

<論 文>

슬롯을 갖는 平板의 應力分布舉動에 관한 研究

宋 森 弘*

(1982年 7月 27日 接受)

The Study on Stress Distribution of a Slotted Plate

Sam Hong Song

Abstract

Stress concentration mainly occurs near holes and notches. Then local stress is larger than nominal stress. It is necessary that stress concentration phenomena are studied because it can act as a cause of fracture of material. In order to analyze fracture of material including holes, stress concentration factor and stress distribution must be studied more carefully.

In this paper the stress concentration and distribution of a slotted plate is examined. Hardened 7 : 3 brass plate with 4 different slots including a circular hole is used. And ratios of slot length to its root radius are 1, 2, 3, 24, 4. The stress distribution is measured by using strain gages attached to the plate with variable width. And obtained experimental data are adjusted by using calibrated gage factor.

記 號 說 明

- r : 半徑
- $2h$: 슬롯길이
- d : 최소단면의 판폭
- W : 판폭
- L : 길이
- x_1, x_2, x_3 : x 축상의 거리
- y_1, y_2, y_3 : y 축상의 거리
- a, b : 타원의 長軸길이와 短軸길이(mm)
- K_{ts} : 최소단면을 기준으로 한 應力集中係數
- σ : 應力
- σ_{nom} : 최소단면에서의 공칭應력
- E : 彈性係數
- ϵ : 스트레인(변형율), $\times 10^{-6}$
- $A_1, A_2, B_{1\sim 3}, C_1 \sim C_4, D_1 \sim D_4$: 스트레인 게이지 記號

1. 序 論

船舶이나 航空機等 各種 機械나 構造物을 設計할 때 考慮해야 할 因子는 그 機械要素에 作用하는 荷重狀態와 크기, 材料의 選擇, 許容應력과 應力集中等 여러가지를 생각할 수 있으나, 그 중 重要한 한 因子는 구멍 또는 노치주위에서의 應力集中(stress concentration)이다.

이 구멍 또는 노치주위에서는 應力集中이 發生하여 공칭應력보다 높은 應力이 作用하며 이 局部應力이 材料의 降伏應力에 到達하면 局部的으로 降伏이 發生하고 이러한 곳에서부터 破壞가¹⁾ 시작되기 때문이다.

이러한 이유로 應力集中에 對해서는 그 重要性이 일찍부터 認識되어 彈性理論의 發展과 함께 많은 研究가 遂行되어 왔으며 實際問題에 利用되어 왔다.

이러한 應力集中에 對한 研究는 이를 토대로하여

* 正會員, 高麗大學校 機械工學科

1950年代 Irwin²³⁾ 등에 의하여 예리한노치 또는 크랙 선단의 應力과 크랙길이를 表示되는 應力擴大係數 (stress intensity factor)의 概念을 導入하여 破壞現象을 解析하는 破壞力學으로 發展하였으며 破壞力學의 發展과 함께 구멍 또는 노치 주위에서의 應力集中에 對한 研究는 더욱 重要한 意義를 갖게 되었다.

이러한 意義를 갖는 應力集中에 對한 從來의 研究中 追後 크랙으로 간주하고 解析할 수 있는 슬롯(slot)을 갖는 平板에 對한 研究로는 1951年 Frocht & Leven⁴⁾ 이 引張應力下에서 슬롯을 갖는 平板에 對해 슬롯길이/선단반경比(h/r)의 變化에 따른 應力集中係數의 變化를 發表하였고 1960年 Dixon⁵⁾은 선단반경이 적은 크랙 형태에 대하여 板幅과 先端半徑은 固定하고 슬롯길이를 變化시켜 슬롯길이/판폭의 比($2h/W$)의 變化에 對한 應力集中係數의 變化를, 1968年 Durelli⁶⁾ 등은 슬롯先端的의 모양을 半圓에서 圓까지 變化하였을 때의 應力集中係數의 變化를 각각 發表하였다.

그러나 이상과 같은 슬롯에 對한 從來의 研究結果들은 주로 슬롯선단에서의 應力集中係數만을 다루고 있으며 그 슬롯 주위의 應力分布에 對한 資料는 거의 찾아볼 수 없고 또 그 파라미터(parameter)가 달라 相互比較가 어려우며 그 應力集中係數에 影響을 주는 因子에 對해서는 不分明하다.

이러한 觀點에서 슬롯 주위의 應力分布을 包含하여 그 因子들에 對해 좀 더 상세한 研究·檢討가 要望된다.

本 研究에서는 이러한 點을 감안하여 슬롯모양이 서로 다른 4種類의 試驗片을 準備하고 單軸引張應力下에서 板幅變化에 對한 슬롯 선단의 應力集中係數 및 兩 主軸上에서의 二軸應力成分의 變化를 考察하였다. 또 그 結果를 相異한 파라미터들에 對해 나타내어 比較를 容易하게 하고 그 파라미터들이 應力集中係數와 應力分布에 미치는 影響을 상세히 檢討하였다. 또 슬롯을 “等價橢圓孔”으로 看做할 수 있는가에 對해서도 比較·檢討하고 그 有用性을 確認하였다.

이러한 本 研究의 實驗에는 從來의 光彈性實驗과 方法을 달리하여 실제 機械나 構造物에 直接 使用할 수 있고 그 값이 數値로 直讀되는 스트레인 게이지를 使用하였고, 그 測定值에 對한 精度를 높이기 위해 양쪽 U形 노치를 갖는 平板에 對한 Kikukawa⁹⁾의 스트레인 게이지 實驗에서의 게이지率 較正方法을 利用하였다.

2. 試驗片 및 實驗方法

2.1. 材料의 選擇

스트레인 게이지로 슬롯을 갖는 國產 平板의 應力分

布를 測定하기 위하여 本 研究에 使用할 材料에 對해 고려할 事項은

- i) 材料의 異方性이 적을 것과
- ii) 스트레인을 測定하므로 彈性限度內에서 延伸率이를 것과,
- iii) 加工이 容易할 것과
- iv) 板幅이 적어도 試驗에 必要한 充分한 荷重을 加할 수 있도록 比例限度가 높을 것 등이다. 따라서 가능한 上記 條件에 適合한 材料로 두께 5mm 硬質 7:3 黃銅板을 選擇하였다.

2.2. 基礎實驗

本 實驗을 수행하기 전에 이러한 材料의 기계적 성질, 화학성분 등을 조사하였는데 그 결과는 Table 1 및 Table 2와 같다.

Table 1 Mechanical properties of specimen.

Direction	Tensile strength (kg/mm ²)	Yield strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	Hardness
Rolling direction	60.2	a/b 53	15.9	Rockwell "B" Scale 79.4
Perpendicular to rolling direction	62.2	a/b 54	15.7	

Table 2 Chemical composition of specimen.

Test piece	Composition (%)						
	Cu	Zn	Pb	Fe	Sn	Ni	Mn
Brass	69.62	30.36	TR	TR	TR	TR	TR

※ TR : Trivial

2.3. 彈性係數 測定

스트레인을 應力으로 換算하기 위해서는 彈性係數가 必要하고, 또 正確해야 하나 黃銅의 彈性係數는 著書마다 一定하지 않고 또 一般의으로 그 組成, 熱處理, 冷間加工 정도 등에 따라 크게 變化⁹⁾하므로 本 實驗에 使用한 $\frac{1}{2}$ 硬質 7:3 黃銅의 彈性係數는 Hooke의 法則을 利用하여 직접 測定하였다.

그 結果 壓延方向의 彈性係數 $E=1.0376 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 를 얻었으며, 壓延直角方向은 $E=1.207 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ 로 壓延方向보다 약간 높다.

2.4. 試驗片의 모양과 치수 決定

試驗片은 萬能試驗機의 容量을 고려하여 板幅을 정

하고 원재료의 壓延方向을 길이 방향으로 하여 전체 길이는 均一한 應力狀態를 유지하도록 길이 對 폭의 比(L/W)가 最初 5 이상 되도록 하였다.

슬롯선단 반경은 板幅을 고려하여 반경 對 판폭의 比(r/d)가 最初 0.05 이하가 되도록 4mm 로 정하고 슬롯길이 對 반경 比($2h/r$)이 각각 $h/r=1, 2, 3.24, 4$ 가

되도록 슬롯을 밀링가공하였다(이하 각각 I, II, III, IV 호 試驗片으로 表示한다).

여기서 $h/r=1$ 인 경우는 반경 r 의 圓孔이 됨을 알 수 있다.

Fig. 1 은 上記와 같이, 하여 決定된 試驗片의 모양이고 各部 寸수를 Table 3 에 表示하였다.

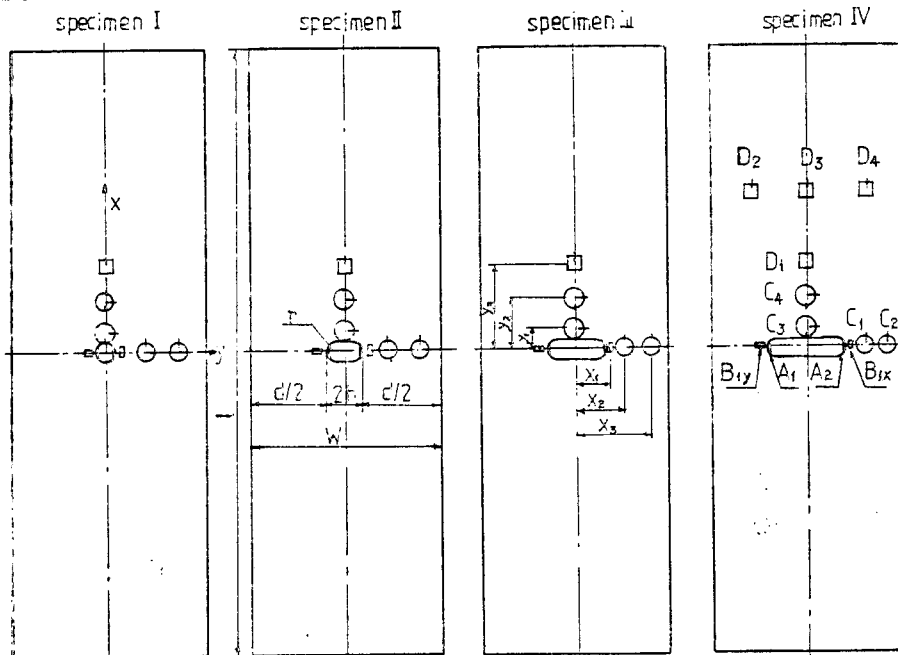


Fig. 1 Geometry of specimen and array of strain gages.

Table 3 Dimensions of specimen shown in Fig. 1.

Specimen No.	h/r	r	$2h$	W	y_1	y_2	y_3	x_1	x_2	x_3
I	1	4.05	8.1	111.1	6	20	36	10	28	52
II	2	4.05	16.2	111.1	10	24	40	9	27	52
III	3.24	4.05	26.2	111.1	15	29	45	9	25	44
IV	4	4.05	32.3	111.0	18	33	51	9	26	43

2.5. 스트레인 게이지 선정 및 接着¹⁰⁾¹¹⁾

單軸引張應力을 받는 슬롯선단의 應力集中과 구멍 주위의 應力分布를 測定하기 위하여 單軸應力狀態가 되는 슬롯선단 양쪽 曲面에는 0.3mm 單軸게이지 A_1, A_2 를, 슬롯으로 인해 二軸應力狀態가 되며 그 主軸인 x 軸과 y 軸上에서 적당한 間격으로 5mm 二軸게이지 C_1, C_2, C_3, C_4 를 接着하고, y 軸의 슬롯선단 부근에는 게이지를 교정을 위한 가공여유를 위해 1mm 單軸게이지를 着接하였는데 B_{1x} 는 x 方向, B_{1y} 는 y 方向이 되도록

接着하였으며 x 軸上的 슬롯에서 상당히 떨어진 $x=10r$ 의 곳에는 4.5mm 單軸게이지 D_1 을 接着하였다.

또 판폭 전체에 均一한 應力이 作用하는가를 調査하기 위해서 슬롯 길이가 가장 큰 IV호 試驗片에는 中心에서 80mm 떨어진 곳에 4.5mm 單軸게이지 D_2, D_3, D_4 를 接着하였다.

이렇게하여 應力集中을 측정할 경우 높은 精度를 얻기 위하여 Kikukawa 방법에 의해 게이지率을 교정하였다.¹¹⁾¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾ 또한 $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, D_1, D_2, D_3, D_4$ (Fig. 1 및 Table 3 참조)는 게이지 接着위치도 함

계 표시한다.

2.6. 實驗方法

本 實驗에서는 σ_{nom} 을 基準로 하는 K_{tn} 을 使用하였고 이 σ_{nom} 의 크기는 最大應力이 作用하는 곳에서도 彈性限度內에 있도록 材料의 彈性限度(約 40kg/mm²) 를 예상되는 最大應力集中係數($K_{tn}=4$ 로 取한다)로 나 는 값보다 훨씬 적은 $\sigma_{nom}=6\text{kg/mm}^2$ 로 統一하여 이에 해당하는 荷重을 作用시켜 시험하였다.

시험편은 4 종류 공히 양측면부터 일정한 폭으로 절단하여 幅을 줄이면서 應力分布를 측정하였다. 이 경우 절단시 가공경화, 열영향 등을 최대로 고려하고 절단속도를 매우 느리게 조절 절단하였다.

실험기는 용량이 200Ton, 및 50Ton 의 汎應인장시험기를 사용하였다.

3. 實驗結果 및 考察

3.1. 슬롯先端에서의 應力集中

本 節에서는 가장 높은 應力集中이 發生하는 圓孔을 包含한 슬롯先端에서의 應力集中에 對해 考察한다.

板幅變化에 對한 應力集中係數(K_{tn})의 變化를 圖示하면 Fig. 2 와 같다.

Fig. 2 에 對한 고찰에 앞서 먼저 그 精度를 比較·檢討하기 위해 圓孔의 경우에 대해 Howland⁽⁵⁾의 理論解와 比較하면 Table 4 와 같고 이를 Fig. 2 에 點線으로 表示한다.

Table 4 Comparison of stress concentration factor K_{th} as a function of $2h/W$ with howland's theoretical solution to strain gage experiment.

$2h/W$	K_{tn}		Error (%)
	Theoretical sol. by howland	Strain gage Exp.	
0.073	2.80	2.71	3.2
0.082	2.78	2.66	4.3
0.140	2.64	2.55	3.4
0.277	2.38	2.31	3.8
0.382	2.26	2.20	2.7
0.482	2.18	2.13	2.1

Table 4 와 Fig. 2 에서 보는 바와 같이 圓孔의 경우는 測定值補正을 하지 않았음에도 約 4% 이내의 근소

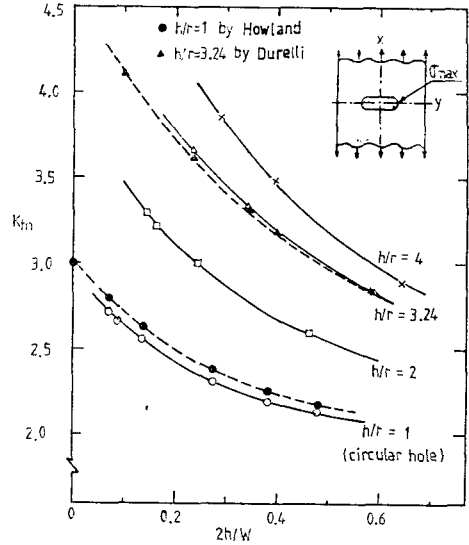


Fig. 2 Variation of stress concentration factors (K_{tn}) at the slot tip under tension, for the $2h/w$ ratio.

Table 5 Comparison of K_{th} with photoelastic results by Durelli to strain gage test, for the $h/r=3.24$ slotted bar under tension.

$2h/W$	K_{th} (for $h/r=3.24$)		Difference
	Photo elastic by durelli (6)	Strain gage exp.	
0.24	3.62	3.68	1.7
0.35	3.31	3.33	0.6
0.59	2.82	2.83	0.4

한 차이밖에 나지 않음을 알 수 있다.

또 $h/r=3.24$ 인 슬롯에 對해서 Durelli⁽⁶⁾等에 의한 光彈性實驗値와 比較한 것을 Table 5 에 나타내며 Fig. 2 에 點線으로 表示한다.

Table 5 와 Fig. 2 에서 보는 것처럼 $2h/W=0.24\sim 0.60$ 의 범위에서 2% 以內의 極히 미소한 차이로 잘 一致하는 것을 볼 수 있다.

이러한 높은 精度는 갖는 Fig. 2 에서의 板幅變化에 對한 應力集中係數 K_{tn} 의 變化를 考察하여 보면, 어느 것이나 同一試驗片에서는 板幅이 減少할수록($2h/W$ 가 증가할수록) K_{tn} 은 감소한다.

이것은 無限平板의 경우와는 달리 有限平板에서는 有限한 板의 兩端 境界의 影響을 받으며 板幅이 減少할수록 兩端 境界가 中央의 구멍에 가까워지고 그 영향이 커지기 때문이다.

이 減少하는 樣相은 $h/r=1$ 인 圓孔에서는 매우 완만하게 減少하며 h/r 比가 커질수록 그 기울기가 커져서 급격히 減少하는 것을 볼 수 있다.

또 同一한 슬롯깊이 대 판폭比($2h/W$)를 갖는 相似形에서도 K_{in} 은 슬롯모양比(h/r)에 따라 현저히 다르며 그 比가 클수록 높고 $2h/W$ 比가 적은 경우는 큰 경우보다 同一한 h/r 범위내에서 K_{in} 의 變化가 현저히 큰 것을 알 수 있으며 이것은 곧 $2h/W$ 가 적은 경우 K_{in} 은 h/r 에 크게 영향을 받으나 그 比가 큰 경우는 h/r 에 그다지 큰 영향을 받지 않는다는 것을 意味한다.

여기에서 $2h/W$ 가 적은 경우는 Neuber¹⁶⁾의 얇은 노치에 가깝다고 생각할 수 있고 그 比가 큰 경우는, 깊은 노치에 가깝다고 생각된다.

이상과 같은 방법으로 다음에는 파라미터를 달리하여 同一한 r/d 를 갖는 最小斷面幅이 같고 따라서 作用荷重도 같은 경우에 대한 K_{in} 의 變化를 고찰하기 위해 횡축에 r/d 를 취하여 각각의 h/r 比에 대하여 圖示하면 Fig. 3과 같다.

여기서도 $h/r=2, 4$ 인 경우에 대해 r/d 를 파라미터로 한 Frocht & Leven¹⁷⁾의 光彈性實驗結果와 비교한 것을 Fig. 3에 함께 表示하였다. Fig. 3에서 $h/r=2$ 인 경우는 거의 오차없이 잘 一致하나 $h/r=4$ 인 경우는 약간 차이가 나고 있음을 볼 수 있다.

그러나 그 $h/r=4$ 인 경우의 값이 $h/r=3.24$ 인 Durelli의 값보다도 낮아 本實驗과 같은 條件에서는 Frocht & Leven의 값이 낮은 것으로 생각되나 그 구체적인

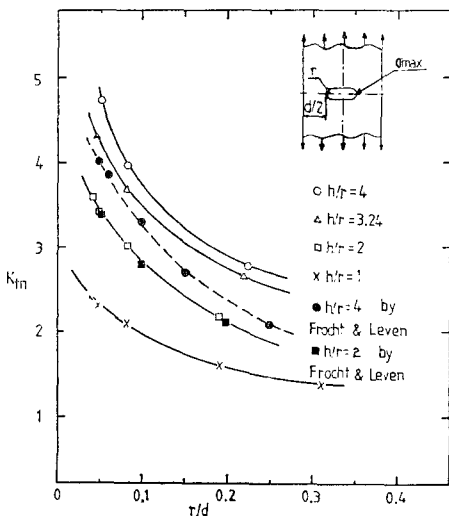


Fig. 3 Variation of stress concentration factors (K_{in}) for the r/d ratio.

실험방법이 나와 있지 않아 이에 대한 검토는 困難하다. 이러한 精度를 갖는 Fig. 3에서 r/d 에 대한 K_{in} 의 變化는 前記한 $2h/W$ 의 경우와 類似한 傾向을 갖는 것을 볼 수 있다.

이것은 r/d 가 증가하면 板幅이 減少하는 것과 같으며 程度는 다르나 $2h/W$ 가 증가하기 때문이다.

3.2. 슬롯선단부와 y 軸上에서의 x 方向 應力 分布

本節에서는 슬롯선단을 포함하여 y 軸上에서의 x 方向 應力分布에 대하여 고찰한다.

슬롯선단을 포함한 y 軸上에서의 x 方向 應力分布를 縱軸에 σ_{xx}/σ_{nom} 을 橫軸에 슬롯선단에서 부터의 거리 y를 반경 r로 나누어 無次元化한 값을 취하여 圖示하면 원공 $h/r=1$ 인 경우는 Fig. 4와 같다. 또한, $h/r=2, 3, 24, 4$ 인 경우도 Fig. 4와 거의 유사한 경향이다.

이 應力分布의 精度는 既存의 應力集中에 관한 대부분의 研究들이 주로 구멍선단에서의 應力集中係數만을 다루고 있고 兩 主軸上에서의 應力分布에 대한 資料는 거의 찾아볼 수 없어 그 比較가 어려우나 圓孔의 경우는 無限平板에 對해서는 Kirsch¹⁷⁾의 解 有限平板의 경우는 Howland¹⁵⁾의 理論解가 있어 이것들과 比較해 본다.

Kirsch의 無限平板에 對한 理論解는 잘 알려진 다음 식에 의해 계산하였다.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{3r^4}{R^4} - \frac{4r^2}{R^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{r^2}{R^2} \right) - \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{3r^4}{R^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r,\theta} &= \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{3r^4}{R^4} + \frac{2r^2}{R^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} (1)$$

여기서 R은 中心에서 부터의 거리이다.

式 (1)에 本實驗과 같은 r/R 을 代入하여 계산한

Table 6 Comparison of (σ_{xx}/σ_{nom}) y-axis with Kirsch's theoretical solution for infinite width to the finite width plate with circular hole.

$\frac{y}{r} \left(\frac{r}{R} \right)$	(σ_{xx}/σ_{nom}) y-axis	
	Infinite ($r/d=0$)	Finite ($r/d=0.04$)
0 (1.0)	3.0	2.713
0.5 (0.67)	1.525	1.327
4.0 (0.20)	1.023	0.946
7.9 (0.11)	1.007	0.893

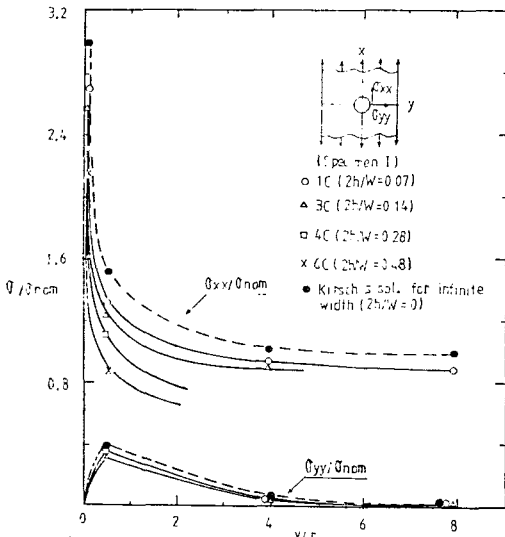


Fig. 4 Stress distribution of σ_{xx} & σ_{yy} along the y principal axis for the $h/r=1$ circular hole (specimen 1).

값과 最初의 有限幅인 $r/d=0.04$ 의 값과 比較한 것을 Table 6에 나타내며 이 Kirsch의 解를 Fig. 4에 點線으로 圖示한다.

Table 6에서 $r/R=1$ 일때 즉 구멍선단에서 Kirsch의 解는 “3”인데 比해 실험치는 2.713으로 약 10%차이가 나며 無限平板의 경우는 y/r 가 아무리 커져도 그 應力比가 “1”이하로 떨어지지 않으나 有限平板의 실험치는 $y/r=4$ 정도에서 “1”이하가 된다.

이것은 有限幅에 대한 影響으로 생각되며 같은 유한 폭에 대한 精度를 比較하기 위해 Howland의 理論解와 比較해 본다.

Howland의 理論解와의 比較는 그가 提示한 相異한 판폭을 全部 “1”로 하고 橫軸에 $\rho = \frac{y}{W/2}$ 를 取하여 比較한 Fig. 5에 圖示한다. Fig. 5에서 그 比가 달라 精確한 比較는 어려우나 근소한 차이와 유사한 傾向을 갖는 것을 알 수 있고 선단에서 멀리 떨어진 곳에서는 어느 경우나 應力比가 “1”以下가 됨을 알 수 있다.

예로서, Fig. 4에서 그 應力分布를 考察하면 슬롯선단에서 높은 應力집중이 發生하고 선단에서 멀어질수록 減衰되는데 선단부근에서는 급격히 그 이후는 점차 완만하게 減衰하는 樣相을 갖는다.

이 應力集中의 減衰를 定量的으로 分析하여 보면 슬롯모양과 판폭변화에 따라 다소 차이는 있으나 應力집중은 슬롯선단에서 $r/2$ 만큼 떨어진 곳에서 先端應力

의 50~60%가 減衰되고 $4r$ 만큼 떨어진 곳에서는 先端應力の 65~75%가 減衰되는 共通의 樣相을 갖는다.

이 경우도 同一試驗片에서는 판폭이 減少함에 따라 應력이 낮아지는 것은 前述한 바와 같다. 또 유사한 $2h/W=0.24\sim 0.29$ 를 갖는 相似形들의 應力分布 變化를 도시하면 Fig. 6과 같고 슬롯선단에서는 슬롯모양比(h/r)에 따라 현저한 差異를 보이나 선단에서 멀어질수록 그 應力集中이 減衰되어 그 差異가 적어지는 것을 알 수 있다.

이것은 같은 최소단면폭을 갖는 同一한 판폭比 r/d 를 갖는 경우에도 같은 樣相을 나타낸다.

3.3. 슬롯선단부와 y 軸上에서의 y 方向應力分布

本節에서는 x 축방향에 引張荷重이 作用할 때 슬롯의 中心線上인 y 축상에서 하중과 直각방향인 y 방향

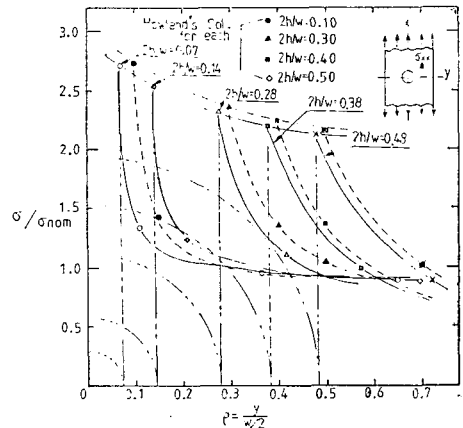


Fig. 5 Comparison of stress distribution ahead of circular hole, with Howland's sol. to strain gage experiment.

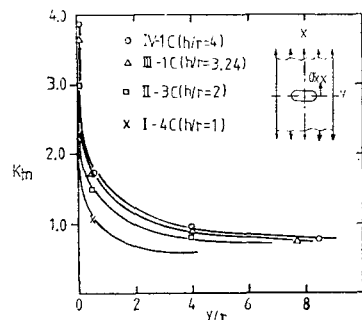


Fig. 6 Comparison of stress distribution σ_{xx} on y -axis at the same width ratio $2h/w$, but different h/r .

응력분포에 대해 고찰한다.

먼저 원공 $h/r=1$ 인 경우의 應力分布는 Fig. 4 와 같다. 또한, $h/r=2, 3.24, 4$ 인 경우에도 Fig. 4 와 거의 유사한 경향을 나타낸다.

이 경우에도 $h/r=1$ 인 圓孔의 경우에 無限平板에 대한 Kirsh의 理論解와 $r/d=0.04$ 인 有限平板과 比較해 보면 Table 7 과 같이 근소한 차이를 나타내고 있음을 알 수 있으며 Kirsch의 解를 Fig. 4 에 점선으로 표시하였다.

Table 7 Comparison of $(\sigma_{yy}/\sigma_{nom})$ y -axis with Kirsch's sol. for infinite to finite plate with circular hole.

$y/r(r/R)$	$(\sigma_{yy}/\sigma_{nom})$ y -axis	
	Infinite ($r/d=0$)	Finite ($r/d=0.04$)
0.5(0.67)	0.371	0.358
4.0(0.20)	0.059	0.055
7.9(0.11)	0.019	0.015

이러한 y 축상에서의 y 방향 응력분포는 어느 경우나 단축응력상태가 되는 슬롯선단에서는 "0"이고 그 이후는 어느 곳에서도 引張應力을 가지며 선단에서 대략 $r/2$ 만큼 떨어진 곳에서 最大值를 갖고 그 이후는 점차적으로 감소하여 다시 "0"으로 수렴하는 공통점을 갖는다.

圓孔을 갖는 無限平板의 경우는 Kirsch 式에서 쉽게 그 最大應力의 크기와 作用位置를 求할 수 있으며 $y=0.414r$ 位置에서 σ_{nom} 의 0.375 배이다.

Table 7에서 $r/d=0.04$ 의 有限平板의 경우 最大應力은 $y/r=0.5$ 에서의 σ_{nom} 의 0.36 배로서 근소한 차이로 일치하는 것을 알 수 있다.

有限平板의 슬롯의 경우, 作用位置는 유사하나 最大應力은 圓孔보다 커져서 슬롯모양과 관폭에 따라 다소 차이는 있으나 최대 σ_{nom} 의 0.5 배에 달한다.

또 이 y 方向 應力에 대해서도 같은 관폭비 $r/d=0.082$ 로 동일한 最小斷面의 板幅을 갖는 경우의 應力變化를 Fig. 7 에 나타낸다.

Fig. 7에서 보면 슬롯모양비(h/r)에 따라 最大應力과 應力分布는 미소한 차이를 보이나 圓孔보다는 현저히 높다.

3.4. 슬롯부와 x 軸上에서의 x 方向 應力分布

本節에서는 板幅의 中心線인 x 軸上에서 슬롯모양이 x 方向 應力分布에 미치는 영향에 대해 고찰한다.

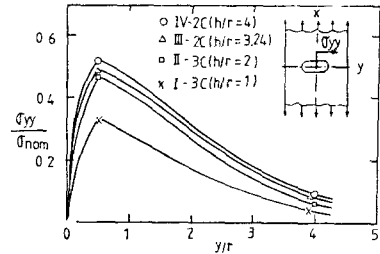


Fig. 7 Comparison of stress distribution σ_{yy} on y -axis at the same ratio $r/d=0.082$, but different h/r .

그 應力分布를 座標方向을 같게 하기 위하여 橫軸에 σ_{xx}/σ_{nom} 을 從軸에 x/r 을 取하여 圖示하면 圓孔 $h/r=1$ 인 경우는 Fig. 8 과 같다. 또한 $h/r=2, 3.24, 4$ 인 경우에도 Fig. 8 과 거의 유사한 경향을 나타낸다.

이 경우에도 $h/r=1$ 인 圓孔의 경우 無限平板에 對한 Kirsch의 解와 比較한 값을 Table 8 에 나타내며 Fig. 8 에 점선으로 나타낸다.

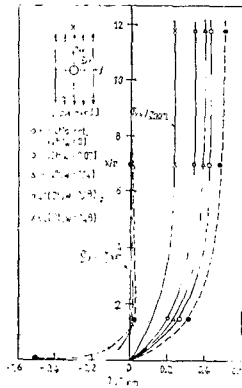


Fig. 8 Stress distribution of σ_{xx} & σ_{yy} along x principal axis for the $h/r=1$ circular hole (specimen I).

Table 3 Comparison of $(\sigma_{xx}/\sigma_{nom})$ x -axis with infinite width to $r/d=0.04$ finite width.

$x/r(r/R)$	$(\sigma_{xx}/\sigma_{nom})$ x -axis	
	Infinite ($r/d=0$)	Finite ($r/d=0.04$)
1.48(0.40)	0.634	0.528
5.93(0.14)	0.949	0.837
11.73(0.08)	0.985	0.835

Fig. 8에서 x 軸上의 x 方向 應力分布는 外力이 作用하지 않는 境界인 슬롯端에서는 "0"이고 x/r 이 커질수록 점차증가하는 양상을 나타내나 同一試驗片에서는 板幅이 감소할 수록 현저하게 감소한다.

또 상이한 슬롯모양에 대해 비교검토하기 위해 같은 최소단면적을 갖는 $r/d=0.05$ 로 一定한 경우에 대해 Fig. 9에 圖示한다.

Fig. 9에서 應力은 圓孔이 현저하게 크고 슬롯에서는 슬롯길이가 길어질수록 그 영향이 뚜렷이 나타나 應力은 상당히 감소하는 것을 볼 수 있다.

IV호($h/r=4$)인 경우에는 판폭전체에 均一한 應力이 作用하는가를 검토하기 위해 $x/r=19$ 되는 위치에 D_2, D_3, D_4 게이지를 접착하여 스트레인을 測定하였는데 그

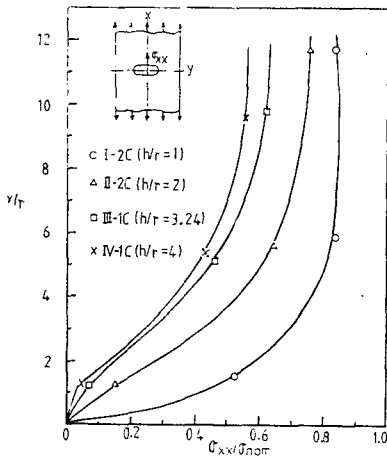


Fig. 9 Comparison of stress distribution σ_{xx} on x -axis at the same ratio $r/d=0.05$, but different h/r .

結果는 각각 $\sigma_{xx}/\sigma_{nom}=0.68, 0.66, 0.72$ 이었으며 兩端이 中央보다 약간 높은 것은 IV호인 경우 $x/r=19$ 程度까지 슬롯의 영향이 있는 것으로 생각되나 그 차이는 적고 그 以後에는 均一한 應力이 作用하는 것으로 생각된다.

3.5. 슬롯부와 x 軸上에서의 y 方向應力分布

本節에서는 x 軸上에서 荷重直角方向인 y 方向應力分布과 슬롯모양의 영향을 고찰한다.

$h/r=1$ 인 경우에 應力分布를 圖示하면 Fig. 8과 같다. 또한 $h/r=2, 3.24, 4$ 인 경우에도 거의 유사한 경향을 나타낸다.

$h/r=1$ 인 圓孔에서의 Kirsch의 解와 Table 9에 비교하고 Fig. 8에 점선으로 表示한다.

圓孔에서의 Kirsch의 解는 구멍선단에서 응력비가 “-1”의 압축 응력을 갖고 x/r 이 증가할수록 Table 9와 같이 급격히 (+)側에서 “0”으로 변하는 것을 알 수 있으나 본 실험에서는 스트레인 게이지의 크기로 인하여 $x/r > 1$ 범위에서의 스트레인만을 測定할 수 있

Table 9 Stress distribution of $(\sigma_{yy}/\sigma_{nom})$ x -axis for infinite and finite width plate.

$\frac{x}{r} \left(\frac{r}{R} \right)$	$(\sigma_{yy}/\sigma_{nom})$ x -axis	
	Infinite ($r/d=0$)	Finite ($r/d=0.04$)
1.48(0.40)	0.042	0.002
5.93(0.14)	0.010	-0.015

었고 그 結果는 Table 9과 Fig. 8에서와 같이 $x/r=7$ 까지 증가하여도, 그 값은 거의 “0”에 가까운 값을 보인다.

슬롯의 경우도 圓孔의 경우와 類似한 양상을 보이나 $x/r=1$ 부근까지 슬롯의 영향으로 어느 것이나 負(-)의 압축응력이 뚜렷하게 나타나며 그 絕對値는 h/r 가 증가할수록 컸고 그 以後는 (+)의 引張側에서 “0” 접근한다.

이 경우에도 그 應力의 크기를 같은 條件에서 비교하기 위해 $r/d=0.082$ 로 일정한 경우를 Fig. 10에 圖示한다.

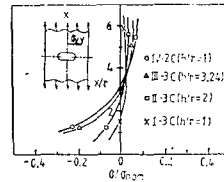


Fig. 10 Comparison of stress distribution σ_{yy} on x -axis at the same ratio $r/d=0.082$, but different h/r .

Fig. 10에서 슬롯부근에서는 圓孔을 포함하여 어느 것이나 負(-)의 압축응력이 작용하고 h/r 비가 커질수록 y 軸과는 反對로 감소하고 있음을 볼 수 있는데 이는 슬롯길이가 커지는 때문이다. 그러나 $x/r \geq 3$ 의 슬롯에서 약간 떨어진 곳에서는 어느 것이나 陽(+)의 引張應力이 作用하고 그 차이는 적으나 h/r 이 커질수록 증가한다.

3.6. 슬롯을 等價橢圓孔으로 看做하였을 때의 應力集中에 대한 고찰

橢圓孔은 실제로는 거의 사용되지 않지만 그 幾何學的인 特性和 等角寫像(conformal mapping)에 의해 크랙으로 변환할 수 있어 彈性理論과 線型破壞力學에서는 일찍부터 널리 研究되어 Kolossoff¹⁸⁾, Inglis¹⁹⁾ 등이 引張應力下의 타원孔을 갖는 無限平板에 對한 理論解를 發表하였고 그후 有限平板에 대해서도 石田²⁰⁾, Durelli²¹⁾ 등에 의해 理論解 및 實驗結果가 發表되었다.

이러한 橢圓孔과 관련하여 Hirano⁷⁾ 등은 타원의 의 다른 形態의 中央구멍들에 對하여 兩端을 포함하는 “等價橢圓孔”(Equivalent Ellipse)으로 看做하여도 實用上 적은 誤差範圍內로 잘 一致한다는 것을 提案하였다.

그래서 본 실험의 슬롯홀에 대해서 슬롯을 等價橢圓孔으로 看做할 수 있는가에 대해 그 先端에서의 應力集中率을 비교하여 본다.

Fig. 11 에서와 같이 슬롯홀을 等價橢圓孔으로 생각하면 等價橢圓의 長軸(major axis)은 $2h$ 와 같고 短軸(minor axis)은 타원의 幾何學의 特性에서

$$b = \sqrt{ra} \quad (2)$$

(2)식에서 b 를 계산하여 구할 수 있다.

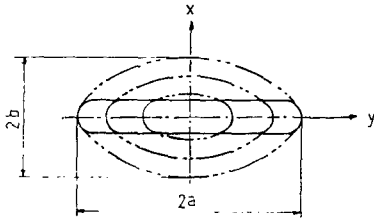


Fig. 11 Equivalent ellipse of slot.

橢圓孔 先端에서의 應力集中率은 無限平板의 경우는 잘 알려진 Kolosoff 의 解

$$K_t = 1 + \frac{2a}{b} \quad (3)$$

에서 쉽게 구할 수 있으며 有限平板의 경우는 Perturbation Method 로 解析한 Isida 의 값을 引用하여 각

Table 10 Comparison of K_{tn} with the equivalent ellipse of slot in finite width plate width plate under tension.

Specimen	II ($h/r=2$)		III ($h/r=3.24$)		IV ($h/r=4$)	
	1.4		1.8		2.0	
	Eq. ellipse	Slot	Eq. ellipse	Slot	Eq. ellipse	Slot
0	3.8		4.6		5.0	
0.1	3.45		4.18		4.54	
0.2	3.17	3.28 ($2h/w = 0.15$)	3.82	3.66 (0.24)	4.14	
0.3	2.93	3.00 ($2h/w = 0.25$)	3.51	3.33 (0.35)	3.80	3.86 (0.29)
0.4	2.74	2.59 (0.43)	3.25		3.50	3.49 (0.39)
0.5	2.58		3.02	2.83 (0.59)	3.24	2.89 (0.64)

a/b 에 대해 비교한 값을 Table 10 에 나타낸다.

Table 10 에서 II, III 호 시험편의 경우는 판폭비가 같지 않아 비교하는데 다소 어려움이 있으나 그 비가 거의 일치하는 IV 호 시험편에서는 극히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

이것을 前示한 Fig. 2 에 圖示하면 Fig. 12 와 같고 어느 경우에도 대략 $\pm 3\%$ 이내로 잘 一致하는 것을 알 수 있다.

이상의 고찰에서 슬롯홀의 경우는 約 $\pm 3\%$ 以內의 誤差로 等價橢圓으로 看做할 수 있으며 이러한 等價橢圓 개념은 대단히 有用함을 확인할 수 있다.

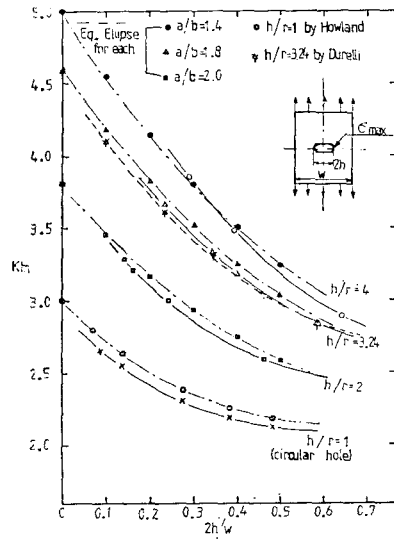


Fig. 12 Comparison of stress concentration factors, K_{tn} , with the equivalent ellipse of slot.

4. 結 論

單軸引張應力下에서 中央에 슬롯을 갖는 平板의 應力集中과 그 슬롯주위에서의 應力分布를 研究·檢討하기 위하여, 5mm 硬質 7:3 黃銅板에 슬롯길이 대 선단반경 (h/r) 비가 각각 1, 2, 3.24, 4 가 되는 시험편에 각종 스트레인 게이지를 접착하고 판폭을 변화하여 실험하였다. 또 게이지를 較正을 시행하여 측정치를 補正하였다. 얻어진 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. 슬롯선단에서의 應력集中계수 및 兩 主軸上에서의 應力은 板幅이 감소할수록 낮아진다. 단, 슬롯부근에서 x 軸上的 y 方向應力은 負(-)의 압축應력으로 板幅이 감소함에 따라 커진다.
2. 슬롯先端에서의 應力集中係數 K_{tn} 및 兩 主軸上에서의 應力은 주로 슬롯모양비(h/r)에 支配되고 特히

판폭비($2h/W$)가 적은 경우에 큰 영향을 미친다.

3. 슬롯先端의 應力集中은 先端에서 $4r$ 以內的 先端 가까운 곳에 集中되며 그 감쇄양상은 선단에서 $r/2$ 만큼 떨어진 곳에서 先端應力の 約 50%, $4r$ 만큼 떨어진 곳에서 약 70%가 감쇄된다.

4. y 軸上에서의 y 方向應力은 어느 곳에서나 引張應力을 가지며 先端에서 $r/2$ 만큼 떨어진 곳에서 最大値를 갖고, 그 最大應力은 圓孔의 경우는 σ_{max} 의 0.36배 슬롯의 경우는 0.5 倍에 達한다.

5. 슬롯을 갖는 平板의 應力集中은 근소한 오차범위(약 $\pm 3\%$)內에서 그 슬롯의 兩端을 包含하는 “等價楕圓孔”으로 看做할 수 있다.

後 記

本 研究은 1981 년도 한국 과학재단 연구비의 지원으로 수행되었음을 밝히고 동재단의 후원에 감사드린다. 또한 본 연구 실험에 협력하여준 고려대학교 기계공학과 대학원생 이병곤, 고성위, 원시태군에게 감사한다.

參 考 文 獻

- 1) 宋森弘, 標準材料力學, 東明社, p. 364.
- 2) G. R. Irwin, Fracture Dynamics, in Fracturing of Metals, American Society of Metals, 1948.
- 3) H. M. Westergaard, Bearing Pressure and Cracks, Trans. ASME J. Applied Mechanics, 1939.
- 4) M. M. Frocht and M.M. Leven, Factors of Stress Concentration for Slotted Bars in Tension and Bending, Trans. ASME Vol. 73 (1951) Applied Mechanics Section, p. 107
- 5) J.R. Dixon, Stress Distribution around a Central Crack in a Plate Loaded in Tension; Effect of Finite Width of Plate, J. Royal Aero. Soc. Vol.64 (1960), p. 141
- 6) A.J. Durelli, V.J. Parks, and S. Uribe, Optimization of a Slot End Configuration in a Finite Plate Subjected to Uniformly Distributed Load, Trans. ASME, Vol. 90, Series E (1968), Applied Mechanics Section, p. 403
- 7) F. Hirano, Study of Shape Coefficients of Two Dimensional Elastic Bodies, Trans. JSME, Vol.16, No.55 (1950), p. 52
- 8) 菊川眞, 引張りもしくは曲げを受ける帯板, 丸棒の切欠きによる應力集中, 第1報, 日本機械學會論文集 38卷 311號(1972), p. 1663
- 9) 朴榮祖外 共譯, 材料力學, p.9, 原著 Timoshenko & Gere, “Mechanics of Materials.”
- 10) 韓應敎, 스트레인 게이지 이론과 응용, 1976, 보성문화사刊, p. 13
- 11) 菊川眞, 引張りもしくは曲げを受ける帯板, 丸棒の切欠きによる應力集中, 第2報, 日本機械學會論文集 38卷 311號(1972) p. 1673
- 12) C.B. Ling, Stresses in a Notched Strip under Tension, J. Applied Mechanics, Vol. 14, Trans. ASME. Vol. 69, 1947, pp. 275~280
- 13) C.B. Ling, On Stress Concentration Factor in a Notched Strip, Trans. ASME, Vol. 90, Appl. Mech. (1968), p. 833
- 14) 石田誠, 兩緣に半圓切欠を有する帯板の引張り, 日本機械學會論文集, 19卷, 83號(1953), p. 5
- 15) R.C.J. Howland, On the Stress in the Neighborhood of a Circular Hole in a Strip under Tension, Phil. Trans. Roy. Soc. (London), A, Vol. 229 (1929~30), p. 67
- 16) H. Neuber, Theory of Notch Stress, Office of Technical Services, Dept. of Commerce, Washington D.C.
- 17) G. Kirsch, ZVDI Vol. 42, 1898, or see Timoshenko, Theory of Elasticity, McGraw-Hill 2nd Ed. p. 91
- 18) G. Kolossoff, Dissertation, st. Petersburg, 1910
- 19) C.E. Inglis, Stress in a Plate due to the Presence of Cracks and Sharp Corners, Engineering (London) Vol. 95 (1913), p. 415
- 20) 石田誠, だ圓孔を有する帯板の引張り(第二報). 日本機械學會論文集, 21卷, 107號(1955) p. 514
- 21) A.J. Durelli, V.J. Parks, H.C. Feng, Stress around on Elliptical Hole in a Finite Plate Subjected to Axial Loading, Trans. ASME, Vol. 88, Series E (1966), Applied Mechanics Section, p. 192