

<論 文>

圓錐形 셸의 音響調節에 관한 實驗的 研究

廉永夏* · 郭在敬** · 鄭錫柱***

(1982年 7月 12日 接受)

A Study on the Natural Frequencies of the Sound Emitted by Thin Conical Shell

Young Ha Yum, Jae Kyung Kwak and Suk Choo Chung

Abstract

The determination of the natural frequencies and mode shapes for thin conical shell is an important step not only in the investigation of the dynamic response of the composite structures such as missile cone, nose firings, but also in the analysis of the acoustic behavior of bells.

A Rayleigh-Ritz procedure was used to determine the natural frequencies for a certain class of mode shapes of a thin conical shell built in on the edge with the smaller radius and free on the other edge.

Both bending and extensional energy are included in the analysis.

This paper described the experiments on the two natural frequencies which are present in association with two preferential modal directions, as a result of imperfection of the thin conical shell.

Experimental work was conducted on two different bronze conical shells.

One of these was specially designed to the effects of the adding distributed mass to the end of the conical shell.

The other shells were identical in all dimensions except that of the thickness to the end of the conical shell.

In this paper, the effect of a adding mass to a conical shell was investigated.

Experimental result was that the magnitude of the natural frequency rate and the increase of depth of beat frequency depend upon the location of adding lumped mass on the surface of the conical shell.

記 號 說 明

A, B : 常數
 dA : 中立面의 要素

*正會員, 서울大學校 機械設計學科

**正會員, 弘益大學校 機械工學科

***正會員, 檀國大學校 大學院

E : 縱彈性 係數
 h : 셸의 두께
 l_0 : 圓錐形 셸의 윗면의 z 座標
 l_1 : 圓錐形 셸의 밑면의 z 座標
 n : 圓周方向의 節點數
 ds : 셸 中立面의 要素길이

- t : 時間
- T : 運動에너지
- u_1 : 時間 t , 座標 z, θ 에 있어서 子午線方向의 變位
- u_2 : 時間 t , 座標 z, θ 에 있어서 接線方向의 變位
- V : 位置에너지
- w : 時間 t , 座標 z, θ 에 있어서 殼의 接線에 垂直인 方向의 變位
- z : 꼭지點에서 回轉軸方向의 座標
- α : 꼭지의 半角
- e_{12} : 中立面에 있어서의 剪斷스트레인
- e_1, e_2 : 中立面の 子午線 및 圓周方向의 스트레인
- k_1, k_2, k_{12} : 子午線 및 圓周方向의 曲率變化率 및 中立面的 비틀림
- ρ : 質量

1. 序 論

꼭지에서 固定되고 他端에서 自由狀態의 境界條件을 가진 圓錐形 殼의 固有周波數 및 mode shapes 를 理論的으로 解析하는데 있어서 Rayleigh-Ritz, Love 등이 圓筒形殼 解析에서 使用한 系의 最大 位置에너지 및 最大運動에너지를 求하여 Hamilton 原理를 適用하였다.

以上에서 求한 各 mode shapes 에 該當하는 固有周波數를 實驗確認하였으며, 主조靑 銅 model A 및 B 의 材質의 不均一 및 幾何學의 完全軸對稱이 아니므로 生기는, 同一 mode shape 에 對應하는 高固有周波數 및 低固有周波數와의 差 卽 울림周波數의 model 表面에 調節荷重을 加하므로 生기는 變化를 究明하였으며, 調節荷重의 울림周波數 調節을 鍾(bell)의 音響調整에 應用하였다.

高固有周波數와 低固有周波數에 對應하는 高節線 및 低節線 사이를 打擊位置를 바꾸면서 울림 깊이를 測定하여 울림깊이가 最大가 되는 打擊位置를 決定할 수가 있었다.

2. 圓錐形殼의 自由振動解析

圓錐形殼의 中立面の 스트레인을 e_1, e_2, e_{12} , 그리고 中立面の displacement 를 u_1, u_2, w 이라고 하면 이 displacement 가 調和함수의 形式으로 假定하면 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$w(z, \theta, t) = w(z, \theta) \sin \omega t$$

$$u_1(z, \theta, t) = u_1(z, \theta) \sin \omega t \tag{1}$$

$$u_2(z, \theta, t) = u_2(z, \theta) \sin \omega t$$

Love 의 線形彈性理論⁽¹⁾에 依하면 스트레인 e_1, e_2, e_{12} 는 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$e_1 = \left(\frac{\partial u_1}{\partial z} \right) \cos \alpha$$

$$e_2 = \frac{\partial u_2}{\partial \theta} \frac{\cos \alpha}{z \sin \alpha} + \frac{u_1}{z} \cos \alpha - \frac{w}{z} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$e_{12} = z \cos \alpha \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_2}{z} \right) - \frac{\cos \alpha}{z \sin \alpha} \frac{\partial u_1}{\partial \theta}$$

$$k_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \cos^2 \alpha \tag{2}$$

$$k_2 = \frac{\partial u_2}{\partial \theta} \frac{\cos^3 \alpha}{z^2 \sin \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{z^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\cos^2 \alpha}{z} \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$k_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial z} \frac{\cos^3 \alpha}{z^2 \sin \alpha} - \frac{\cos^3 \alpha}{z^2 \sin \alpha} u_2 + \frac{\cos^2 \alpha}{z \sin \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} - \frac{\cos^2 \alpha}{z^2 \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial \theta}$$

maximum potential energy 를 V 라 하면 다음 式을 얻는다.

$$V = \frac{1}{2} \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \int_A \left\{ \frac{h^2}{12} \left[(k_1 + k_2)^2 - 2(1-\nu) (k_1 k_2 - k_{12}^2) \right] + (e_1 + e_2)^2 - 2(1-\nu) (e_1 e_2 - e_{12}^2) \right\} dA \tag{3}$$

(1) A.E.H Love, "The Mathematical Theory of Elasticity (Dover Publications, New York, 1954) chaps, 23 and 24.

Total Kinetic energy 을 T 라고 하면 다음 式을 얻는다.

$$T = \frac{1}{2} \int_A \rho h (\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{w}^2) dA \tag{4}$$

(1) 式을 (3) 式 및 (4) 式에 代入하면 다음 式을 얻는다.

$$T = \frac{1}{2} \int \rho h w^2 \cos^2 \omega t \int \int_z (w^2 + u_1^2 + u_2^2 + u_2^2) \frac{z \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} dz d\theta = T_{max} \cos^2 \omega t \tag{5}$$

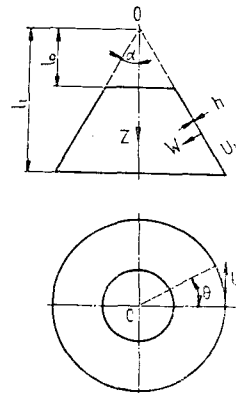


Fig. 1 Coordinates of the conical shell.

Total potential energy 를 V 라고 하면 다음 식을 얻는다.

$$V = \frac{1}{2} \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \sin^2 \omega t \int_0^z \int_z \left\{ \frac{h^2}{12} [(k_1 + k_2)^2 - 2(1-\nu)(k_1 k_2 - k_{12})^2 + (e_1 + e_2)^2 - 2(1-\nu)(e_1 e_2 - e_{12}^2)] \right\} \frac{z \sin \alpha}{\cos \alpha} dz d\theta \quad (6)$$

$$= V_{\max} \sin^2 \omega t \quad (7)$$

여기서 T_{\max} 및 V_{\max} 는 다음과 같이 表示된다.

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \rho h \omega^2 \int_0^z (w^2 + u_1^2 + u_2^2) \frac{z \sin \alpha}{\cos \alpha} dz d\theta \quad (8)$$

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \int_0^z \int_z \left\{ \frac{h^2}{12} [(k_1 + k_2)^2 - 2(1-\nu)(k_1 k_2 - k_{12})^2 + (e_1 + e_2)^2 - 2(1-\nu)(e_1 e_2 - e_{12}^2)] \right\} \frac{z \sin \alpha}{\cos \alpha} dz d\theta \quad (9)$$

꼭지점에서 固定되고 他端에서 自由인 境界條件을 가진 圓錐形 셸의 變位 w 를 式 (10)과 같이 假定하면 (11)式과 같은 兩端境界條件을 滿足한다.

$$w = (z - l_0)^2 + (A_1 + A_2 z) \sin n\theta \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} w &= 0, \text{ at } z = l_0 \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \text{ at } z = l_0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$e_1 = 0, e_2 = 0$ 를 滿足하는 u_1, u_2 를 求하면 다음과 같다.

$$u_2 = -\frac{\cos \alpha}{n} \left\{ A_1 (z - l_0)^2 + A_2 z (z - l_0)^2 \right\} \cos n\theta \quad (12)$$

子午線 및 圓周方向의 曲率變化率 및 中立面의 비틀림은 各各 다음과 같이 表示된다.

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \cos^2 \alpha [2A + A_2 l_0 (6z/l_0 - 4)] \sin n\theta \\ k_2 &= \cos^2 \alpha \{ A_1 [\beta (1 - 2l_0/z + l^2/z^2)] \\ k_1 &= \cos^2 \alpha \{ 2A_1 + A_2 l_0 (6z/l_0 - 4) \} \sin n\theta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$k_2 = \cos^2 \alpha \{ A_1 [\beta (1 - 2l_0/z + l_0^2/z^2) + 2(1 - l_0/z) + A_2 l_0 [\beta (z/l_0 - 2 + l_0/z) + (3z/l_0 - 4 + l_0/z)]] \} \sin n\theta$$

$$k_{12} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \beta \frac{\sin^2 \alpha}{n} \left\{ A_1 \left(\frac{l_0^2}{z^2} - 1 \right) - 2A_2 l_0 (1 - z/l_0) \right\} \cos n\theta$$

$$\beta = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{n^2}{\sin^2 \alpha} \right)$$

Hamilton's principle 에 Rayleigh-Ritz 方法을 適用하면 다음 式과 같은 連立方程式을 얻는다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A_1} (T_{\max} - V_{\max}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial A_2} (T_{\max} - V_{\max}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\max} &= \{ A_1^2 N_1 + A_1 A_2 N_2 + A_2^2 N_3 \} \omega^2 \\ V_{\max} &= A_1^2 N_4 + A_1 A_2 N_5 + A_2^2 N_6 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= N_1(l_0, l_1, \beta, \nu, n, \alpha) \\ N_2 &= N_2(l_0, l_1, \beta, \nu, n, \alpha) \\ N_3 &= N_3(l_0, l_1, \beta, \nu, n, \alpha) \\ N_4 &= N_4(l_0, l_1, \beta, \nu, n, \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A_1} \left\{ \{ A_1^2 N_1 + A_1 A_2 N_2 + A_2^2 N_3 \} \omega^2 - \{ A_1^2 N_4 + A_1 A_2 N_5 + A_2^2 N_6 \} \right\} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial A_2} \left\{ \{ A_1^2 N_1 + A_1 A_2 N_2 + A_2^2 N_3 \} \omega^2 - \{ A_1^2 N_4 + A_1 A_2 N_5 + A_2^2 N_6 \} \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \left[\begin{array}{cc} 2w^2 N_1 - 2N_4 & w^2 N_2 - N_5 \\ w^2 N_2 - N_5 & 2w^2 N_3 - 2N_6 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \end{array} \right] &= \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cc} 2w^2 N_1 - 2N_4 & w^2 N_2 - N_5 \\ w^2 N_2 - N_5 & 2w^2 N_3 - 2N_6 \end{array} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$w = \text{angular frequency}$

本論文은 靑銅製 圓錐形 셸 model 2 個를 製作하여 model A, model B 로 命名하였으며 이 model 의 減衰를 無視한 自由振動問題로 理論解析하여 各 圓周方向 wave no. n 에 對應하는 固有周波數를 求했으며, $n=1$ 의 model shape 에 對應하는 運動은 變位가 너무 적어서 實際實驗上으로는 이 mode 를 觀察할 수가 없었다. 다음 Table 1 은 以上の 理論解析에서 求한 圓周方向의 mode shape 에 對應하는 固有周波數와 實驗으로 確認한 實驗值와의 比較表이다. 本論文은 mode shape $n=2$ 에 該當하는 基本音에 關한 音響調節에 對해서 實驗的으로 解析研究하였다.

Table 1 Natural frequencies of model A & model B

Natural frequency (f)	Wave no. (n)	Computed values		Experimental values	
		model A	model B	model A	model B
f_2	2	853.2	702.3	878.4	722.4
f_3	3	1672.3	1510.4	1623.7	1895.3
f_4	4	2910.6	3185.6	2940.4	3121.7

3. 圓錐形 셸의 振動 Mode Shape

圓錐形 셸의 振動 made 는 Fig. 2에서 表示하는 바와같이, 셸의 表面上을 세로 方向으로 그은 節線과 水平圓周方向으로 그은 節線으로 區別된다.

前者를 子午線節線(meridional nodal line), 後者를

圓周調節線(circumferential nodal line)이라고 부른다.

이 두節線의 數로 (4-0), (8-1) 등으로 表示하며 括弧內的 처음 數字는 子午線節線의 數를 表示하고 뒤 數字는 圓周節線의 數를 表示한다.

固有周波數가 낮은 順으로, 基音(fundamental), 第 1 上音(2nd partial), 第 2 上音(3rd partial),이라고 부른다.

Fig. 3은 基音(fundamental)의 振動 mode(4-0)와 上音 (2nd partial) (4-1), 第 2 上音 (6-0)의 振動 mode를 나타낸 그림이다. 基音은 Fig. 3의 A와 같이 振動하므로 4개의 子午線節線이 생기고, 圓周節線은 없으므로 (4-0)의 振動 mode가 된다. 진동 mode와 固有周波數와의 順序는 圓錐形 셀의 幾何學的 形狀에 依하여 定하여진다.

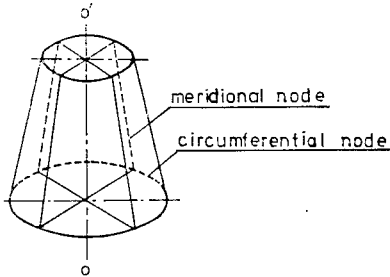


Fig. 2 Nodal line.

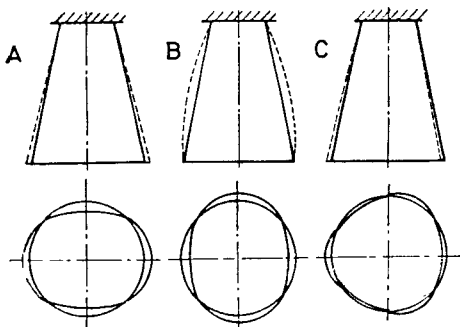


Fig. 3 Vibrating mode.

4. 實驗裝置 및 方法

4.1. 實驗裝置

본 실험에 使用한 實驗機器는 다음 photo 1과 같다.

1. Oscillator
2. Power amplifier
3. Electro magnet

4. Transformer
5. Tape recorder
6. Osilloscope
7. Dynamic amplifier
8. Rapticorder
9. Power unit
10. Speaker

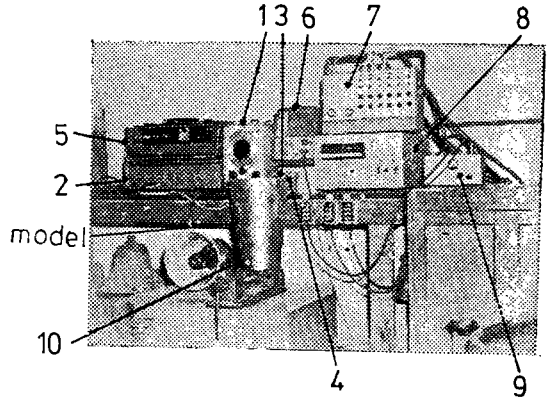


photo 1 Test of setup.

4.2. 實驗方法

圓錐形 셀의 表面에 strain gauge 및 단추모양으로 생긴 永久磁石을 接着劑로 附着하여 電磁石으로 加振하며 實驗用 model이 非軸對稱 및 材質의 不均一 때 문에 생기는 同一 mode shape에 對應하는 高低固有周波數에 該當하는 圓周節線의 位置를 決定한다.

Strain gauge에서 나오는 strain signal을 amplifier를 통하여 oscilloscope에 入力하여 共振固有周波數를 同時에 確認하였다. rapicorder에서는 充分한 時間 paper recording time을 調節하면서 共振固有周波數와 strain level, 울림 周波數 등을 記錄하였다. Fig. 5은 本 實驗에 使用한 model A 및 model B의 外形치수를 나타낸 것이다. 2 model의 下端部位에 質量分布에 差異가 있다.

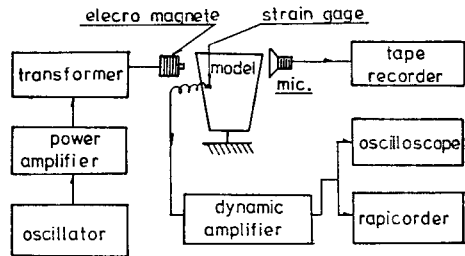


Fig. 4 Schematic diagram of experimental apparatus.

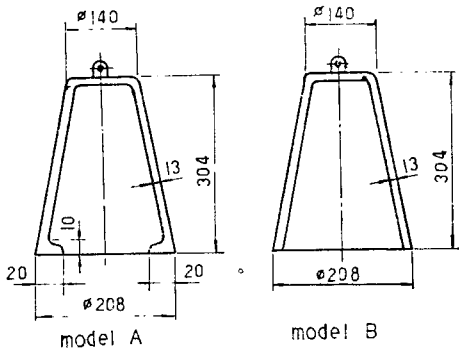


Fig. 5 Dimensions of conical shell.

5. 實驗結果 및 考察

5.1. 圓錐形 셸의 下端部 4 個所 圓周節線上에 調節荷重을 加한 경우

셸의 材質의 不均一 및 軸對稱이 아니므로 생기는 同一 mode shape 에 해당하는 高固有周波數 및 低固有周波數에 해당하는 2 個의 高低圓周節線의 位置를 찾고, 이 點을 “H”, 및 “L” 그리고 H와 L의 中間點을

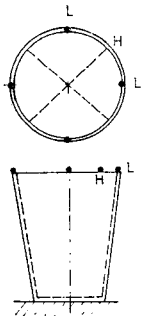


Fig. 6 Position of adding weight on the surface of the shell.

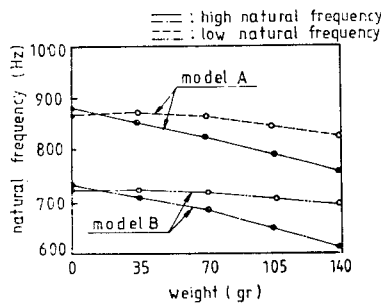


Fig. 7 Natural frequency vs. weight.

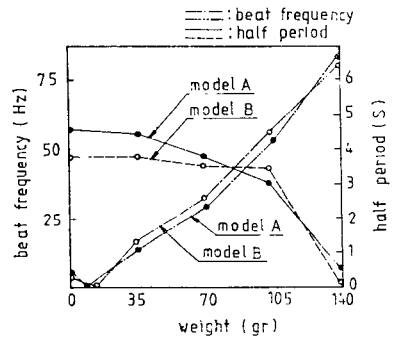


Fig. 8 Beat frequency and half period vs. weight.

Fig. 9(a)은 高圓周節線上에 調節重量 35g, 70g, 105g, 140g 加했을 경우의 高低固有周波數의 變化樣相을 表示하고 있다. 이 경우는 低圓周節線上에 調節重量을 加했을 경우와는 달리 두 高低固有周波數變化曲線이 서로 相交하지 않는다. 即 調節重量의 增加에 거의 比例하여 高低固有周波數曲線의 간격이 (이 간격이 울림周波數임) 漸次的으로 增加하고 있음을 보이고 있다. 以上의 사실로부터, 鍾의 경우 基音의 高固有周波數에 對應하는 高圓周節線上에 4 個所에 適切한 調節荷重을 加하므로 基音($n=2$)(4-0)의 울림周波數를 增加調節

“M”으로 表示하였다.

Fig. 6은 圓錐形 셸의 下端部圓周節線 4 個所에 調節荷重을 加한 그림을 表示한다.

Fig. 7은 first mode shape excitation, 即 基音의 低圓周節線上에 調節荷重을 35gr, 70gr, 105gr, 140gr 을 加했을 경우의 高固有周波數 및 低固有周波數의 變化樣相을 나타낸 그림이고, model A 및 model B 各各 調節重量이 17g, 19g 일 경우 울림(beat)이 전혀 없는 상태가 되었다.

Fig. 8은 基音의 低圓周節線上에 4 個所에 調節荷重을 35g, 70g, 105g, 140g 식 加했을 경우의 울림周波數와 strain level의 半減期의 變化를 表示하였으며, model B가 model A에 比較하여 基音의 持續이 길다.

model A의 경우는 調節重量이 70g, model B의 경우는 調節重量이 105g 까지 strain level의 半減期의 變化가 거의 없다.

이 事實은 鍾의 경우 基本音 ($n=2$)(4-0), 即 餘韻을 길게 持續하려면 鍾의 두께를 얇게하면 된다는 것을 意味한다. model A의 下端部에 分布된 質量을 適當한 量 削除하므로써 餘韻의 持續 效果를 調整할 수가 있다.

할 수가 있다.

Fig. 10(a)는 高圓周節線上에 調節重量을 35g, 70g, 105g, 140g 식 加한 경우의 울림周波數 및 strain level의 半減期의 變化曲線을 나타낸 그림이며, 低節線上에 調節荷重을 加한 경우와 거의 같은 變化樣相을 보이고 있다.

Fig. 9(b)는 高圓周節線과 低圓周節線의 中間點 “M”에 調節荷重을 35g, 70g, 105g, 140g 加했을 경우의 高低固有周波數의 變化曲線을 表示하고 있다. 高低固有周波數曲線의 간격의 變化, 即 울림周波數의 變化가 高圓周節線上에 調節重量을 加했을 경우처럼 甚하지 않

고, 거의平行하게變化하고 있다. Fig. 10(b)는 “M” 圓周節線 4 個所에 調節荷重을 35g, 70g, 105g, 140g 加할 경우 울림周波數 및 strain level의 半減期の變化曲線을 나타낸 그림이다.

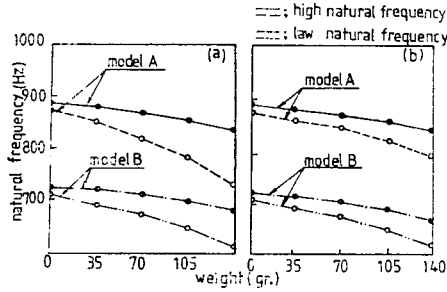


Fig. 9 Natural frequency vs. weight.

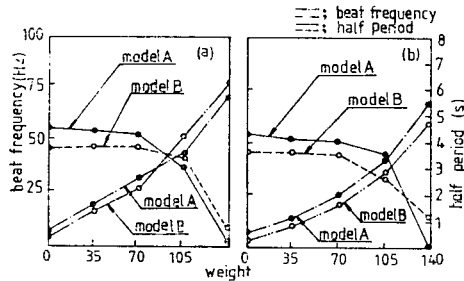


Fig. 10 Beat frequency and half period vs. weight.

5. 2. 圓錐形殼의 外表面上 子午線方向으로 調節荷重을 加한 경우

Fig. 11 圓錐形殼의 圓周節線上 4 個所에 調節荷重을 加한 그림을 表示한다. 圓錐形 殼의 最下部 低圓周節線上을 A 點으로 하고 子午線 方向으로 4cm 간격으로 B, C 點을 각각 선정하여 調節荷重을 30g, 70g, 105g, 140g 加하였다. Fig. 13(a), Fig. 13(b)는 各各 model A, model B에 調節荷重을 低固有周波數線上 即, 低圓周節線上 4 個所에 35g, 70g, 105g, 140g 加했을 때의 基音의 울림周波數 및 strain level의 半減期를 表示한 그림이다. 이 경우 model A, model B에 있어서 高低固有周波數 曲線이 各各 18g, 19g에서 相交하여, 이 點에서 울림이 전혀없는 상태가 되었다. Fig. 12는 圓錐形 殼의 最下部 高圓周節線上을 A 點으로 하고 子午線방향으로 4cm 간격으로 B, C 點을 各各 선정하여, 調節荷重 35g, 70g, 105g, 140g 加한 位置를 表示하였다. Fig. 14(a), 14(b)는 調節荷重을 model A 및 B의 高圓周節線上 4 개소에 35g, 70g, 105g, 14g을 加했을 경우의 基音(4-0)의 울림주파수

및 strain level의 반감기의變化를 表示하였다.

이 경우도 Fig. 10 (a)에서와 같이 두개의 高低周波數變化曲線이 서로 相交하지 않고 調節荷重의 增加에 比例하여 高低固有周波數曲線의 間격, 即 基音의 울림周波數가 漸次的으로 增加하고 있음을 보이고 있다.

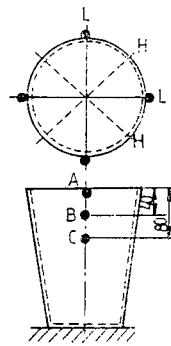


Fig. 11 Position of adding weight on the surface of the shell. (unit:mm)

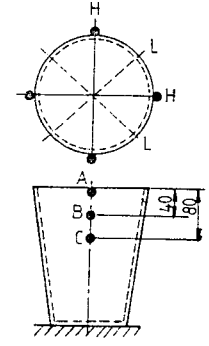


Fig. 12 Position of adding weight on the surface of the shell. (unit:mm)

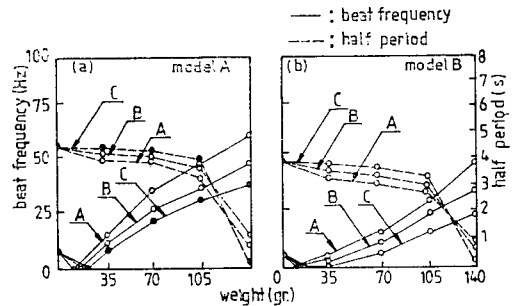


Fig. 13 Beat frequency and half period vs. weight.

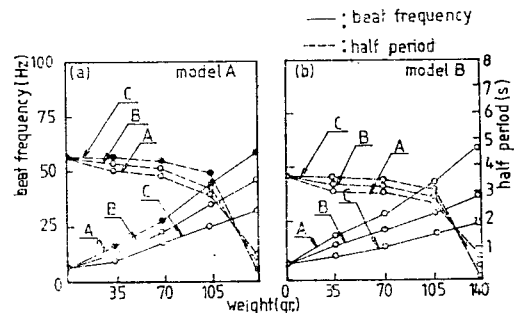


Fig. 14 Beat frequency and half period vs. weight.

5. 3. 調節荷重과 節線

基音에 울림이 전혀없는 圓錐形 殼에 調節荷重의 위치를 바꾸면서 節線의 移動을 실험한 결과를 Fig. 15

에 表示하였다. $\theta=0^\circ$ 의 경우 하중위치를 지나는 高節線이 생겼으며, 이 高圓周節線과 45° 의 위치에 低圓周節線이 생겼다.

하중간격이 45° 以內的 경우는 調節荷重의 中間點에 高圓周節線이 생겼으며, 이와 45° 의 위치에 低圓周節線이 생겼다. $\theta=45^\circ$ 의 位置에서는 高低固有周波數에 해당하는 圓周節線이 存在하지 않고, $\theta=90^\circ$ 에서는 各各의 荷重位置에서 高固有周波數에 該當하는 高圓周節線이 생기고 $45^\circ < \theta < 90^\circ$ 에서는 하중위치에 가까운 곳에 高圓周節線이 생겼고, 이 線과 45° 의 位置에서 低固有周波數에 該當하는 低圓周節線이 생겼다.

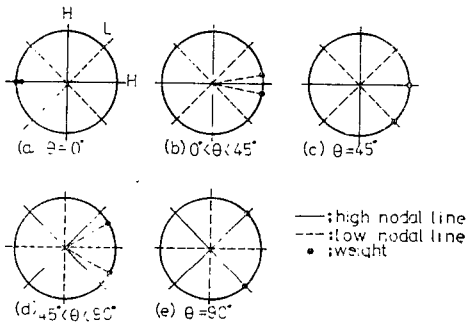


Fig. 15 High nodal line due to added weight on the surface of the conical shell.

5.4. 울림깊이, 打點關係

以上の 실험으로부터 基音(fundamental)의 울림이 전혀없는 圓錐形 셸의 表面에 調節荷重을 加하면 이 하중위치를 통하는 高圓周節線이 생기고, 圓錐形 셸 表面 2個所 45° 以內에 調節荷重을 加하면 하중위치의 中間點에 高圓周節線이 생긴다. 이와같이 하여 생긴, 高低兩圓周節線(H.L 線) 사이를 打點을 이동하면서 타격했을 경우, 圓錐形 셸의 振動狀態의 strain level을 rapicorder에서 記錄測定하였다.

Fig. 16은 타점의 위치에 따른 울림깊이 變化關係를 표시한 그림이다. 打點이 低圓周節線에 있을 때를 0° 로 하고 高圓周節線에 있을 때를 45° 로 定하여 이 사이를 타점의 위치를 바꾸면서 울림깊이를 測定하였

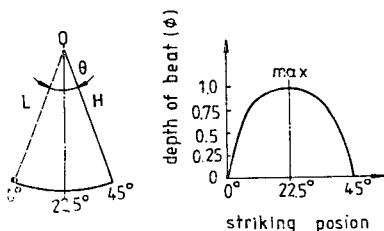


Fig. 16 Depth of beat due to striking position.

다. (ϕ , 울림깊이는 最大, 最小 strain level의 差를 最大 strain level로 나는 값.)

Fig. 16에 依하면 打點位置가 高低 두 圓周節線의 中間에 打點位置가 있을 때 울림깊이가 최대(ϕ_{max})가 되었다. 即, 울림깊이가 크다는 뜻은 音響의 強弱이 感覺上 明白히 들리는 것을 뜻한다.

6. 結 論

實驗結果 얻은 內容을 要約하면 다음과 같다.

1) 울림수의 調整

基音의 울림수(beat 수)를 減하고자 할 경우에는 圓錐形 셸 下端部(梵鍾의 경우에는 下帶附近)에 基本音의 低固有周波數에 對應하는 低圓周節線의 位置에 調節荷重을 加해주므로서 目的을 達成할 수 있다. (Fig. 8, 13 參照) 反對로 基本音의 울림수를 增加하고자 할 경우에는, 圓錐形 셸의 下端部에 基音의 高固有周波數에 對應하는 高圓周節線의 位置에 調節荷重을 加하므로서 可能하였다. (Fig. 14 參照)

2) 調節荷重과 節線의 變化

荷重間隔이 45° 以內的 경우는 調節荷重의 中間點에 高圓周節線이 생겼으며 이와 45° 의 位置에 低圓周節線이 생겼다. $\theta=45^\circ$ 의 位置에서는 高低固有周波數가 一致하여 高低固有周波數에 該當하는 圓周節線이 存在하지 않고, $45^\circ < \theta < 90^\circ$ 에서는 附加되는 荷重近방에서 高圓周節線이 생겼으며 이와 45° 의 位置에 低圓周節線이 생겼다.

3) 울림깊이의 調整

打點이 基本音의 高低兩圓周節線의 中間에 있을 때 울림깊이가 最大가 되었다.

References

- 1) Keefee, R.K. "Natural Frequencies of Meridional Vibration in Thin Conical Shells" AIAA. J., Vol. 2, no.10, Oct, 1964.
- 2) Saunder, H; Wisneiwsk, E.J; and Plaslay, P.R. "Vibration of conical shells" J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 32, no-6, June 1960.
- 3) Herbert Saunder, "Inextensional Vibrations of a Sphere-Cone Shell Combination" J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 31, no.5, May 1959.
- 4) Goldberg, J.E. "On the Calculation of the Axis-

- ymmetric Modes and Frequencies of Conical Shells" J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 32, no.6, June. 1960.
- 5) Watkins, J.D. "Vibration Characteristics of Thin-Wall Conical Frustum Shells." AIAA. J., Vol.2, no.10, Oct. 1964.
- 6) Holmes, W.T. "Axisymmetric Vibration of a Conical Shell Supporting a Mass" J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 34, no.4, April 1962.
- 7) Koual. L.R. "Note on the Vibrational Characteristic of Thin-Walled Shells" AIAA. J., Vol.4, no.3, Mar. 1966.
- 8) 鐘體를 理想化한 圓筒體의 固有振動과 應力解析에 關한 研究. 廉永夏, 李長茂, 郭在敬. 1980. 韓國梵 研究會誌「梵鐘」p.19~30.
- 9) Arthur. W. Leissa. "Vibration of shells" Ohio state University, Ohio. NASA SP-288.
- 10) Kana, D.D. and Hu, W.C.L "Transmission Characteristics of Conical and Cylindrical Shells Under Lateral Excitation." J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 44, no.6, June 1968.
- 11) Leissa, A.A., "Vibration of Shell" Monograph. N.A.S.A. #S.P.-288, 1973.
- 12) Kraus, H. "Thin Elastic Shell", Pook. John Willey. 1967.
- 13) Novozhilov, V.V., "The Theory of Thin Shells" Book. Translated by Lowe, P.G.-P. Noordhoff Ltd., 1959.
- 14) T. Rapyezin, L.L: Small Vibrations of a Thin Circular Conical Shell. Raschety na Prochnost, Vol. 2, 1958, pp. 334—341. (In Russian.)
- 15) Dreher, J.F.: and Leissa, A.W.: Axisymmetric Vibration of Thin Conical Shells. Proc. 4th Southwestern Conf. on Theoretical and Appl Mech (New Orleans, La), Feb. 29-Mar. 1, 1968, pp. 163—181.
- 16) Karimbaev, T.D.: Effect of Static Loads on the Natural Oscillations of Conical Shells. All-Union Conf. on the Theory of Shells and Plates, 6th, Baku, Azerbaidzhan SSR.
- 17) Krause, F.A.: Natural Frequencies and Mode Shapes of the Truncated Conical Shell with Free Edges. Rept. No. SAMSO-TR-68-37 (AD 665 828), U.S. Air Force, Jan. 1968.
- 18) Kol'man, E.R.: Influence of the Boundary Conditions on the Free Vibrations Frequency and Modes of a Conical Shell. Izv. VUZ, Mashinostr., No. 3, 1966, pp. 178—183. (Trans. by Lockheed Missiles and Spacel Co.)