

端部効果를 고려한 L.I.M.의 動作特性 解析(I)

論 文
31~4~2

The Analysis of Performance Characteristics of a L.I.M. with taken into Consideration of End Effects(I)

任 達 鎬* · 李 殷 雄** · 張 錫 明***
(Dal-Ho Im · Eun-Ung Lee · Seok-Myeong Jang)

Abstract

In this study, the characteristic equation of a double sided short stator linear induction motor, referred to as LIM excited by equivalent current sheet having linear current density was derived using Maxwell's electromagnetic field theory with its entry and exit, end effects taken into consideration.

According to the treatment of several physical phenomena in the air-gap i.e. the magnetic flux density distributions, thrust-force, forward and backward travelling wave with decay, normal field, the fundamental data in this study are made reference to improve the characteristics of LIM, effe-ctual electro-magnetic energy conversion devices.

1. 序 論

電氣에너지를 直線運動에너지로 直接 變換하고자 하는 노력이 오래전부터 시도되어 온 바 近年에는 많은 分野에서 實現되어져 가고 있다.

그중에서도 가장 대표적인 것이 直線型 誘導電動機(以下 L.I.M.)인데, 이것이 效率인 에너지 變換機器로서의 역할을 충분히 수행할 수 있게 하기 위해서는 꾸준한 改善을 해나가야 하는데 이에 는 무엇보다도 特性의 精確한 究明이 先行되어져야 한다.

L.I.M.의 特性解析에는 일반적으로 等價回路解析法 보다는 Maxwell의 基本方程式을 應用하는 電磁場解析法을⁽⁹⁾⁻⁽¹⁸⁾ 適用하고 있는데 그 중에서도 그 特性方程式을 푸는 방식에 따라 fourier 變換法⁽⁹⁾⁻⁽¹²⁾, Green函數^{(13),(15)}에 의한 방법 등의 여러 방법이 있고 最近에는 有限差分法⁽⁷⁾, 有限要素法 등의 近似解法에 의한 解析도 이루어지고 있다. 그런데 適用된 방법은 물론, 같은 방법이라 하더라도 境界條件의 適用方式에 따라서도 그 結果는 매우 差異가 나게 되는데 어쨌든 사실의 現象

에 가장 接近될 수 있는 最適의 方法이 계속 모색되어 오고 있다.

本 研究에서는 Maxwell의 基本式으로부터 各 領域에서의 特性을 나타낼 수 있는 數式的 모델을 誘導한 후 空隙磁束密度的 定常波, 進行波, 反射波 및 推力을 空隙에서의 位置와 슬립의 變化에 따른 傾向과 2次導體板의 材質이 特性에 미치는 영향을 究明해보려고 하였다.

理論的 解析을 하기 위한 特性理論式을 誘導할 때에는 L.I.M.만의 特有的 性質인 入口端, 出口端의 境界에서의 端部效果, 즉 2次導體板에서의 渦電流가 active zone의 바깥까지도 分布하게 되는 등의⁽³⁾⁻⁽⁷⁾ 境界에서 成立될 수 있는 性質들을 考慮한 境界條件等式을 設定하므로써 가능한 한 實際의 現象에 가장 接近되게 特性을 究明할 수 있는 綜合理論式을 完成시키려 하였다. 誘導된 特性理論式에 의한 理論値는 特別히 製作된 試作機에 의한 實驗資料만을 發表한 研究結果^{(1),(2)}와 다른 方法에 의해 시도된 解析 및 實驗의 結果⁽⁷⁾⁻⁽¹⁸⁾와도 대체로 잘 符合됨을 보임으로써 端部效果를 考慮하여 展開한 理論의 妥當함을 立證할 수 있었다.

이로써 本 研究에서 行하여진 解析手法는 L.I.M.의 特性解析分野의 發展은 물론, 究明된 特性들은 效率인 에너지變換機器로의 改善에 參考資料가 될 수 있으리라 思慮된다.

* 正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
** 正 會 員 : 忠南大 工大 電氣工學科 助教授
*** 正 會 員 : 忠南大 工大 電氣工學科 助教授
接受日字 : 1981年 11月 24日

2. 綜合特性理論式

1) Maxwell 電磁方程式 및 그 適用

L.I.M의 諸 特性을 나타낼 수 있는 特性理論式을 誘導하기 위하여 그림 1(a)와 같이 모델을 定하였다. 이 때 各 部分別로 그 特性이 다르므로 이를 각각 다루기 위하여 세 領域으로 나누었는데 여기에 適用될 Maxwell基本式은 다음과 같다.

$$\vec{\nabla} \times \dot{B} = \mu J \tag{1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot J = 0 \tag{2}$$

$$\vec{\nabla} \times \dot{E} = - \frac{\partial \dot{B}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \dot{V} \times B \tag{3}$$

$$J = \kappa \dot{E} \tag{4}$$

그러나 以上の 方程式을 active zone 內外의 各 領域에 適用시켜 展開해 나갈 때에 解析이 매우 難解해 지므로 實際의 性質을 크게 잃지 않는 범위내에서 간 이화시키기 위하여 다음과 같이 몇가지의 假定을 세워 2次元의 으로 다루기도 한다. 즉 1次固定子電流는 Z方向成分만이 있는 面電流로 보기로하고 2次導體에 誘起되는 渦電流는 그림 1(b)의 모델에서 보는 바와 같이 x, z의 方向으로의 成分만이 存在하고 y方向의 成分은 없

다고 보며 磁束密度는 幅 $2\xi w$ 領域안에서만 存在하며 y方向에 平行하다고 본다.

2) 磁束密度의 方程式 및 그 一般解

L.I.M의 모델에 Maxwell의 基本式을 適用하여 active zone(空腔) 안에서의 空腔磁束密度에 관한 數式모델을 구하기로 한다.

따라서 式(1)을 다시 展開하면 아래와 같이 空腔磁束密度와 1次勵磁電流, 2次導體板上에 誘起되는 渦電流에 관한 關係式을 구할 수 있다.

$$\vec{\nabla} \times \dot{B} = \frac{\mu_0}{g} (J_s + J_r) \tag{5}$$

이를 假定에 의해 다시 定理하면

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = - \frac{\mu_0}{g} J_{rz} \tag{6}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\mu_0}{g} (J_{sx} + J_{rx}) \tag{7}$$

또 式(2), (3)은 假定에 의해

$$\frac{\partial J_{rz}}{\partial x} + \frac{\partial J_{rx}}{\partial z} = 0 \tag{8}$$

$$- \frac{\partial J_{rx}}{\partial z} + \frac{\partial J_{rz}}{\partial x} = g\kappa \frac{\partial B_y}{\partial t} + g\kappa V_x \frac{\partial B_y}{\partial z} \tag{9}$$

그런데 固定子鐵心面에 흐르는 勵磁電流는 正弦波인 面電流이므로

$$J_{rz} = J_{rz0} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{\tau} z)} \tag{10}$$

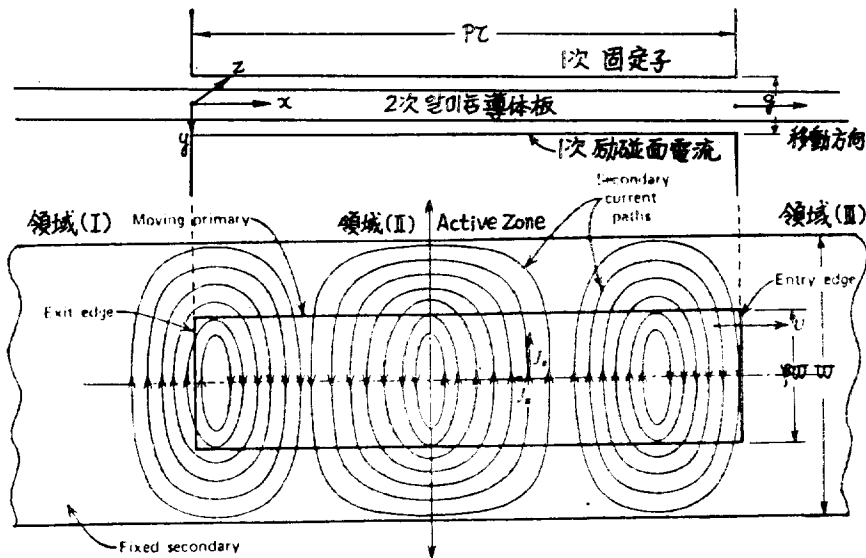


그림 1. LIM의 모델 (a) 測面圖 (b) 平面圖 및 2次 電流分布 (9)-(17)

Fig. 1. The model of LIM (a) Side view (b) Top view & the distribution of a secondary current sheet

라 할 수 있으므로 $\frac{\partial}{\partial t}$ 및 $\frac{\partial}{\partial x}$ 는 각각 $j\omega$ 및 $-j\frac{\pi}{\tau}$ 로
置換할 수 있다.

이를 식(6), (7) 및 (9)를 定理하여 얻은 식에 適用
하면 다음과 같이 領域(II), 즉 active zone 안에서
 x 方向으로의 位置에 따라 變化하는 空際磁束密度의 數
式모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{즉 } \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} - \kappa \mu_0 V_x \frac{\partial B_y}{\partial x} - \omega \mu_0 \kappa B_y = \\ & -j \frac{\pi}{\tau} J_{rs} \cdot \frac{\mu_0}{g} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 空際磁束密度의 理論特性式은 아래와 같은데
이는 2階偏微分方程式인 식(11)로부터 얻을 수 있다.
(부록 참고)

$$\begin{aligned} & \text{즉 } B_y = B_{y1} e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} + B_{y2} \\ & = \frac{1}{\Delta} \cdot j \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{\mu_0}{g} \cdot J_{rs} e^{-j\frac{\pi}{\tau}x} + (B_1 e^{\beta_1 x} + B_2 e^{\beta_2 x}) \\ & \quad \cdot \cos \frac{\pi}{2\xi w} z \\ & \text{단 } \Delta = \frac{\pi^2}{\tau^2} + j\kappa \mu_0 (\omega - \frac{\pi}{\tau} V_x) \end{aligned} \quad (12)$$

3) 2次導體板上的 渦電流

1次勵磁鐵心사이의 空際에서 움직이는 2次 알미늄板
上에 誘起되는 渦電流는 從來에는 active zone, 즉 領
域(II) 안에서만 存在하는 것으로 취급하였으나 實際
로는 그 밖에서도⁽³⁾⁻⁽⁷⁾ 存在한다.

따라서 이를 各各 구하여 보기로 한다.

우선 領域(II)에서의 渦電流는 식 (6), (7)과 식
(10), (12)에 의하여 구할 수 있다.

즉 x, z 方向成分을 各各 구해보면

$$J_{rs} = -\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial B_y}{\partial z} \quad (13)$$

$$J_{rs} = \frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial B_y}{\partial x} - J_{rs} \quad (14)$$

또한 active zone 바깥에서의 2次導體板上的 渦電流
分布를 나타내는 式을 구하기 위하여 이 領域에서 適
用될 Maxwell 基本式은 다음과 같다.

$$\vec{\rho} \times \vec{E}' = 0 \quad (15)$$

$$\vec{\rho} \cdot \vec{J}' = 0 \quad (16)$$

$$\vec{J}' = \kappa \vec{E}' \quad (17)$$

이로부터 아래와 같은 Laplace方程式을 얻을 수 있
다.

$$\text{즉 } \frac{\partial^2 J'_{rs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J'_{rs}}{\partial z^2} = 0 \quad (18)$$

따라서 $J'_{rs} = J'_{rs}(x) \cdot J'_{rs}(z)$ 로 變數分離하여 식(18)의
解를 구한 후 2次導體板上的 渦電流는 2次導體板위에
서만 存在하고 導體板밖에서는 存在하지 않을 것이므
로 이를 考慮하면

$$J'_{rs} = (E_1 e^{\frac{\pi}{2\xi w} z} + E_2 e^{-\frac{\pi}{2\xi w} z}) \cos \frac{\pi}{2\xi w} z \quad (19)$$

그런데 active zone 바깥의 渦電流는 領域(I), (III)
에서는 x 가 零으로부터 負方向으로 無限히 먼 곳과 $p\tau$
보다 無限히 큰 곳의 磁界는 즉 $x = -\infty$ 와 $x = \infty$ 에
서의 磁界는 存在하지 않을 것이므로 이로부터 (I),
(III) 領域에서 z 成分의 x 方向의 變化만을 생각하면 아
래와 같다.

$$J'_{rs} = F_1 e^{\frac{\pi}{2\xi w} x} \quad (-\infty < x < 0) \quad (20)$$

$$J'_{rs} = F_2 e^{-\frac{\pi}{2\xi w} x} \quad (p\tau < x < \infty) \quad (21)$$

4) 境界條件等식의 設定 및 適用

式 (12), (20), (21)의 積分常數를 決定하기 위하여 아
래와 같은 端部에서 成立될 수 있는 性質을 생각한다.

(i) 領域(I)과 (II), (II)와 (III)의 境界, 즉 $x=0$
인 入口端과 $x=p\tau$ 인 出口端에서의 導體板에 誘起되는
渦電流는 連續하므로⁽³⁾⁻⁽⁷⁾ 이를 考慮하면 아래와 같은
境界條件을 設定할 수 있다. 즉

$$\left. J_{rs} \right|_{x=0} = \left. J'_{rs} \right|_{x=0} \quad (22)$$

$$\left. J_{rs} \right|_{x=p\tau} = \left. J'_{rs} \right|_{x=p\tau}$$

(ii) 渦電流와 空際磁束密度와의 關係式(9)에서 速度
가 어느程度 클 때 入口와 出口에서 y 方向成分의 空際
磁束密度의 時間的 變化에 의해 誘起되는 起電力(變壓
器起電力)보다 導體板이 磁界中을 移動함으로써 생기
는 起電力(速度起電力)이 대단히 크고 式(15), (22),
(23)을 考慮하면

$$\left(\frac{\partial J_{rs}}{\partial x} - \frac{\partial J'_{rs}}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = g \kappa V_x \frac{\partial B_y}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (23)$$

$$\left(\frac{\partial J_{rs}}{\partial x} - \frac{\partial J'_{rs}}{\partial x} \right) \Big|_{x=p\tau}$$

따라서 위의 境界條件等식에 (12), (14), (20), (21)을
代入하면 空際磁束密度와 各 領域에서의 積分常數를
구할 수 있다.

즉 空際磁束密度의 式은

$$\begin{aligned} B_y &= B_{y1} + B_{y2} + B_{y3} \\ &= j \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{\mu_0}{g} \cdot \frac{J_{rs}}{\Delta} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \\ & \quad + \frac{1}{A \beta_1} (R_4 G_3 e^{\beta_2 t} - R_2 G_4) e^{-(\alpha_1 + j \frac{\pi}{\tau} t) x} \\ & \quad + \frac{1}{A \beta_2} (R_1 G_4 - R_3 G_3 e^{\beta_2 t}) e^{(\alpha_2 + j \frac{\pi}{\tau} t) x} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{단 } R_1 = \frac{1}{\mu_0} (p_1 - \frac{\pi}{2\xi w}) - \kappa V_x, \quad R_2 = \frac{1}{\mu_0} (p_2 - \frac{\pi}{2\xi w}) - \kappa V_x$$

$$R_3 = \frac{1}{\mu_0} (p_1 + \frac{\pi}{2\xi w}) - \kappa V_x, \quad R_4 = \frac{1}{\mu_0} (p_2 + \frac{\pi}{2\xi w}) - \kappa V_x$$

$$G_3 = \Gamma \left(j \frac{\pi}{\tau} + \frac{\pi}{2\xi w} + \kappa \mu_0 V_x \right) - J_{z0} \left(\frac{\pi}{2\xi w} + j \frac{\pi}{\tau} \right)$$

$$G_4 = \Gamma \cdot e^{-j \frac{\pi}{\tau} t} \cdot \left(j \frac{\pi}{\tau} - \frac{\pi}{2\xi w} + \kappa \mu_0 V_x \right) + J_{z0} e^{-j \frac{\pi}{\tau} t} \cdot \left(\frac{\pi}{2\xi w} - j \frac{\pi}{\tau} \right)$$

$$A = g(R_4 R_1 e^{\rho_2 t} - R_2 R_3 e^{\rho_1 t})$$

$$\Gamma = (\pi/\tau)^2 J_{z0} / \Delta$$

1次固定子사이의 空隙에 놓여 移動하는 2次導體板上에 誘起되는 渦電流의 z成分 J_{rz} 는 式(14), (24)로부터

$$J_{rz} = \frac{g}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} \cdot \frac{\mu_0}{g} \cdot \frac{J_{z0}}{\Delta} e^{-j \frac{\pi}{\tau} t} \right) + \frac{1}{A} (R_4 G_3 e^{\rho_2 t} - R_2 G_4) e^{-(\alpha_1 + j \frac{\pi}{\tau}) x} + \frac{1}{A} (R_1 G_4 - R_3 G_3 e^{\rho_1 t}) e^{(\alpha_2 + j \frac{\pi}{\tau}) x} \right\} - J_{z0} e^{-j \frac{\pi}{\tau} x} \quad (25)$$

式(20), (21)과 境界條件等式(22)로부터 領域(I), (III)에서의 2次導體板上에 誘起되는 渦電流의 成分 J_{rz1}' , J_{rz2}' 는

$$J_{rz1}' = J_{rz} \Big|_{x=0} e^{2\xi w x} \quad (26)$$

$$J_{rz2}' = J_{rz} \Big|_{x=p\tau} e^{\frac{\pi}{2\xi w} (x-p\tau)} \quad (27)$$

그런데 式(24)의 各項의 成分은 特別히 서로 다른 성격을 갖는데 이를 자기 살펴보면 다음과 같다.

즉

(i) B_{y1} 은 空隙內에서 x軸上으로 크기가 一定한 非減衰波로 $2\tau f$ 의 速度로 進行하는 定常進行波磁界成分으로써 空隙磁束密度的 主된 成分이다.

(ii) B_{y2} 는 x의 正方向으로 減衰定數 α_1 , 速度 $2\tau_1 f$ 의 速度로 進行하는 減衰波이며, B_{y3} 도 역시 같은 速度, 減衰定數 α_2 로 負方向으로 進行하는 減衰反射波成分이다.

L.I.M의 主要한 특징인 端部效果의 發生은 B_{y2}, B_{y3} 때문인 것으로 볼 수 있다. 따라서 式(24)는 1次電流와 鎖交하는 空隙磁界이므로 이때 x方向으로의 힘을 發生하게 된다. 이 推力の 單位體積當의 크기는

$$f_x = \frac{1}{2} R_z (J_{z0}^* \cdot B_y) \quad [N/m^3] \quad (28)$$

단, Re 는 實數部
*는 共軛복소수

이 힘이 作用하는 1次導體板의 有効幅 $2w$ [m]와 $x=0$ 에서 $p\tau$ 까지의 activezone 안에서 發生하는 全 發生推力 F 는

$$F = 2w \int_0^{p\tau} f_x dx \quad [N] \quad (29)$$

이므로 式(10), (12)를 (29)에 代入하여 定理하면

$$F = w \cdot R_z \left[\left\{ j \frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{\mu_0 (J_{z0})^2}{g \cdot \Delta} \right\} + \left\{ \left(\frac{J_{z0}}{A p_1} \cdot \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3 e^{\rho_2 t}}{\alpha_1 + j\pi \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau} \right)} \right) (e^{-\{\alpha_1 + j\pi \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau} \right)\} t} - 1) \right\} + \frac{J_{z0} (R_1 G_4 - R_3 G_3 e^{\rho_1 t})}{A p_2 \left\{ \alpha_2 + j\pi \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau} \right) \right\}} (e^{\{\alpha_2 + j\pi \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau} \right)\} t} - 1) \right] \quad (30)$$

3. 理論值 計算結果 및 考察

1) 理論值計算 및 結果

磁束密度的 推力の 理論式인 式(24)와 (30)으로부터 슬립변화에 따른 그 變化傾向을 알아 보기 위한 理論值를 電子計算機(IBM 370)를 사용하여 얻어냈다. 이때의 物理 및 機械定數는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1.256 \times 10^{-6} \text{ (H/m)}, & \kappa &= 3.46 \times 10^6 \text{ (G/m)} \\ g &= 10^{-2} \text{ (m)} & V_x &= 13.98 \text{ (m/s)} \\ \xi &= 1.5 & w &= 5 \times 10^{-2} \text{ (m)} \\ \tau &= 11.65 \times 10^{-2} \text{ (m)} & l &= 0.466 \text{ (m)} \\ J_{z0} &= 1 \text{ (A/m)} & V_x &= 0 \sim 13.98 \text{ (m/s)} \\ \omega &= 377 \text{ (rad/s)} & p &= 4 \end{aligned}$$

電子計算機에 의해 얻은 結果를 分析 검토하기 위하여 空隙의 active zone 안에서의 定常波와 正, 負方向의 減衰進行波, 推力 슬립, 슬립에 따른 導電率과 定常磁界 등의 特性의 그림을 다음과 같이 作成하였다. 이로부터 다음과 같이 몇가지의 現象을 밝혀 앞으로의 L.I.M의 特性改善에 參考가 되게 하고자 한다. 위의 graph를 다음과 같이 각각 분석 검토한다.

2) 結果의 考察

(1) 그림 2 : 空隙磁束密度 (4), (7), (8), (9), (12) - (17)

① 入口端($x=0$)에서는 空隙磁束密度가 定常磁界보다 훨씬 작은 크기이나 x軸으로 進行해 나갈 수록 점차 크기가 增加하여 $0.25 p\tau$ 근처에서부터 $0.87 p\tau$ 까지는 一定한 크기로 유지되었으나 出口端($x=p\tau$) 근처에서는 상당히 減少됨을 볼 수 있다.

② 低速일 때 보다는 高速일 때가 端部에서의 空隙磁束의 減少가 현저하다.

③ 出口端부근, 즉 $0.87 p\tau$ 에서 $p\tau$ 까지에서 速度가 매우 클 때에는 磁束密度가 線型的으로 減少되나 低速일수록 非線型的으로 減少된다.

(2) 그림 3 : 速度-推力 (2), (7), (9) - (13), (15) - (17)

速度가 클 수록 推力이 매우 작아짐을 보이며 슬립이 0.6까지는 비교적 느린 경향으로 增加된다. 대략

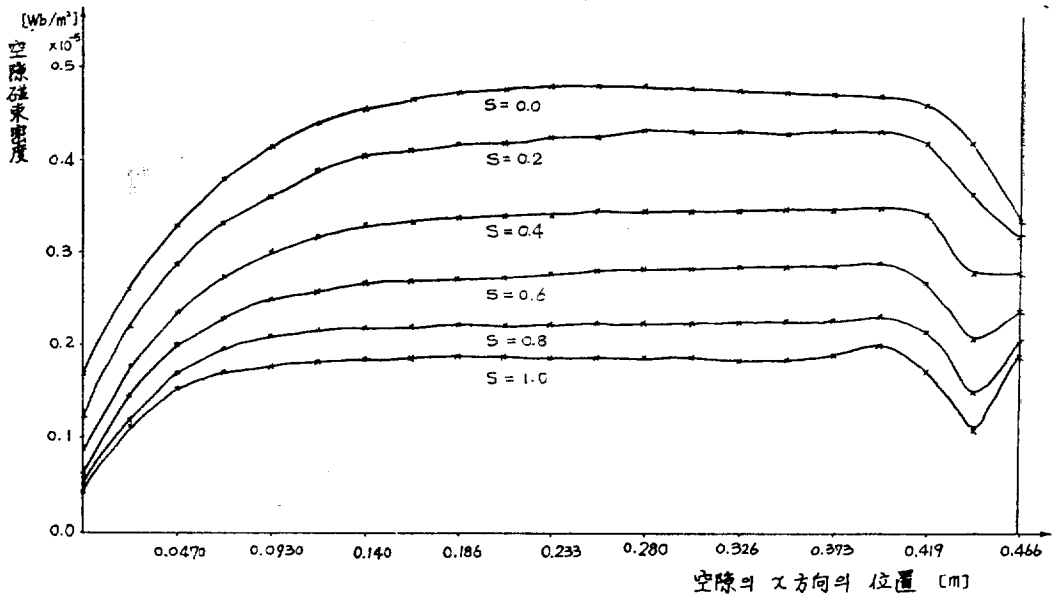


그림 2. 空際磁束密度의 分布

Fig. 2. The distribution of air gap flux density

一般誘導電動機와 같은 特性을 갖음을 알 수 있다.

(3) 그림 4: 슬립-正, 負方向 移動磁界의 極間隙⁽¹¹⁾,
(16), (18)

導體板의 速度가 빠를 수록 端部效果를 나타내는 원인이 되는 正, 負方向 移動磁界의 波長이 增加하여 그 速度가 매우 커짐을 알 수 있다.

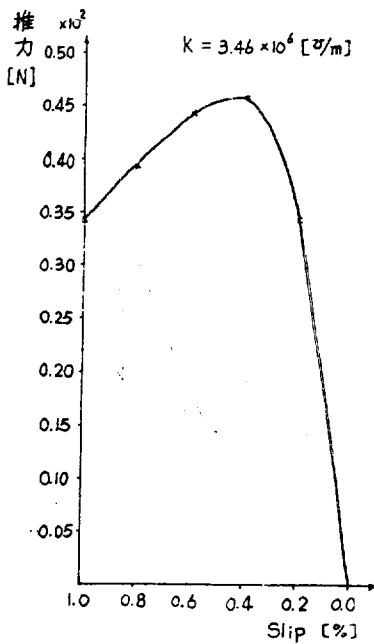


그림 3. 推力-slip

Fig. 3. Thrust force vs. slip

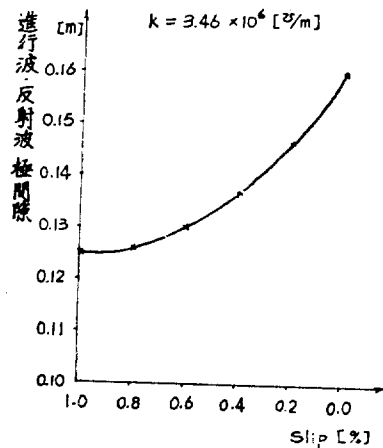


그림 4. 進行波反射波의 極間隙-slip

Fig. 4. The pole pitch of forward & backward travelling waves vs. slip

(4) 그림 5, 6 : 進行波, 反射波-슬립-空隙位置^{(9), (15), (16), (18)} 定常磁界는 空隙전체에서 變化가 없이 一定하나 正方向 減衰進行波는 速度가 클 수록 入口端側에서 出口端側으로 침투가 کم을 볼 수 있으며, 負方向 減衰進行波는 速度가 작을 수록 出口端側에서 入口端側으로 침투가 커짐을 볼 수 있어 전체 合成磁束密度에 크게 影響을 크게 끼침을 볼 수 있다. 또한 1次 固定子 鐵心의 位置에 따른 磁束密度의 分布는 反射波가 進行波보다 減衰가 더욱 빠름을 알 수 있다.

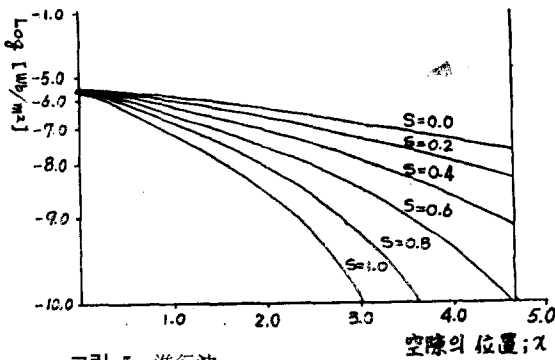


그림 5. 進行波
Fig. 5. Forward travelling wave

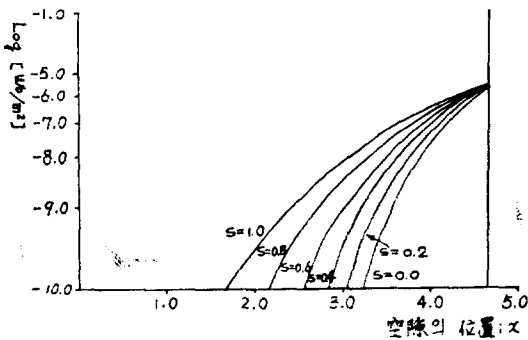


그림 6. 反射波
Fig. 6. Backward travelling wave

(5) 그림 7 : 導電率-定常磁界-슬립

移動子의 導電率과 슬립을 變化시키어 定常磁界의 變化를 보았다. 導電率이 커짐에 따라, 슬립이 클 수록 定常磁界는 減少함을 볼 수 있다. 이는 導電率이 커짐에 따라 導體板上에 誘起되는 渦電流의 크기도 커지는데 이때 定常磁界가 줄어드는 것은 에너지授受관계가 그 원인일 것으로 보이며, 또한 速度가 커짐에 따라 導電率이 커지더라도 定常磁界가 커지는 것은 速度起電力이 커짐에 따른 것으로 思料된다.

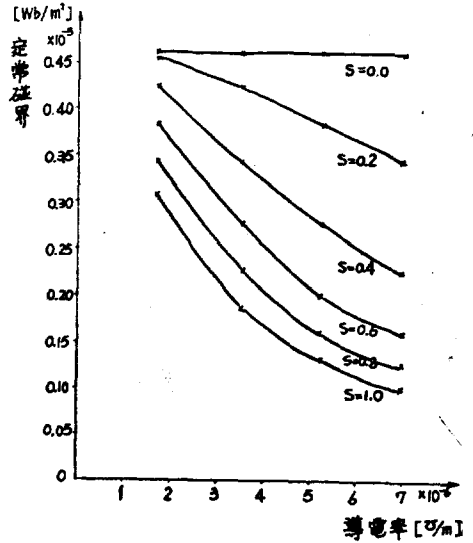


그림 7. Slip에 따른 導電率과 定常磁界
Fig. 7. Slip-conductivity-normal field

4. 結 論

(1) 端部에서의 渦電流의 連續性^{(3)~(7)}을 考慮하여 Maxwell 基本式으로부터 誘導해낸 特性理論式을 電子計算機로 計算하여 얻은 理論値가 지금까지 알려진 實測値의 變化傾向과 대체로 잘 符合됨을 볼 때 本 研究에서 展開된 方法및 理論이 妥當함을 볼 수 있었다.

(2) 高速運轉일 수록 端部效果의 영향이 크게 나타나 端部의 空隙磁界를 매우 빠른 크기로 線型的으로 減衰시키는데 이는 正, 負方向 減衰進行波의 波長이 급격히 增加하는 때문이라 생각된다.

(3) 推力-速度特性 一般 誘導電動機의 特性과 거의 一致하는 傾向을 보인다.

(4) 導電率의 크기에 따라 定常磁界의 크기가 變하며, 移動速度가 커짐에 따라 導電率이 커지더라도 定常磁界가 커지는, 速度起電力의 영향등을 보임으로써 渦電流損失을 考慮한 적절한 純度를 갖는 材質의 選擇도 特性改善에 중요한 몫을 할 수 있으리라 생각한다.

위의 사실로부터 空隙磁束密度, 推力等 L.I.M.의 에너지變換特性에 影響을 미치는 것은 端部效果인 것임을 알았고, 또한 端部效果는 端部에서 存在하는 減衰波로부터 起因됨을 알았다.

이와같이 空隙에서 일어나는 여러가지 現象을 考察하여 L.I.M.의 特性改善을 위해서는 端部效果의 補償 및 材質의 選擇等이 앞으로의 主要한 研究課題임을 알

있고 특히 速度가 매우 빠른 超高速列車等에서 驅動될 경우는 그 영향이 至大할 것이므로 端部效果의 處理等의 여러가지를 장차 다루어 보고자 한다.

<부 록>

空腔磁束密度의 式(11)의 解

一次勵磁電流 J_{z0} 안에 의해 勵磁되는 磁束密度를 B_{y1} 라면 이것은 式(11)의 定常解인데 $B_{y1} = B_{y1} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{\tau} z)}$ 라 할 수 있다. 一次勵磁電流 J_{z0} 는 Z 方向으로는 一定하며, 變化가 없을 것이므로 式(11)에서 $\frac{d^2 B_{y1}}{dz^2} = 0$, 또 $\frac{d}{dx}, \frac{d^2}{dx^2}$ 은 各各 $-j\frac{\pi}{\tau}, -\frac{\pi^2}{\tau^2}$ 으로 놓을 수 있다.

따라서 式(11)에 式 B_{y1} 과 위의 값들을 代入하여 定常解라면 아래와 같은 一次勵磁電流 J_{z0} 안에 의해 勵磁되는, active zone 만에서의 磁束密度의 定常解를 구할 수 있다.

$$\text{즉 } B_{y1} = \frac{j\frac{\pi}{\tau} \cdot \frac{\mu_0}{g} \cdot J_{z0}}{\frac{\pi^2}{\tau^2} + j\kappa\mu_0(\omega - \frac{\pi}{\tau} V_x)} e^{-j\frac{\pi}{\tau} z} \quad \text{부록-1}$$

또 式(11)의 非定常解 B_{y2} 를 구하기 위하여 $B_{y2} = B_{y2}(x), B_{y2}(z)$ 로 變數分離하여 式(12)에 代入하므로써 다음과 같은 常微分方程式을 구할 수 있다.

$$\text{즉 } \frac{d^2 B_{y2}(z)}{dz^2} - k^2 B_{y2}(z) = 0 \quad \text{부록-(2)}$$

$$\frac{d^2 B_{y2}(x)}{dx^2} - \kappa\mu_0 V_x \frac{\partial B_{y2}(x)}{\partial x} - (j\omega\mu_0\kappa - k^2) B_{y2}(x) = 0 \quad \text{부록-(3)}$$

여기서 k 는 임의의 常數

式(부록-2)로부터 一般解를 구하여 z 方向으로 대칭이고 磁束의 2次導體幅의 바깥($z \geq \xi w$)에서는 存在하지 않는다는 가정에 의하여 $k = j\frac{\pi}{2\xi w}$ 이므로 이를 代入하면

$$B_{y2}(z) = F \cos \frac{\pi}{2\xi w} z \quad \text{(부록-4)}$$

또한 式(부록-3)의 解를 구하기 위하여 $B_{y2}(x) = e^{p \cdot x}$ 라 하여 代入하면

$$p^2 - \mu_0\kappa V_x p - \left\{ j\omega\mu_0\kappa + \left(\frac{\pi}{2\xi w}\right)^2 \right\} = 0 \quad \text{(부록-5)}$$

$$p_{1,2} = \frac{\mu_0\kappa V_x}{2} \pm \frac{1}{2} \left[(\mu_0\kappa V_x)^2 + 4 \left\{ \left(\frac{\pi}{2\xi w}\right)^2 + j\omega\mu_0\kappa \right\} \right]^{1/2} \quad \text{(부록-6)}$$

여기에서

$$\left\{ (\mu_0\kappa V_x)^2 + \left(\frac{\pi}{2\xi w}\right)^2 + j4\omega\mu_0\kappa \right\}^{1/2} = X + jY \quad \text{라 하면}$$

(단 X, Y 는 實數)

$$X = \left[\frac{1}{2} (\mu_0\kappa V_x)^2 + \left\{ \left(\frac{\pi}{2\xi w}\right)^2 + (\mu_0\kappa V_x)^2 + \left(\frac{\pi}{2\xi w}\right)^2 + (4\omega\mu_0\kappa)^2 \right\}^{1/2} \right]^{1/2}$$

$$Y = 2\omega\mu_0\kappa / X, \quad p_1 = -\alpha_1 - j\frac{\pi}{\tau_i}, \quad p_2 = \alpha_2 + j\frac{\pi}{\tau_i},$$

$$\alpha_1 = \frac{X - \mu_0\kappa V_x}{2}, \quad \alpha_2 = \frac{X + \mu_0\kappa V_x}{2}, \quad \tau_i = \frac{\pi}{Y} = \frac{\pi X}{\omega\mu_0\kappa}$$

$$\therefore B_{y2}(x) = G_1 e^{-(\alpha_1 + j\frac{\pi}{\tau_i})x} + G_2 e^{(\alpha_2 + j\frac{\pi}{\tau_i})x} \quad \text{부록-7}$$

따라서 x 方向만 考慮한 非定常解 B_{y2} 는 式(부록 4)

$$\sim \text{(부록 7)에 의하여 } B_{y2} = B_{y21} e^{-(\alpha_1 - j\frac{\pi}{\tau_i})x} + B_{y22} e^{(\alpha_2 + j\frac{\pi}{\tau_i})x} \quad \text{(부록-8)}$$

이므로 결국 定常解와 非定常解를 구하였다. 그런데 空腔에서의 磁束密度와 變化狀態를 나타내는 綜合磁束密度式은 非減衰項인 定常解와 減衰項인 非定常解와의 合成이므로 다음과 같다.

$$B_y = B_{y1} e^{-j\frac{\pi}{\tau} z} + B_{y21} e^{-(\alpha_1 + j\frac{\pi}{\tau_i})x} + B_{y22} e^{(\alpha_2 + j\frac{\pi}{\tau_i})x} \quad \text{(부록-9)}$$

(使用된 記號)

B_{y1}, B_{y2}, B_{y3} : 空腔磁束密度의 方向成分의 定常波, 進行波, 反射波 [wb/m^2]

J_{r0}, J_{z0} : active zone 안에서의 次導體板上에 誘起된 渦電流密度의 x, z 成分 [A/m]

J_s : 1次固定子の 勵磁電流密度 [A/m]

g : 空腔의 길이 [m]

κ : 2次導體板의 導電率 [Ω/m]

w : 2次導體板 有効幅의 半의 길이 [m]

ξw : 2次導體板 幅의 半의 길이 [m]

τ : 極間隙(pole pitch) [m]

V_s : 同期速度 [m/s]

V_x : 2次導體板의 移動速度 [m/s]

τ_i : 減衰進行波, 反射波의 極間隙 [m]

l : 1次鐵心の 길이 ($= p\tau$) [m]

Reference

- [1] O.C. Coho & G.B. Kliman & J.I. Robinson; "Experimental evaluation of a high speed Double sided Liner induction motor," IEEE Trans, Vol. PAS-94, No. 1, pp. 10~17, 1975.
- [2] R.J.A. Bevan & G. Kalman; "Non-uniform power distribution in linear induction motors due to end effects." IEEE Trans, Vol. PAS-

- 98, No. 5, sep/oct, pp. 1516~1521, 1979.
- [3] Poloujadoff. M.; "Lineare induction machines," IEEE Spectrum, Vol. 8, No. 2, pp. 72~80, Feb, 1971.
- [4] Victorri. M.; "Lineare induktions motoren," ETZ (Ed, B), Bd 21, H. 23, Nov. 14, pp. 535~539, 1969.
- [5] Poloujadoff. M.; "Theorie des linearen induktion motors in vereinfachter darstellung," ETZ (Ed, A) Bd 90, H. 21, pp. 545~548, 1969.
- [6] Gorden, R. Slemom & A. Straughen; "Electric machines" Addison-Wesley, pp. 450~456, 1980.
- [7] S.A. Nasar & I. Boldea; "Linear motion electric machines" John wiley & Sons. Inc. pp. 57~105, 1976.
- [8] T.A. Lipo & T.A. Nondahl; "pole by pole d-q model of a linear induction machine" IEEE Trans Vol. PAS-98, No. 2 March/Aprill, pp. 629~642, 1979.
- [9] Yamamura, S; "Theory of linear induction motors" Wiley, 1972.
- [10] John, K. Dukowicz; "Analysis of linear induct-ion machines with discrete winding & finite iron length," IEEE yrans, Vol. PAS-96, No. 1, Jan/Feb, pp. 66~73, 1977.
- [11] C.H. Lee & C.Y. Chin; "A theoretical analysis of linear induction motors, IEEE, Vol. PAS-98, No. 2, Mar/April, pp. 679~688, 1979.
- [12] Yamamura, S, & H. Ito, Y. Ishikawa; "Theories of the linear inductionmotor & compensated induction motor," IEEE,Trans, Vol. 91, No. 4, July/Aug, pp. 1700~1708, 1972.
- [13] K. Yoshida; "Space harmonic analysis of short-primary linear induction motors Taking into account ferromagnetic endeffect", JIEE, Vol.98-2, pp. 9~16, 1978
- [14] G.F. Nix & E.R. Laithwaite; Linear induction motors for low-speed & stand-still application," proc, IEE, Vol. 113, No., June, pp. 1044~1056, 1966.
- [15] K. Yoshida & O.K. Harada, & S. Nonaka; "Analysis of short-primary LIM'S with odd poles, Taking into account ferromagnetic end effect," JIEE, Vol. 99-1, pp. 49~56, 1979
- [16] D.H. IM; "Research on the method of calculating the air gap magnetic flux distribution and travelling magnetic field," Proceeding of the Seoul. IEEE, 1970, pp. 109~116, Seoul, Korea.
- [17] S.M. Jang; "A study on the air gap flux density distribution in 3 phase linear induction motor," Han yang univ. master's thesis. (1978).
- [18] 任達鎬, 張錫明, 3 ϕ LIM의 進行波와 反射波에 관한 研究 대한전기학회 전기기기 연구회 5차 발표회 5월, 1977.