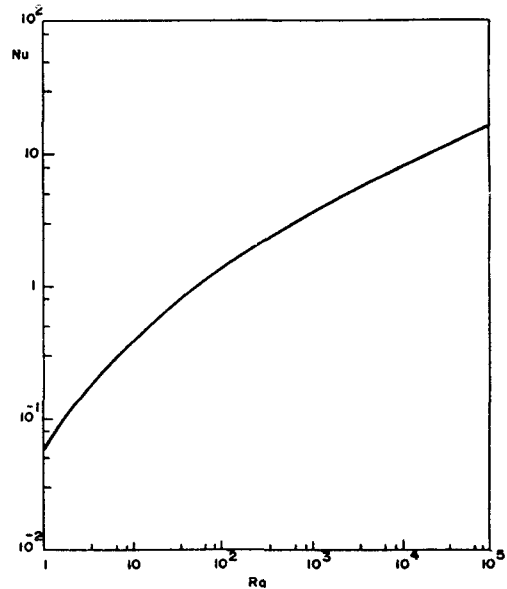


Fig. 4. The relationship between Nu and Ra for a vertical tube with a uniform wall temperature

實驗에서 얻은 測定値와 計算値를 Fig. 5 에서 서로 比較하였다. 그림에서 溫度分布는 管의 높이 方向으로 下部 ($x/l = 0.2$) 그리고 中心 부근 ($x/l = 0.6$)에서 각각 Rayleigh 數가 180, 3×10^3 그리고 2×10^4 일 때 대하여 나타나 있다. 管의 中心 부근에서는 計算値와 比較의 잘 맞고 있으나 下部에서는 最大 20% 정도의 誤差로서 다소 잘 一致하고 있

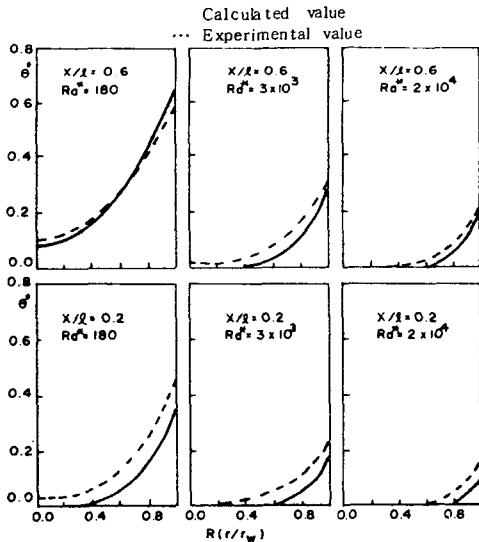


Fig. 5. The comparison of dimensionless temperature θ profiles between calculated and experimental values at $x/l = 0.3$, $x/l = 0.6$

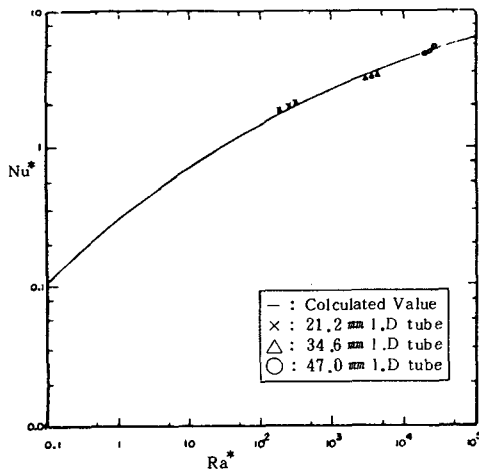


Fig. 6. Comparison of Nusselt-Rayleigh relationship between calculated values and experimental results

지 않음을 보여준다. 이것은 理論에서 설정한 境界條件이 管入口에서는 실제와 차이가 있으며, 또한 管入口 근방에서 열손실이 다소 크게 나타난 現狀이라고 설명된다. Fig. 6에서는 一定 熱流束의 條件에서 Rayleigh 數에 대한 Nusselt 數를 計算値와 서로 比較하여 나타내었다. 여기서 實驗値와 計算値가 잘 一致하고 있음을 보여주고 있다.

5. 結 論

一定 熱流束 및 溫度條件을 갖는 垂直管內에서 일어나는 空氣의 自然對流 熱傳達 研究 結果로서 아래와 같은 結論을 얻었다.

첫째, 垂直管內의 2 차원 기하학 구조에서 空氣의 속도 및 溫度分布를 분석하였던 바에 의하면 有限差分法의 數值解析이 支配方程式을 해석하는데 적절한 方法인 것으로 판단된다.

둘째, 實驗에서 垂直管 入口 근방의 溫度分布는 부분적으로 計算値와 最大 20% 정도의 誤差를 나타내었지만, 전체적으로 Rayleigh 數에 對한 Nusselt 數가 서로 잘 一致하고 있음을 보여 주었다.

셋째, 여러가지 分野에 設計資料로서 活用할 수 있는 Rayleigh와 Nusselt 數 사이의 관계식을 아래와 같이 구하였다.

$$\text{一定 熱流束 : } Nu^* = [0.32 + 0.26 (Ra^*)^{0.03}] (Ra^*)^{0.2}$$

$$\text{一定 溫 度 : } Nu = 0.2 [\log Ra] Ra^{0.25}$$

參 考 文 獻

1. Elenbaas, W., - The Dissipation of Heat by Free Convection : Inner Surface of Vertical Tubes of Different Shapes of Cross, Section, Physica, Vol. 9, No. 8, Septem. 1942.

2. E.M. Sparrow and J.L. Gregg, L,
Laminar - Free Convection Heat Transfer
from the Outer Surface of a Vertical
Circular Cylinder, Trans. ASME Vol. 78,
p. 1823 - 1829 (1956)
3. J.R. Dyer, The Development of
Natural Convection in a Vertical
Circular duct, Mech. Chem. Eng., Trans.
Instn Engrs Aust. MC 4 p. 78-86 (1968)
4. L.P. Davis and J.P. Perona, D
Development of Free Convection Flow of
a Gas in a Heated Vertical Open Tube,
Int. J. Heat Mass Transfer 14,
p. 889-903 (1971)
5. R. Greif, An Experimental and
Theoretical Study of Heat Transfer in
Vertical Tube Flows, J. Heat Transfer,
Trans. ASME 100, p. 86-91 (1978)