

<論 文>

固體粉末이 浮上된 二相亂流 管流動의 熱傳達 解析

金 載 雄* · 崔 英 惇**

(1982年 6月 28日 接受)

**Analysis of Turbulent Heat Transfer of Gas-Solid
Suspension Flow in Pipes**

Jae Woong Kim and Young Don Choi

Abstract

Numerical analysis is made on the turbulent heat transfer with suspension of solid particles in circular tube with constant heat flux.

The mean motion of suspending particles in mixture is treated as the secondary gas flow with virtual density and viscosity. Our modeling of turbulent transport phenomena of suspension flow is based on this assumption and conventional mixing length theory. This paper gives the evidence that the mixing length models can be extended to close the governing equations for two phase turbulent flow with solid boundary at a first order level.

Results on Nusselt numbers obtained by analytical treatments are compared with available experimental data and discussed. They suggest that the most important parameters of two phase turbulent heat transfer phenomena are relative particle diameter to pipe diameter, gas-solid loading ratio, and specific heat of suspending material.

記 號 說 明

C_f : 第一氣體의 比熱	l_f : 第一氣體의 混合距離
C_p : 第二氣體의 比熱	N_u : 混合氣體의 누셀트數
D : van Driest damping function	N_{u0} : 固體粉末이 浮上되지 않은 氣體의 누셀트數
D_p : 管直徑	P : 管에서의 平均壓力
d_p : 固體粒子의 直徑	Pe : 페크레數 $(= \frac{c_f}{\nu_f} \cdot Pr)$
f_{f+p} : 混合氣體의 管摩擦係數	Pr : 第一氣體의 프란틀數
f_0 : 固體粉末이 浮上되지 않은 氣體의 管摩擦係數	Pr_{∞} : 管中心에서의 亂流프란틀數
I_f^* : 第一氣體의 停滯엔탈피	Pr_{ef} : 第一氣體의 等價프란틀數
k_f : 第一氣體의 熱傳導係數	Pr_{ep} : 第二氣體의 等價프란틀數
	Pr_f : 第一氣體의 亂流프란틀數
	Pr_p : 第二氣體의 亂流프란틀數
	Re : 管直徑에 對한 레이놀즈數

* 正會員, 高麗大學校 大學院 機械工學科

** 正會員, 高麗大學校 機械工學科

R	: 管의 半徑
t^*	: Stokesian relaxation time
t^{**}	: 氣體와 固體粒子 間의 熱傳達到 關係되는 thermal relaxation time
t_L	: Lagrangian time scale
T_f	: 第一氣體의 平均溫度
t_f'	: 第一氣體의 搖動溫度
T_p	: 第二氣體의 平均溫度
t_p'	: 第二氣體의 搖動溫度
U_f	: 第一氣體의 軸方向 局部平均速度
u_f'	: 第一氣體의 軸方向 搖動速度
U_p	: 第二氣體의 軸方向 局部平均速度
u_p'	: 第二氣體의 軸方向 搖動速度
V_f	: 第一氣體의 半徑方向 局部平均速度
v_f'	: 第一氣體의 半徑方向 搖動速度
V_p	: 第二氣體의 半徑方向 局部平均速度
v_p'	: 第二氣體의 半徑方向 搖動速度
\bar{v}_f^2	: 第一氣體 亂流搖動的 強度
\bar{v}_p^2	: 第二氣體 亂流搖動的 強度
α	: $(1/Pr_\infty)^{\frac{1}{2}}$
ϵ_{f0}	: 固體粉末의 浮上되지 않은 氣體의 渦粘性係數
ϵ_f	: 第一氣體의 渦粘性係數
ϵ_p	: 第二氣體의 渦粘性係數
κ	: von Karman 常數
κ_f	: 第一氣體의 亂流質量擴散係數
κ_p	: 第二氣體의 亂流質量擴散係數
λ_{ef}	: 混合氣體의 等價熱擴散係數
λ_f	: 第一氣體의 亂流熱擴散係數
λ_p	: 第二氣體의 亂流熱擴散係數
μ_{ef}	: 第一氣體의 等價粘性係數
μ_{ep}	: 第二氣體의 等價粘性係數
ν_f	: 第一氣體의 動粘性係數
ν_p	: 第二氣體의 動粘性係數
ρ_f	: 第一氣體의 局部平均密度
ρ_f'	: 第一氣體의 搖動密度
ρ_p	: 第二氣體의 局部平均密度
ρ_p'	: 第二氣體의 搖動密度
ρ_s	: 浮上되는 固體粒子의 密度
ψ	: 流線函數
ψ_I	: 境界層 最內側의 流線函數
ψ_E	: 境界層 最外側의 流線函數
ω	: 無次元化된 流線函數

1. 緒 論

固體粉末이 浮上된 二相亂流 管流動은 固體粒子의 存在가 管摩擦係數 및 熱傳達係數를 크게 變化시키기 때문에 큰 關心을 모아왔고 많이 研究되어 왔다. 이 流動은 空冷式 原子爐의 冷却裝置, 未燃燒된 石炭粉末이 浮上되어 흐르는 煙管의 流動, 粉末型 化學物質이 흐르는 管流動 等 여러 産業分野에서 흔히 發見될 수 있으며 이에 關한 專門的인 知識이 要求되고 있다.

이 分野에 對한 實驗的 研究로는 Depew and Fabbarr¹⁾, Boothroyd^{2),3)}, Boothroyd and Haque^{4),5)} 그리고 Wahl⁶⁾에 依해 많이 研究되어 있으나, 理論的 研究는 比較的 적게 되어 있다. 이것은 固體粒子와 氣體의 流動, 固體粒子와 固體壁 그리고 固體粒子들 自體間의 複雜한 相互作用 때문에 渦粘性係數 및 亂流熱擴散係數에 對한 模型을 設定하기가 어렵기 때문으로 생각된다.

그러나 Melville and Bray⁷⁾는 固體粉末의 流動을 相當의 等價平均密度를 갖는 第二氣體로 看做하고 Owen⁸⁾과 Meek and Jones⁹⁾의 渦粘性係數 模型을 使用하여 二相亂流 제트流動을 解析한 結果 Laats and Frishman¹⁰⁾의 實驗값과 잘 一致하는 結果를 얻었다. 한편 崔英惇과 鄭明均¹¹⁾은 Melville and Bray의 解析方法을 二相亂流 管流動의 解析에 擴大 適用하고, Owen과 Meek and Jones의 理論을 修正하여 얻은 渦粘性係數 및 混合氣體의 層流粘性係數 模型을 導入하여 管流動의 摩擦係數를 計算한 結果, 空氣流動에 對한 固體粉末의 負荷度의 比가 2보다 클 때 空氣流動에 對한 固體粉末의 負荷度和 固體粒子 直徑의 管直徑에 對한 相對的 크기의 變化에 따른 그 變化의 傾向이 Boothroyd²⁾의 實驗값과 比較的 잘 一致하는 結果를 얻었다.

本 論文에서는 熱傳達이 있는 二相亂流 管流動의 解析에 崔英惇과 鄭明均의 渦粘性係數 模型을 適用하고 새로운 二相亂流 熱擴散係數 模型을 導入하여 二相亂流 管流動의 熱傳達을 解析하였다. 特히 崔英惇과 鄭明均은 流體力學의 으로 完全히 確立된 流動의 特性을 解析한데 反하여, 本 解析에서는 熱의 으로 確立되지 않은 流動의 流動特性和 熱傳達特性을 解析하는데 주안점을 두었다.

本 解析에서는 空氣를 第一氣體로 하고 空氣의 흐름 速度가 대단히 빨라서 固體粉末이 第一氣體에 完全히 浮上되어 있다는 假定 下에⁷⁾ 第一氣體와 第二氣體가

混合된 混合氣體의 連續方程式, 運動方程式, 그리고 에너지方程式을 誘導하였다. 이와같이 얻어진 基本方程式들을 有限差分方程式으로 고쳐서 數值積分하였다.

本 解析에서는 主로 管의 直徑, 固體粒子의 크기, 固體粉末의 負荷度 및 浮上된 固體粉末의 比熱이 二相亂流 管流動의 熱傳達特性에 미치는 影響을 考察하였다. 數值解析의 資料로 使用된 固體粉末로는 亞鉛, 石炭, 유리의 粉末이었고 解析結果를 Boothroyd and Haque^{4,5)}의 熱傳達實驗과 比較한 結果, 比較的 一致함을 알 수 있었다.

2. 二相流動의 熱傳達 解析

2.1. 二相流動의 基本方程式

固體粉末이 浮上된 二相亂流流動을 解析하는 方法에는 두 가지가 있다. 固體粒子의 存在로 氣體의 特性이 變한다고 假定하는 方法과 固體粉末의 흐름을 相當의 等價平均密度를 갖는 第二氣體의 流動으로 看做하고 解析하는 方法이다. 本解析에서는 後者의 方法을 擇하여 崔英倬과 鄭均均이 誘導한 連續方程式과 運動方程式에 第一氣體의 密度搖動項을 考慮하여 連續方程式과 運動方程式을 誘導하였고 에너지 方程式은 固體粒子와 第一氣體사이의 熱傳達에 關聯된 項

$$\frac{\rho_p}{T^{*s}} (T_p - T_f) \quad (1)$$

을 考慮하여 誘導하였다. 第一氣體와 第二氣體의 速度差와 溫度差가 큰 境遇에는 第一氣體와 第二氣體의 基本方程式들을 聯立으로 풀어서 二相流動의 流動特性과 熱傳達特性을 計算할 수 있다. 그러나 固體粒子의 管直徑에 對한 相對的인 크기가 작고 流動의 速度가 빠르면 固體粒子와 第一氣體의 流動사이의 運動量傳達과 熱傳達이 빨리 일어나 第一氣體와 第二氣體의 局部平均速度差와 局部平均溫度差가 작아져서

$$U_f = U_p \quad (2)$$

$$T_f = T_p \quad (3)$$

를 假定할 수 있다. 이런 假定 下에 第一氣體와 第二氣體의 基本方程式들을 合하여 最終的인 混合氣體의 基本方程式들을 誘導하면 다음과 같이 된다.

(i) 連續方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} ((\rho_f + \rho_p) U_f) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho_f V_f + \rho_p V_p - \kappa_f \frac{\partial \rho_f}{\partial r} - \kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial r} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

(ii) 運動方程式

$$\begin{aligned} & (\rho_f + \rho_p) U_f \frac{\partial U_f}{\partial x} = - \frac{dp}{dx} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r (\mu_{ef} + \mu_{ep}) \frac{\partial U_f}{\partial r} \right) \\ & - \left(\rho_f V_f + \rho_p V_p - \kappa_f \frac{\partial \rho_f}{\partial r} - \kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial r} \right) \frac{\partial U_f}{\partial r} \end{aligned} \quad (5)$$

(iii) 停滯인달方程式

$$\begin{aligned} & \left(\rho_f + \frac{C_p}{C_f} \rho_p \right) U_f \frac{\partial I_f^*}{\partial x} + \left(\rho_f V_f + \frac{C_p}{C_f} \rho_p V_p \right) \frac{\partial I_f^*}{\partial r} \\ & + \left(1 - \frac{C_p}{C_f} \right) \rho_p V_p \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) = \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{\mu_{ef}}{Pr_{ef}} + \frac{C_p}{C_f} \frac{\mu_{ep}}{Pr_{ep}} \right) \frac{\partial I_f^*}{\partial r} \right\} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\mu_{ef} \left(1 - \frac{1}{Pr_{ef}} \right) + \mu_{ep} \left(1 - \frac{C_f}{C_p} \frac{1}{Pr_{ep}} \right) \right) \right. \\ & \left. \times \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) \right\} - \left(\frac{C_p}{C_f} - 1 \right) \kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) \\ & + \left(\frac{C_p}{C_f} - 1 \right) \rho_p U_f \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\epsilon_f, \epsilon_p, \kappa_f, \kappa_p, \lambda_f, \lambda_p$ 는 Boussinesq 亂流모델의 擴散係數들이며

$$\mu_{ef} = \rho_f (\nu_f + \epsilon_f) \quad (7)$$

$$\mu_{ep} = \rho_p (\nu_p + \epsilon_p) \quad (8)$$

$$\lambda_{ef} = \kappa_f / \rho_f C_f + \lambda_f \quad (9)$$

$$Pr_{ef} = \epsilon_f / \lambda_f \quad (10)$$

$$Pr_{ep} = \epsilon_p / \lambda_p \quad (11)$$

$$Pr_{ef} = \frac{\mu_{ef}}{\lambda_{ef}} = \frac{1 + \frac{\epsilon_f}{\nu_f}}{\frac{1}{Pr} + \frac{\epsilon_f}{\nu_f} \frac{1}{Pr_f}} \quad (12)$$

$$Pr_{ep} = \frac{\mu_{ep}}{\lambda_{ep}} = \frac{1 + \frac{\epsilon_p}{\nu_p}}{\frac{\epsilon_p}{\nu_p} \cdot \frac{1}{Pr_{Tp}}} \quad (13)$$

이다.

이와같은 混合氣體 基本方程式의 使用은 固體粒子의 管直徑에 對한 相對的인 크기와 固體粉末 負荷度的 크기에 그 限界가 있다. 즉, 第一氣體와 第二氣體의 相對速度가 커지게 된다면 式(2)와 式(3)의 假定이 위태로워져 不正確한 解析結果를 줄 것이다.

그러면 어느程度의 固體粒子 크기와 固體粉末의 負荷度에 對해 이 混合氣體基本方程式을 使用할 수 있는 가 하는것이 問題이다. 固體粒子의 크기에 對한 明確한 限界나 理論은 알려져 있지 않으나 第一氣體와 第二氣體의 基本方程式들을 聯立으로 풀어서 얻은 解析結果와 混合氣體 基本方程式의 解析結果를 比較하여 그 差異가 다른 假定들로 인해서 생기는 誤差보다 작

게되는 固體粒子的 크기로 그 限界를 定하면 될 것으로 생각된다. 本 解析에서 第一氣體와 第二氣體의 基本方程式들을 聯立해서 概略적으로 計算해본 結果 주로 解析해야 할 流動條件인 $R_s=53000$, $d_p=15\mu\text{m}$ 이고 $D_p=0.0762\text{m}$ 管과 $D_p=0.0508\text{m}$ 管에서는 U_f 와 U_p , T_f 와 T_p 의 差異가 대단히 작아서, 式(2), 式(3)의 假定으로 인해서 생기는 流動解析과 熱傳達解析의 誤差는 다른 原因들에 의한 誤差보다 작게 豫測되었으나, $D_p=0.0254\text{m}$ 管에서는 U_f 와 U_p , T_f 와 T_p 의 差가 약간 커져서 式(2), 式(3)의 假定이 流動解析과 熱傳達解析의 誤差를 相當히 크게 할 可能性이 있었다. 또한 固體粉末의 負荷度에 對해서는 Kramer and Depew¹²⁾에 의하면 固體粉末의 負荷度가 작을 때 第二氣體의 相對速度가 커지므로, 式(2)와 式(3)의 假定은 작은 固體粉末의 負荷度에서 混合氣體 基本方程式의 解析結果의 誤差를 다소 크게 해 줄 可能性이 있다.

2.2. 亂流모델

二相亂流 管流動의 熱傳達 解析에서 定해 주어야 할 係數들로는 第一氣體와 第二氣體의 渦粘性係數, 質量擴散係數, 熱擴散係數, 層流動粘性係數 等이다. 本 解析에 使用한 각 係數의 모델은 다음과 같다.

(가) 固體粉末이 浮上되지 않은 氣體의 渦粘性係數

固體粉末이 浮上되지 않은 氣體의 渦粘性係數로 壁의 影響이 큰 內壁部에 對해서는 van Driest의 damping function 을 使用한 混合距離모델

$$\epsilon_{r0} = \kappa^2 D^2 (R-r)^2 \left| \frac{dU_f}{dr} \right| \quad (14)$$

을 使用하였고 壁의 影響이 적은 管의 中必部에는 Crawford and Kays가 提示한 一定渦粘性係數모델¹³⁾

$$\epsilon_{r0} = 0.005 \nu_f R_s^{0.9} \quad (15)$$

을 使用하였다. 內壁部와 中必部の 境界點은 式(14)와 式(15)의 渦粘性係數가 一致하는 點으로 擇하였다.

(나) 第一氣體의 亂流모델

固體粉末이 添加되면 第一氣體의 渦粘性係數가 變하게 되는데 이에 對해서는 崔英惇과 鄭明均¹¹⁾이 Owen⁸⁾의 모델을 修正하여 얻은式

$$\epsilon_f = \epsilon_{f0} \left(\frac{1 + \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f}}{1 + \frac{\rho_p}{\rho_f}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

을 使用하였으며, 第一氣體의 亂流프란틀數는 Crawford and Kays³⁾가 提示한 關係式

$$P_{r_f} = \left\{ \frac{\alpha^2}{2} + 0.2 \alpha Pe - (0.2 Pe)^2 (1 - \exp$$

$$(-\alpha/(0.2 Pe))) \right\}^{-1} \quad (17)$$

을 使用하였다. 여기서 Pe 는 페크레數이고 α 는 $\left(\frac{1}{P_{r_{\infty}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ 이며, $P_{r_{\infty}}$ 는 管中心에서의 亂流프란틀數로 0.86을 擇하였다.

(다) 第二氣體의 渦粘性係數

第二氣體의 渦粘性係數

第二氣體의 渦粘性係數 모델로 崔英惇과 鄭明均¹¹⁾이 Melville and Bray⁷⁾의 모델을 修正한 式

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = \frac{1}{1 + \left(\frac{t^*}{t_L}\right)^2} \quad (18)$$

을 使用하였다. 여기서 t_L 은 Lagrangian time scale로 崔英惇과 鄭明均¹¹⁾이 提示한

$$t_L = \frac{l_f^2}{\nu_f} \quad (19)$$

을 使用하였다.

第二氣體의 亂流프란틀數

二相亂流 熱傳達解析에서 가장 重要한 亂流모델 設定의 하나는 第二氣體의 亂流프란틀數이다. 本 解析에서는 2개의 모델을 適用하여 그 結果를 比較 檢討하였다. 그 하나는 Hinze¹⁴⁾의 移動理論에서 誘導한 모델이고 다른 하나는 第二氣體의 亂流프란틀數에서 類推한 모델이다.

(i) Hinze의 移動理論으로 부터 第二氣體의 亂流프란틀數 誘導

Hinze의 亂流擴散理論에 依하면 第二氣體의 亂流熱擴散係數는

$$\lambda_p = \bar{v}_p^2 \int_0^{\infty} d\tau \exp(-\tau/t^{**}) R_{pL}(\tau) \quad (20)$$

이 된다. Lagrangian correlation 係數 $R_{pL}(\tau)$ 는 Hinze의 計算으로 부터

$$R_{pL}(\tau) = \frac{\bar{v}_f^2}{\bar{v}_p^2} \frac{\frac{t_L}{t^*}}{\left(\frac{t_L}{t^*}\right)^2 - 1} \left[\frac{t_L}{t^*} \exp\left(-\frac{\tau}{t_L}\right) - \exp\left(-\frac{\tau}{t^*}\right) \right] \quad (21)$$

이다. 式(21)을 式(20)에 代入하고 積分하면

$$\lambda_p = \bar{v}_f^2 \frac{\frac{t_L}{t^*}}{\left(\frac{t_L}{t^*}\right)^2 - 1} \left\{ \frac{\frac{t_L}{t^*}}{\frac{1}{t_L} + \frac{1}{t^{**}}} \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{t_L} - \frac{1}{t^{**}}\right)t\right) - \frac{1 - \exp\left(-\frac{1}{t^*} - \frac{1}{t^{**}}\right)t}{\frac{1}{t^*} + \frac{1}{t^{**}}} \right\} \quad (22)$$

이 된다. 한편 第一氣體에 對해서는

$$R_{fL}(\tau) = \exp(-\tau/t_L) \quad (23)$$

이고

$$\epsilon_f = \bar{v}_f^2 \int_0^t R_{fL}(\tau) d\tau \quad (24)$$

이므로

$$\epsilon_f = \bar{v}_f^2 (1 - \exp(-t/t_L)) \quad (25)$$

이 된다. 第二氣體의 亂流擴散이 큰 渦度에 依해 지배 되어, 擴散時間이 길다고 假定할 境遇($t \rightarrow \infty$)에는 式(22), 式(25)에서

$$\frac{\lambda_p}{\epsilon_f} = \frac{\lambda_p}{\epsilon_p} \cdot \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = \frac{\frac{t_L}{t^*}}{\frac{t_L}{t^*} + 1} \cdot \frac{\frac{t_L}{t^*} + \frac{t_L}{t^{**}} + 1}{\left(1 + \frac{t_L}{t^{**}}\right) \left(\frac{t_L}{t^*} + \frac{t_L}{t^{**}}\right)} \quad (26)$$

이 얻어진다. 式(26)의 右邊中 $\frac{t_L}{t^*} / \left(\frac{t_L}{t^*} + 1\right)$ 은 Meek and Jones의 ϵ_p/ϵ_f 에 對한 모델이므로 兩邊에서 消去하면

$$P_{T_p} = \frac{\epsilon_p}{\lambda_p} = \frac{\left(\frac{t_L}{t^{**}} + 1\right) \left(\frac{t_L}{t^*} + \frac{t_L}{t^{**}}\right)}{\frac{t_L}{t^*} + \frac{t_L}{t^{**}} + 1} \quad (27)$$

이 誘導된다. 式(27)은 管壁의 影響이 없다는 假定 下에 誘導된 式이나 本 解析에서는 管流動의 解析에 擴張適用하여 使用하였다.

(ii) 第一氣體의 亂流프란틀數로 부터 第二氣體의 亂流프란틀數의 類推

固體粒子의 크기가 작으면 t^{**} 가 작으므로, 固體粒子와 第一氣體와의 熱交換이 빨라져 짧은 擴散時間에 主로 熱交換이 이루어 진다고 假定할 수 있다. 이 境遇 式(22), 式(23), 式(25)에서 $\exp(-\tau/t_L) \approx 1 - \tau/t_L$ 로 假定할 수 있으므로 式(22)와 式(25)에서

$$\frac{\lambda_p}{\epsilon_f} = \frac{\bar{v}_p^2}{\bar{v}_f^2} \quad (28)$$

이 되므로¹⁴⁾

$$P_{T_p} = \frac{\epsilon_p}{\lambda_p} = \frac{\epsilon_f}{\lambda_p} \cdot \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = 1 \quad (29)$$

이 된다. 이 理論은 亂流搖動에 依한 運動量傳達과 熱傳達이 같아서 $P_{T_f} = 1$ 이 된다는 레이놀즈의 類推와 같은 理論이다. 그러나 實際 實驗으로 測定된 P_{T_f} 는 0.8 ~ 0.9로 理論值보다 약간 낮은값을 갖는다. 第二氣體에 對해서도 理論值와 實驗값 사이에는 약간의 差異가 있을 것으로 豫測되나 이에 關한 實驗結果가 없다. 따라서 本 解析에서는 P_{T_p} 의 理論值에 對한 實驗값의

比率이 第一氣體에서와 같다고 假定하였다. 이 假定과 아울러 第二氣體의 層流프란틀數를 無附大로 假定하면 式(17)에서

$$P_{T_p} = P_{T_f} = P_{T_m} \quad (30)$$

가 얻어진다. 本 解析에서는 式(27)과 式(30)을 適用하여 熱傳達을 解析하고 그 結果를 서로 比較하였다.

第二氣體의 質量擴散係數

第二氣體의 亂流質量擴散係數는 亂流슈미트數에 의해서 求할 수 있는데 第二氣體의 亂流슈미트數는 Melville and Bray²⁾가 提示한 0.7을 使用하였다. 第一氣體의 亂流슈미트數는 第二氣體의 값과 비슷할 것으로 생각되나 다음 節에서 論할 Von Mises 變換의 에하면 κ_f 가 包含된 項들은 消去되므로 이에 對해서는 모델 設定을 할 必要가 없다.

第二氣體의 層流黏性係數

固體壁에 隣接한 곳에서 第一氣體의 流動은 層流流動이어서 이곳에 浮上되어 있는 固體粒子들은 搖動을 하지 않을 것이므로 固體粒子의 存在가 層流亞層에서의 運動量傳達을 크게 變化시키지 않을 것으로 생각된다. 그러나 亂流區域이나 遷移區域에서 搖動하고 있는 固體粒子들은 그 貫性에 依해서 層流亞層을 가로질러 固體壁에 到達하고¹⁵⁾, 固體壁에 到達한 固體粒子들은 第一氣體의 큰 速度勾配에 依하여 빠른 速度로 回轉하게 되어 다시 Magnus force에 依해 亂流區域으로 移動하게 될 것이다.¹⁶⁾ 이와같이 固體粒子들의 層流亞層을 가로지르는 運動으로 傳達되는 運動량의 크기를 나타내는 係數를 本 論文에서는 第二氣體의 層流黏性係數라고 名名하였다. 이 黏性係數에 對한 모델은 崔英惇과 鄭明均이 提示한 式

$$\frac{\nu_p}{\nu_f} = \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} \quad (31)$$

을 使用하였다.

2. 3. 數值解析

(가) von Mises 變換과 Patankar-Spalding 變換

式(4), 式(5), 式(6)을 數值解析에 便利하도록 流線函數를 座標系로 하는 von-Mises 變換을 하였다. 즉 連續方程式, 式(4)를 滿足시키도록 流線函數를

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = r(\rho_f U_f + \rho_p U_p) \quad (32)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = r \left(\kappa_f \frac{\partial \rho_f}{\partial r} + \kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial r} - \rho_f V_f - \rho_p V_p \right) \quad (33)$$

와 같이 定義하였다. 한편 流線函數 座標系를 無次元化된 流線函數 座標系로 變換시키기 위해 다음과 같은

Patankar-Spalding 變換을 하였다.

$$\omega = \frac{\phi - \phi_I}{\phi_E - \phi_I} \quad (34)$$

여기서 ϕ_E 는 管中心에서의 流線函數이고 ϕ_I 는 管壁에서의 流線函數이다. 變換된 運動方程式은

$$\frac{\partial U_f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ \frac{(\mu_{ef} + \mu_{ep})}{(\phi_E - \phi_I)^2} r^2 (\rho_f + \rho_p) U_f \frac{\partial U_f}{\partial \omega} \right\} - \frac{1}{(\rho_f + \rho_p) U_f} \frac{dp}{dx} \quad (35)$$

이 되고 停滯엔탈피方程式은

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_f^*}{\partial x} = & \frac{\rho_f + \rho_p}{\rho_f + C_p/C_f \rho_p} \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ \frac{r^2 (\rho_f + \rho_p) U_f}{(\phi_E - \phi_I)^2} \left(\frac{\mu_{ef}}{Pr_{ef}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{C_p}{C_f} \frac{\mu_{ef}}{Pr_{ep}} \right) \frac{\partial I_f^*}{\partial \omega} \right\} + \frac{r^2 (\rho_f + \rho_p)^2 U_f}{\rho_f + C_p/C_f \rho_p} \left(\frac{C_p}{C_f} \right. \\ & \left. - 1 \right) \frac{1}{(\phi_E - \phi_I)^2} \kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial \omega} \frac{\partial I_f^*}{\partial \omega} + \frac{\rho_f + \rho_p}{\rho_f + C_p/C_f \rho_p} \\ & \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ \frac{r^2 (\mu_f + \mu_p) U_f}{(\phi_E - \phi_I)^2} \left\{ \mu_{ef} \left(1 - \frac{1}{Pr_{ef}} \right) + \mu_{ep} \left(1 - \frac{C_p}{C_f} \frac{1}{Pr_{ep}} \right) \right\} \right\} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) - \frac{r^2 (\rho_f + \rho_p)^2 U_f}{\rho_f + C_p/C_f \rho_p} \\ & \frac{(C_p/C_f - 1)}{(\phi_E - \phi_I)^2} \kappa_p \frac{\partial \rho_p}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) + \left(\frac{C_p}{C_f} - 1 \right) \\ & \left(\frac{\rho_p}{\rho_f + C_p/C_f \rho_p} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U_f^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

이 된다.

(나) 有限差分方程式

式(35), 式(36)은 다음과 같이 一般化된 擴散方程式의 形態로 轉換할 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + (a + bw) \frac{\partial \phi}{\partial w} + \frac{\partial}{\partial w} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial w} \right) = d \quad (37)$$

本 解析에서는 이 式을 數值積分하기 위해서 Fig. 1 과 같은 制御體積에서 式(37)의 各項들을 積分하여 有限差分方程式을 誘導하였다. Fig. 1에서 Xu 는 上流, Xd 는 下流의 x 座標이고 $i-1, i, i+1$ 은 w 方向의 座標를 나타낸다.

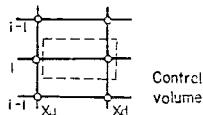


Fig. 1 Nodal location and control volume for finite difference equations.

式(36)의 첫 項은 對流項으로, Crawford and Kays 의 方法으로 積分하여 平均하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} = & \frac{1}{\partial x \partial w} \int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dw \\ = & \frac{1}{\partial x \partial w} \left[\left(\frac{1}{4} \phi_{i-1} + \frac{3}{4} \phi_i \right) \frac{w_i - w_{i-1}}{2} \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \left(\frac{3}{4} \phi_i + \frac{1}{4} \phi_{i+1} \right) \frac{w_{i+1} - w_i}{2} \right]_{Xu}^{Xd} \quad (38)$$

이 된다. 둘째 項은 境界面을 통한 流動의 出入을 나타내는 項으로 積分하여 平均하면

$$\begin{aligned} (a + bw) \frac{\partial \phi}{\partial w} = & \frac{1}{\partial x \partial w} \int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} (a + bw) \frac{\partial \phi}{\partial w} \\ dwdx = & \frac{1}{\partial w} \left[(a + bw)_{Xu, i+\frac{1}{2}} \phi_{Xd, i+\frac{1}{2}} + (a + bw)_{Xu, i-\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. \phi_{Xd, i-\frac{1}{2}} - b \int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} \phi_{Xd} dw \right] \end{aligned} \quad (39)$$

이 된다. 셋째 項은 擴散項으로 積分하여 平均하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial w} \right) = & \frac{1}{\partial x \partial w} \int_{Xu}^{Xd} \int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial w} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial w} \right) dwdx \\ = & \frac{1}{\partial w} \left[(c)_{Xu, i+\frac{1}{2}} \frac{(\phi_{i+1} - \phi_i)_{Xd}}{w_{i+1} - w_i} \right. \\ & \left. - (c)_{Xu, i+\frac{1}{2}} \frac{(\phi_i - \phi_{i-1})_{Xd}}{w_i - w_{i-1}} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

이 된다. 한편 式(37)의 右邊은 Source 項으로 積分하여 平均하면

$$\begin{aligned} d = & \frac{1}{\partial x \partial w} \int_{Xu}^{Xd} \int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} (d) dwdx \\ = & \frac{1}{\partial x \partial w} \int_{Xu}^{Xd} \left[(d)_{Xu} + \frac{\partial d}{\partial \phi} (\phi_{Xd} - \phi_{Xu}) \right] dwdx \end{aligned} \quad (41)$$

이 된다. 式(38)~式(41)을 式(37)에 代入하고 整理하면

$$\phi_{Xd, i} = A \phi_{Xd, i+1} + B \phi_{Xd, i-1} + C \quad (42)$$

의 形態가 된다. 이 式의 解는 Tri-Diagonal Matrix Algorithm 을 使用하여 求하였다.

(다) 流動條件

本 論文에서 解析하려는 流動의 形態는 Fig. 2에 圖示되어 있는 바와 같이 管의 入口에서 流體力學적으로 完全히 確立된 流動이 흘러 들어올 때 管壁에서 一定率의 熱이 供給되어 確立되어 가는 形態이다. 流體가 加熱되면 密度가 減少되므로 平均速度는 增加하게 된다

計算에 使用된 境界條件으로는 管壁에서 流動速度가 零이라는 條件과 管의 中心에서 速度勾配가 零이라는 條件이다. 流動은 垂直管流動이어서 重力의 效果는 無視된다고 假定하였다.

本 解析의 計算結果를 Boothroyd and Haque^{4,5)}의 熱傳達 實驗結果와 比較하기 위해서 計算條件을 이들의 實驗條件과 대체로 같게 하였다. Boothroyd and Haque 는 平均直徑이 15 μm 인 球形 亞鉛粉失이 空氣 流動에 浮上되어 0.0254 m, 0.0508 m, 0.0762 m 의 管 속을 흐르는 境遇의 熱傳達係數를 測定하였다. 이 때 流動의 레이놀즈數는 53000 이었고 固體粉末의 負荷度는 0~10 이었다. 本 解析에서는 위의 實驗條件과 아

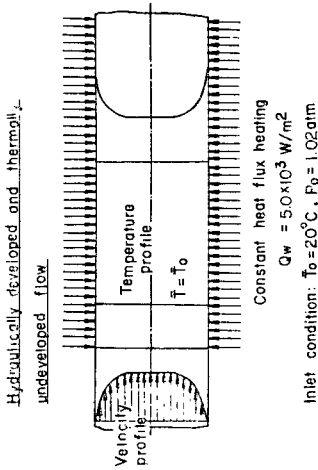


Fig. 2 Schematic diagram of flow.

을러 石炭粉末, 유리粉末이 浮上된 境遇의 熱傳達도 計算하였고 固體粒子의 平均直徑을 0.1~300 μm로 變化시키면서 計算하였다.

3. 解析結果 및 考察

Fig. 3은 Boothroyd and Haque⁴⁾의 熱傳達實驗에서 얻어진 누셀트數와 本 解析의 結果로 얻어진 누셀트數를 比較한 그림이다. Fig. 3에서 點線은 亂流프란틀數로 式(27)을 使用하여 計算한 結果이고 實線은 式(30)을 使用한 結果이다. 그림에서 보면 $\rho_s/\rho_f > 2$ 인 곳에서 後者의 모델이 實驗結果와 더 잘 一致함을 알 수 있다. 또한 누셀트數가 ρ_s/ρ_f 의 變化에 따라 減少하다가 다시 增加하고 있으며 Fig. 4의 管摩擦係數變化 傾向과도 類似하다. 이런 現象의 原因은 固體粉末의 負荷度가 크거나 相對的 固體粒子 크기가 큰 固體粉末의 添加로, 第一氣體와 固體粒子의 接觸面에서 第一氣體의 亂流運動에 너지 消滅이 增大되어 亂流熱擴散이 減少되기 때문이다. $\rho_s/\rho_f < 2$ 인 곳과 0.0254 m管이 解析結果가 實驗값 보다 큰 것은 本 解析에 第一氣體와 第二氣體의 速度差를 考慮하지 않음으로서 渦粘性係數와 亂流熱擴散係數가 크게 豫測되었기 때문으로 생각된다.

Fig. 3과 Fig. 4를 比較해 보면 管의 直徑이 커질 때 摩擦係數의 比나 누셀트數의 比가 增加하는 것은 共通된 點이나 누셀트數比의 管直徑에 따른 變化는 管 摩擦係數比의 境遇보다 작음을 알 수 있다. 그 原因은 式(5)의 運動方程式과 式(6)의 停滯엔탈피方程式을 比較해 보면 豫測할 수 있다. 두 式이 비슷한 形態를 갖

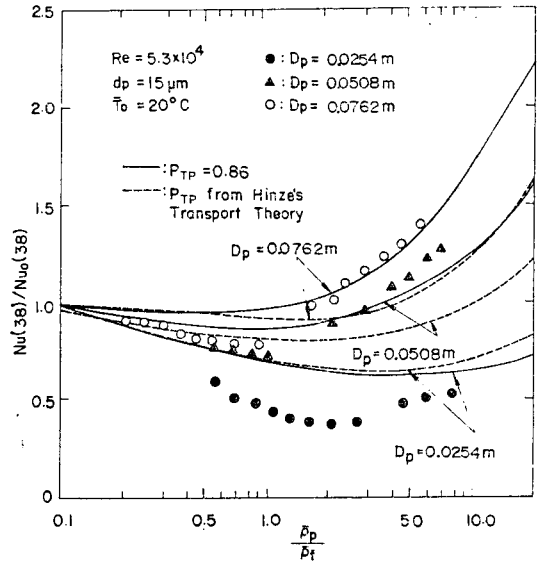


Fig. 3 Comparison of predicted Nusselt number with experimental data of Boothroyd and Haque(1970).

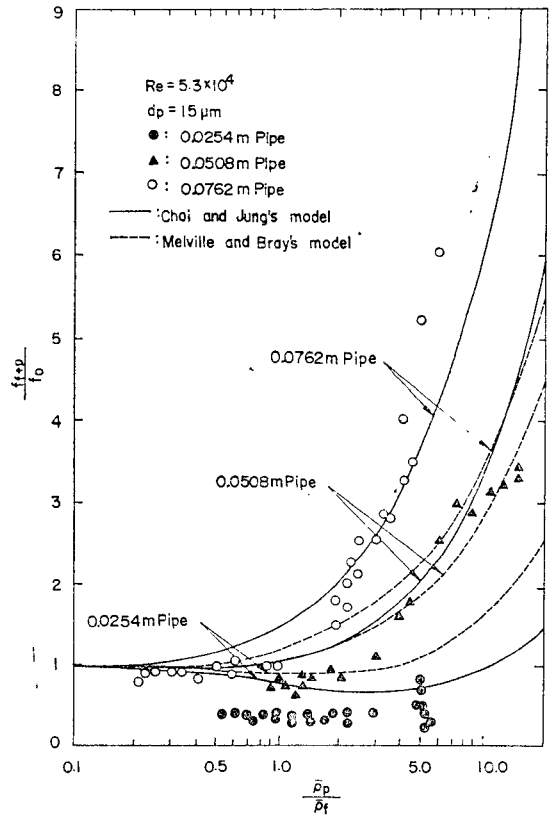


Fig. 4 Comparison of predicted friction factors with experimental data by Boothroyd (1966).

고 있으나 중요한 差異點은 式(6)의 ρ_p 項에 C_p/C_s 가 곱해져 있는 것이다. 이것은 固體粉末의 空氣에 對한 比熱비가 二相流動의 熱傳달에 影響을 주는 것을 意味한다. 亞鉛의 空氣에 對한 比熱비가 0.382 로, 1 보다 작기 때문에 管直徑에 따른 누셀트數比의 變化가 管摩擦係數比의 變化보다 작게 나타난 것으로 생각된다. 따라서 만약 比熱비가 亞鉛보다 큰 玻璃粉末(0.796)이나 石炭粉末(1.282) 등을 浮上物質로 使用하면 管直徑에 따른 누셀트數比의 變化가 더 增大될 것으로 생각된다. Fig. 5 는 이에 關한 解析結果이다. 點線은 第二氣體의 亂流프란틀數 모델로 式(27)을 使用한 境遇이고 實線은 式(30)을 使用한 境遇이다. 두 境遇 다 比熱이 큰 浮上物質을 使用할 때 누셀트數가 增加함을 알 수 있다. 固體粒子의 크기가 커지면 亂流프란틀數에 對한 두모델의 解析結果의 差異가 작아지나 固體粒子의 크기가 작아지면 큰 差異를 보여준다. 이에 關한 實驗結果가 없으므로 어느 모델이 더 正確한가는 아직 正確하기 어렵다. 앞에서 論한 바와 같이 二相流動의 解析에 混合氣體의 方程式 式(5), 式(6)의 適用은 固體粒子의 直徑이 대략 $100 \mu\text{m}$ 以下일 때 可能한 것으로 생각된다. 그러나 Fig. 5 에서 d_p 가 $100 \mu\text{m}$ 以上일 때도 누셀트數를 計算한 것은 그 大體의 變化의 傾向을 알아 보기 위한 것이다.

Fig. 6 과 Fig. 7 은 熱的 入口部(thermal entry length)에서 누셀트數의 變化를 計算한 것이다. 0.0762 m

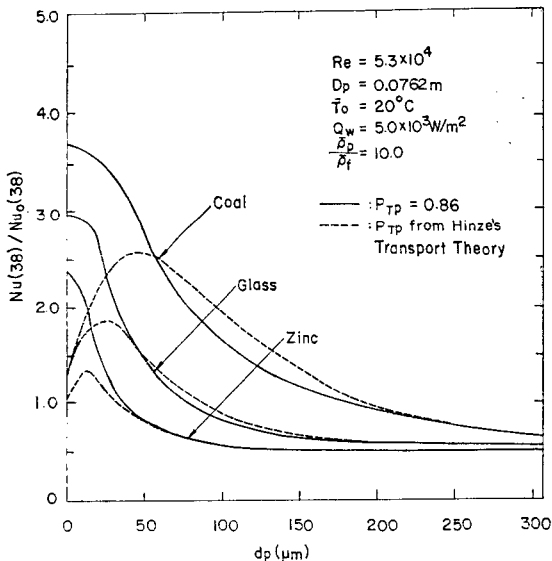


Fig. 5 Comparison of variations in Nusselt numbers vs. particles for different suspending materials.

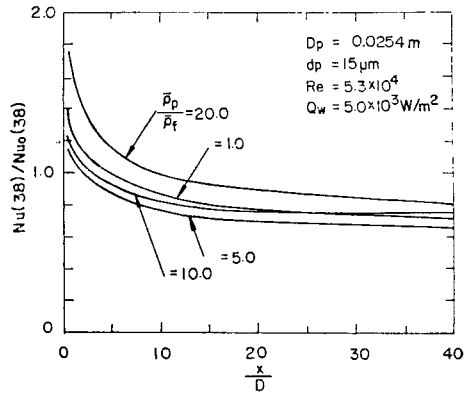


Fig. 6 Prediction of Nusselt numbers for various gas-solid loading ratios in thermal entry length of 0.0254 m pipe.

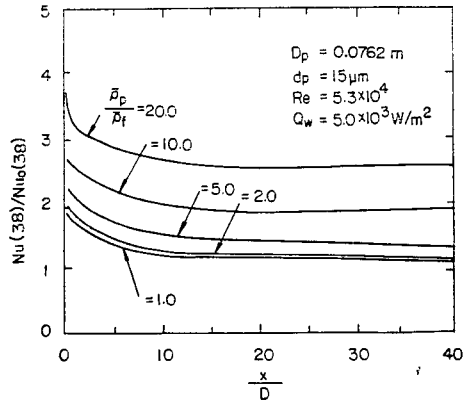


Fig. 7 Prediction of Nusselt numbers for various gas-solid loading ratios in thermal entry length of 0.0762 m pipe.

管에서는 固體粉末의 負荷도가 增加함에 따라 누셀트數가 增加하나 0.0254 m 管에서는 누셀트數가 減少하다가 다시 增加한다. 그 原因은 Fig. 3 의 說明과 같다.

Fig. 8 은 熱的 入口部에서 x/D 의 增加에 따라 溫度分布가 確立되어 가는 過程을 보여준다. 計算結果에 依하면 0.0762 m 管에서는 x/D 가 40 정도면 溫度分布가 거의 確立되나 管의 直徑이 0.0504 m , 0.0254 m 로 작아지면 溫度가 確立되는 길이가 길어지는데 이것은 Boothroyd and Haque⁵⁾의 實驗에서 밝혀진 바와 같다.

Fig. 9 와 Fig. 10 은 0.0254 m 管과 0.0762 m 管의 管壁에 5000 W/m^2 의 一定率로 熱이 供給될 때 熱的 入口部 內에서 管壁溫度와 混合氣體의 平均溫度의 變化로 計算한 것이다. 그림에서 보듯이 固體粉末의 負荷도가 增加함에 따라 混合氣體의 平均溫度勾配가 減少하는 것을 알 수 있다. 이것은 固體粉末의 負荷도가

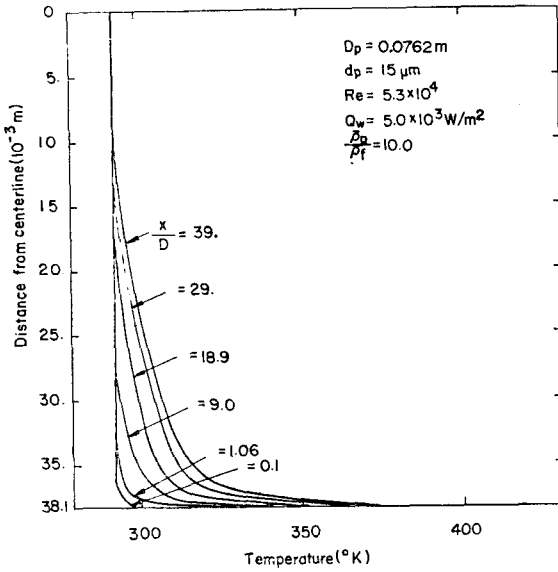


Fig. 8 Developing process of temperature profile in thermal entry length of 0.0762 m pipe.

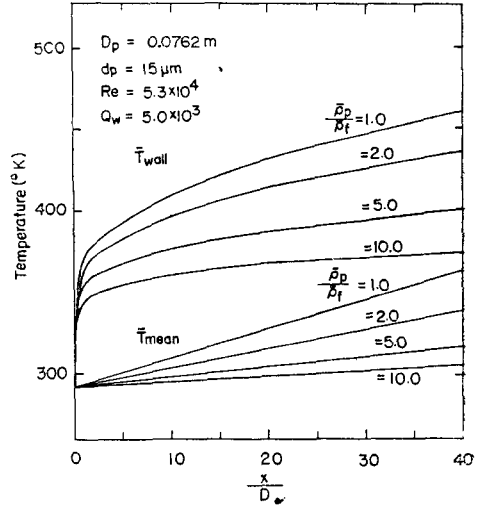


Fig. 10 Prediction of wall temperature and bulk temperature of suspension flow in thermal entry length of 0.0762 m pipe.

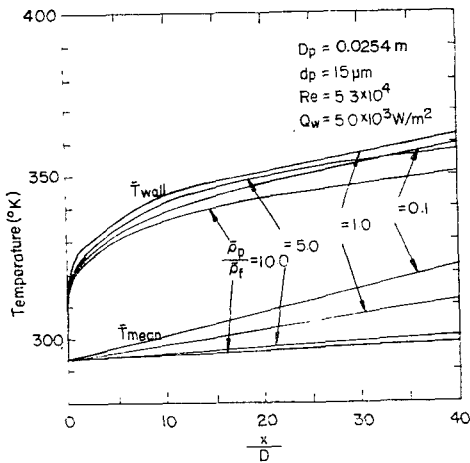


Fig. 9 Prediction of wall temperature and bulk temperature of suspension flow in thermal entry length of 0.0254 m pipe.

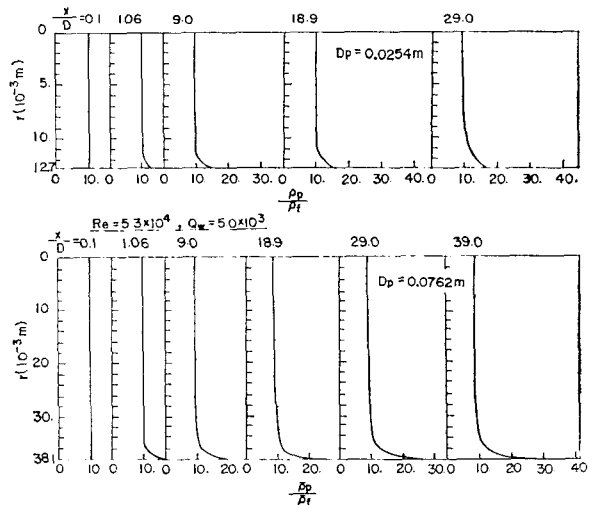


Fig. 11 Prediction of secondary gas flow in thermal entry length.

增加함에 따라 管壁을 通過 傳達된 熱量 中 더 많은 量 이 固體粒子를 加熱하는데 使用되었기 때문이다.

Fig. 11 은 0.0762 m 管에서 x/D 의 變化에 따른 第二氣體의 密度 變化를 計算한 것이다. Fig. 11 은 管壁을 通過 熱이 加해질 때 壁 附近에서 ρ_p/ρ_f 의 增加를 보여준다. 이 現象은 Boothroyd and Haque⁴⁾의 實驗에서 觀測된 바 있다. 그들은 $r/R=0.9$ 인 곳에서 第二氣體의 密度가 $r/R=0$ 인 곳의 密度보다 두배정도 큰

값을 갖는다고 하였다. 이것은 本 解析의 結果와 잘 一致한다. 그들은 이 現象을 固體粒子들의 靜電效果 때문이라고 說明하였으나 本 解析에서는 단지 流動解析과 熱傳達解析의 結果로 얻어졌다. 따라서 壁 附近에서 固體粉末의 密度가 增加하는 것은 靜電效果뿐만 아니라, 純粹히 二相流動의 特性에도 그 原因이 있는 것으로 생각 된다.

4. 結 論

固體粉末이 浮上된 二相亂流 管流動이 流體力學의 으로는 거의 確立되어 있고 熱的으로는 確立되어 있지 않은 境遇의 運動方程式과 에너지方程式에 擴大된 混合距離모델을 適用한 後 數值積分하여 Boothroyd and Haque⁴⁾의 實驗結果와 比較한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 固體粉末의 負荷도가 커지면 一般的으로 누셀트數는 약간 減少하다가 다시 增加한다.
2. 固體粉末의 管直徑에 對한 相對的 크기가 작아지면 누셀트數는 增加한다.
3. 固體粒子的 크기와 管直徑에 따른 누셀트數의 變化는 摩擦係數의 變化와 그 傾向은 같으나 그 變化의 幅은 固體粒子的 比熱에 依해 큰 影響을 받는다.
4. 管直徑에 對한 固體粒子的 크기가 작은 境遇 固體粒子的 比熱이 커질수록 누셀트數는 커진다.
5. 管壁에서 一定率로 熱이 加해질 때 管壁 附近에서 第二氣體의 密度가 增加하는데 그 原因은 固體粒子的 靜電效果와 二相流動의 特性이 復合되어 일어나는 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

- 1) C. A. Depew and L. Fabbar, Heat Transfer to Pneumatically Conveyed Glass Particles of Fixed Size, J. of Heat Transfer, Trans. of ASME, May, pp. 164~172, 1963
- 2) R.G. Boothroyd, Pressure Drop in Duct Flow Gaseous Suspensions of Fine Particles, Trans. Instu. Chem. Engrs., Vol. 44, pp. 306~313, 1966
- 3) R.G. Boothroyd, Turbulence Characteristics of the Gaseous Phase in Duct Flow of a Suspension of Fine Particles, Trans. Instu. Chem. Engrs, Vol. 45, pp. 297~310, 1967
- 4) R.G. Boothroyd and H. Haque, Fully Developed Heat Transfer to a Particles Flowing Turbulently in Ducts of Different Size, J. of Mech. Engrs. Sci., Vol. 12, No. 3, pp. 191~200, 1970
- 5) R. G. Boothroyd and H. Haque, Experimental Investigation of Heat Transfer in the Entrance Region of a Heated Duct Conveying Fine Particles, Trans. Instu. Chem. Engrs., Vol. 48, pp. 109~120, 1970
- 6) M.K. Wahl, Heat Transfer to Flowing Gas Solid Mixtures, Trans. of ASME, J. of Heat Transfer, Feb., pp. 145~148, 1977
- 7) W.K. Melville and K.N. C. Bray, A Model of the Two Phase Turbulent Jet, J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp. 656~674, 1979
- 8) P.R. Owen, Pneumatic Transport. J. of Fluid Mech., Vol. 39, Part2, pp. 407~432, 1969
- 9) C.C. Meek and B.G. Jones, Studies of the Behavior of Heavy Particles in a Turbulent Fluid Fluid, J. of Atmos. Sci. Vol. 30, pp. 239~244, 1973
- 10) M.K. Laats and F.A. Frishman, Scattering of an Inert Admixture of Different Grain Size in a Two-Phase Axisymmetric Jet, Heat Transfer Soviet Res., Vol. 1, pp. 7, 1970
- 11) 崔英惇, 鄭明均, 固體粉末이 浮上된 二相亂流 管流動의 解析, 機械學會論文集, 第5卷, 第3號, pp. 159~169, 1981
- 12) T.J. Kramer and C.A. Depew, Analysis of Mean Flow Characteristics of Gas-Solids Suspensions, J. of Basic Engr., pp. 731~738, 1972.
- 13) M.E. Crawford and W.M. Kays, A Program for Numerical Computation of Two Dimensional Internal/External Boundary Flows, Rept. HMT-23, Stanford University, California, 1975.
- 14) J.O. Hinze, Turbulence, Chap. 5, pp. 460~471, McGraw-Hill, New York, 1975.
- 15) C.N. Davies, Deposition of Aerosols from Turbulent Flow through Pipes, Proc. Roy. Soc., A 289, pp. 235~246, 1966.
- 16) R.G. Boothroyd, Flowing Gas-Solid Suspensions, Chapman and Hall LTD., pp. 19, 1971.