狀態觀測器에 의한 位置制御系의 最適 設計에 관한 硏究

論 文
31~ 1~1

On Optimal State Feedback Scheme to a Position Control System by the State Observer

張 世 勳* · 朴 順 圭**
(Se-Hoon Chang · Soon-Gyu Park)

Abstract

This paper intends to compare and illustrate the feedback effects of the state feedback scheme to a positional control system by the use of the state observer.

As a case study, the dynamic properties of a proposed positional control system lie derived, first, and the design of an optimal state feedback control system by the actual states is intended as a primary case study. For the illustration of the feedback effects with the asymptotic state observer, unobservability of some state variables are assumed and an optimal state feedback design is carried by using the estimated states which is reconstructed through the observer. That is, when some of the states of the system to be controlled are not avalable, an observer is constructed to estimate the unaccessable states.

A digital computer is used for the comparative study of the feedback effects in both cases. The resultant response of the proposed system have shown quite reasonable satisfaction on control quality.

1. 序 論

最近의 最適制御設計에서는, 制御系의 制御性能을 좀더 바람직스럽게 改善하기 위하여, 系統의 모든 狀態量들을 饋還시키면서 閉루우프系를 構成시키는 狀態饋還法이 널리 이용되는 경향이 있다. 狀態變數들은 系統의 모두 중요한 情報內容을 포함하고 있으므로 이렇게 系統의 모두 狀態들을 饋還시켜서 最適系의 設計를 꾀하는 것이 制御性能을 보다 效果的으로 改善하는데에 더욱 바람직하다. 그러나 대부분의 실제적인 조건하에서는 實狀態量들을 직접 測定하여 끄집어내어 이용할 수 없는 경우가 많다. 이에 Dauid. G. Luenberger(1964)는 觀測器에 의한 推定狀態의 再構成法에 관한 槪念을 도입하였다.

本論文에서는 觀測器理論을 적용하여 船舶안테나用 位置制御系의 最適狀態饋還設計를 꾀하였을 때의 饋還效果와 이때의 觀測器의 設計 및 狀態의 推定에 의한 制御性能의 補償效果를 硏究하는데 목적을 둔다.

船舶用 레이더 안테나의 정밀한 位置制御를 목적으로 하는 直流電動機驅動 位置制御機構를 事例硏究對象으로 들어, 이 位置制御對象系의 狀態모델을 導出하였고, 또한 制御系에 實狀態量들의 饋還을 꾀하였을때의 系統의 應答特性과 設計된 觀測器의 사용으로 再構成시킨 推定狀態들에 의한 狀態饋還을 꾀하였을 때의 系統應答特性을 比較檢討하여 보았다.

먼저 系統의 實狀態를 써서 最適 狀態饋還設計를 꾀하고, 다음에는 系統의 狀態量 중 몇 개의 狀態들은 可用될 수 없다고 가정하여 漸近觀測器 設計理論을 써서 再構成시킨 推定狀態들을 써서 最適 狀態饋還設計

* 正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 敎授 · 工博
** 正 會 員 : 韓國電力公社 勤務
接受日字 : 1981年 9月23日

를 행하여 두 경우의 設計結果를 디지틀電算機를 이용하여 比較檢討하여 보았다.

系統의 狀態量들 중 出力으로 觀測될 수 없어서 饋還信號로 可用할 수 없는 狀態가 있을 경우에는, 漸近狀態觀測器의 設計가 적절히 이루어지면, 觀測器의 構成으로 얻어진 推定狀態量들을 써서 狀態饋還設計를 꾀하였을 때 實狀態를 썼을 때와 다름없는 良質의 制御機能을 具現시킬 수 있음을 확인할 수 있었다.

2. 事例研究對象制御系의 構成

2.1. 事例研究對象系의 動態方程式의 誘導

그림 1은 여기서 事例研究對象으로 택하려는 位置制御系의 等價回路圖를 보여준다. 狀態饋還系의 設計에서는 모든 狀態들이 饋還信號로 사용될 수 있어야 하므로 이 系의 네 개의 變數들과 一定한 函數關係를 갖

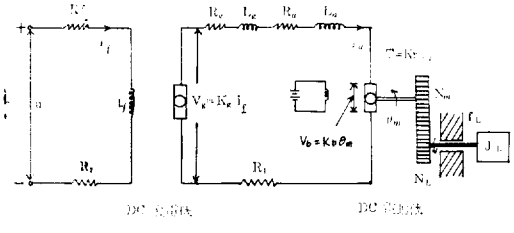

그림 1. 事例研究對象系의 構成을 나타내는 等價回路圖
Fig. 1. Equivalent circuit of the proposed position control system modeled

는 각 電壓 또는 電流들은 測定될 수 있어야한다. θ_m $\dot{\theta}_m$과는 電位差計와 타코미터의 사용으로 쉽게 測定할 수 있다. 그러나 變數 i_a와 i_f의 測定은 쉽지 않아서 다른 적절한 방법이 요구된다. 실제에 있어, R_g와 R_a는 集中定數素子가 아니며, R_a의 정확한 實效値의 測定도 어렵다. 보통, 變數 i_a의 測定은 發電機와 電動機의 回轉子들 사이에 적절한 抵抗 R_1을 넣어써 행하는데, 抵抗 R_1값이 매우 작으면 R_1에 걸리는 電壓은 雜音信號로 심하게 오염되며, 그 반면 R_1값이 너무 크면 R_1에서 消費되는 電力이 문제가 된다. 한편 發電機端子電壓 V_g는 發電子捲線내의 誘起發壓 $K_g \cdot i_f$와는 다르다. 變數 i_f의 測定은 抵抗 R_2를 써서 행한다. R_2의 消費電力은 매우 작지만 系統動作에 미치는 效果는 무시할 수 없다. R_1과 R_2의 사용으로 인한 裝荷效果를 제거하기 위해 여기에서는 分離增幅器를 실제 사용하였다.

이 系統에 대한 動態方程式은 다음처럼 구해진다.

$$U=(R_f+R_2)i_f+L_f\frac{di_f}{dt}$$

$$\dot{\theta}_m=\frac{d\theta_m}{dt}$$

$$K_g i_f=(R_g+R_a+R_1)i_a+(L_g+L_a)\frac{di_a}{dt}+K_b\frac{d\theta_m}{dt}$$

$$K_T i_a=J_{meq}\frac{d^2\theta_m}{dt^2}+f_{meq}\frac{d\theta_m}{dt}$$

여기서, 狀態變數들을 다음과 같이 잡았다.

$$x_1=\theta_m$$
$$x_2=\dot{\theta}_m$$
$$x_3=i_a$$
$$x_4=i_f$$

이제 系統은 다음과 같은 벡터—行列狀態方程式으로 표현될 수 있다.

$$\dot{x}_1=x_2$$

$$\dot{x}_2=-\frac{f_{meq}}{J_{meq}}x_2+\frac{K_T}{J_{meq}}x_3$$

$$\dot{x}_3=-\frac{K_b}{(L_g+L_a)}x_2-\frac{(R_g+R_a+R_1)}{(L_g+L_a)}x_3+\frac{K_g}{(L_g+L_a)}x_4$$

$$\dot{x}_4=\frac{(R_f+R_2)}{L_f}x_4+\frac{1}{L_f}u$$

出力方程式은,

$$\theta_L=\frac{N_m}{N_L}\theta_m=\frac{N_m}{N_L}x_1$$

따라서, 이들을 벡터型式으로 모아 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{(t)}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{(t)}+\boldsymbol{B}u_{(t)}$$
$$\boldsymbol{\theta}_{L(t)}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_{(t)}$$

여기서,

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -\frac{f_{meq}}{J_{meq}} & \frac{K_T}{J_{meq}} & 0\\ 0 & -\frac{K_b}{(L_g+L_a)} & -\frac{(R_g+R_a+R_1)}{(L_g+L_a)} & \frac{K_g}{(L_g+L_a)}\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{(R_f+R_2)}{L_f}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_f}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}\frac{N_m}{N_L} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{pmatrix}$$

및

$$u=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\u\end{bmatrix}$$

그림 1의 事例硏究對象系의 物理定數들 및 諸特性은 다음과 같다.

R_f; 發電機 界磁回路의 抵抗=20〔Ω〕
L_f; 發電機 界磁回路의 인덕턴스=5〔H〕
R_g; 發電機 電機子回路의 抵抗=9〔Ω〕
L_g; 發電機 電機子回路의 인덕턴스=0.06〔H〕
R_a; 電動機 電機子回路의 抵抗=9〔Ω〕
L_a; 電動機 電機子回路의 인덕턴스=0.04〔H〕
J_L; 機械的 負荷의 慣性모우멘트
=1.6〔N·m·rad^{-1}·sec^2〕
f_L; 機械的 負荷의 粘性摩擦係數
=0.04〔N·m·rad^{-1}·sec〕
K_T; 電動機의 토오크常數=1.2〔N·m/A〕
K_b; 電動機의 逆起電力常數=1.2〔V·rad^{-1}·sec〕
K_g; 發電機常數=100〔V/A〕
N_m/N_L; 平均負荷速度/定格電動機速度=0.5
〔齒車數比〕
$R_1=R_2=1$〔Ω〕
$J_{meq}=(N_m/N_L)^2\ J_L=0.4$〔N·m·rad^{-1}·sec^2〕
$f_{meq}=(N_n/N_L)^2 f_L=0.01$〔N·m·rad^{-1}·sec〕

이들 數値를 대입하면 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$, 및 $\boldsymbol{C}$行列들은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -0.025 & 3 & 0\\ 0 & -12 & -190 & 1000\\ 0 & 0 & 0 & -4.2\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=[0\quad 0\quad 0\quad 0.2]^T$$

$$\boldsymbol{C}=[0.5\quad 0\quad 0\quad 0]$$

2.2. 事例硏究對象系의 最適狀態饋還系의 設計

앞의 事例硏究對象 位置制御系의 블록線圖 및 각 傳達函數는 그림 2와 같다.

入力 u로부터 出力 θ_L에 이르는 開루우프系의傳達函數는 다음과 같이 얻어진다.

$$g(s)=\frac{\theta_L(s)}{u(s)}=\frac{300}{s^4+194.225s^3+838.855s^2+171.155}\triangleq\frac{N(s)}{D(s)}$$

最適系의 設計를 위한 評價指標는 아래와 같이 잡았다.

$$J=\int_0^\infty\{25[y(t)-1]^2+u^2(t)\}dt\quad 단,\ y(t)=\theta_L(t)$$

이 評價指標를 最小化시키는 閉루우프系의 傳達函數를 구하기 위해 最適 狀態饋還系의 設計理論[6],[9]를 쓰면 ;

$$D(s)D(-s)+qN(s)N(s)$$
$$=s^8-36045.641s^6+637194.494s^4$$
$$-29292.323s^2+25\times 90000=D_f(s)D_f(-s)$$

여기서, $D_f(s)=s^4+\bar{\alpha}_3s^3+\bar{\alpha}_2s^2+\bar{\alpha}_1s+1500$

따라서 $\bar{\alpha}_3=195.9$, $\bar{\alpha}_2=1169$, $\bar{\alpha}_1=1865$, 로 구해진다. 그러므로 바라는 系統의 特性方程式은 다음과 같다.

$$D_f(s)=s^4+195.9s^3+1169s^2+1865s+1500$$

구하려는 最適 狀態饋還系의 利得行列 $\boldsymbol{K}$는 $D(s), D_f(s)$, 및 最適 狀態饋還設計過程을 거쳐 다음과 같이 구해졌다.

$$\boldsymbol{K}=[-2.5\quad -2.691\quad -0.059\quad -8.375]$$

따라서 이 系에 대한 최종적인 最適 狀態饋還設計된 閉루우프系는 다음 그림 3과 같이 構成된다.

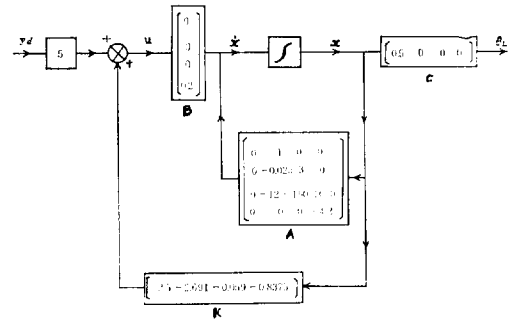

그림 3. 최종 設計된 最適 狀態饋還系의 블록線圖
Fig. 3. Design of the optimal state feedback control system

3. 狀態觀測器의 設計

3.1 觀測器의 構成

이제, 事例硏究對象 位置制御系에서, 電動機軸의 角變位 θ_m만이 饋還信號로 이용될 수 있는 可用狀態量이라고 가정하여 3-次元의 觀測器를 設計한다. 그림 4

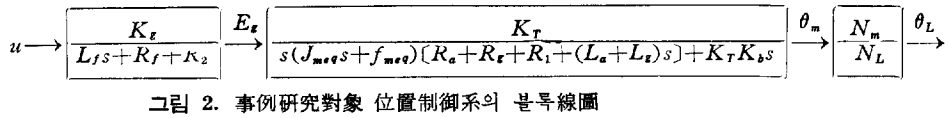

그림 2. 事例硏究對象 位置制御系의 블록線圖
Fig. 2. Brock diagram of the system modeled

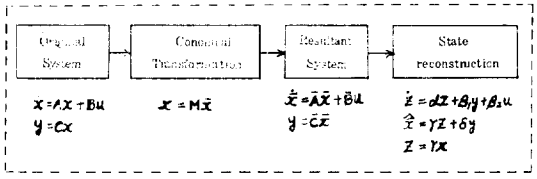

그림 4. 觀測器의 實現過程
Fig. 4. Realization processes of the state reconstructor

는 이 때의 觀測器의 實現過程을 나타낸다.

A) 正準型 動態方程式으로의 變換

이 系의 動態數程式은 다음과 같다.

$$\dot{x}_{(t)}=Ax_{(t)}+Bu_{(t)}$$

$$\theta_{L(t)}=Cx_{(t)}$$

먼저 이 系統의 可觀測性을 조사하기 위해 다음의 可觀測性行列 V를 구하면 다음과 같다.

$$V=[C \quad CA \quad CA^2 \quad CA^3]$$

$$=\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 5 \\ 0 & -0.0125 & 1.5 & 0 \\ 0 & -17.9996875 & -285.0375 & 1500 \end{bmatrix}$$

이 行列 V는 下三角行列로 正則하므로 이 系統方程式은 等價變換行列 M에 의해서 다음 꼴의 正準型 (canonical form)動態方程式으로 變換될 수 있다. 즉,

$$\dot{\bar{x}}_{(t)}=\bar{A}\bar{x}_{(t)}+\bar{B}u_{(t)}$$

$$\theta_{L(t)}=\bar{C}\,\bar{x}_{(t)}$$

여기서,

$$x_{(t)}=M\bar{x}_{(t)}$$

이 正準型 動態方程式의 係數行刑 A를 구하는 過程은 系의 特性多項式으로부터 출발한다. 이 系의 特性多項式 $\det(sI-A)$는 ;

$$\det(sI-A)=s^4+194.225s^3+838.855s^2+171.15s$$

이 系의 固有値들을 구하면 다음 값을 얻는다.

$$a_3=194.225,\ a_2=838.855,\ a_3=171.150,\ a_0=0$$

따라서 얻고저 하는 系統의 正準型 動態方程式의 係數行列 $\bar{A}$는 ;

$$\bar{A}=\begin{bmatrix} -a_3 & 1 & 0 & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -194.225 & 1 & 0 & 0 \\ -838.855 & 0 & 1 & 0 \\ -171.150 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이 正準型으로 變換되게 하는 變換行列 M은 可觀測性行列 V를 써서 구하면 다음과 같이 된다.

$$M=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -388.45 & 2 & 0 & 0 \\ \frac{73759.28}{3} & \frac{388.4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{74.088}{1500} & \frac{17.64}{1500} & \frac{4.2}{1500} & \frac{1}{1500} \end{bmatrix}$$

따라서 $\bar{B}$ 및 $\bar{C}$行列은 각기 다음과 같다.

$$\bar{B}=M^{-1}B=[0\ 0\ 0\ 300]^T$$

$$\bar{C}=CM=[1\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$$

그러므로 구하려는 최종 系統의 正準型 動態方程式은 다음과 같게 된다.

$$\dot{\bar{x}}_{(t)}=\begin{bmatrix} -194.225 & 1 & 0 & 0 \\ -838.855 & 0 & 1 & 0 \\ -171.150 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{x}_{1(t)} \\ \bar{x}_{2(t)} \\ \bar{x}_{3(t)} \\ \bar{x}_{4(t)} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \end{bmatrix}u_{(t)}$$

또한,

$$\theta_{L(t)}=[1\ 0\ 0\ 0]\ \bar{x}_{(t)}$$

B) 觀測器에 의한 推定狀態의 構成

최종 系統의 固有値는 다음 관계에서 구해진다.

$$\det(sI-\bar{A})=s(s+2)(s^2+190.025s+40.75)=0$$

觀測器는 $s=-191$에 3重根을 갖게 設計한다면 이때 觀測器의 特性多項式은,

$$(s+191)^3=s^3+573s^2+10943s+6967871$$

즉, $\alpha_2=573$, $\alpha_1=109443$, 및 $\alpha_0=6967871$

이제, 이 系統에 대해 設計된 觀測器에 대한 關係式은 다음처럼 계산된다.

$$\dot{Z}=\alpha Z+\beta_1\theta_L+\beta_2 u$$

$$x=\gamma Z=\delta\theta_L$$

위의 觀測器에 의해 實狀態를 再構成시켜 내는 過程은 文獻(3) 및 (6)을 參照하면 다음 결과가 구해진다.

$$\dot{Z}=\begin{bmatrix} -573 & 1 & 0 \\ -109443 & 0 & 1 \\ -6967871 & 0 & 0 \end{bmatrix}Z+\begin{bmatrix} -108433.93 \\ -34486572.47 \\ -2639255338 \end{bmatrix}\theta_L+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 300 \end{bmatrix}U$$

및

$$\hat{\bar{x}}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}Z+\begin{bmatrix} 1 \\ 573 \\ 109443 \\ 6967871 \end{bmatrix}\theta_L$$

또한 $x=M\bar{x}$인 관계로부터

$$\hat{x}=M\gamma Z+M\delta\theta_L$$

그러므로 觀測器에 의해 再構成된 推定狀態 $\hat{x}$는 위의 결과들로부터 다음과 같이 구하여진다.

$$\hat{x}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ \frac{388.4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1764}{1500} & -\frac{4.2}{1500} & \frac{1}{1500} \end{bmatrix}Z+\begin{bmatrix} 2 \\ 757.55 \\ \frac{70092.08}{3} \\ \frac{6518244.032}{155} \end{bmatrix}\theta_L$$

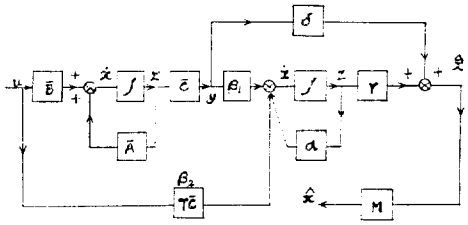

그림 5. 觀測子의 構成
Fig. 5. Reconstruction scheme of the state observer.

지금까지 행한 觀測器에 의한 實狀態의 推定을 위한 實現過程에 대한 系統의 構成은 그림 5과 같다.

3.2. 狀態觀測器의 사용에 의한 最終狀態饋還系의 設計

系統의 實狀態 $x_{(t)}$대신에 狀態觀測器에 의해 再構成된 推定狀態 $\hat{x}_{(t)}$를 써서 狀態饋還系를 최종적으로 構成시킨다. 이에 대응되는 最終系의 系統方程式은 다음과 같다.

$$\dot{x}=Ax+Bu$$
$$y=Cx$$
$$u=y_d+K\hat{x}$$
$$Z=\alpha Z+\beta_1 y+\beta_2 u$$
$$\hat{x}=\gamma Z+\delta y$$

이들로부터 전체 系統의 構成은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{Z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A+BK\delta C & BK\gamma\\ \beta_1 C+\beta_2 K\delta C & \alpha+\beta_2 K\gamma\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ Z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B\\ \beta_2\end{bmatrix}y_d$$

$$=A_1\begin{bmatrix}x\\ Z\end{bmatrix}+B_1 y_d$$

이제 A_1을 觀測器의 定義式들을 써서 정리하면 다음과 같이 된다.

$$A_1=\begin{bmatrix}A+BK-BK\gamma T & BK\gamma\\ T(A+BK)-(\alpha+TBK\gamma)T & \alpha+TBK\gamma\end{bmatrix}$$

여기서 T는 $Z\to TX$로 變換시키는 變換行列이다.[2],[5] 또한 $\hat{A}_1$은 다음으로 定義된, 같은 行列式을 갖는 A_1行列과 相似하다.

$$\hat{A}_1=\begin{bmatrix}A+BK & BK\gamma\\ 0 & \alpha\end{bmatrix}$$

실제로는 等價變換에 의해 다음 관계가 성립된다.[1],[5]

$$\begin{bmatrix}I & O\\ -T & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I & O\\ T & I\end{bmatrix}=\hat{A}_1A_1=M_1M_2$$

따라서 $|\hat{A}_1|=|A_1||M_1|\cdot|M_2|=|A_1|$

이것은 最終設計된 全體系統의 特性多項式이, 狀態饋還系의 特性多項式 $|sI-A-BK|$와 狀態觀測器의 特性多項式 $|sI-\alpha|$와의 곱으로 나타남을 보여준다. 즉, 固有値에 관한 한 觀測器의 推定狀態 $\hat{x}_{(t)}$와 實狀態 $x_{(t)}$와의 사이에는 차이가 없으며 觀測器의 動特性은 원래의 系의 動特性에 영향을 주지 아니하니까 狀態觀測器의 設計는 獨立的으로 행해갈 수 있음이 확인된다.

위의 可分離性[6]을 이용하면 狀態觀測器에 의한 狀態饋還系의 設計는 最適狀態饋還系의 設計에서 얻은 利得行列 K를 그대로 쓸 수 있다. 즉,

$$K=[-2.5\ \ -2.691\ \ -0.059\ \ -8.375]$$

그러므로 최종적인 狀態推定에 의한 最適 狀態饋還 設計는 그림 6에서와 같이 마무리 된다.

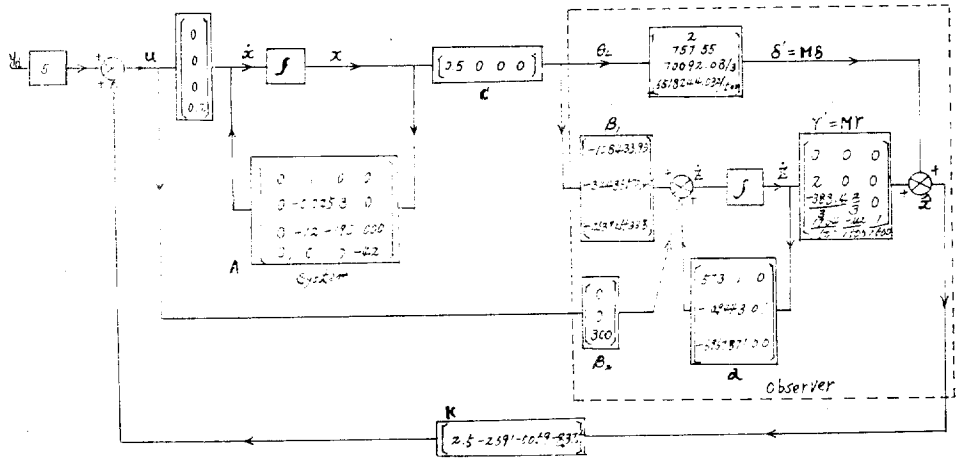

그림 6. 狀態推定에 의한 最終設計된 最適綜合系의 構成
Fig. 6. Resultant over-all system with the estimator designed

4. 數値解析 및 檢討

狀態觀測器에 의한 推定狀態들을 써서 饋還을 꾀하면서 閉루우프系의 最適制御化를 기도하였을 때의 制御性能效果를 解析하기 위해 EAI PACER 100디지틀 電算機를 이용하였다.

먼저, 實狀態量들을 써서 特態饋還系를 設計 構成시켰을 때의 實際의 狀態벡터 $x_{(t)}$와 다음에는 觀測器의 設計에 의해 再構成된 推定狀態벡터 $\hat{x}_{(t)}$와를 比較해 본 결과 표 1을 얻었다.

앞에서 設計된 두 경우의 系統應答을 表 Ⅱ에 모아 比較하였다.

표 2에서 알 수 있듯이 觀測器의 사용으로 인한 推定狀態들의 饋還效果는 實狀態量들을 써서 最適 狀態饋還系의 設計를 꾀하였을 때와 거의 같은 效果를 나타낸다. 單位階段入力을 가했을 때의 出力 $\theta_{L(t)}$의 變化를 마이크로 필름에 圖示시킨 결과는 그림 7과 같다.

표 1. 實狀態와 推定狀態의 比較
Table 1. Comparisons of the real and the estimated states reconstructed

實狀態 / 推定狀態 T(sec)	x_1 / $\hat{x}_1$	x_2 / $\hat{x}_2$	x_3 / $\hat{x}_3$	x_4 / $\hat{x}_4$
0.0100	0.0000	0.0003	0.0284	0.0097
	0.0000	0.0003	0.0284	0.0097
0.1500	0.0065	0.1239	0.4897	0.0964
	0.0065	0.1240	0.4899	0.0964
0.500	0.1569	0.7387	0.5398	0.1105
	0.1569	0.7390	0.5400	0.1107
1.0010	0.6694	1.1884	0.0809	0.0288
	0.6697	1.1888	0.0819	0.0289
2.5008	1.9605	0.3635	−0.1976	−0.0330
	1.9616	0.3641	−0.1974	−0.0330
4.5005	2.0491	−0.0611	0.0069	0.0006
	2.0515	−0.0608	0.0067	0.0006
7.0001	1.9952	0.0027	0.0013	0.0003
	1.9978	0.0028	0.0011	0.0002

표 2. 두 狀態饋還系의 應答特性의 比較
Table 2. Performance characteristics of the state-feedback systems with and without the estimator

	발생時間(秒)	이때의 出力 $\theta_{L(t)}$의 값 {推定狀態일때 / 實狀態일때}
上昇時間	2.1609	0.9002
	2.1609	0.8997
尖頭時間	3.4208	1.0512
	3.4608	1.0503
整定時間	2.5008	0.9808
	2.5008	0.9803
最大오우버슈우트	3.4208	1.0512
	3.4608	1.0503
%最大오우버슈우트	3.4208	5.12〔%〕
	3.4608	5.03〔%〕

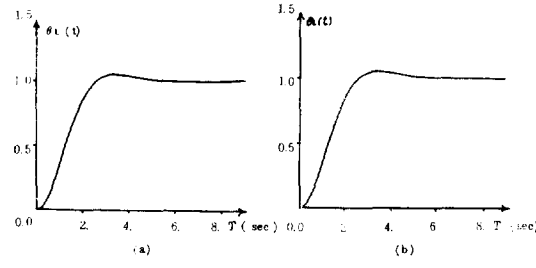

그림 7. 最終設計된 狀態饋還系의 出力應答
(a) 實狀態量들을 饋還시켰을 때
(b) 推定狀態量들을 饋還시켰을 때
Fig. 7. Step responses of the output θ_L
(a) with the real-states feedback
(b) with the estimated-states feedback

마지막으로 最終 設計된 系에 單位階段入力을 가했을 때의 系統出力 $\theta_{L(t)}$와 이 때의 最適制御入力 U의

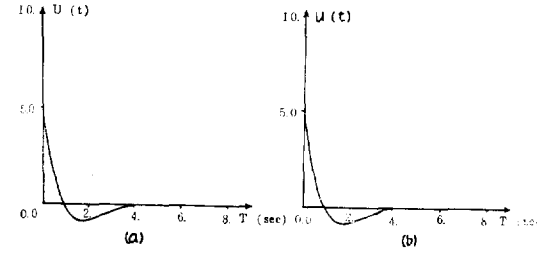

그림 8. 最終設計된 系에의 最適制御量
(a) 實狀態들을 饋還시켰을 때
(b) 推定狀態들을 饋還시켰을 때
Fig. 8. The optimal control inputs to the final state feedback system
(a) when the real-states feedback introduced
(b) when the estimated-states feedback introduce

표 3. 實狀態와 推定狀態를 썼을 때의 出力 $\theta_{L(t)}$ 및 最適制御量 $u_{(t)}$의 比較

Table 3. Output responses and the optimal control efforts with the real and the reconstructed states when the stat-feedback scheme is introduced

時間〔秒〕	$\theta_{L(t)}$의 값 {實狀態를 썼을 때 / 推定狀態를 썼을 때	$u_{(t)}$의 값 {實狀態를 썼을 때 / 推定狀態를 썼을 때
0.0100	0.0000	4.9161
	0.0000	4.9161
0.1500	0.0032	3.8131
	0.0032	3.8127
0.500	0.0784	1.6554
	0.0785	1.6556
1.0010	0.3347	−0.1272
	0.3348	−0.1283
2.5008	0.9803	−0.5941
	0.9808	−0.5907
4.5005	1.0245	0.0367
	1.0258	0.0394
7.0001	0.9976	0.0021
	0.9989	−0.0015

變化는 표 3과 같으며 이 때의 $u_{(t)}$의 變化를 마이크로 필름에 圖示시킨 것은 그림 8과 같다. 그림 8(*a*)는 實狀態를 饋還信號로 썼을 때의 最適制御量의 變化이고 그림 8(*b*)의 것은 推定狀態를 再構成시켜 饋還시켰을 때이다. 그림 7 및 그림 8에서 보듯이 出力應答 및 最適制御量은 두 경우 거의 일치함을 볼 수 있다.

5. 結 論

事例硏究對象 位置制御系의 最適狀態饋還系의 設計에 있어 觀測器의 構成으로 推定狀態量들을 饋還信號로 사용하였을 때의 效果는 다음과 같다.

1. 實狀態벡터 $\boldsymbol{x}_{(t)}$와 觀測器設計에 의해 再構成시킨 推定狀態벡터 $\hat{\boldsymbol{x}}_{(t)}$는 觀測器의 設計가 적절하면 거의 같은 變化를 갖는다.

2. 觀測器의 動特性이 원 系統에 첨가됨으로써 最終系統의 動特性에 미치는 影響은 매우 미미하다.

3. 系統의 狀態變數들 중에서 測定이 可能하지 못할 경우에는 적절한 觀測器를 設計하여 이들 狀態變數들을 再構成시켜서 饋還信號로 쓰므로써 系統의 最適制御를 實現할 수 있다. 그러나 실제의 觀測器의 構成에는 經濟性의 희생이 뒤따른다.

參 考 文 獻

〔1〕 D.G. Luenberger; "Observing the state of a linear system," IEEE Trans, Millitary Electronics, Vol. MIL-8, pp. 74~80, Apr.,1966.

〔2〕 D.G. Luenberger; "Observers for multivariable systems," IEEE Trans, Automatic Control, Vol. AC-11, pp. 190~197, Apr., 1966.

〔3〕 D.G. Luenberger; "An introduction to observers" IEEE Trans, Automatic Control, Vol. AC-16, pp. 596~602, Dec., 1971.

〔4〕 B.C. Kuo; "Automatic control systems," 3rd Edition, Prentice-Hall, Inc., 1975.

〔5〕 Andre Fossard; "Multivariable system control," North Holland Publishing Co., 1977.

〔6〕 C.T. Chen; "Introduction to linear system theory," Holt, Reinhart And Winston, Inc.,1970.

〔7〕 S.M. Shinners; "Modern control system theory and application," Addison-Wesley publishg Co., 1972.

〔8〕 E. Kreindler and P.E. Sarachik; "On the concepts of controllability and observability of linear system," IEEE Trans., Automatic Control, Vol. AC-9, pp. 129~136, Apr., 1964.

〔9〕 C.T. Chen; "Analysis & synthesis of linear control systems," Pond Woods Press, 1978.

〔10〕 M. Athans & P.L. Falb; "Optimal control," New York, Mc Graw-Hill Bock Company, 1966.