스텝모우터의 微細스텝 制御에 관한 研究

論 文
31 ~ 1 ~ 4

A Study on the Microstep Control of Stepping Motors

金 道 鉉*·崔 桂 根**·李 鍾 珏***
(Do-Hyun Kim·Keh-Kun Choi·Chong-Kak Lee)

Abstract

An accurate mathematical model of permanent magnet stepping motor is proposed. On the basis of this model, micro-stepping control is experimented. A comparison is made between the Data experimented by micro-stepping control and the data predicted by the proposed model and by Leenhouts' earlier model. The result shows that the proposed model is more accurate than the earlier model, and micro-stepping can be attained by dividing a given step electrically, without adding much complexity to the control circuit, or degrading the speed of stepping motors.

1. 序 論

位置를 制御함에 있어 直流서어보모우터系의 位置 또는 速度制御에는 몇 個의 歸還루우프를 包含한 複雜한 制御回路를 必要로 하며 位置를 感知하여 電氣的信號로 바꾸어 주는 方法이 問題가 된다. 이에 比해 스텝모우터는 入力 펄스에 따라 定해진 角度로 正確히 움직이며 正, 逆 어느方向으로의 回轉도 可能하고 正確한 位置에서 始動, 靜止도 되므로 開루우프 制御로 매우 正確한 位置制御가 可能하다.[(2),(10)] 또 디지틀 回路와의 인터페이스가 容易하므로 디지틀 制御 및 電算機周邊裝置의 制御에 適合하다 그러나 스텝모우터는 한 스텝이 모우터에 따라 미리 定해져 있으므로 連續的인 位置制御가 되지 않는다.[(5),(6)]

스텝모우터의 resolution을 增加시키는 方法으로는 主로 齒車를 使用하여 한 스텝의 角을 縮小하는 方法이 使用되어 왔으나 이 方法은 正確度가 齒車의 機械的 精密度에 크게 左右되고 스텝 角이 縮小되는 만큼 動作速度도 느려지는 短點이 있다.[(3),(7)]

本 論文에서는 電氣的으로 스텝 角을 縮小시키는 方法을 研究하였다. 이 方法은 모우터의 動作速度가 變化하지 않으며 負荷가 작을 境遇 1/4~1/16程度로 스텝 크기를 줄이는 境遇에 매우 좋은 結果를 얻을 수 있다.

本 論文에서는 스텝모우터의 正確한 모델을 세우고 이 모델에 依해 스텝角을 縮小하는 微細一스텝 制御를 實驗하였다.

2相 永久磁石 스텝모우터의 數學的 모델을 세우는데 있어 從前의 모델과 달리 實際의 스텝모우터의 極은 철극 極임을 考慮하여 보다 實際에 가까운 모델을 提案하였다.

이 모델을 基礎로 微細 스텝制御를 實驗하였으며 이 實驗値와 計算値를 各各 比較 檢討하였다.

이 實驗結果는 2相 永久磁石 스텝모우터를 位置制御에 使用할 때 微細스텝制御에 依해 信賴度가 높은 制御가 可能하며 提案된 모델이 從前 모델[(2)] 보다 實際에 훨씬 가깝다는 것을 보여 준다.

2. 스텝 모우터의 數學的 모델

電氣的 線形 系에서 鎖交磁束 λ는 다음과 같이 表示된다.[(11)]

$$\lambda=L(\theta)i \tag{1}$$

이 式을 二相 同期電動機에 對하여 表示하면 다음과 같이 된다.

$$\lambda_a=L_{aa}(\theta)i_a+L_{ba}(\theta)i_b+L_{ra}(\theta)i_r$$
$$\lambda_b=L_{ab}(\theta)i_a+L_{bb}(\theta)i_b+L_{rb}(\theta)i_r$$

* 正會員：明知大 電子工學科 副敎授
** 正會員：서울大 工大 電子工學科 敎授
*** 正會員：서울大 工大 電子工學科 敎授
接受日字：1981年 11月 27日

$$\lambda_r = L_{ar}(\theta)i_b + L_{br}(\theta)i_b + L_{rr}(\theta)i_r \tag{2}$$

여기서 a, b, 및 r의 添字는 a相 b相 및 回轉子를 意味하며 例컨대 L_{aa}는 a相 電流 i_a만 흐를때의 a相 인덕턴스이며 L_{ab}는 b相 電流 i_b만 흐를때의 a相 인덕턴스 그리고 L_{ar}은 回轉子 電流 i_r 만 흐를때의 a相 인덕턴스를 表示한다.

유도된 電壓은

$$V = \frac{d}{dt}\lambda(i, \theta) = L(\theta)\frac{di}{dt} + \frac{dL(\theta)}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \tag{3}$$

이므로 (2)에 의해 각 卷線에 유도된 電壓은 (4)와 같이 表示된다.

$$V_a = L_{aa}(\theta)\frac{di_a}{dt} + L_{ba}(\theta)\frac{di_b}{dt} + L_{ra}(\theta)\frac{di_r}{dt} + \left\{ i_a\frac{dL_{aa}(\theta)}{d\theta} + i_b\frac{dL_{ba}(\theta)}{d\theta} + i_r\frac{dL_{ra}(\theta)}{d\theta} \right\}\frac{d\theta}{dt}$$

$$V_b = L_{ab}(\theta)\frac{di_a}{dt} + L_{bb}(\theta)\frac{di_b}{dt} + L_{rb}(\theta)\frac{di_r}{dt} + \left\{ i_a\frac{dL_{ab}(\theta)}{d\theta} + i_b\frac{dL_{bb}(\theta)}{d\theta} + i_r\frac{dL_{rb}(\theta)}{d\theta} \right\}\frac{d\theta}{dt}$$

$$V_r = L_{ar}(\theta)\frac{di_a}{dt} + L_{br}(\theta)\frac{di_b}{dt} + L_{rr}(\theta)\frac{di_r}{dt} + \left\{ i_a\frac{dL_{ar}(\theta)}{d\theta} + i_b\frac{dL_{br}(\theta)}{d\theta} + i_r\frac{dL_{rr}(\theta)}{d\theta} \right\}\frac{d\theta}{dt} \tag{4}$$

端子電壓 V_{at}, V_{bt}, V_{rt}는

$$V_{at} = i_a R_a + V_a$$
$$V_{bt} = i_b R_b + V_b$$
$$V_{rt} = i_r R_r + V_r \tag{5}$$

여기에서 R_a, R_b 및 R_r은 卷線抵抗을 나타낸다.

損失없는 電氣機械 系에 있어 다음 關係가 成立한다

$$dW_{elc} = dW_{fld} + dW_{mech} \tag{6}$$

$$dW_{elc} = V_i dt \tag{7}$$

W_{elc}, W_{fld}, W_{mech}는 각각 電氣入力 에너지, 磁場內에 저장된 에너지, 機械的 出力 에너지를 表示한다.

(3)式에 의해

$$V = \frac{d\lambda}{dt} \tag{8}$$

回轉機械에서 機械的 出力 에너지는

$$dW_{mech} = Td\theta \tag{9}$$

T는 토오크를 의미하고 θ는 角變位를 의미한다.

(7), (8), 및 (9)에의해 (6)을 다시 쓰면

$$dW_{fld}(\lambda, \theta) = id\lambda - Td\theta \tag{10}$$

한편 偏微分에 의해

$$dW_{fld}(\lambda, \theta) = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda}d\lambda + \frac{\partial W_{fld}}{\partial \theta}d\theta \tag{11}$$

(10)과 (11)을 比較하여

$$i = \frac{dW_{fld}}{d\lambda} \quad \text{및} \tag{12}$$

$$T = -\frac{dW_{fld}}{d\theta} \tag{13}$$

을 얻는다.

(12)에 의해 磁場에 저장된 에너지 W_{fld}는

$$W_{fld} = \int_0^\lambda i d\lambda \tag{14}$$

定電流 電源을 使用하면

$$W_{fld} = i\lambda \tag{15}$$

일반적으로 N個의 端子雙을 가진 電氣機械에 있어서

$$W_{wld} = \sum_{i=1}^{N} i_i \lambda_i \tag{16}$$

(2)를 (16)에 代入하면

$$W_{fld} = L_{aa}(\theta)i_a^2 + L_{ba}(\theta)i_b i_a + L_{ra}(\theta)i_b i_a + L_{ab}(\theta)i_a i_b + L_{bb}(\theta)i_b^2 + L_{rb}(\theta)i_r i_b + L_{ar}(\theta)i_a i_r + L_{br}(\theta)i_b i_r + L_{rr}(\theta)i_r^2 \tag{17}$$

(13)에 의해 토오크는

$$-T = i_a^2\frac{dL_{aa}(\theta)}{d\theta} + i_b i_a\frac{dL_{ba}(\theta)}{d\theta} + i_r i_a\frac{dL_{ra}(\theta)}{d\theta} + i_b^2\frac{dL_{bb}(\theta)}{d\theta} + i_a i_b\frac{dL_{ab}(\theta)}{d\theta} + i_r i_b\frac{dL_{rb}(\theta)}{d\theta} + i_a i_r\frac{dL_{ar}(\theta)}{d\theta} + i_b i_r\frac{dL_{br}(\theta)}{d\theta} + i_r^2\frac{dL_{rr}(\theta)}{d\theta} \tag{18}$$

二相 永久磁石 스텝모우터에서 回轉子 電流 i_r을 定電流 I_r로 대치하면

$$V_{at} = i_a R_a + L_{aa}(\theta)\frac{di_a}{dt} + L_{ba}(\theta)\frac{di_b}{dt} + \left\{ i_a\frac{dL_{aa}(\theta)}{d\theta} + i_b\frac{dL_{ba}(\theta)}{d\theta} + I_r\frac{dL_{ra}(\theta)}{d\theta} \right\}\frac{d\theta}{dt}$$

$$V_{bt} = i_b R_b + L_{bb}(\theta)\frac{di_b}{dt} + L_{ab}(\theta)\frac{di_a}{dt} + \left\{ i_b\frac{dL_{bb}(\theta)}{d\theta} + i_a\frac{dL_{ab}(\theta)}{d\theta} + I_r\frac{dL_{rb}(\theta)}{d\theta} \right\}\frac{d\theta}{dt} \tag{19}$$

$$-T = i_a^2\frac{dL_{aa}(\theta)}{d\theta} + i_b i_a\frac{dL_{ba}(\theta)}{d\theta} + I_r i_a\frac{dL_{ra}(\theta)}{d\theta} + i_b^2\frac{dL_{bb}(\theta)}{d\theta} + i_a i_b\frac{dL_{ab}(\theta)}{d\theta} + I_r i_b\frac{dL_{rb}(\theta)}{d\theta} + I_r^2\frac{dL_{rr}(\theta)}{d\theta} + i_b I_r\frac{dL_{ba}(\theta)}{d\theta} + i_a I_r\frac{dL_{rb}(\theta)}{d\theta} \tag{20}$$

(19)와 (20)의 結果는 2相 永久磁石 스텝모우터의 몇 가지 모델을 세우는데 使用된다.

즉, 인덕턴스項에 대해 몇 가지 가정을 함으로써 線形, 非線形스므스空隙, 철극 極모델등이 얻어진다.

〔1〕 非線形스므스空隙 모델

1회전당 스텝수를 N이라하면 N스텝이 機械的으로 360°가 되므로 電氣角과 機械角사이에는

$$4 \times \theta_{elc} = N\theta \tag{21}$$

$$\theta_{elc} = \frac{N}{4}\theta \tag{22}$$

θ_{elc} : 電氣角

θ : 機械角

의 關係가 成立한다.

$$L_{rb}(\theta)=M\cos\left(\frac{N\theta}{4}\right)$$

$$L_{ra}(\theta)=M\sin\left(\frac{N\theta}{4}\right)$$

$$\frac{dL_{aa}}{d\theta}=\frac{dL_{bb}}{d\theta}=0$$

$$L_{ab}=L_{ba}=0 \tag{23}$$

이라 가정하면

$$V_{at}=R_a i_a+L_{aa}\frac{di_a}{dt}-\frac{I_r MN}{4}\sin\left(\frac{N\theta}{4}\right)\frac{d\theta}{dt}$$

$$V_{bt}=R_b i_b+L_{bb}\frac{di_b}{dt}+\frac{I_r MN}{4}\cos\left(\frac{N\theta}{4}\right)\frac{d\theta}{dt} \tag{24}$$

$$T=\frac{I_r MN}{4}\left(i_b\cos\frac{N\theta}{4}-i_a\sin\frac{N\theta}{4}\right) \tag{25}$$

〔2〕 非線形철극 極 모델

$$L_{aa}=L_1+L_2\cos\frac{N\theta}{2}$$

$$L_{bb}=L_1-L_2\cos\frac{N\theta}{2}$$

$$L_{rr}=L_{r1}-L_{r2}\cos\frac{N\theta}{2}$$

$$L_{ab}=L_{ba}=L_{\mathrm{abm}}\sin\frac{N\theta}{2} \tag{26}$$

라 가정하면 (19), (20)에 의해

$$V_{at}=i_a R_a+\left(L_1+L_2\cos\frac{N\theta}{2}\right)\frac{di_a}{dt}+\left(L_{\mathrm{abm}}\sin\frac{N\theta}{2}\right)\frac{di_b}{dt}+N\left(-\frac{i_a L_2}{2}\sin\frac{N\theta}{2}+\frac{i_a L_{\mathrm{abm}}}{2}\cos\frac{N\theta}{2}-\frac{I_r M}{4}\sin\frac{N\theta}{4}\right)\frac{d\theta}{dt}$$

$$V_{bt}=i_b R_b+\left(L_1-L_2\cos\frac{N\theta}{2}\right)\frac{di_b}{dt}+\left(L_{\mathrm{abm}}\sin\frac{N\theta}{2}\right)\frac{di_a}{dt}+N\left(-\frac{i_b L_2}{2}\sin\frac{N\theta}{2}+\frac{i_a L_{\mathrm{abm}}}{2}\cos\frac{N\theta}{2}+\frac{I_r M}{4}\cos\frac{N\theta}{4}\right)\frac{d\theta}{dt} \tag{27}$$

$$-T=\frac{L_2 N}{2}\sin\frac{N\theta}{2}(i_b^2-i_a^2)+i_a i_b N, L_{\mathrm{abm}}\cos\frac{N\theta}{2}+K_1\left(i_b\cos\frac{N\theta}{4}-i_a\sin\frac{N\theta}{4}\right)+K_2\sin\frac{N\theta}{2} \tag{28}$$

$K_1=\frac{I_r MN}{4}$, $K_2=I_r^2\frac{N}{2}L_{r2}\sin\frac{N\theta}{2}$이다.

3. 微細스텝 制御方式

스므스空隙 모델을 使用하면 (25)에의해

$$T=K\left(i_b\cos\frac{N\theta}{4}-i_a\sin\frac{N\theta}{4}\right) \tag{29}$$

$i_a=I_m\cos\alpha$

$i_b=I_m\sin\alpha$ 라 하면

$$T=-K\sin\left(\frac{N\theta}{4}-\alpha\right) \tag{30}$$

가 된다. 無負荷일때는 $T=0$인 位置에 靜止하게 되므로

$$\frac{N\theta}{4}=\alpha,\ \text{즉}\ \theta=\frac{4\alpha}{N} \tag{31}$$

이 된다. 이것은 回轉子의 機械角 θ는 入力電流 $i_a=I_m\cos\alpha$, $i_b=I_m\sin\alpha$의 電氣角 α에 의해 決定됨을 보여준다. α를 0부터 2π까지 一定한 단계로 增加시킴으로써 微細스텝 制御를 達成할 수 있다. 入力電流 $i_a=I_m\cos\alpha$와 $i_b=I_m\sin\alpha$는 ROM과 D/A 變換器[4]에 의해 만들 수 있다. α가 0에서 2π로 增加할때 (31)에 의해 回轉子는 4스텝을 움직인다.

1스텝을 $1/M$로 縮小하고자 할때 매 微細스텝당 α는 $\alpha_i=\frac{2\pi}{4N}$증가 하여야 한다.

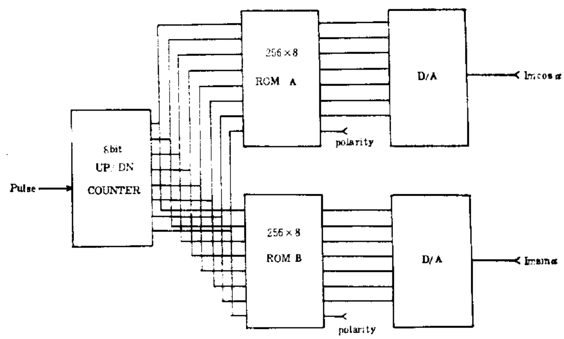

그림 1. 實驗系統圖

Fig. 1. Experimental block diagram

제어의 基本 構成은 그림 1과 같이 up/down counter, ROM및 D/A converter로 되어 있다. ROM A, ROM B의 각 番地에는 127/cos α/와 127/sin α/의 7bit 데지틀 코오드가 저장되어 있고 나머지 1bit는 극성을 저장하고 있다. up/down counter는 ROM 番地를 지정해준다.

(28)의 철극 極모델에 의하면 θ와 α사이에는 (31)과 같은 線形관계가 성립하지 않으므로 실제 저장하여야 할 데이터는 127/cosα/, 127/sin α/에서 다소 벗어나게 된다. 이 데이터는 實驗的으로 구할 수도 있고, (28)에서 $\alpha-\theta$관계를 電算機로 계산 하여도 된다. 本論文에서는 實驗에 의해 memory 데이터를 구하였으며, α-θ의 관계는 그림 6, 및 그림 7 表示하였다.

4. 實驗 結果

實驗에 使用한 스텝 모우터는 sanyo의 step-syn 103—845와 sigm의 20—4247 TD200이다.[8),(0)]

(28)에 依해 Sanyo step-syn 103—845의 토오크—角關係를 求하면

$$-T=0.04(i_b^2-i_a^2)\sin 100\theta+0.20\ i_a i_b \cos 100\theta +0.19(i_b\cos 50\theta-i_a \sin 50\ \theta) \qquad (32)$$

이 關係에 依해 角變位 θ에 對한 토오크를 그린것이 그림 2, 그림 5이다. 그림 2는 $(i_a=2.0A,\ i_b=0)$, $\left(i_a=\frac{2}{\sqrt{2}}A,\ i_b=\frac{2}{\sqrt{2}}A\right)$, 및 $(i_a=0,\ i_b=2.0\ A)$의 3境遇의 差異를 알아보기 爲한 그림인데 3境遇의 토크 曲線이 모두 一致한다.

그림 3은 $i_a=\frac{1}{2\sqrt{2}}A$, $i_b=\frac{1}{2\sqrt{2}}A$일때 本 論文에서 提案된 모델과 N.K. Sinha의 철극 極모델을 比較한 것이다.

두 모델의 差異는 非線形 項中 $i_a i_b \cos 100\theta$項의 係數 差異 때문이므로 i_a 또는 i_b가 0인 境遇의 두 모델의 曲線은 같다.

그림 4는 $i_a=i_b=\frac{1}{\sqrt{2}}A$일때의 曲線이며 그림 5는 $i_a=i_b=\sqrt{2}A$ 일때의 曲線이다.

電流가 커질 수룩 두 모델에 依한 토오크의 差異가 커지며 曲線의 模樣도 달라진다. 그림 5의 境遇 最大토오크가 約 25%差異가 있다.

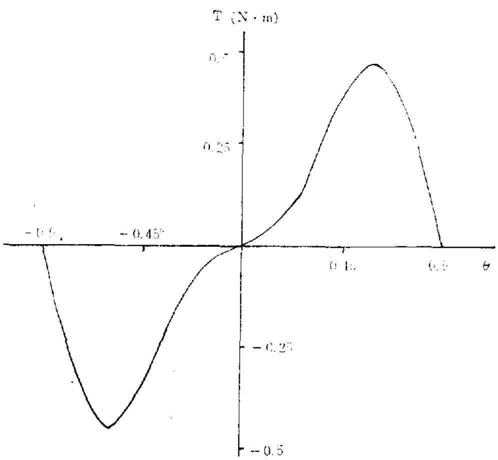

그림 2. 토오크 曲線($I_a^2+I_b^2=4A$)
Fig. 2. Torque curve($I_a^2+I_b^2=4A$)

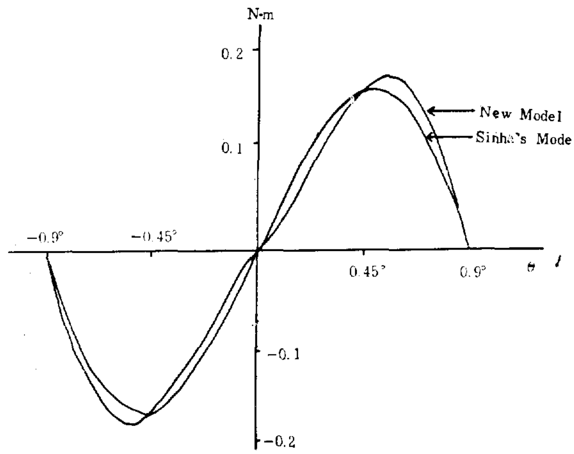

그림 4. 토오크 曲線($I_a=I_b=0.7A$)
Fig. 4. Torque curve($I_a=I_b=0.7A$)

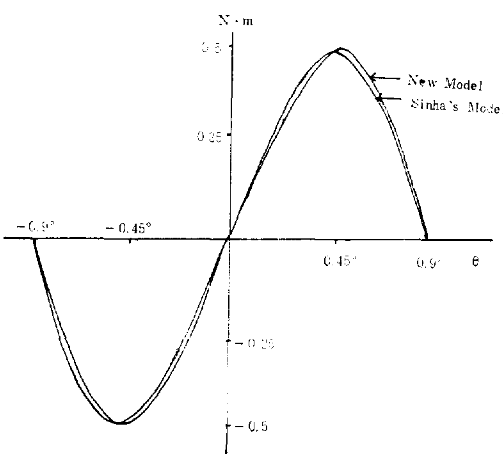

그림 3. 토오크 曲線($I_a=I_b=0.35A$)
Fig. 3. Torque curve($I_a=I_b=0.35A$)

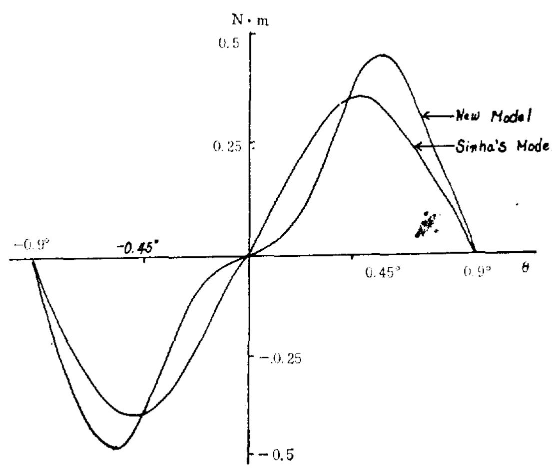

그림 5. 토오크 曲線($I_a=I_b=0.14A$)
Fig. 5. Torque curve($I_a=I_b=0.14A$)

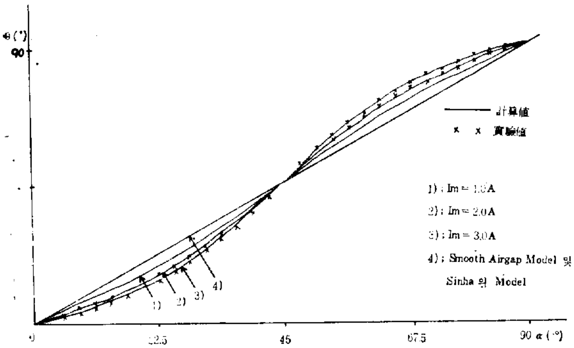

그림 6. $\alpha-\theta$曲線(sanyo step syn.)
Fig. 6. $\alpha-\theta$ curve(sanyo step syn.)

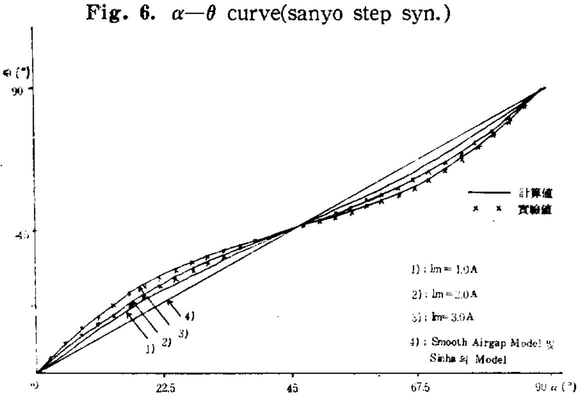

그림 7. $\alpha-\theta$ 曲線(sigma 200—4247 TD 200)
Fig. 7. $\alpha-\theta$ curve(sigma 200—4247 TD200)

그림 6과 그림 7은 入力 電氣角 α와 機械角 θ의 關係를 나타낸 것이다. 그림 6은 sanyo의 step-syn 103—845에 對한 曲線이며 그림 7은 sigma의 20—4247 TD 200에 對한 曲線이다.

sigma의 스텝 모우터도 (28)에 依해

$$-T=0.152i_ai_b\cos 100\theta+0.60(i_b\cos 50\theta-i_a\sin 50\theta) \tag{33}$$

이 된다.

그림 6, 7에서 實線은 (32), (33)에 依한 計算結果이고 X表는 實驗値이다.

그림 6, 7에서 實驗値와 計算値가 거의 正確히 一致함을 알 수 있다. N.K. Sinha[1]의 모델이나 스므스 空隙 모델에서 α와 θ는 線形的인 關係가 成立하나 實際 實驗結果는 本 論文에서 提案된 모델에 依한 計算値와 거의 一致하므로 本 論文에서 提案된 모델이 보다 正確함을 알 수 있다.

最大 動作 周波數는 全 스텝 驅動時 175pps이고 32 微細 스텝 制御時 149×32pps이므로 動作速度는 거의 줄지 않았음을 알 수 있다.

全 스텝 驅動時 8.4, 26, 52, 93, 145Hz에서 共振現狀이 있었으나 微細스텝 制御時에는 共振現狀은 거의 觀察되지 않았다.

5. 結　論

앞에서 考察한 여러가지 實驗結果에 依해 本 論文에서 提案된 철극 極모델이 스므스 空極 모델이나 N.K. Sinha의 철극 極모델보다 훨씬 實際에 가까움을 알 수 있다.

여기서는 모델의 靜特性 分析만 하였으나 動特性의 分析에도 이 모델을 使用하면 좀 더 正確한 結果를 얻을 수 있으리라 본다.

微細 스텝 方法을 使用하면 機械的인 方法을 使用하지 않고 또 歸還을 시키지 않고 微細位置의 制御가 可能함을 알 수 있다. 齒車를 使用하는 方法은 動作速度가 느려지는 缺點이 있으나 微細 스텝 制御에서는 約 85% 速度를 維持하므로 (32微細 스텝, $I_m=2.0A$時) 빠른 動作速度가 必要 할 때 適當하다.

그러나 開루우프 制御이므로 負荷 토오크가 매우 적은 狀態에서 使用해야 한다.

그림 2~5의 $\theta-T$ 曲線에서 알 수 있듯이 負荷 토오크가 크면 變位 θ가 크므로 正確度가 낮아진다.

16微細 스텝일 境遇 最大 토오크의 5% 以內의 負荷 토오크에서 使用함이 바람직 하다. 全 스텝 驅動時의 共振現狀이 微細 스텝 驅動時에는 현저히 減少하므로 微細 스텝驅動時에는 動特性을 低下시키는 要因이 줄어든다. 이것은 微細 스텝制御에 依해 모우터의 傳達函數 自體가 變하는 것이 아니고 入力命令의 크기가 작으므로 共振의 振幅이 작아지기 때문이다.

參 考 文 獻

〔1〕 Naresh K. Shinha, A.R. Eliott and Richard C.S. Wong; "A realistic mathmatical model for permanent magnet stepping motors," IEEE Trans. Ind. Cont. Inst. Vol. IECI-21, No. 3 August, 1974.

〔2〕 M.A. Delgado; "Mathmatical model of a stepping motor operating as a fine positioner around a given step," IEEE Trans. Automatic Control, August, 1969.

〔3〕 K. Venkataratnam and M.C. Mouli; "Stability of a stepping motor," IEEE Proc. Vol. 118 No. 6 June, 1971.

〔4〕 Albert C. Leenhouts; "Techniques for microstepping control of step motors," Control Engineering March, 1979.

[5] Paul Giacomo; "A stepping motor primer part 1," Byte, Feb., 1979.

[6] Paul Giacomo; "A stepping motor primer part 2," Byte, March, 1979.

[7] Jules H. Gilder; "Focus on stepping motors," Electoroic Design 22, Oct. 25, 1977.

[8] "Stepping motor," Sigma Corp.

[9] "Stepper motor handbook," North American Philips Controls Corp. 1979.

[10] Fitzgerald, Kingsley and Kusko; Electrical machinary, Third Ed. New York: McGraw-Hill, 1971.

[11] Benjamin C. Kuo; Automatic control systems Third Ed. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall Inc.