

## 各種 制限條件下에서의 PI制御器의 最適設計에 關한 研究

吳 世 駿\* · 陳 康 奎\*

## A Study on the Optimal Design of the PI Controller under the Various Constraints

Seajoon Oh · Ganggyoo Jin

## Abstract

The controller, generally, is to be designed to optimize the system in some sense subject to some constraints. In this paper the method to determine the optimal parameters of the PI controller in the unity feed back control system is proposed. Here the sense of the optimal is to minimize the integral of the squared error under the constraints that the maximum absolute value of control input, maximum overshoot, rise time, etc., should be smaller than the pre-given values. In the analysis the traditional method and the state variable method are combined in order to reduce the computational procedures required in the design of PI controller. Therefore, the procedure proposed in the paper is usefully applicable to the controller system with a general second-order plant. Finally, the indicial response curves generated at the optimal state are compared with those of non-optimal state and the effectiveness of this method is ascertained.

## 1. 序 論

一般的으로 制御系統을 設計하는데 있어서 所期の 目的을 達成하기 위해서는 여러가지 制御特性이 考慮되어야 한다. 즉, 우선 制御系統이 安定하여야 하고 目標値의 變化에 對해 滿足할 만한 過渡應答特性和 定常誤差特性을 가져야 하며 퍼라미터의 變化에 對해 敏感하지 않아야 한다. 또한 外亂이나 雜音에 對한 影響이 적어야 하며 적절한 速應性을 가져야 한다. 制御系統의

最適設計에 있어서 評價函數는 위의 特性들이 考慮되어 決定되어야 하나 實際로는 모두 考慮하기가 어렵고 그 一部는 制限條件으로서 부가되는 경우가 많다. 河등은 2次 系統을 制御對象으로 하는 單位피드백 制御系統에 있어서 PI(Proportional-integral) 制御器를 使用할 때 2乘制御面積을 評價函數로 定義하고 이 評價函數를 最少로 하는 퍼라미터를 解析的으로 決定하는 한 方法을 提示한 바 있다<sup>1)</sup>. 그 結果에 依하면 制御器의 利得  $K_p$  값을 크게 調整하면 할수록 2乘制御面積은 적어지며 그때의 積分時間  $T_i$ ,

\*正會員, 韓國海洋大學

의 값은 一意的으로 決定된다.

그러나 實際에 있어서는  $K_p$  값을 無限定 크게 할 수는 없으며 또한  $K_p$  값을 無限히 크게할 때는 操作量이 無限히 커져 오히려 바람직하지 못할 경우도 있다.

따라서 필자들은 最大로 許容되는 操作量の 크기 및 rise time, 最大오우버슈트 등 몇가지 制限條件을 設定하고 이 制限條件을 滿足하는 範圍內에서 2乘制御面積을 最少로하는 PI制御器의 最適퍼래미터 즉, 利得과 積分時間을 決定하는 方法에 對해서 考察하고자 한다.

本 論文에서는 制御系統을 狀態方程式으로 表示하고 이 狀態方程式을 數值積分하여 過渡應答, 오우버슈트, 最大플랜트入力, rise time 등을 計算하여 制限條件에 符合되는지를 判定하기로 한다. 本 論文에서 提示하는 方法을 利用할 것 같으면 PI制御器의  $K_p$  값에 對해 最少 2乘制御面積을 갖게하는 積分時間  $T_i$  값이 一意的으로 決

定되기 때문에 通常 數值計算 時 廣範圍한 領域에서 찾아야 하는 最適퍼래미터를 매우 쉽게 發見할 수 있다. 즉, 이것은 주어진 制御對象을 比例積分方式으로 制御할 時 制限條件을 滿足하며 評價函數를 最少로하는 最適퍼래미터를 求하기 위한 計算機의 計算量과 計算時間을 상당히 절약할 수 있음을 나타내며 몇개의 實驗플랜트에 對해 本方法으로 求한 퍼래미터가 制限條件에 符合되는 最適值임을 아나로구 計算機를 利用한 應答實驗을 通하여 확인하기로 한다.

## 2. 理論的 考察

### 2.1 브로크線圖 및 傳達函數

單位피이드백 루우프를 가지는 連續的인 自動制御系統은 一般的으로 Fig. 1과 같은 브로크線圖로 表示할 수 있는데

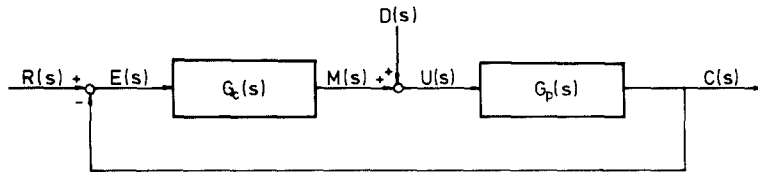


Fig. 1. Block diagram of a general feedback system.

여기서  $R(s)$ 와  $D(s)$ 는 外部에서 加해지는 階段狀入力과 外亂이며  $C(s)$ 는 制御系統의 出力,  $E(s)$ ,  $M(s)$ ,  $U(s)$ 는 各各 誤差, 制御器의 出力, 制御플랜트의 入力を 나타낸다.

또한 本 論文에서 다루게 되는 PI制御器의 傳達函數  $G_c(s)$  및 制御對象의 傳達函數  $G_p(s)$ 는

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \dots\dots\dots(1)$$

단,  $K_p$ : 制御器의 利得  
 $T_i$ : 積分時間

階段狀入力  $R(s)$ 만 作用할 때 ( $D(s)=0$ )

$$C_R(s) = \frac{kK_p w_n^2 (s + 1/T_i)}{s^3 + 2\zeta w_n s^2 + w_n^2 (1 + kK_p) s + kK_p \omega_c^2 / T_i} R(s) \dots\dots\dots(3)$$

$$E_R(s) = R(s) - C_R(s) \dots\dots\dots(4)$$

$$M_R(s) = K_p R(s) + \frac{K_p / T_i s^2 + K_p (2\zeta w_n / T_i - kK_p \omega_c^2) s + K_p \omega_n^2 (1 - kK_p) / T_i}{s^3 + 2\zeta w_n s^2 + w_n^2 (1 + kK_p) s + kK_p \omega_n^2 / T_i} R(s) \dots\dots\dots(5)$$

$$G_p(s) = \frac{k w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \dots\dots\dots(2)$$

단,  $k$ : 制御對象의 利得  
 $\zeta$ : 減衰率  
 $w_n$ : 固有角周波數

로 表示할 수 있는데 Fig. 1의 制御系統에서 階段狀入力  $R(s)$ 와 外亂  $D(s)$ 가 加해질 때 式(1), (2)로부터  $C(s)$ ,  $E(s)$ ,  $M(s)$  및  $U(s)$ 를 求하면 다음과 같다.

$$U_R(s) = M_R(s) \dots \dots \dots (6)$$

外亂  $D(s)$ 만 作用할 때 ( $R(s)=0$ )

$$C_D(s) = \frac{k\omega_n^2 s}{s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + \omega_n^2(1+kK_p)s + kK_p\omega_n^2/T_i} D(s) \dots \dots \dots (7)$$

$$E_D(s) = -C_D(s) \dots \dots \dots (8)$$

$$M_D(s) = \frac{-kK_p\omega_n^2(s+1/T_i)}{s^3 + 2\zeta\omega_n s^2 + \omega_n^2(1+kK_p)s + kK_p\omega_n^2/T_i} D(s) \dots \dots \dots (9)$$

$$U_D(s) = D(s) + M_D(s) \dots \dots \dots (10)$$

여기서 添字  $R$ 과  $D$ 는 各各 階段狀入力和 外亂이 作用할 境遇를 意味하며 式 (3)~(10)의 方程式은 어느것이냐 다 똑같은 特性方程式을 分母로 가지고 있음을 알 수 있다.

2.2 制御系統의 狀態方程式 表示

式 (3)~(10)로 表示되는 方程式은 微分方程式 形態로 變換될 수 있으므로 몇가지 形態의 狀態方程式으로 表示할 수 있다. 그러나 여기에서

$$\mathbf{x}_R = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \omega_R \end{pmatrix}, \mathbf{x}_D = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \omega_D \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -kK_p\omega_n^2/T_i & -\omega_n^2(1+kK_p) & -2\zeta\omega_n & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

여기서 벡터  $\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_D$ 의 엘레먼트  $\omega_R, \omega_D$ 는 各各 階段狀入力  $R$  및 外亂  $D$ 를 發生하기 위한 狀態 變數이며 또 式 (11), (12)에서 벡터  $\mathbf{x}_R$ 과  $\mathbf{x}_D$ 를 結合시킨 새로운 벡터를  $\mathbf{x}$ 라 定義하면 두 方程式은 하나의 간단한 狀態方程式으로 다음과 같이 表示된다.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_R \\ \dots \\ \dot{\mathbf{x}}_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & O \\ \dots & \dots \\ O & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_R \\ \dots \\ \mathbf{x}_D \end{pmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

단,  $\mathbf{x}^T(0) = [000R000D]$

$$\mathbf{y}_R = \begin{pmatrix} c_R \\ e_R \\ m_R \\ u_R \end{pmatrix}, \mathbf{y}_D = \begin{pmatrix} c_D \\ e_D \\ m_D \\ u_D \end{pmatrix}, Q_R = \begin{pmatrix} kK_p\omega_n^2/T_i & kK_p\omega_n^2 & 0 & 0 \\ -kK_p\omega_n^2/T_i & -kK_p\omega_n^2 & 0 & 1 \\ K_p\omega_n^2(1-kK_p)/T_i & K_p(2\zeta\omega_n/T_i - kK_p\omega_n^2) & K_p/T_i & K_p \\ K_p\omega_n^2(1-kK_p)/T_i & K_p(2\zeta\omega_n/T_i - kK_p\omega_n^2) & K_p/T_i & K_p \end{pmatrix}$$

$$Q_D = \begin{pmatrix} 0 & k\omega_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & -k\omega_n^2 & 0 & 0 \\ -kK_p\omega_n^2/T_i & -kK_p\omega_n^2 & 0 & 0 \\ -kK_p\omega_n^2/T_i & -kK_p\omega_n^2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

다시 式 (14), (15)의 두 方程式은 새로운 벡터

는 狀態벡터와 入力벡터를 結合한 새로운 벡터  $\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_D$ 를 定義하므로써 다음과 같은 간단한 形態의 狀態方程式으로 表現하기로 한다.

$$\dot{\mathbf{x}}_R = A\mathbf{x}_R \dots \dots \dots (11)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_D = A\mathbf{x}_D \dots \dots \dots (12)$$

위 두 方程式의 初期條件은  $\mathbf{x}^T_R(0) = [000R]$ 와  $\mathbf{x}^T_D(0) = [000D]$ 이 되며 벡터  $\mathbf{x}_R, \mathbf{x}_D$  및 매트릭스  $A$ 는 各各 다음과 같다.

또한 制御系統에 階段狀入力  $R$ 과 外亂  $D$ 가 加해질 때 式 (3)~(6)과 式 (7)~(10)로 주어지는 左邊의 出力信號는 이 信號들을 엘레먼트로 갖는 벡터  $\mathbf{y}_R$ 과  $\mathbf{y}_D$ 에 關한 벡터方程式으로 다음과 같이 表示되어질 수 있다.

$$\mathbf{y}_R = Q_R\mathbf{x}_R \dots \dots \dots (14)$$

$$\mathbf{y}_D = Q_D\mathbf{x}_D \dots \dots \dots (15)$$

단,

$\mathbf{y}$ 를 定義하므로써 다음과 같은 하나의 方程式으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_R \\ \dots \\ \mathbf{y}_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_R & O \\ \dots & \dots \\ O & Q_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_R \\ \dots \\ \mathbf{x}_D \end{pmatrix} \dots \dots \dots (16)$$

2.3 評價函數 및 制限條件

序論에서 밝힌 바와 같이 過渡應答의 質을 評價하는데 있어서 주어진 制限條件들을 滿足하면서 評價函數를 最少로 하는 最適퍼래미터를 求하는 것이 本論文의 目的이다. 여기서는 評價函數로 最適制御評價函數로 有用하게 利用되는 制御誤差의 2乘面積, 즉 2乘制御面積을 導入하며 制御系統에 있어서 인디셜應答에 對한 2乘制御面積은

$$J = \int_0^{\infty} e_R^2(t) dt \dots\dots\dots(17)$$

로 주어지며 式 (17)은 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J = \int_0^{\infty} \|y_R\|_{^2_Q} dt \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{단, } Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

인 荷重매트릭스이다. 制限條件이 考慮되지 않은 狀態에서 評價函數를 最少로 하는 PI 制御器의 퍼래미터  $K_p, T_i$  값 및 그때의 最少 2乘制御面積  $J$ 는 앞서 河동<sup>1)</sup>이 研究發表한 바 本 論文에서 最適퍼래미터를 求하는데 有用하게 利用될 수 있으므로 要約 整理하면 다음과 같다.

- (i)  $K_p$  값은 可能한 限 큰 값을 取한다.
- (ii) 이때의  $K_p$  값에서 2乘制御面積을 最少로 하는  $T_i$  값은

$$T_i = \frac{kK_p(kK_p + 4\xi^2 - 1)}{2\xi\omega_n(\sqrt{(kK_p + 1)(kK_p + 4\xi^2 - 1)} + 1) - 1} \dots\dots\dots(19)$$

이다.

- (ii) 이때의  $K_p, T_i$  값에서 2乘制御面積의 最少값은

$$J = \frac{kK_p + 4\xi^2 - 1 + 2\xi\omega_n T_i / kK_p}{4\xi\omega_n(kK_p + 1 - kK_p / 2\xi\omega_n T_i)} \dots\dots\dots(20)$$

로 주어진다.

또한 式 (18) 또는 式 (20)의 評價函數를 最少로 하면서 實際의 制御系統이 設計目的에 符

합되도록 해주는 制限條件은 다음과 같이 式 (21)~(25)로 나타낼 수 있다.

$$f_1 = |C_{Rmax.}| - C_{Rp} \leq 0 \dots\dots\dots(21)$$

$$f_2 = |U_{Rmax.}| - U_p \leq 0 \dots\dots\dots(22)$$

$$f_3 = |C_{Dmax.}| - C_{Dp} \leq 0 \dots\dots\dots(23)$$

$$f_4 = |U_{Dmax.}| - U_p \leq 0 \dots\dots\dots(24)$$

$$f_5 = t]_{C_R=0.90R} - t]_{C_R=0.10R} - t_p \leq 0 \dots\dots\dots(25)$$

위 式 (21)~(25)에서 制限條件  $f_1$ 과  $f_3$ 는  $R=1$ 과  $D=1$ 의 單位階段狀入力과 外亂에 對한 出力  $C_R, C_D$ 의 最大值를 制限하며,  $f_2$ 와  $f_4$ 는 플랜트에 들어가는 制御入力이 限界値를 넘지 않도록 制限한다. 또  $f_5$ 는 階段狀入力에 對한 出力信號  $C_R$ 가 入力  $R$ 의 10%에서 90%까지 應答하는데 所要되는 遲延時間 즉, rise time을 制限하도록 하는 條件式이다. 式 (21), (22)에서  $C_{Rmax.}$ 과  $U_{Rmax.}$ 는 出力應答  $C_R$ 의 最大오우버슈트와 플랜트入力信號  $U_R$ 의 最大值를 나타내며 그때의 制限値는 各各  $C_{Rp}$ 와  $U_p$ 이며 式 (23), (24)의  $C_{Dmax.}, U_{Dmax.}$ 는 外亂에 對한 應答  $C_D$ 와 그때의 플랜트入力  $U_D$ 의 最大值를 뜻하며 또한  $C_{Dp}$ 는  $C_D$ 에 對한 許用値이다. 制限條件  $f_5$ 에서  $t]_{C_R=0.90R}$ 은  $C_R=0.90R$ 일 때의 應答時間을,  $t]_{C_R=0.10R}$ 은  $C_R=0.10R$ 일 때의 應答時間을 나타내며  $t_p$ 는 制御系統이 滿足해야 하는 rise time의 制限値이다.

3. 數值計算 및 應答實驗

3.1 數值計算

$k, \xi, \omega_n$ 이 주어지는 實驗플랜트를 PI制御하는 制御系統에  $R=1$ 의 單位階段狀入力과  $D=1$ 의 外亂이 加해질 때 먼저 制御器의 利得  $K_p$  값을 變化시키면서 積分時間  $T_i$ 을 式 (19)에서 計算하고 이때의 퍼래미터  $K_p, T_i$  값에서 評價函數  $J$  값을 式 (20)에서 求하였다. 여기서 求한 퍼래미터가 주어진 制限條件을 滿足하는 값인지를 判定하기 위해 式 (13)의 狀態方程式을 천이매트릭스(Transition matirx)法으로 0.02秒 간격으로 15秒間 數值積分하였으며 그 積分區間마다 式 (16)으로 부터 制御系統에 있어서의  $C_{Rmax.}, C_{Dmax.}, U_{Rmax.}, U_{Dmax.}$  및  $t_r$ 를 求하였다. 여기

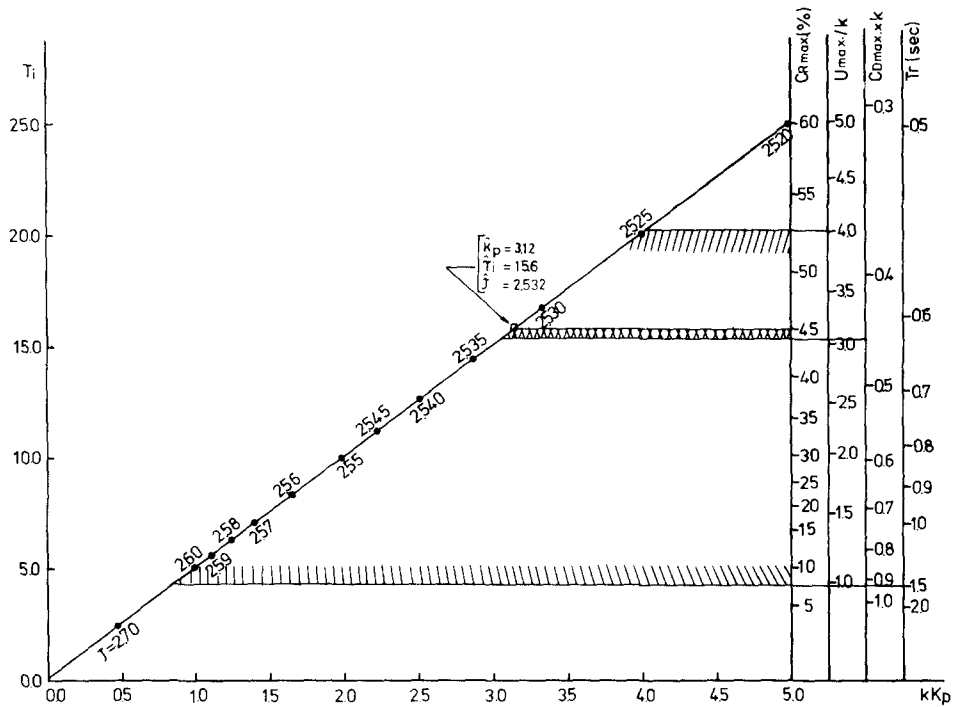


Fig. 2. Optimal  $K_T - T_i$  curve for  $k=1.0$ ,  $\zeta=0.1$  and  $w_n=1.0$

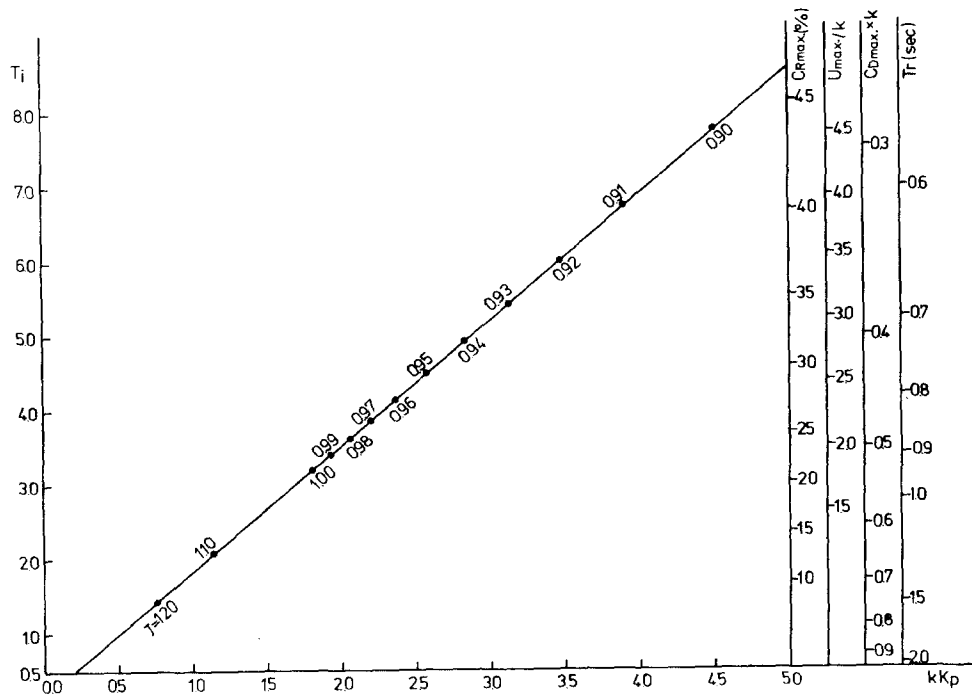


Fig. 3. Optimal  $K_T - T_i$  curve for  $k=1.0$ ,  $\zeta=0.3$  and  $w_n=1.0$

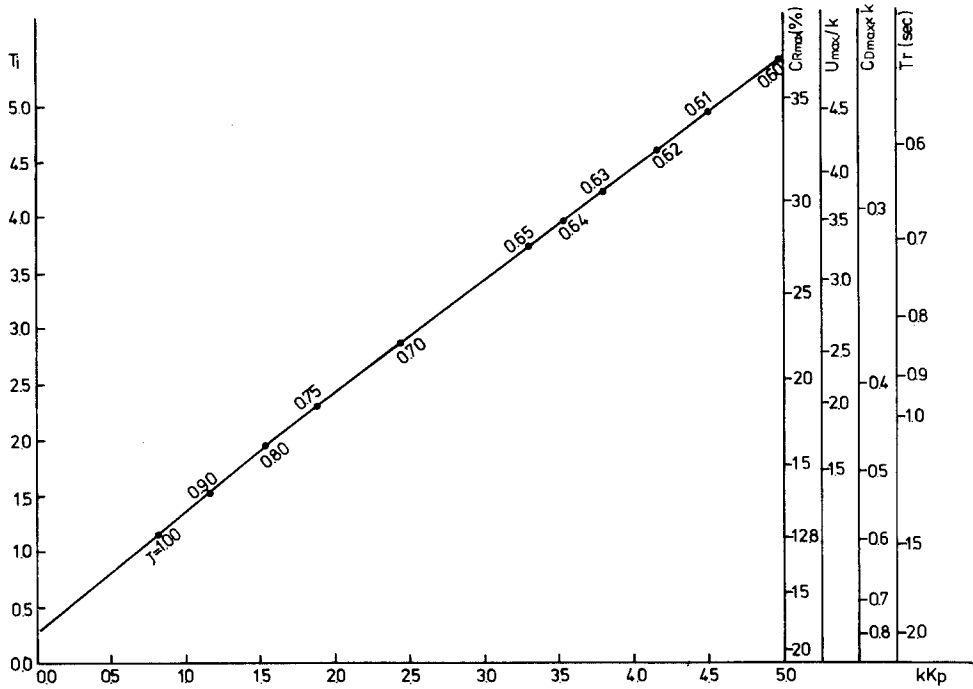


Fig. 4. Optimal  $K_p-T_i$  curve for  $k=1.0$ ,  $\zeta=0.5$  and  $w_n=1.0$

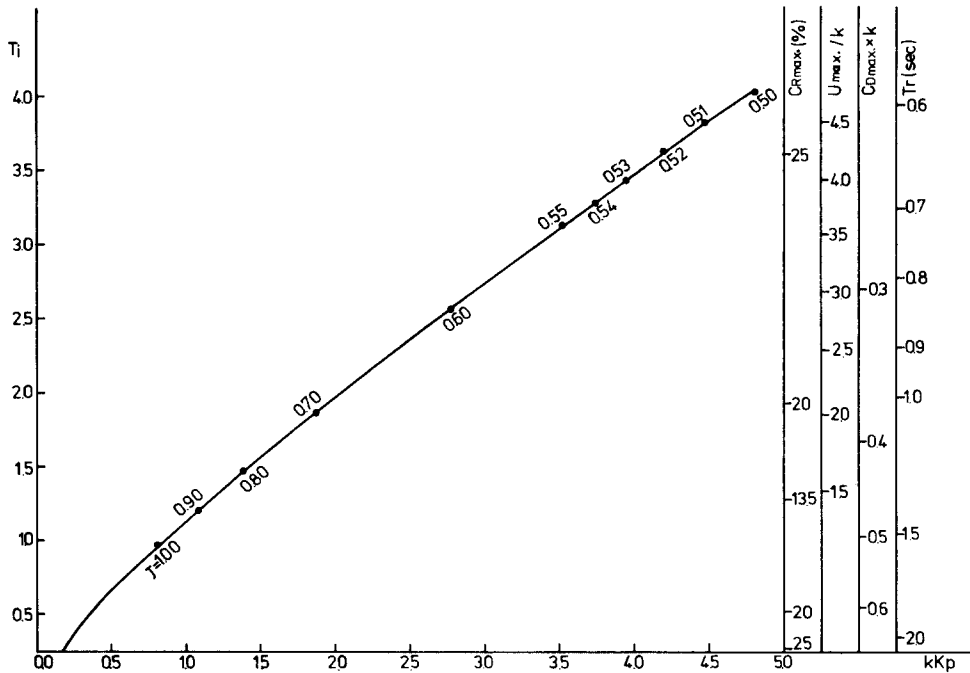


Fig. 5. Optimal  $K_p-T_i$  curve for  $k=1.0$ ,  $\zeta=0.7$  and  $w_n=1.0$

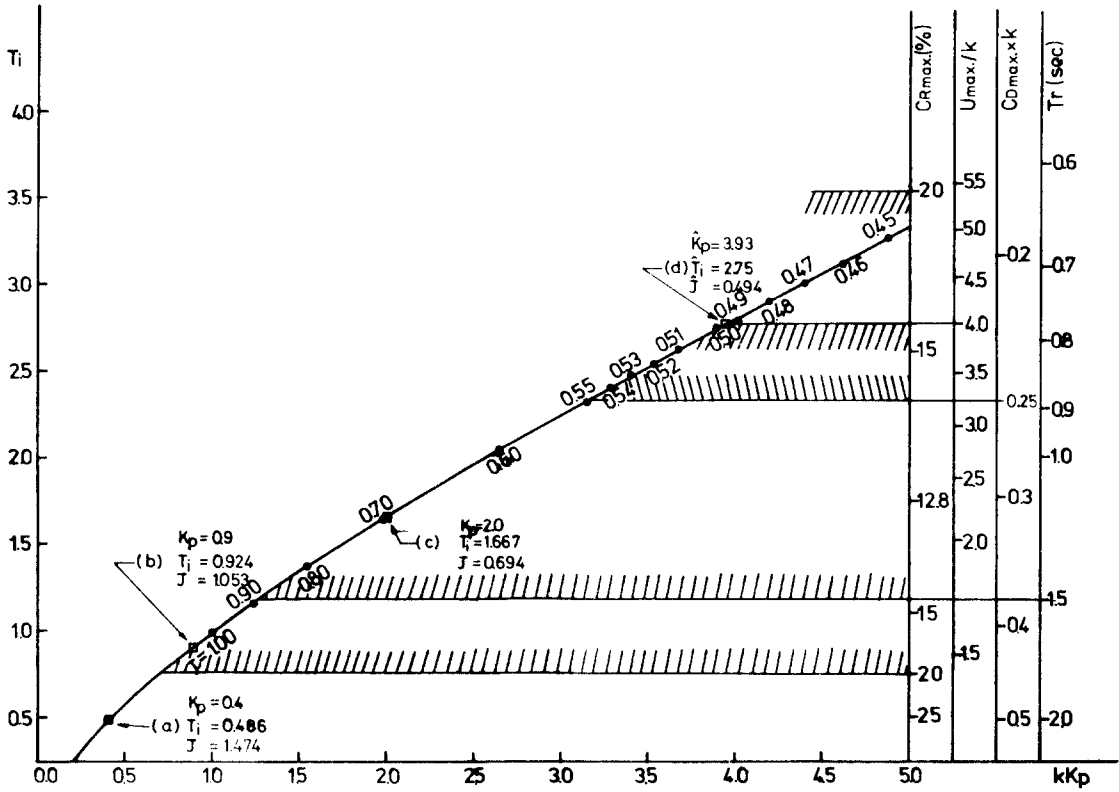


Fig. 6. Optimal  $K_p-T_i$  curve for  $k=1.0$ ,  $\zeta=1.0$  and  $w_n=1.0$

서 15秒間의 積分時間은 制御系統의 應答이 거의 定常狀態의 값에 到達되게 하는 充分한 時間이다.  $k=1.0$ ,  $\zeta=0.1$ ,  $w_n=1.0$ 인 制御對象을 갖는 制御系統에서 制御器의 利得  $K_p$ 값에 對해 評價函數  $J$ 를 最少로 하는 積分時間  $T_i$ 값과의 對應關係(Fig. 2)를 보면 右側의 4개의 軸은 各 各 對應되는 퍼래미터값에서 數值計算된 最大오우버슈트,  $U_{max}$ ,  $C_{Dmax}$  와  $t_r$  (rise time) 값을 나타내고 있다. 이와같은 制御系統에서 各 制御特性의 最大値들이 最大許用值  $C_{Rp}=45\%$ ,  $U_p=4.0$ ,  $C_{Dp}=0.45$ ,  $t_p=1.5$ 를 초과하지 않는 범위 내에서 最適퍼래미터를 求하고자 하면 Fig. 2의 빗금 친 區間에서  $K_p=3.12$ ,  $T_i=15.6$ 가 되며 이때  $J=2.532$ 임을 알 수 있다.

Fig. 3, 4, 5, 6은 制御플랜트의 퍼래미터  $\zeta$ 가 各 各 0.3, 0.5, 0.7, 1.0인 境遇에서의  $K_p-T_i$  그래프이며 前과 같이 合當한 設計要件이 定해지면 該의 最適퍼래미터는 그림으로부터 쉽게 찾

을 수 있다.

### 3.2 應答實驗

Fig. 7의 (a)~(d)는  $k=1.0$ ,  $\zeta=1.0$ ,  $w_n=1.0$ 인 實驗플랜트에 關한 아날로그 應答實驗結果이며 이와같은 制御系統에서  $C_{Rp}=0.2(20\%)$ ,  $U_p=4.0$ ,  $C_{Dp}=0.25$ ,  $t_p=1.5$ 의 許用值가 要求될 때 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 (d)는 制限條件  $f_1 \sim f_5$ 를 모두 滿足하는 最適퍼래미터  $K_p=3.93$ ,  $T_i=2.75$  값에서의 最適應答實驗結果이며 (b)는  $C_{Rmax}$ ,  $C_{Dmax}$ ,  $t_r$ 이 모두 許用值  $C_{Rp}$ ,  $C_{Dp}$ ,  $t_p$ 를 超過하는  $K_p=0.4$ ,  $T_i=0.486$ 에서의 應答實驗結果이다.

또 (c)는  $K_p=0.9$ ,  $T_i=0.924$ 에서의 應答結果로서  $C_{Dmax} > C_{Dp}$ ,  $t_r > t_p$ 인 境遇이며 (d)는  $K_p=2.0$ ,  $T_i=1.667$ 에서의 應答結果로서  $C_{Dmax} > C_{Dp}$ 인 境遇임을 보여주고 있다.

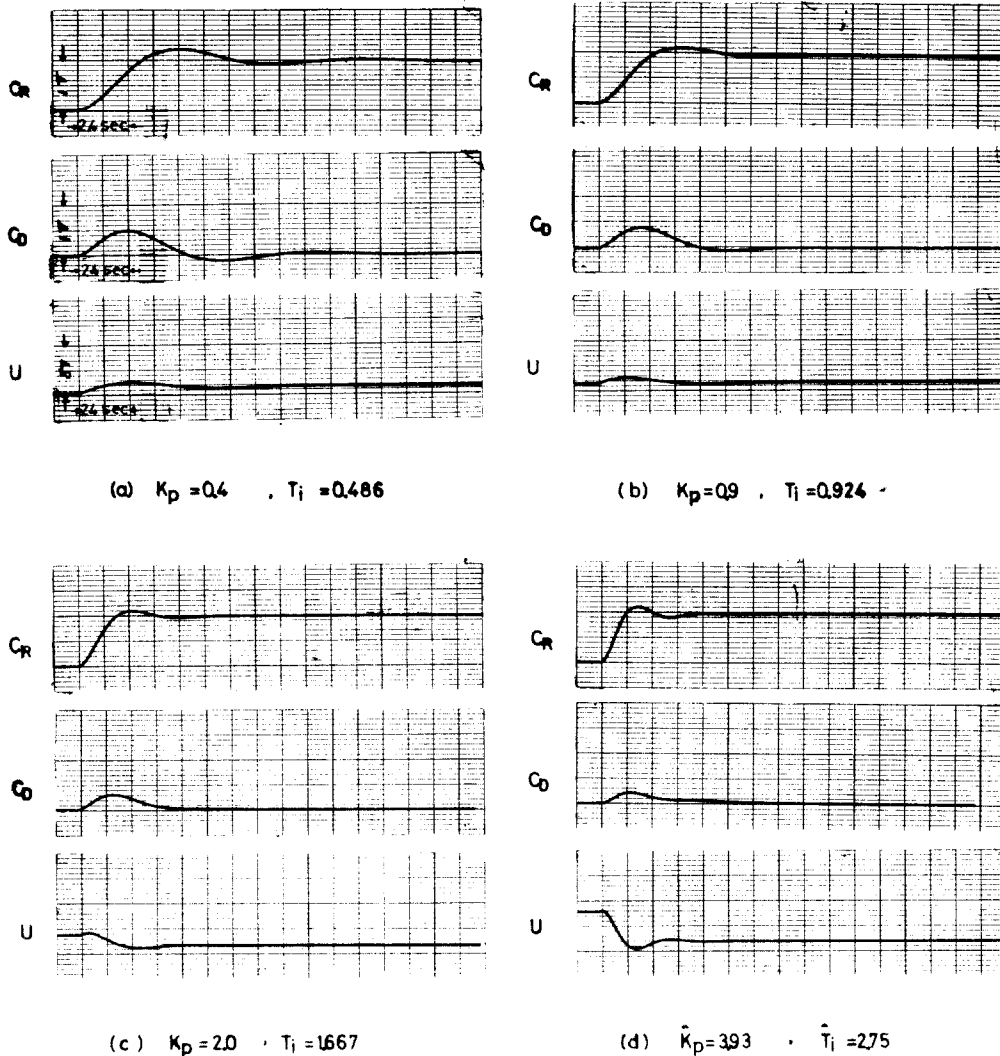


Fig. 7. Indicial responses of the systems experimented, (a)~(d).

## 4. 檢 討

### 4.1 制御器의 퍼래미터에 對한 檢討

앞서 制御器의 利得  $K_p$ 의 어떠한 값에서도 評價函數를 最少로 하는 積分時間  $T_i$ 값은 式 (19)로부터 一意的으로 決定되어짐을 밝혔다. 또한 式 (20)의 評價函數  $J$ 값도 利得  $K_p$ 값의 增加와 더불어 減少함을 밝혔다. 그러나  $J$ 값을 더욱 줄이기 위해  $K_p$ 값을 增加시키면 制御系統의 最大 오우버슈트  $C_{Rmax}$ 와 制御對象의 最大入力值

$U_{max}$ 가 增加함을 Fig. 2~6에서 쉽게 찾아볼 수 있다. 반면  $C_{Dmax}$ 값은 減少하며  $C_R$ 의 應答速度\*는 빨라짐을 알 수 있다.

### 4.2 制限條件에 對한 檢討

制御系統의 目的과 性質에 따라 要求되는 最適制御目的을 達成하기 위해 制御系統에서는 制限條件이 附與되었다. 이러한 制限條件들은 Fig. 2~6에서 알 수 있듯이 各各 獨立된 것이 아님을 말해 준다. 만약 最大오우버슈트와  $U_{max}$ 값을 改善하고자 許用值  $C_{Rp}$ 와  $U_p$ 를 낮추면 相



對의으로  $C_{Dmax}$  값과  $t_r$  값의 許用值  $C_{Dp}$ 와  $t_p$ 를 上向調整해야 할 것이다. 따라서 設計하고자 하는 制御系統의 制限值를 設定하는데 있어서도 充分한 注意가 要望되며 주어진 制御系統의 目的에 따라 過渡應答의 形과 rise time등을 考慮하여 設計基準을 指定해야할 必要가 있다.

## 5. 結 論

以上과 같이 本論文에서는 2次系統을 制御對象으로하는 單位피이드백 制御系統에 있어서 PI 制御器를 使用할 時 주어진 制限條件을 滿足하면서 評價函數를 最少로 하는  $K_p$ 와  $T_i$  값을 求하는 方法에 對해서 考察하고 數值計算을 通하여 플랜트의 퍼래미터와 制限值만 주어지면 制御器의 最適퍼래미터를 바로 求할 수 있는 圖表를 提示하였는 바 本圖表는 計測制御器製作者나 計裝關係實務者에게 便利하게 利用될 것으로 期待된다. 本方法에서는 河 등<sup>1)</sup>이 發表한 制限條件이 없을 때의  $K_p$ 의 最適值와  $T_i$ 의 最適值와의 理論的 關係式이 그대로 利用될 수 있기 때문에 數值計算에 있어 計算量과 計算時間을 상당히 節約할 수 있었으며 또는 Analog 計算機를 利用한 應答實驗으로부터 本方法의 妥當性을 확인할 수 있었다. 그러나 本稿에서는 實際의 플랜트를 통한 實驗을 行하지 못한 점이 아쉬우며 本稿에서 行하지 못한 2次系 以外の 플랜트와 PID

制御器에 對한 考察은 앞으로의 課題가 될 것이다.

## 參考 文 獻

1. 河注植, 陳康奎: 2次系의 制御對象에 對한 PI 制御器의 最適調整에 關한 研究, 韓國海洋大學 論文集, Vol. 16, pp.209~236, 1981.
2. K. A. Afimial; Optimum design of control system compensators, Trans. ASME, Vol. 100, pp. 140~151, 1978.
3. Ziegler, J.G.; and Nichols, N.B; Optimum settings for automatic controllers, Trans. ASME, Vol. 64, No.8, pp.759~768, 1942.
4. Brice carnaham, H.A. Luther, and James O. Wilkes; Applied numerical method, John wiley & sons, INC., N.Y., pp. 361~366, 1969.
5. W. A. Wolovich; Linear multivariable systems; springer-verlag, N.Y., pp.77~95, 1974.
6. James A. cadzow, and Hinrich R. Martens; Discrete-time and computer control systems, prentice-hall, INC., N.J., pp.187~190, 1970.
7. Andrew P. Sage, and Chelsea C. White, III; Optimum systems control, prentice-hall, INC., N.J., pp.87-103, 1977.