

有限要素法에 의한 固體內部的 四角熱源 周圍 熱傳導 特性研究

張 在 銀* · 洪 奉 基*

A Study on Heat Transfer Analysis around the Square Heat Source of Interior Solid by Using Finite Element Method

Jae-eun CHANG* , Bong-ki HONG*

In this paper the result of heat transfer analysis around the square heat source of interior solid by using the F.E.M is reported.

Calculation for temperature distribution and each element was used by F.E.M. The solid is sub-divided into system of equal size triangular shape.

These values of temperature distribution will valuable for design of jet engine and steam generator and the results gained are as follow;

1. Calculation by F.E.M is identified with the experiment.
2. Temperature distribution on the horizontal surface is $\theta=0.698$ in model 4 and the other hand $\theta=0.401$ in model 6 for $X=16cm$. In intermediates surface between heat source and bottom surface, the influence of L is more greater than that of height in the temperature difference.
3. Temperature distribution on the vertical surface for model 2 is resulted strong influence by K .

In the case of $Y=4cm$ is identified with $\theta=0.0790$ for $K=7$ and also $\theta=0.0036$ for $K=0.3$.

In the difference of temperature distribution.

序 論

熱傳導 問題는 工學에 있어서 매우 重要한 分野로서 어떤 物體內部的 溫度分布를 안다면 物體內外를 移動하는 熱量을 計算할 수 있고 이것으로부터 應力의 分布도 알 수 있다.

이에 대한 應用分野로서 Jet engine이나 蒸氣發生機 및 地下埋設 cable 또는 送油管 등의 熱傳導解析

이 이들 設置를 爲한 重要한 資料가 된다. 그리고 이들의 熱的影響의 諸性質을 利用할 目的으로 理論的인 解析으로서 熱傳導에 관한 偏微分方程式이 Fourier에 의해 提起된 이래 이에 관한 많은 研究가 있었다.^{1),2)}

그러나 熱傳導問題를 解析學으로 解析하는 데는 많은 時間과 勞力이 들뿐만 아니라 여러가지 어려운 점이 계산과정에 있다.³⁾ 이를 改善하기 爲해 科學技術의 發展과 더불어 大形 computer의 普及에 따라 最

*釜山水產大學: National Fisheries University of Busan.

近有限差分法(Finite difference method)의 近似解法의 使用이 增加해왔다. 그러나 有限差分法은 問題가 되는 系의 形狀에 依한 境界條件의 導入이 어렵고 또 電子計算機의 汎用性이 어느 程度 制限된다는 問題點이 있다.⁴⁾

그러하여 1950年代부터 航空産業에 使用된 有限要素法(Finite element method)이 熱傳導 問題에도 Zienkiewicz, Cheung (1965),⁵⁾ Wilson, Nickell (1966)⁶⁾ 등에 依해 開發 및 應用된 이후 programing 상의 汎用性이 急速度로 增加되어 왔다.^{7),8)} 이러한 特性을 考慮하여 本研究은 有限要素法에 依해 固體內部 四角熱源에 依한 周圍 熱傳導問題를 數值解析하여 그 諸條件變化에 對한 熱傳導特性을 求하고 이에 對한 實驗을 行하여 서로 比較檢討하고 그 結果의 傾向을 提示한다.

理 論 解 析

定常狀態熱傳導에 對한 2次元 平面에 있어서 偏微分方程式은⁹⁾

$$k_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q = 0 \quad (1)$$

이다.

Fig. 1에서 物體表面의 境界條件式은 다음과 같은 式으로 주어진다.

$$T = T(x, y) \quad \text{on } c_1 \quad (2)$$

$$k_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} l_x + k_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} l_y = q \quad \text{on } c_2 \quad (3)$$

$$k_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} l_x + k_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} l_y + h(T - T_a) = 0 \quad \text{on } c_3 \quad (4)$$

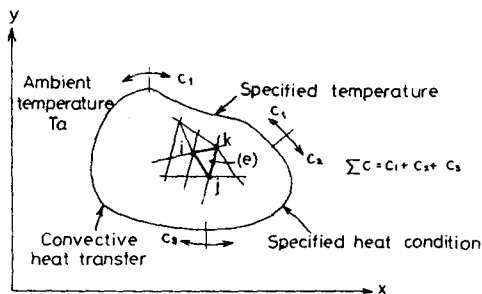


Fig. 1 Two Dimension for the heat conduction equation

有限要素法은 無限自由度를 갖는 連續體로 假定된 有限個의 未知量을 가진 部分領域 集合體에 따라 近似解를 求하는 解法으로서 要素內의 未知量은 連續體로 變한다고 假定하여 Potential energy를 求하여 全要素에 對해서 總和하고 連續體가 平衡狀態일 때 energy가 最小值를 갖는다는 變分原理에 基礎을 두고 있다.¹⁰⁾

式(1)의 微分方程式은 境界條件 (2)(3)(4)에서 解를 求하는 것은 式(5)를 汎函數 Π 의 極值를 求하는 것과 같다.⁴⁾

$$\Pi = \int_A \frac{1}{2} [k_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + k_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 - 2QT] dA + \int_{c_2} qT ds + \int_{c_3} \frac{1}{2} h(T - T_a)^2 ds \quad (5)$$

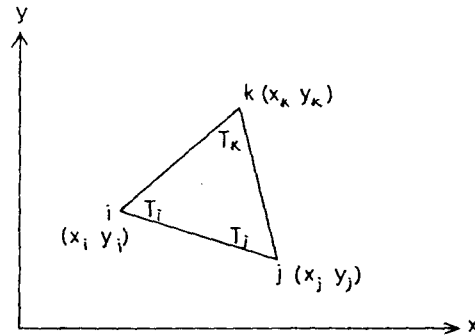


Fig. 2 Three-Node Triangular Element for two dimensional heat conduction

따라서 Fig. 2에서 2次元 領域上에서 i로부터 反時針方向으로 番號를 붙이고 任意의 要素(e)에 對해서 溫度 $T^{(e)}$ 를 表示하면

$$T^{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (6)$$

要素內의 任意의 點 i, j, k 에서

$$\begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

로 된다. 그러므로 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 은

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{Bmatrix} (x_j y_k - x_k y_j) & (x_k y_i - x_i y_k) & (x_i y_j - x_j y_i) \\ (y_j - y_k) & (y_k - y_i) & (y_i - y_j) \\ (x_k - x_j) & (x_i - x_k) & (y_j - x_i) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{Bmatrix} a^i & a^j & a^k \\ b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{Bmatrix} \{T\} \quad (8)$$

가 된다. 여기서

$$2A = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \quad (9)$$

이다.

式(7)을 式(6)에 代入하면

$$T^{(e)} = N_i T_i + N_j T_j + N_k T_k \\ = [N^{(e)}] \{T^{(e)}\} \quad (10)$$

式(5)를 變形하기 爲해 2個의 marix를 使用하면

$$\{g\}^T = \left[\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (11)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 \\ 0 & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (12)$$

이 고 式(11)(12)을 式(5)에 代入하면

$$\Pi = \int_A \frac{1}{2} [\{g\}^T [D] \{g\} - 2TQ] dA + \int c_2 q T ds \\ + \int c_3 \frac{h}{2} [T^2 - 2TT_a + T_a^2] ds \quad (13)$$

이 된다.

任意의 要素(e)에 對해서

$$\{g^{(e)}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \{T\} \quad (14)$$

이 된다. 式(14)은

$$\{g^{(e)}\} = [B] \{T\} \quad (15)$$

이므로 式(5)은

$$\Pi^{(e)} = \int_A \frac{1}{2} \{T\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{T\} dA \\ - \int_A \frac{1}{2} Q [N^{(e)}] \{T\} dA + \int c_2 q [N^{(e)}] \{T\} ds \\ + \int c_3 \frac{h}{2} \{T\}^T [N^{(e)}] [N^{(e)}] \{T\} ds \\ - \int c_3 \frac{h}{2} T_a [N^{(e)}] \{T\} ds + \frac{h}{2} T_a^2 ds \quad (16)$$

이며 여기서 各項을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Pi = \Pi^{(1)} + \Pi^{(2)} + \Pi^{(3)} + \Pi^{(4)} + \Pi^{(5)} + \Pi^{(6)} + \dots \\ + \Pi^{(E)} = \sum_{e=1}^E \Pi^{(e)} \quad (17)$$

Π 을 最小化시키기 爲하여

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \sum_{e=1}^E \Pi^{(e)} = 0 \quad (18)$$

이다. 各項을 簡單하게 Matrix 微分하여 積分을 行하면

$$\frac{\partial \Pi^{(1)}}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_A \frac{1}{2} \{T\}^T [B^{(1)}]^T [D^{(1)}] [B^{(1)}] \{T\} dA \\ = \int_A \frac{1}{2} [B^{(1)}]^T [D^{(1)}] [B^{(1)}] \{T\} dA \\ \frac{\partial \Pi^{(2)}}{\partial \{T\}} = - \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int_A \frac{1}{2} Q [N^{(2)}] \{T\} dA$$

$$= - \int_A \frac{1}{2} Q [N^{(2)}] \{T\} dA \\ \frac{\partial \Pi^{(3)}}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int c_2 q [N^{(3)}] \{T\} ds \\ = \int c_2 q [N^{(3)}] \{T\} ds \\ \frac{\partial \Pi^{(4)}}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int c_3 \frac{h}{2} \{T\}^T [N^{(4)}] [N^{(4)}] \{T\} ds \\ = \int c_3 \frac{h}{2} [N^{(4)}]^T [N^{(4)}] \{T\} ds \\ \frac{\partial \Pi^{(5)}}{\partial \{T\}} = - \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int c_3 \frac{h}{2} T_a [N^{(5)}] \{T\} ds \\ = - \int c_3 \frac{h}{2} T_a [N^{(5)}] \{T\} ds \\ \frac{\partial \Pi^{(6)}}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \int c_3 \frac{h}{2} T_a^2 ds \\ = 0 \quad (19)$$

이 된다.

全體를 積分하기 爲하여 式(16)을

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \{T\}} = [k^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\} \quad (20)$$

라 둔다. 여기서

$$[k^{(e)}] = \int_A [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dA \\ + \int c_3 \frac{h}{2} [N^{(e)}]^T [N^{(e)}] ds \quad (21)$$

$$\{f^{(e)}\} = - \int_A \frac{1}{2} Q [N^{(e)}] \{T\} dA + \int c_2 q [N^{(e)}] \{T\} ds \\ - \int c_3 \frac{h}{2} T_a [N^{(e)}] \{T\} ds \quad (22)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{T\}} = \sum_{e=1}^E ([k^{(e)}] \{T\} + \{f^{(e)}\}) \\ = 0 \quad (23)$$

이다. 그리고 式(17)을 積分하면

$$\frac{\partial \Pi^{(1)}}{\partial \{T\}} = \int_A [B^{(1)}]^T [D] [B^{(1)}] dA \\ = \frac{k_{xx}}{4A} \begin{pmatrix} b_i b_i & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j b_j & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k b_k \end{pmatrix} + \frac{k_{yy}}{4A} \begin{pmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{pmatrix} \quad (24)$$

이다. $\frac{\partial \Pi^{(2)}}{\partial \{T\}}$ 은 面積座標을 使用하면

$$L_1 = N_i \quad L_2 = N_j \quad L_3 = N_k \quad (25)$$

이므로

$$\left[\frac{\partial \Pi^{(2)}}{\partial \{T\}} \right] = \int_A \frac{1}{2} Q [N^{(2)}]^T \{T\} dA \\ = \frac{QA}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

이다. 式(24)(26)에서 c_1 領域에서의 溫度分布을 알 수 있다.

自然境界 $c_2 c_3$ 上에서 熱流束은 無視하고 對流現象

만 考慮하면 任意要素 (e)에서 jk 邊에서 $\left[\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \{T\}} \right]$ 는

q가 無視되었으므로 0으로 되고 $\left\{\frac{\partial \Pi^{(4)}}{\partial \{T\}}\right\}$ 에 jk 사이의
邊에서만 對流現象이 일어나므로 $N_i=L_1=0$ 가 된다.
그리고

$$\int_{c_3} h[N]^T [N] ds = h \int_{c_3} \begin{pmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{pmatrix} [N_i \ N_j \ N_k] \\ = \frac{h}{6} \alpha_{jk} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (27)$$

이다. $\left\{\frac{\partial \Pi^{(5)}}{\partial \{T\}}\right\}$ 에서도 面積座標을 使用하면.

$$\frac{\partial \Pi^{(5)}}{\partial \{T\}} = \int_{c_3} h T_a [N^{(5)}]^T ds \\ = \frac{h T_a \alpha_{jk}}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

이다. 式(27)(28)에서 自然領域에 있어서 溫度 分布를 求할 수 있다.

그리고 全領域에서 熱傳導 微分方程式을 式(23)에 代入하면

$$\{k^{(e)}\} = \frac{\partial \Pi^{(1)}}{\partial \{T\}} + \frac{\partial \Pi^{(4)}}{\partial \{T\}} \quad (29)$$

$$\{f^{(e)}\} = \frac{\partial \Pi^{(2)}}{\partial \{T\}} + \frac{\partial \Pi^{(5)}}{\partial \{T\}} \quad (30)$$

$$\therefore \frac{\partial \Pi}{\partial \{T\}} = \sum_{e=1}^E (\{k^{(e)}\} \{T\} - \{f^{(e)}\}) \\ = 0 \quad (31)$$

그러므로 式(31)으로부터 2次元 固體内部 四角熱源 周圍의 溫度分布를 求할 수 있다.

計 算 例

1. 解析模型의 幾何學的 形狀

有限要素法을 適用시키기 爲한 解析模型을 Table 1에 나타내었다.

Table 1. Main dimension of Model

Model	1	2	3	4	5	6
a×a	16×16	16×16	16×16	8×8	8×8	8×8
L	12	8	4	24	16	4

構造의 對稱性을 考慮하여 1/4만 擇하여 解析하였고 模型의 兩表面層은 斷熱되었다고 假定하였으며 또 다른 兩面層은 大氣와 接한다.

그리고 a×a은 正四角形의 가로×세로 치수이고

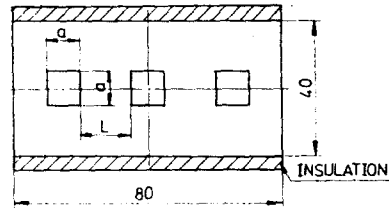


Fig. 3 Basic Model

L은 熱源 사이의 間隔이며 여기서 熱源의 크기는 16×16, 8×8cm 2가지로 하였다.

그리고 有限要素法에 依한 計算을 하기 爲한 入力 資料로서 三角形要素는 76個, 節點은 56으로 하였고 外氣 및 熱源의 溫度는 各各 26°C 70°C로 하였다.

그리고 이에 관한 要素分割은 Fig. 4에 나타내었다.

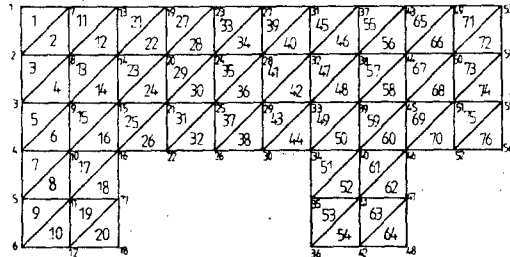


Fig. 4 Sub-division of triangular Finite Elements Equal size

2. 數值計算

數值計算에 使用된 computer은 IBM-4331(1M by te)을 使用하였으며 Fig. 4에 表示한 節點의 各 node 座標值을 入力資料로서 使用하였으며 여기서 計算을 簡單하게 하기 爲해 各 要素에 對해 溫度剛性 matrix $\{k\}$ 와 内部發熱量 및 境界에서서 傳熱에 관한 matrix $\{f\}$ 를 各各 求한 후 그들을 全體에 對해서 計算하였다. 入力 data는 model 1~model 6까지 $k=0.5 \text{ W/m}^2\text{C}$ $h=10 \text{ W/m}^2\text{C}$ $T_c=70^\circ\text{C}$ $T_a=26^\circ\text{C}$ 로 하였으며 model 2에 對해서 h , T_c , T_a 는 固定시키고 k 만 0.3, 0.5, 5, 7 $\text{W/m}^2\text{C}$ 로 變化시켰고 그리고 또 model 2에 對해서 h , T_a , k 는 固定시키고 T_c 를 80°C로 하여 計算하였다.

數值解析 및 實驗한 값을 無次元化시켜 比較하였다.

實驗裝置 및 方法

實驗裝置는 Fig. 5와 같고 熱傳導媒質로서 石膏(gypsum)를 使用하였다. 그리고 内部熱源은 한 邊

이 16cm인 正四角形 3個를 平行하게 連續으로 높이 1/2 되는 곳에 固定시켰다.

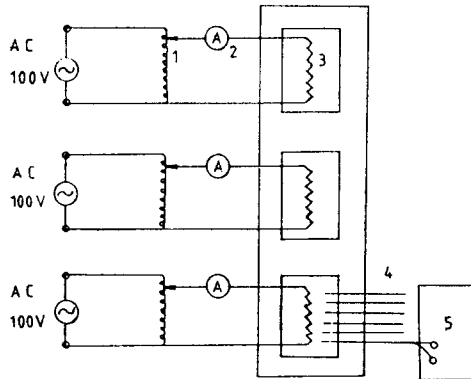
그리고 熱源의 成型時는 아크릴板을 使用하였으며 兩對流를 받는 部分은 空氣와 接하고 이를 除外한 部分에서는 Glass wool을 1cm 두께로 다음 베니어板(5mm) 스티로폼(2cm) 다시 베니어板(5mm)를 附着시켜 斷熱시켰다.

熱發生裝置은 지름이 3cm인 開放形 石膏棒을 使用하여 500W 니크롬선을 等間隔으로 감았다.

그리고 兩壁은 冷却을 막기 爲해 石膏 board로 密封시켰다.

測定에 使用된 熱傳帶는 Copper-constan을 使用하였으며 그 接點은 各 要素節點의 2次元平面 길이 方向으로 約 1/2 되는 12cm 지점에 一定하게 埋込하였다.

그리고 等溫定常狀態를 維持하기 爲해 熱源의 調整은 Slide-duct를 使用하였다. 大氣溫度測定은 棒狀溫度計를 使用하였으며 外氣의 溫度는 26°C 内部의 溫度는 70°C로 하였다.



1. Slide-Duct 2. Am-meter 3. Heater
4. Thermo-Couple 5. Potentiometer

Fig.5. Schematic diagram of experimental apparatus

數值解析에 依해서 求한 溫度分布와 實驗에서 求한 溫度分布와 比較하기 爲해 實驗은 model 2에 대해서 行하고 各 要素의 節點에 埋込된 熱傳帶와 熱源에서 傳導되는 溫度와 接하면 熱傳帶에서 起電力이 發生하며 이 起電力을 Portable millivolt Potentiometer로 電壓을 測定하여 各節點의 電壓을 Conversion Table¹¹⁾(IPTS. 68 version)에 依하여 溫度로 換算하였다.

그리고 換算된 溫度는 大氣의 溫度로 無次元化¹²⁾시켰다.

結果 및 考察

1. 有限要素法の 數值解析과 實驗値와 比較

有限要素法에 依해 model 2에서 求한 溫度와 實驗에서 求한 溫度를 無次元溫度로하여 Fig.6에 比較하였다. 여기서 有限要素法으로 解析한 無次元溫度가 實驗에서 求한 無次元溫度보다 약간 높은 傾向을 나타내고 있다.

이것은 有限要素解析에서는 完全한 斷熱狀態로 假定하였으나 實際에 있어서는 完全한 斷熱狀態가 되지 않으므로 생긴 誤差와 内部熱源의 非均一分布에 어느 程度 起因한 것으로 생각된다.

그러나 内部로 들어감에 따라 有限要素값과 거의 一致하였다.

2. 四角熱源의 中心距離移動에 따른 熱傳導에 미치는 影響

熱源의 中心距離가 無次元溫度값에 미치는 影響을 中心方向과 높이 方向에 대해서 考察하였다.

그 結果를 Fig.6, 7에 圖示했다.

Fig.6은 境界線上에 있어서 溫度의 分布이고 Fig.7은 境界面下의 4cm인 곳의 固體内部溫度分布이다.

圖示한 바와 같이 熱源의 中心距離가 멀수록 境界面上的의 溫度分布가 外氣보다는 熱源의 影響을 많이 받고 있으며 가까울수록 外氣의 影響을 많이 받고 있기 때문이다. 四角熱源에 있어서 $x=16cm$ 인 곳에서는 無次元溫度값이 model 4에서 $\theta=0.698$ model 3에서는 $\theta=0.401$ 이다. 그러나 内部로 감에 따라 그 溫度값이 減少하는 傾向을 보인다.

$x=40cm$ 인 곳에서 model 4에서는 $\theta=0.907$ 이고 model 6에서는 $\theta=0.895$ 의 값을 보인다.

높이 方向의 影響은 Fig.8, 9에 圖示해 놓은 것처럼 中心方向의 影響과 거의 같은 傾向을 보이나 境界面上에서 空氣와 接하므로 熱源의 크기를 벗어나는 區域에서는 급격한 溫度의 變化의 傾向을 보인다. model 1~3에서는 $y=8\sim 12cm$ model 4~6에서는 $y=4\sim 8cm$ 에서 심한 溫度의 變化를 보이며 無次元溫度差는 $\theta=0.009$ 이다.

이 區域에서는 外氣에 依해 심한 對流現象을 보인다고 생각된다.

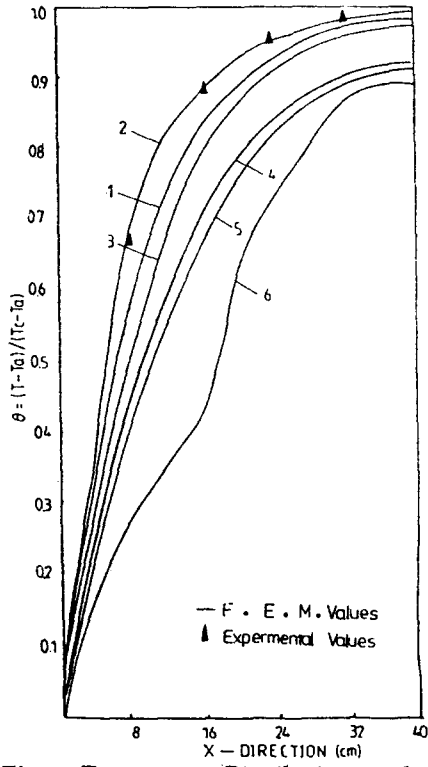


Fig. 6. Temperature Distribution on the Horizontal Surface

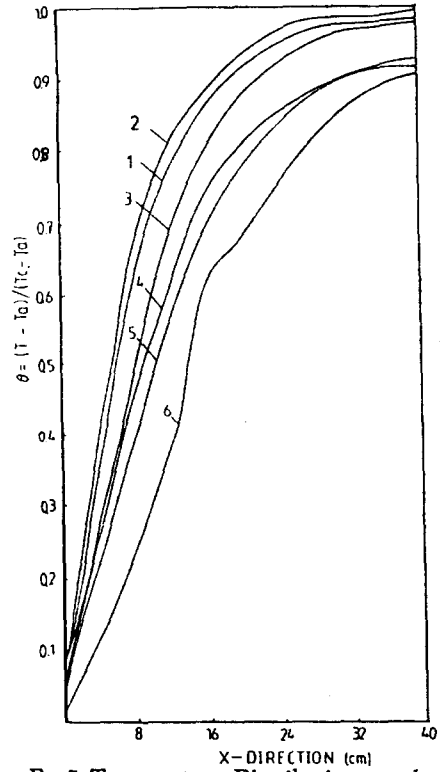


Fig. 7. Temperature Distribution on the Horizontal Surface

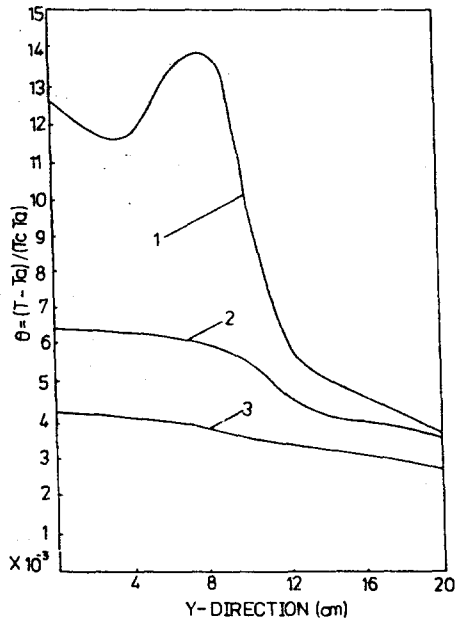


Fig. 8. Temperature Distribution on the Vertical Surface

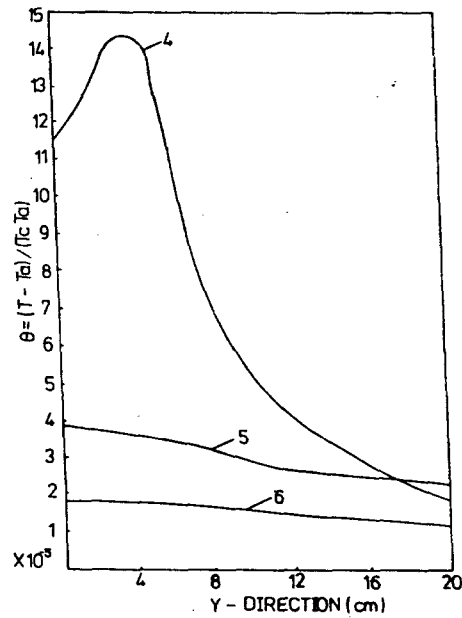


Fig. 9. Temperature Distribution on the Vertical Surface

3. 熱傳導度의 變化에 따른 熱傳導에 미치는 影響

熱傳導度의 變化에 따른 熱傳導 影響을 알기 爲해 model 2에 대해서 k 의 값을 0.3 0.5 5 7로 變化시켰다. 그 結果 無次元溫度를 Fig. 10, 11에 圖示해 놓았다. Fig. 10은 對流影響을 받는 境界面上이고 Fig. 11은 境界面上에서 4cm 떨어진 固體内部의 溫度分布이다. 熱傳導가 높을수록 溫度의 上昇度가 增加한다.

이러한 變化는 熱傳導가 낮은 경우에도 같은 現象이다. 四角熱源에 있어서 8~12cm일 때가 가장 溫度의 偏差가 크다. $k=7$ 일 때 溫度의 偏差는 $\theta=0.031$ 이고 $k=0.3$ 일 때 溫度의 偏差는 $\theta=0.009$ 이다. 이 區域은 熱源 크기를 벗어나는 區域으로 급격한 對流現象이 發生한다. 그러나 上端에 감에 따라 減少한다. 全體的인 變動幅은 $k=7$ 일 때 $\theta=0.079\sim0.054$ $k=0.3$ 일 때 $\theta=0.003\sim0.0025$ 이다.

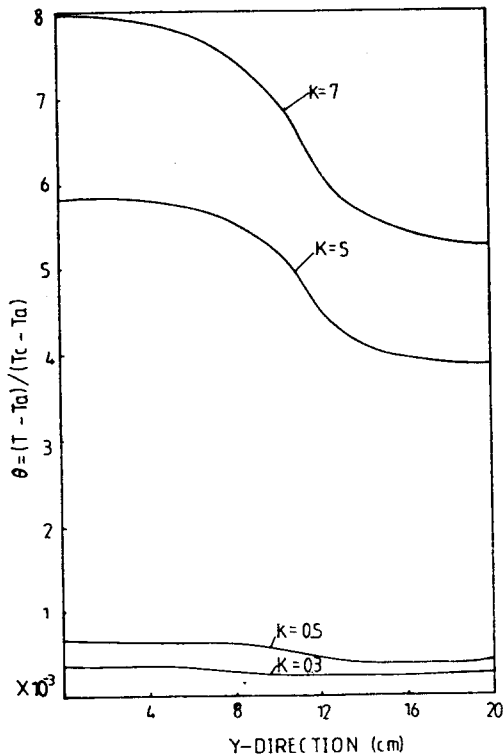


Fig. 10. Temperature Distribution on the Vertical Surface for K Change Values

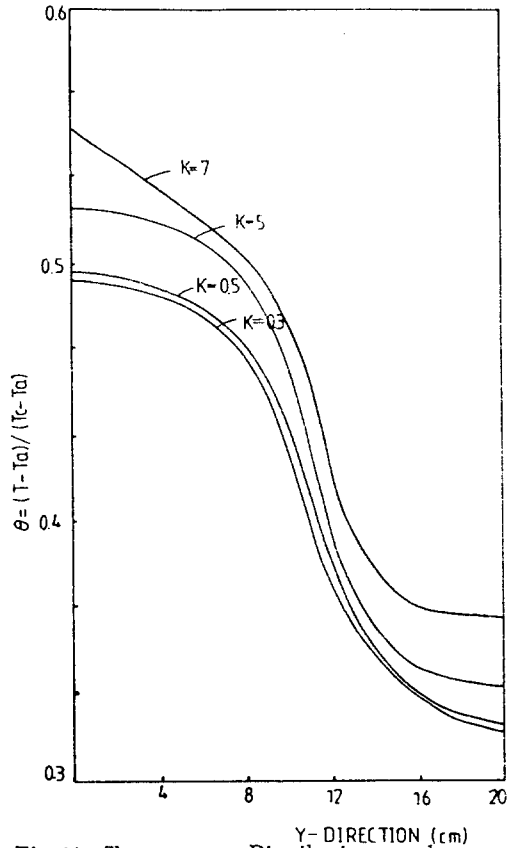


Fig. 11. Temperature Distribution on the Vertical Surface for K Change Values

要 約

有限要素法에 의한 固體内部 四角熱源 周圍 熱傳導特性은 實驗에서 求한 結果와 거의 一致하였으며 熱傳導特性을 要約하면 다음과 같다.

1. 四角熱源의 中心距離 移動에 따른 熱傳導에 미치는 中心方向의 影響은 熱源 사이의 距離가 가까울수록 낮은 溫度分布을 보이며 $x=16\text{cm}$ 일 때 model 4에서 $\theta=0.698$ model 3에서는 $\theta=0.401$ 이다. 그리고 内部로 감에 따라 그 差는 減少한다. $x=40\text{cm}$ 에서 model 4은 $\theta=0.907$ 이고 model 6은 $\theta=0.895$ 이다.
2. 높이方向의 影響은 空氣와 接하므로 對流現象이 일어나므로 熱源의 크기를 벗어나는 區域에서는 심한 溫度差를 보이며 그 區域은 model 1~3에서는 $y=8\sim12\text{cm}$ model 4~6에서는 $y=4\sim8\text{cm}$ 이다. 그리고 두 곳의 溫度의 差는 $\theta \approx 0$.

009이다.

3. 熱傳導도의 變化에 따른 熱傳導의 영향은 그 값이 클수록 強하게 나타나며 model 2에 대해서 높이 方向의 全境界에 대한 無次元溫度의 變動은 $k=7$ 일때 $\theta=0.079\sim 0.054$ $k=0.3$ 일때 $\theta=0.0036\sim 0.0025$ 의 값을 나타낸다.

記 號

A: Area of triangular
 a, b, c : Constant
 $[B]$: Derivatives of the shape function
 $[B]^T$: Transpose matrix of $[B]$
 $[D]$: Material property matrix
 E : Total number of elements
 e : Aribatry element
 $[f]$: Heat force matrix
 $[H]$: Heat stiffness matrix
 h : Convection coefficient($W/m^2\text{°C}$)
 i, j, k : Vertices of the triangular elements
 k_{xx}, k_{yy} : Thermal conductivities in the x, y ($W/m\text{°C}$)
 L : Distance between heat source and heat source(cm)
 α : Area coordinate
 α_{ij} : Length of side
 l_x, l_y : Direction cosines of the outward to the boundary
 N : Shape function]
 $\{N\}$: Matrix
 $\{N\}$: Column matrix
 Q : Heat generated within body(W/m^3)
 q : Heat flux(W/m)
 T : Temperature(unknow) (°C)
 T_a : Ambient temperature(°C)
 T_s : Heat source temperature(°C)
 x, y : Coordinate
 Π : Functional
 θ : Dimensionless temperature

參 考 文 獻

- 1) 川下研介, “熱傳導論”, オム社, (1966) p.3—11.
- 2) M.E. Cunningham and K.L. Peddicord “Heat conduction in shperes packed in an infinite regular cubical array”, Int. Heat Mass Transfer Vol.24 No.7(1981).
- 3) J.P. Holman “Heat Transfer”, Tower Press (1976) p.58—62.
- 4) 尹義博, “熱傳導解析에 관한 有限要素法の 一例”, 科學技術 第8輯(1980), p.47—52.
- 5) O.C. Zienkiewicz and Y.K. Cheung “Finite Element in the Solution of field Problem”, The Engineer(1965), p.507—510.
- 6) Wilson, Edward L. and Robert E. Nickell “Application of the Finite Element Method to Heat Conduction Analysis”, Nuclear Engineering and Design (1966) Vol.4 p.276—286.
- 7) Kenneth, H. Huebner “The Finite Element for Engineers” John Wiley and Son Inc. (1975), p.9—13.
- 8) 川井忠彦, “有限要素法(1)”. 日本造船學會誌 第172號(昭和43年), p.473—481.
- 9) Bruc, A. Finlayon “The method of weighted Residuals and Variational Principles”, AcademicPress (1972), p.221—225.
- 10) O.C. Zienkiewicz “The Finite Element Method Engineering Science” McGraw Hill Co.(1971), p.4—5.
- 11) “Thermocouple Conversion Tables”, Jame G. Biddle Co. (1969).
- 12) Olusoji Ofi and H.J. Hetherington “Application of finite element method to natural convection heat transfer from the open vertical channel”, Int. J.Heat Transfer(1977), Vol.20 p.1195—1204.