

Eigenanalysis 法에 依한 現地應力 測定値의 解析

林 漢 旭* 金 雄 秀**

The Interpretation of Stress Measured Results by Eigenanalysis

Han Uk Lim and Woong Soo Kim

Abstract

A strain gage relief technique was used to determine the magnitude and directions of a virgin principal stresses, but the values measured in the same borehole are always not consistent.

This paper has shown the use of the eigen analysis to achieve precise and reliable principal stress from measured values. The best fit stress ellipsoid to the data has been obtained through consideration of direction cosine of each principal stress.

1. 序 言

地下 岩盤內에 大規模 空洞을 掘鑿하여 이를 安全하게 維持하기 爲해서는 一次的으로 岩盤內에 作用하는 應力의 크기와 方向을 求하는 것이 重要하다.

現地 岩盤內 應力測定法으로는 여러가지 方法이 研究, 開發되고 있으나 널리 쓰이는 方法中의 하나는 應力開放法(stress relief method) 이라고 할 수 있다.

이 方法은 岩盤內에 測定孔(borehole)을 穿孔하고 이 孔內에 變形測定計(例: three directional borehole deformation gage)를 設置한 後 이들을 同心圓狀으로 오버코어링(over coring)하면서 岩盤의 變形量을 測定하고 이를 解

析하여 岩盤內 平均應力(average stress components) 및 主應力(principal stress)의 크기와 方向을 求하는 方法이다.

그러나 岩盤內에는 斷層이나 節理等 無數한 不連續面을 갖은 경우가 많고 또한 岩盤을 構成하고 있는 粒子의 크기, 組成 및 強度等의 變化가 甚할 뿐만 아니라 地體力(tectonic force) 및 地形等의 影響으로 測定地點의 位置에 따라 應力의 크기와 方向이 서로 다른 것이 一般的이다.^{1,2)}

이와같이 서로 隣接된 測定地點에 따라서 應力의 크기와 方向이 變化하는 경우 이들 資料로부터 特定地域의 岩盤內 平均應力을 求하는 方法으로 Stephenson³⁾은 標準偏差比(standard deviation ratio)를, Eugene⁴⁾는 多數의 測定 資料를 統計的으로 處理하여 求하였다.

* 江原大學校 資源工學科 專講

** 江原大學校 資源工學科 教授

그러나 Markland⁵⁾는 岩盤內 節理方向과 平均主應力을 解析하는데 Eigenanalysis 法을 利用하였거니와 일찌기 Watson, Snow, Kiraly 및 Scheidegger⁶⁾ 등도 岩盤內 많은 균열의 方向으로부터 構造線의 方向性을 解析하는데 이 方法을 利用하였다.

따라서 本 研究에서는 우리나라 三浪津 地域에서 應力開放法에 依해 測定된 資料를⁷⁾ Eigenanalysis 法으로 解析하여 主應力의 크기는 固有值(eigenvalue)로부터, 固有벡터(eigenve-

ctor)로부터는 主應力의 方向을 求하였다.

2. 現地應力 測定值와 主應力

2-1. 孔徑變形量

岩盤을 均質 等方의 完全彈性體라고 假定하고 有限要素法에 依한 理論的인 變形量을 보면 그림 1과 같으며⁸⁾ 實際 現地 岩盤에서 測定한 代表的인 例를 들면 그림 2와 같다.

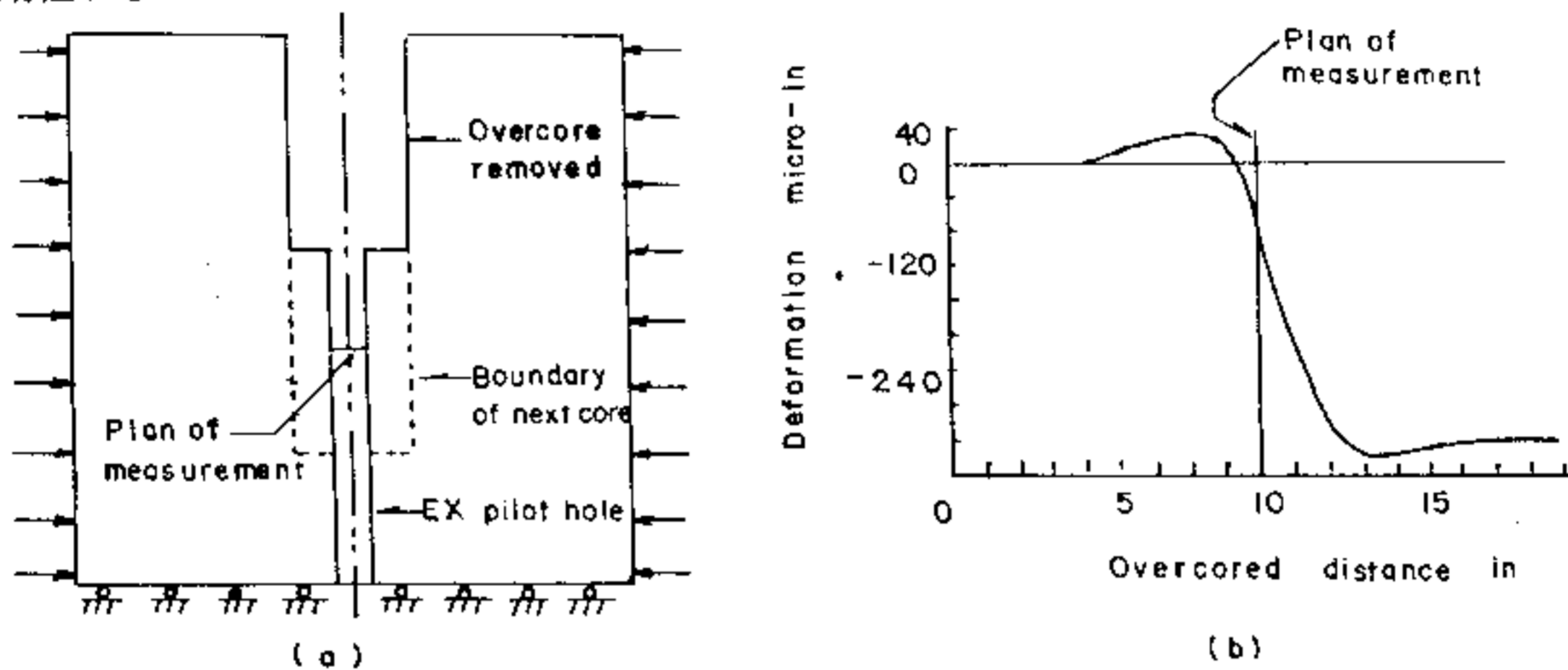


Fig. 1. Diagnostic stress-relief curves due to overcoring
(a) Finite element model of overcoring at depth
(b) Diametral stress-relief curves obtained from this model

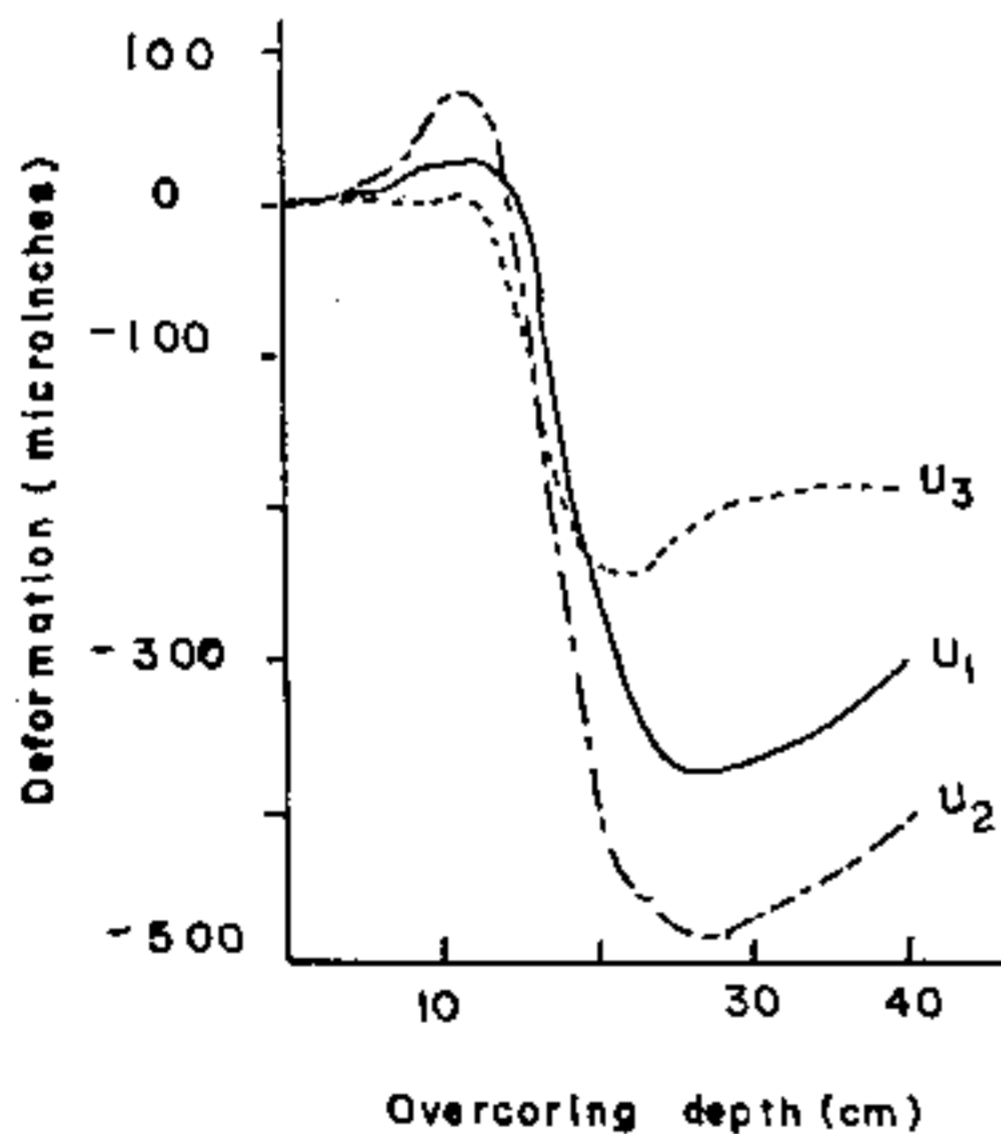


Fig. 2. Graph of deformation versus overcoring depth

2-2. 平均應力 및 主應力

岩盤內 任意方位角과 傾斜角을 갖은 測定孔內에서 孔徑變形量을 測定하는 경우 이들 3測定孔들을 相互 結付시켜 解析하기 爲하여 共通座標系를 利用하기로 한다.

變形量과 共通座標系內에서 3個의 垂直應力(normal stress) $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 및 3個의 剪斷應力(shearing stress)을 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 라 하면 平面變形率(plane strain) 條件의 경우 이들은 다음과 같은 關係를 갖는다.⁹⁾

$$u = b_1 J_1 + b_2 J_2 + b_3 J_3 + b_4 J_4 + b_5 J_5 + b_6 J_6 \dots (1)$$

여기서

$$b_1 = -\sigma_x, \quad b_2 = \sigma_y, \quad b_3 = \sigma_z, \quad b_4 = \tau_{xy},$$

$$b_5 = \tau_{yz}, \quad b_6 = \tau_{zx}$$

$$J_1 = f_1 l_1^2 + f_2 l_2^2 + f_3 l_3^2 + f_4 l_1 l_3$$

$$\begin{aligned}
 J_2 &= f_1 m_1^2 + f_2 m_2^2 + f_3 m_3^2 + f_4 m_1 m_3 \\
 J_3 &= f_1 n_1^2 + f_2 n_2^2 + f_3 n_3^2 + f_4 n_1 n_3 \\
 J_4 &= 2f_1 l_1 m_1 + 2f_2 l_2 m_2 + 2f_3 l_3 m_3 \\
 &\quad + f_4 (l_1 m_3 + l_3 m_1) \\
 J_5 &= 2f_1 m_1 n_1 + 2f_2 m_2 n_2 + 2f_3 m_3 n_3 \\
 &\quad + f_4 (m_1 n_3 + m_3 n_1) \\
 J_6 &= 2f_1 n_1 l_1 + 2f_2 n_2 l_2 + 2f_3 n_3 l_3 \\
 &\quad + f_4 (n_1 l_3 + n_3 l_1)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

한편

$$\begin{aligned}
 f_1 &= d(1+2\cos\theta)(1-\nu^2)/E + d\nu^2/E \\
 f_2 &= -d\nu/E \\
 f_3 &= d(1-2\cos 2\theta)(1-\nu^2)/E + d\nu^2/E \\
 f_4 &= d(4\sin 2\theta)(1-\nu^2)/E
 \end{aligned}$$

l_i, m_i, n_i 는 任意座標軸이 共通座標軸과 이루는 方向餘弦(direction cosine)이며 θ 는 任意座標系를 h_1, h_2, h_3 라 하고 孔軸方向을 h_2 로 했을 때 孔軸方向이 h_1 軸과 이루는 傾斜角이다.

따라서 孔徑變形量(u), 測定孔의 直徑(d), 岩盤의 泊松比(ν) 및 彈性係數(E), 그리고 θ 및 方向餘弦을 代入하면 式(1)로부터 6個의 應力成分을 求할 수 있다.

한편 主應力은 剪斷應力이 0이 되는 ($S_{12}=S_{23}=S_{31}=0$) 새로운 座標軸을 1, 2, 3이라 하고 이 座標軸에 平行한 垂直應力成分을 S_1, S_2, S_3 라 하면 이것이 主應力이 되고 이 값은 式(3)의 解인 3乘根이다. ^{*1, 2)}

$$S^3 + 3BS^2 + 3CS + D = 0 \tag{3}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 B &= -(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 \\
 C &= (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)/3 \\
 D &= -\sigma_x \sigma_y \sigma_z - 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} + \sigma_x \tau_{yz}^2 + \sigma_y \tau_{zx}^2 \\
 &\quad + \sigma_z \tau_{xy}^2
 \end{aligned}$$

式(3)의 3乘根 S_1, S_2, S_3 는 다음과 같이 求해 진다.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= -B \pm 2E \cos A \\
 S_2 &= -B \pm 2E \cos(A + 120^\circ) \\
 S_3 &= -B \pm 2E \cos(A + 240^\circ)
 \end{aligned}$$

但

$$\begin{aligned}
 E &= (B^2 - C)^{1/2} \\
 F &= -B^3 + (3BC - D)/2 \\
 \cos 3A &= \pm F/E^3
 \end{aligned}$$

또한 主應力軸1이 共通座標系 X, Y, Z 軸과 이루는 方向餘弦은 式(4)와 같으며 任意主應力의 方位角과 傾斜角은 式(5)와 같은 關係를 갖는다.

$$\begin{aligned}
 (S_1 - \sigma_x)l_1' - \tau_{zx}m_1' - \tau_{xy}n_1' &= 0 \\
 -\tau_{xy}l_1' + (S_1 - \sigma_y)m_1' - \tau_{yz}n_1' &= 0 \\
 -\tau_{zx}l_1' - \tau_{yz}m_1' + (S_1 - \sigma_z)n_1' &= 0 \\
 (l_1')^2 + (m_1')^2 + (n_1')^2 &= 1
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 \tan(\text{bearing of } S_1) &= l_1'/m_1' \\
 [\cos(\text{angle of inclination of } S_1)] \\
 \times [\cos(\text{bearing of } S_1)] &= m_1' \\
 [\cos(\text{angle of inclination of } S_1)] \\
 \times [\sin(\text{bearing of } S_1)] &= l_1'
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

主應力軸 2 및 3에 對한 方向餘弦은 같은 方程式으로 表示되며 式(4)의 添字 1 代身에 2 또는 3으로 表示하면 된다.

3. Eigenanalysis 에 依한 主應力의 解析

3-1. Eigenanalysis 解析

地表面로부터 深度가 約 150m 되는 流紋岩(rhyolite) 內에서의 變形量으로부터 求한 平均岩盤應力 및 主應力의 크기와 方向은 表 1과 같으며 主應力의 크기만을 圖示하면 그림 3과 같다.

Table 1-a. Stresses computed from strain readings (for site 1)

Test No.	Depth of bore-hole (m)	Magnitude and directions of principal stresses (p. s. i)				Stress components (p. s. i)					
		S_1	L_1	M_1	N_1	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
1	4.52	-1510	129°44'	126°40'	60°54'	-994	-541	-1249	118	-416	-254
		-992	79°31'	94°55'	11°36'						
		-282	81°34'	65°23'	26°11'						

Test No.	Depth of bore-hole (m)	Magnitude and directions of principal stresses (p. s. i)				Stress components (p. s. i)					
		S_1	L_1	M_1	N_1	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
		S_2	L_2	M_2	N_2						
		S_3	L_3	M_3	N_3						
2	5.31	-1727 -998 -745	133°32' 99°11' 58°43'	102°56' 84°54' 65°25'	46°24' 10°30' 41°42'	-976	-1225	-1268	-33	-444	-191
3	5.89	-1722 -932 -801	102°51' 111°0' 36°53'	120°8' 62°42' 86°49'	6°49' 35°53' 36°48'	-940	-1392	-1123	-196	-338	-210
4	6.37	-2482 -1323 -836	86°06' 49°42' 130°46'	102°8' 104°4' 72°6'	2°19' 43°41' 46°11'	-1306	-2264	-1072	-504	-146	-202
5	7.10	-1438 -1218 -727	87°20' 58°53' 140°20'	84°11' 106°47' 77°13'	6°23' 36°17' 52°54'	-1091	-1384	-908	-129	-43	-237
6	7.92	-1336 -1103 -680	141°35' 26°14' 83°3'	86°33' 109°19' 75°35'	51°48' 33°29' 16°6'	-984	-1276	-859	-97	-40	-232
7	8.86	-2291 -841 -607	94°43' 40°28' 126°3'	103°15' 102°3' 83°33'	14°6' 49°53' 36°55'	-888	-2007	-843	-502	-380	-21

Table 1-b. Stresses computed from strain readings (for site 2)

Test No.	Depth of bore-hole (m)	Magnitude and directions of principal stresses (p. s. i)				Stress components (p. s. i)					
		S_1	L_1	M_1	N_1	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
		S_2	L_2	M_2	N_2						
		S_3 <th>L_3</th> <th>M_3</th> <th>N_3</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>	L_3	M_3	N_3						
1	4.05	-933 -487 -471	99°20' 50°47' 88°27'	88°16' 138°13' 82°40'	9°44' 77°53' 7°36'	-869	-400	-483	+269	-108	-97
2	4.82	-968 -742 -366	89°56' 106°54' 19°41'	87°42' 90°24' 99°27'	2°25' 16°54' 72°53'	-708	-964	-395	57	-53	-107
3	5.37	-1572 -1474 -662	97°35' 88°2' 73°54'	89°34' 71°12' 26°27'	7°42' 18°54' 69°54'	-1562	-755	-1391	83	-247	-39
4	5.98	-1504 -1306 -252	83°35' 89°7' 142°42'	90°58' 83°47' 125°43'	6°31' 6°25' 80°46'	-1477	-290	-1295	170	-120	-6
5	7.02	-1256 -1237 -892	88°43' 148°45' 89°47'	90°14' 121°11' 89°53'	1°24' 88°17' 0°17'	-1175	-1155	-891	441	-44	0

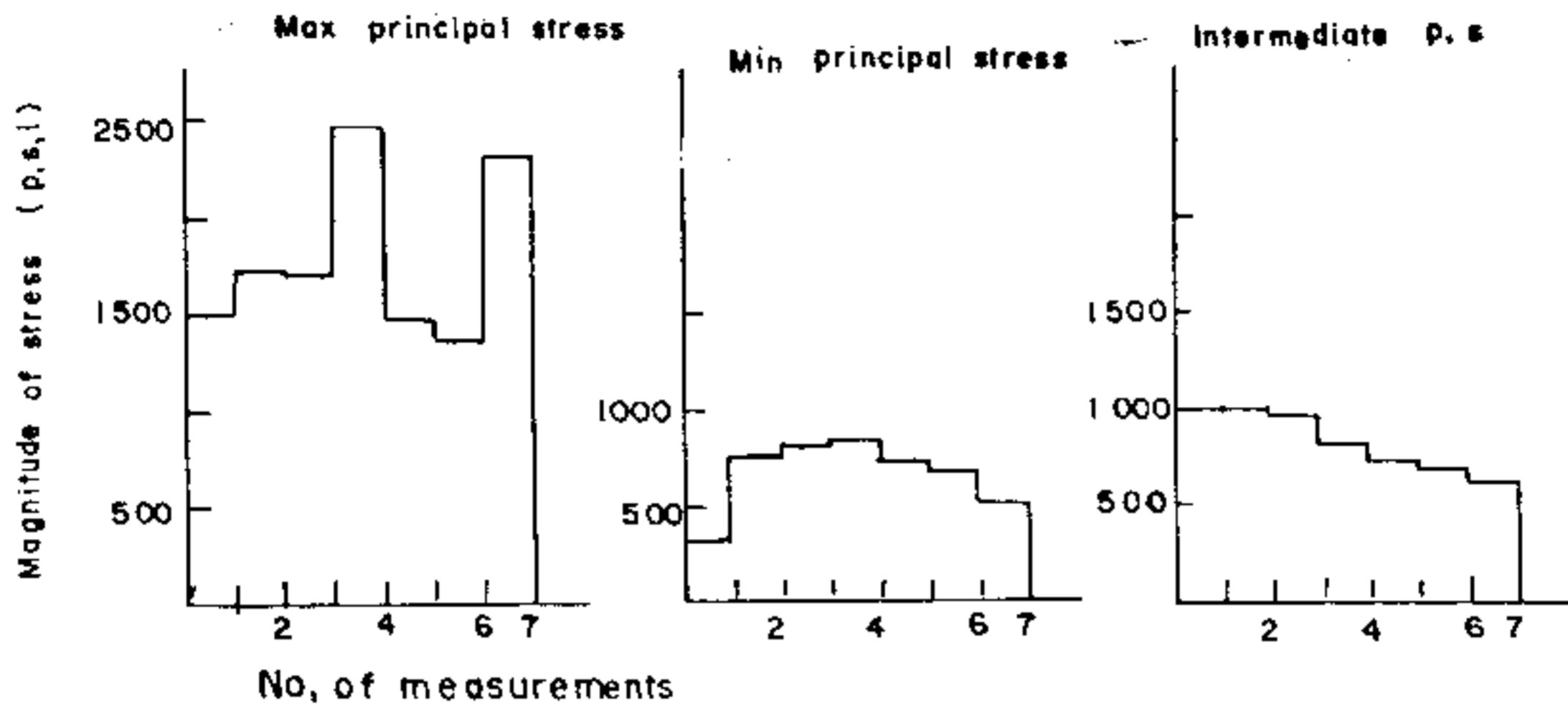


Fig.3-a. Computed values of primary stresses for site 1.

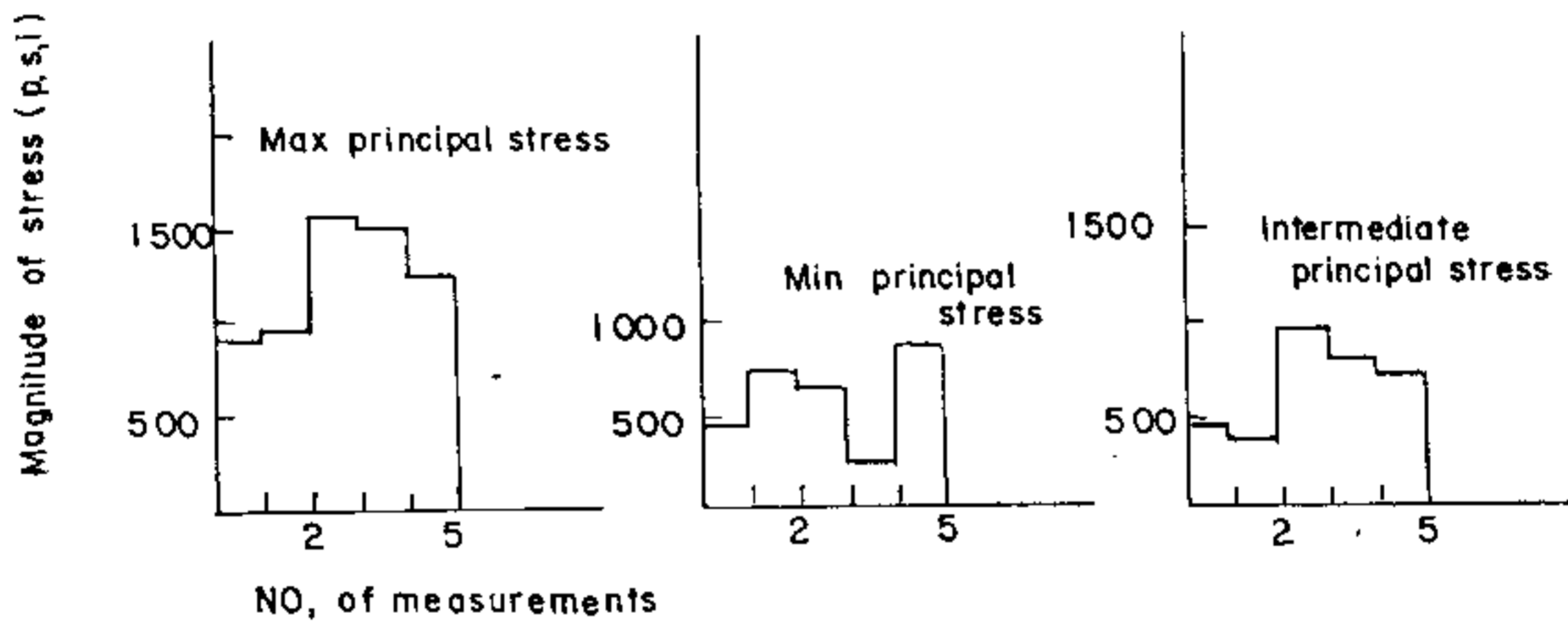


Fig.3-b. Computed values of primary stresses for site 2.

그러나 同一 測定孔內에서 求한 主應力의 크기와 方向이 表 1 및 그림 3과 같이 서로 다르므로 이의 代表値를 求하기 爲하여 電算處理에 依한 Eigenanalysis 한 結果는 表 2와 같다.

Table 2. Eigenvalues & vectors

Site	Eigenvalues	Eigen vectors		
		L	M	N
1	11398	0.0471	0.1040	0.994
	7502	-0.7660	0.2249	0.6032
	5820	0.5299	-0.2756	0.8090
2	6002	0.0348	0.1391	0.9925
	4662	0.6427	-0.7431	0.2249
	3459	-0.1564	0.0348	0.9876

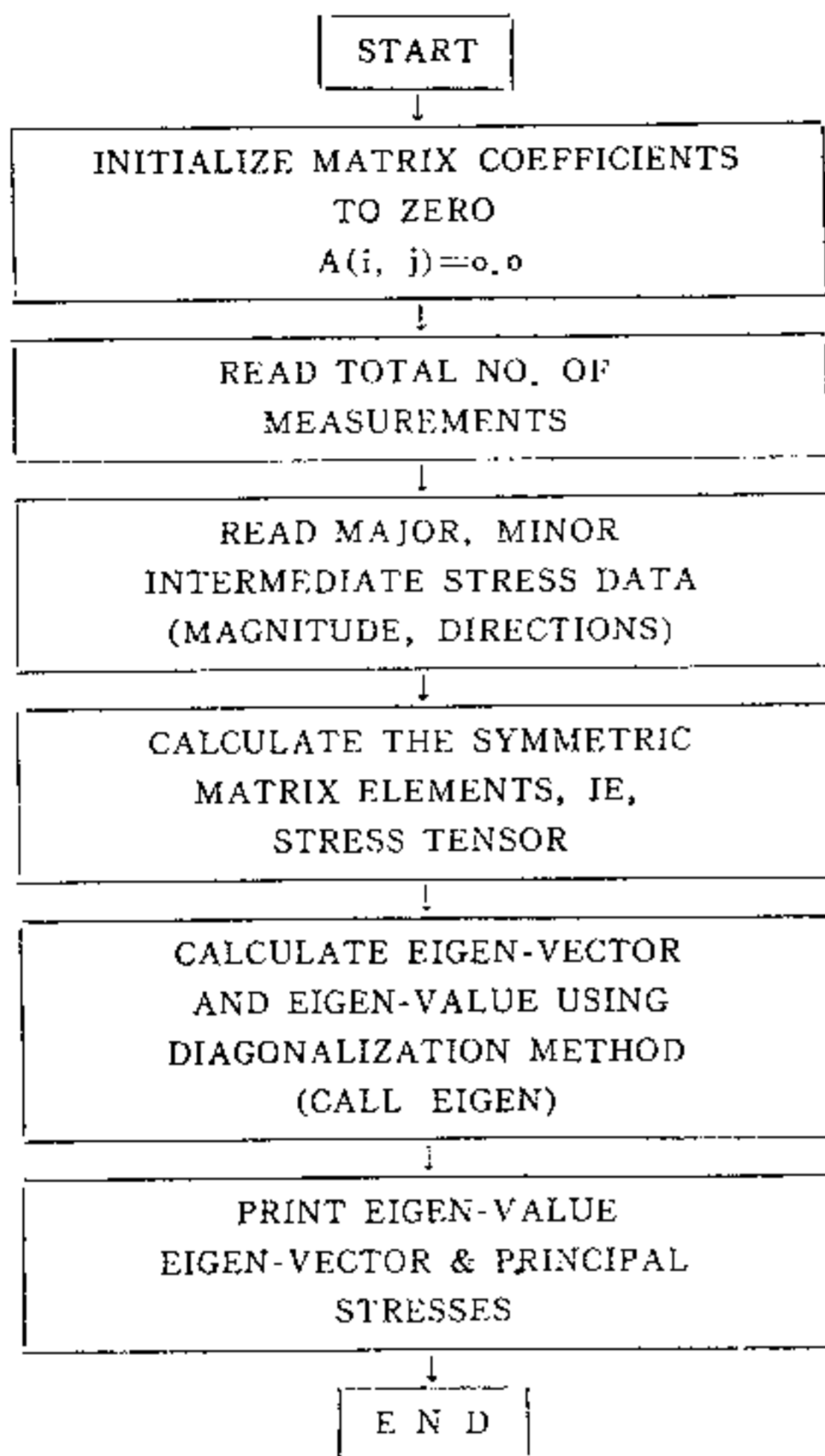


Fig. 4. Flowchart of the program.

3-2. 考 察

測點 1의 경우 7個의 資料를, 測點 2의 경우는 5個의 測定값을 合算한 값이므로 表 2의 固有值(eigenvalue)를 各 資料의 數로 나누면 表 3과 같은 主應力의 크기가 얻어지는데 이들 값은 方向餘弦(direction cosine)을 考慮한 값으로 算術平均値보다 分散度도 적어 더욱 妥當한 값이라 생각된다.

그러나 固有벡터(eigen vectors)는 方向餘弦을 處理한 값이므로 單純히 算術平均한 경우보다 더욱 信賴할 값을 求할 수 있다.

表 3의 eigenanalysis 한 主應力의 크기와 方向을 圖示하면 그림 5와 같이 測點 1 및 2의 경우 最大主應力이 南西 14°~24° 方向에서 거의 水平으로, 最小主應力은 東南 13~16° 方向에서 水平上方 60°로 作用되고 있음을 알 수 있다.

그러나 測點 1의 경우 2 보다 더 큰 값을 나타내는 것은 測點1로부터 外測으로 約 20m 떨어져 또 다른 tunnels(access tunnel)이 掘鑿되어 應力이 集中되는 까닭으로 解析된다.

4. 結 論

岩盤內 一點에 作用하는 應力의 크기를 求하

Table 3. Comparison eigenanalysis with arithmetic mean values

Site	principal stress	Eigenanalysis			algebraic mean values (magnitude)
		magnitude	inclination	bearing	
1	major stress(S ₁)	1628.3psi	96.60°	204.3°	1786psi
	intermediate stress(S ₂)	1071.7	56.4	117.5	1058
	minor stress(S ₃)	831.4	149.7	106.4	668
2	S ₁	1200.4	98.8°	194°	1246
	S ₂	932.4	48.0	139.2°	974
	S ₃	691.8	92.2	102.5°	603

major stress for site 1 : 11398 ÷ 7회 = 1628 psi
major stress for site 2 : 6002 ÷ 5회 = 1200 psi

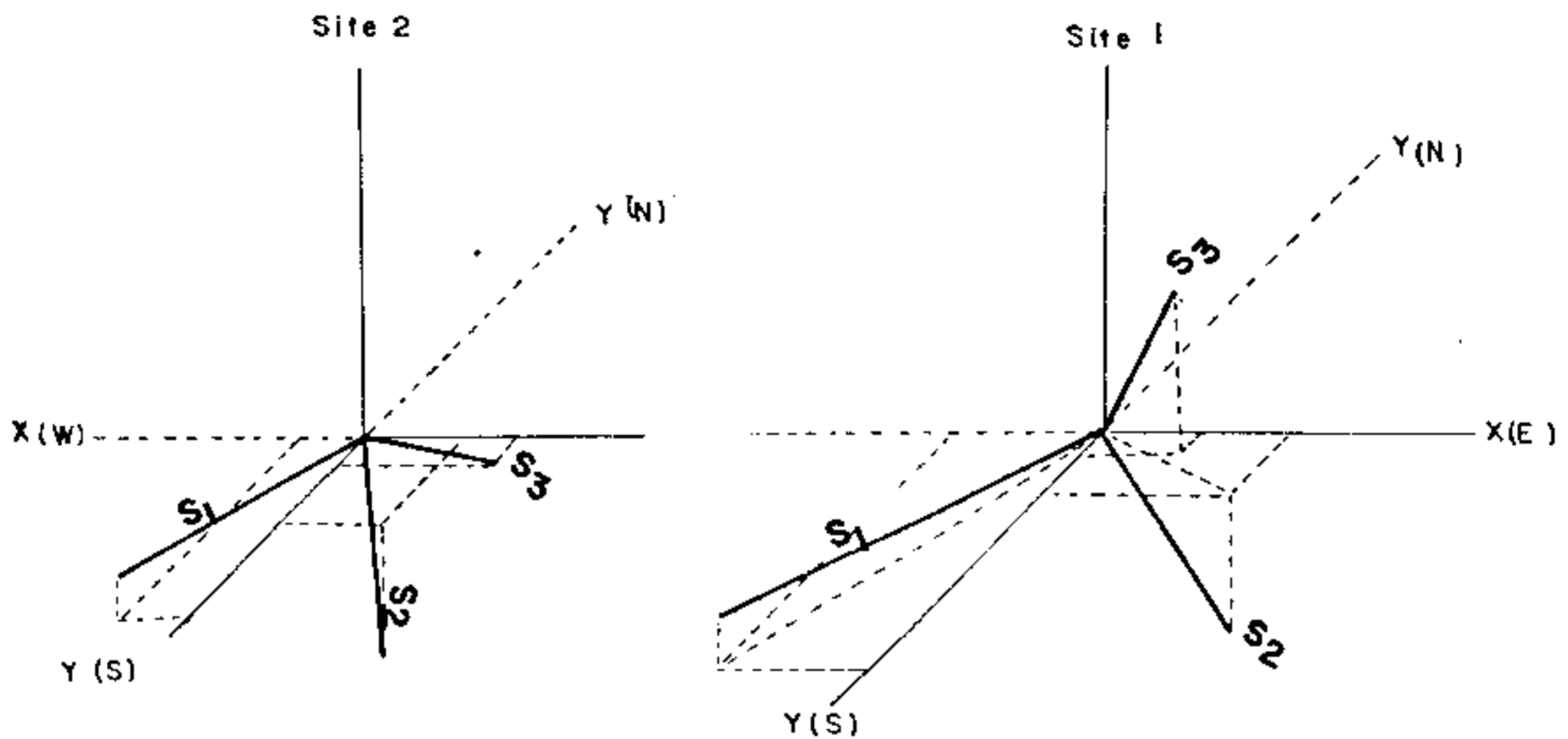


Fig.5. principal stresses for site 1, 2

기 爲하여 孔徑變形量을 測定하여 解析하는 경우, 岩盤內에 存在하는 不連續面(discontinuity), 그 造岩鑛物의 物性 및 力學的 性質의 差異, 地形 및 地體力等으로 同一 孔內에서 測定한 主應力의 크기와 力向이 一定치 않다.

따라서 同一 孔內에서 反復 測定하여 그 代表值를 求하는 方法으로 지금까지 算術平均法, 標準偏差比法等이 利用되고 있으나 本 研究에서는 岩盤內 構造線의 方向性 解析에 널리 쓰

이는 Eigen analysis 法으로 解析하였다.

即 固有值(eigen value)로부터 主應力의 크기, 固有벡터(eigen vector)로부터는 그 作用方向을 求하였다.

이 固有值와 固有벡터는 方向餘弦을 考慮하여 計算된 값이기 때문에 이를 考慮치 않은 다른 方法보다 信賴度가 높아 現地應力 測定值 解析에 有用한 方法임을 알 수 있다.

參 考 文 獻

1. Obert, L., and W. I. Duvall., Rock mechanics and the design of structures in rock : John Wiley & sons, New York, 650pp (1976).
2. H. Wöhlbier., Handbook on mechanical properties of rocks, Trans. Tech publications : V. II, 102~114 (1978).
3. Stephenson, B. R., Application of the strain rosette relief method to measure principal stresses throughout a mine. Int. J. Rock mech. Min. Sci. : V. 7, 1~22. (1970).
4. Eugene, H. S., et als., In situ determination of rock behavior by overcore stress relief method, physical property measurements, and initial deformation method, U. S. B. M. RI 7962 : 87pp. (1974).
5. Markland, J., The analysis of principal components of orientation data. Int. J. Rock mech. Min. Sic. : V. 11, 157~163. (1974).
6. Scheidegger, A. E., and H. Fara., An eigenvalue method for the statistical evaluation of fault plane solutions of earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer. : V. 53, 811~816.

(1963).

7. 林漢旭, 李正仁., 三浪津 揚水地下發電所 現地岩盤의 應力測定에 關한 研究. 서울大學校 工
科大學 生産技術研究所 報告: V. 4, No. 1, 1~15 (1981).
8. Hooker, V. E., Aggson, J. R., and Bickel, D. L., Improvements in the three com-
ponent borehole deformation gage and overcoring technique: U.S.B.M., RI7894, 29pp.
(1974).
9. Panek, L. A., Calculation of the average ground stress components from measurements
of the diametral deformation of a drill hole: U.S.B.M., RI 6732, 41pp. (1966).