

多孔性 금속의 소성역학

吳 興 國

<亞洲工大 機械工學科・工博>

1. 서 론

금속성형을 성형온도로 구분하면 냉간성형과 열간성형으로 나누고, 성형재료로 구분하면 일반금속성형(conventional metal forming)과 분말금속성형(powder metal forming)으로 나눌 수 있다(그림 1 참조). 근년에 들어와 산업이 발전되어감에 따라 점차 복잡한 형상의 제품과 대량생산이 요구되고 또 에너지 절약, 재료절감등의 관점에서 볼 때 분말금속성형의 실용범위가 다양하게 넓어지고 있는 바 재료공학 분야에서 분말금속성형의 실험에 대한 해석은 많이 시도해 왔지만 역학적인 측면에서의 이론적인 해석은 1970년대 초부터 활발히 연구되어오고 있으나 아직 상당히 미흡한 정도이다.

소결금속(sintered metal)은 기공(pore)의 존재로 성형에 의해서 체적변화를 유발하므로 이제까지 사용되어오던 일반 소성이론(conventional plasticity theory)은 적용할수 없기 때문에 소결금속에 대한 소성이론을 정립해 오고 있다. 그 발달 과정을 보면 미국과 일본에서 각각 독자적인 방법으로 진행되었는데 미국에서는 Kuhn 씨¹⁾가 포아손 비(ν)를 정의하여 실험적으로 구하고 이것을 기초로 하여 항복조건을 정립하고 응력과 변형도율과의 관계를 유도해 냈고 동시에 알루미늄 분말 소결원판 단조에 적용하여 그 실용성을 예시하였다. 한편 일본에서는 교오토오 대학의 Shima, Oyane 등이²⁾ 연구

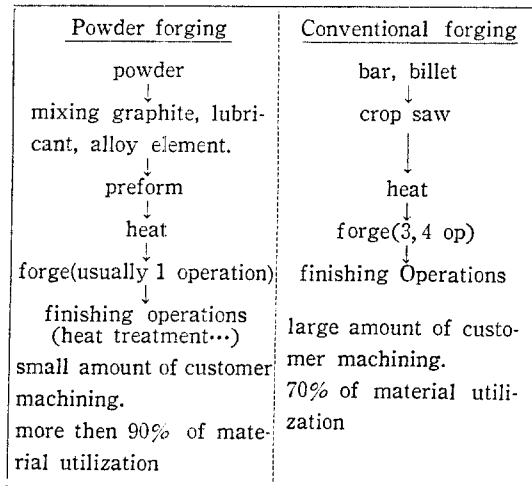


그림 1 분말금속성형과 일반금속성형.

정립한 것으로서 다공성 금속과 그 본금속의 항복 응력비와 정수압의 항복 응력에 대한 영향도를 정의하여 실험을 통하여 결정한 다음 항복조건을 만들고 이로부터 응력과 변형율과의 관계, 등가 변형율을 유도하였고 이를 체금형 압축시험에 적용하였다.

2. 이론 해설

다공성 금속에 대한 소성이론의 기본법칙으로는 평형조건(equilibrium equation)을 만족, J_1 (first invariant of stress)과 J_2' (second invariant of deviatoric stress)의 함수인 항복조건식을 만족, 항복 조건식으로부터 유도된 응력-

◆ 解 說

변형율의 관계식을 만족하고, 압축성(compressibility)의 조건등을 만족해야 한다.

2.1. Kuhn의 이론

(가) 포아손 비(ν)의 결정

실린더의 압축시험에서 마찰을 없애면 그때의 종방향 변형율과 횡방향 변형율의 비가 포아손 비가 된다. 즉,

$$\nu = -d\epsilon_r / d\epsilon_z \quad (1)$$

여기서 $d\epsilon_r$ 은 횡방향의 변형율이고 $d\epsilon_z$ 는 종방향의 변형율이다. 무 마찰 조건은 윤활제로서 테프론판(teflon sheet)를 사용하였고 5%의 변형때마다 갈아 넣었다. 재료는 알루미늄 합금 분말 601AB를 사용하였고 (Al-1 Mg-0.6 Si-0.25 Cu)이었다. 1,150°F(620°C)에서 질소 분위기 30분 조건으로 금형압축성형($d=25.4\text{mm}$)된 시편을 소결하였다. 초기밀도는 76, 81, 93%의 이론밀도로 하였고 높이와 지름의 비는 0.3~1.0으로 하였다. 그 결과 ν 와 ρ (밀도)와의 관계는

$$\nu = 0.5\rho^2 \quad (2)$$

으로 실험 데이터들이 fitting되었다(그림 2 참조). 위 실험의 작업 온도는 700°F(371°C)이었고 금형의 예열 온도는 650°F(343°C)였다. 이는 테프론의 유독성 가스 방출온도 이하이며 이 이유 때문에 알루미늄을 사용하였다.

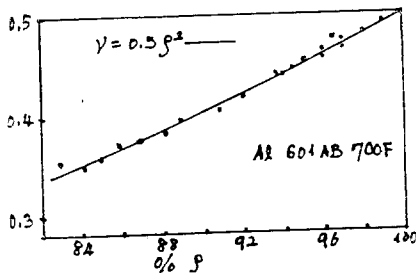


그림 2 ν 와 ρ 의 관계.

(나) 항복 조건과 응력-변형율과의 관계식

다공성 재료에서는 일반 소성이론과는 달리 정수압의 영향과 부피 변화를 고려하여야 하며 결국 von-Mises의 항복조건인 변형형이 될 것이다. 즉,

$$f_p = [3J_2' - (1-2\nu)J_2]^{1/2} \quad (3)$$

여기서 f_p ; yield potential J_2 ; second invariant of stress.

(2)식에서 $\nu \rightarrow \frac{1}{2}$ 되면 일반 소성론의 von-Mises 식인

$$f_p = [3J_2']^{1/2} \quad (4)$$

이 된다(그림 3 참조).

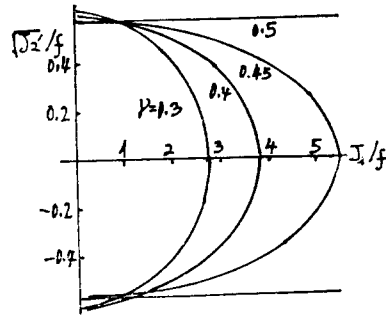


그림 3 Yield locus for material.

응력과 변형율과의 관계는 Normality Flow Rule을 이용하여

$$d\epsilon_i = d\lambda \partial f_p / \partial \sigma_i \quad (5)$$

를 사용하였고 결과는

$$d\epsilon_1 = \{\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\} \frac{2d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}}$$

$$d\epsilon_2 = \{\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)\} \frac{2d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \quad (6)$$

$$d\epsilon_3 = \{\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\} \frac{2d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}}$$

여기서

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} + (1-2\nu)(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right]^{1/2}$$

$$d\bar{\epsilon} = \left[\frac{(1-\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2 + (d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2 + (d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2 \} + \frac{1}{2(1-2\nu)} (d\epsilon_1 d\epsilon_2 + d\epsilon_2 d\epsilon_3 + d\epsilon_3 d\epsilon_1) \right]^{1/2}$$

이고 각각 등가 항복 응력, 등가 변형율이라고 하고 단축 응력 변형제와 등가시킨 것이다. 위의 관계들은 평형 방정식과 함께 실제의 문제를 풀어 내는 데 기본 방정식들이 된다.

(다) 응용

마찰이 고려되어야 하는 실제적인 cylindrical billet upsetting에(그림 4) 위의 이론을 응용

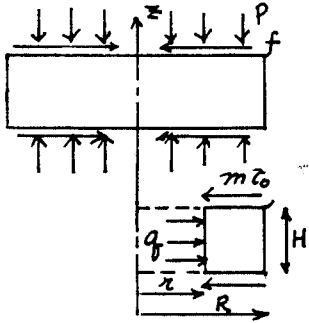


그림 4 Cylindrical upsetting의 작용력 표시.

하여 보려고 한다. 우선 금형 접촉면에서의 마찰상수를 m 이라고 하면

$$\tau = m\tau_0 \quad (7)$$

여기서 τ_0 는 전단항복응력이다. 평형방정식에서

$$q = 2m\tau_0(R-r)H \quad (8)$$

항복조건식에서

$$Y^2 = (p-q)^2 + (1-2\nu)(q^2 + 2pq) \quad (9)$$

p 는 수직압력이고 Y 는 항복응력이다. 여기서 $\nu = 1/2$ 이면

$$p = q + Y \quad (10)$$

다음 radial strain increment와 axial strain increment의 비를 구하면

$$-\frac{d\epsilon_r}{d\epsilon_z} = [q(1-\nu) - \nu p] / [2\nu q - p] \quad (11)$$

(8), (9)식을 (11)식에 대입하면

$$-\frac{d\epsilon_r}{d\epsilon_z} = \frac{\rho^2}{2} - M(1-r')B / [(1-2M^2)(1-r')^2 B]^{1/2} \quad (12)$$

여기서 $r' = r/R$, $M = mR/H$, $B = 1 - \rho^2/2 - \rho^4/2$ 이다. 다음은 밀도분포를 알아보기 위하여

$$-d\rho/\rho = d\epsilon_r + d\epsilon_\theta + d\epsilon_z = d\epsilon_z(1 + 2d\epsilon_r/d\epsilon_z)$$

이고

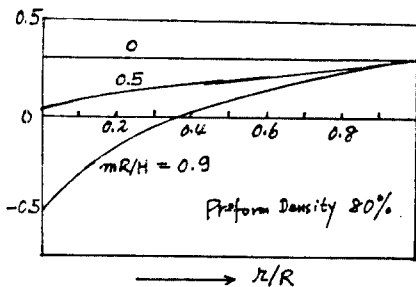


그림 5 $-d\epsilon_r/d\epsilon_z : r/R$.

$$-d\rho/d\epsilon_z = \rho(1 + 2d\epsilon_r/d\epsilon_z) \quad (13)$$

위의 (12), (13)식의 결과는 (그림 5), (그림 6)으로 나타내었다.

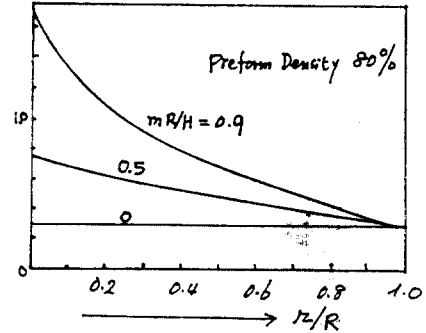


그림 6 $-d\rho/d\epsilon_z : r/R$.

2.1. Shima, Oyane의 이론

(가) 항복 조건

정수압을 σ_m 이라 하고 매트릭스 재료의 항복응력을 $\bar{\sigma}_0$ 라고 하면

$$f'\bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma} = [\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\} / 2 + (\sigma_m/f)^2]^{1/2} \quad (13)$$

여기서 f' 은 다공성 재료와 매트릭스 재료의 항복응력의 비이고 f 는 항복에의 정수압의 영향도를 나타낸다. f 와 f' 는 실험적으로 결정된다.

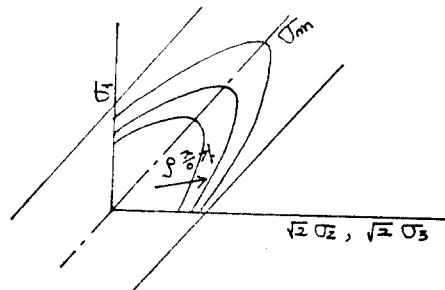


그림 7 항복평면.

(나) 응력과 변형율과의 관계

(13)식과 (5)식을 사용하여 전개 정리하면

$$\begin{aligned} d\epsilon_1 &= d\lambda \{ \sigma_1 - (1-2/9f^2)\sigma_m \} \\ d\epsilon_2 &= d\lambda \{ \sigma_2 - (1-2/9f^2)\sigma_m \} \\ d\epsilon_3 &= d\lambda \{ \sigma_3 - (1-2/9f^2)\sigma_m \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} d\epsilon_v &= d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3 = -d\rho/\rho \\ &= d\lambda(2/3f^2)\sigma_m \end{aligned} \quad (15)$$

◆ 解 說

다음 단위 체적당 소성 변형 에너지를

$$dW = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + \sigma_3 d\epsilon_3 = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \quad (16)$$

라고 두면

$$d\bar{\epsilon} = \left[\frac{2}{9} \{ (d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2 + (d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2 + (d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2 \} + (f d\epsilon_v)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

(다) f 와 f' 의 결정

만일 단축 압축 실험을 한다면

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0, \quad \sigma_m = \frac{\sigma_1}{3}$$

이 된다.

$$\frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_2}{d\epsilon_v} = \frac{9}{2} f^2$$

이 되고

$$f = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_2}{d\epsilon_v} \right)^{1/2} \quad (18)$$

이 된다.

또한 f' 을 결정하기 위하여 항복조건으로 부

터

$$f' = \frac{|\sigma_1|}{\bar{\sigma}_0} (1 + 1/9 f^2)^{1/2} \quad (19)$$

가 된다.

지름 20 mm, 길이 25 mm인 원형봉을 구리분말로 성형하여 900°C 2 hr in Vacuum으로 소결하였으며 성형시 사용한 윤활제는 zinc stearite이었다. 또한 압축시험시 p, t, f, e 막들을 윤활제로 사용하였다. ϵ_1 의 증가에 따라 ϵ_v, ϵ_2 변화를 그래프로 나타내었고(그림 8, 그림 9) 이것들로부터 (18)식을 구하여 각 순간에서의 밀도와 의(그림 10)관계를 도식하였다(그림 11). 결국 데이타를 최소 자승법을 적용하여

$$f = 1/2.49(1 - \rho)^{0.514} \approx 1/2.5 \sqrt{1 - \rho} \quad (20)$$

본 실험에서 단축응력을 밀도의 함수로 도식한 데이타를 $f' = f^n$ 으로 fitting하여 보면 $n = 2.5$ 가 가장 적당하게 채택하였다(그림 12).

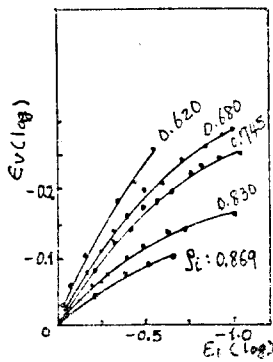


그림 8 $\epsilon_v : \epsilon_1$.

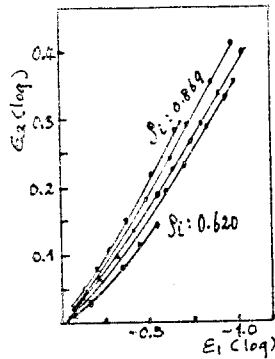


그림 9 $\epsilon_2 : \epsilon_1$.

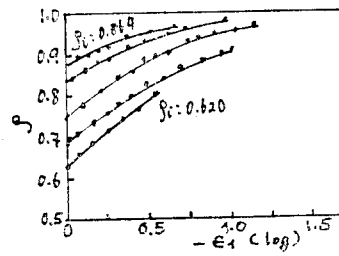


그림 10 $\rho : (-\epsilon_1)$.

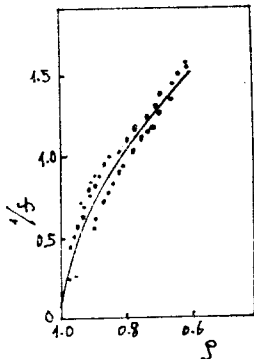


그림 11 $1/f : \rho$.

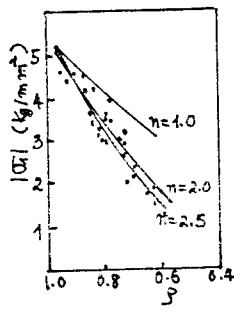


그림 12 $|\sigma_1| : \rho$.

3. 연구현황 및 경향

실제적인 문제에 적용하기 편리한 Shima, Oyane의 이론을 기초로 하여 Oyane와 Tabata가³⁾(1974), 평면 변형의 경우, slip line theory와 upper bound theory를 정립하여 plat punch indenting, upsetting과 extrusion 등에 적용하였고 1977년 Tabata와 Masaki는⁴⁾ porous material의 마찰계수 μ 를 결정하기 위한 환 시험 곡선에 관하여 연구하여 이를 가능케 하였고 같은해 두사람은 삼각 punch의 indenting에

slip line theory 를 적용하여 dead metal cap, indentation pressure 와 mean effective strain 에 관하여 연구하였다⁵⁾.

마찰상수 m 에 대하여서는 1982 년 문제호씨⁶⁾ 가 한국과학기술원 졸업논문으로 upper bound theory 를 이용하여 환시험 곡선을 구해 내었다.

앞으로의 연구경향은 기초이론들이 대충 정립되었으나 축대칭경우의 slip line theory 가 아직 개발되지 않았고 실제 문제에 적용한 연구들이 미진하므로 앞으로 이 분야의 연구가 많아질 것으로 본다.

Reference

1. H. A. Kuhn, C. L. Downey, "Material Behavior in Powder Preform Forging" J. of Eng. Mat. Tech. Jan. 1973.
2. S. Shima and M. Oyane, "Plasticity Theory for Porous Metals." Int. J. Mech. Sci. 18, 285 (1976)
3. M. Oyane and T. Tabata, "Slip Line Field Theory and Upper Bound Theory for Porous Materials." 塑性と加工 Vol. 15, 1974.
4. T. Tabata and S. Masaki, "Determination of the Coefficient of Friction in Forging of Porous Metals From Ring Compression." Int. J. Mech. Sci Vol. 20, 1978.
5. T. Tabata and S. Masaki, "An Analysis of Wedge. Indentation of a Porous Material." Bul. of the JSME. Vol. 20 May 1977.
6. 오홍국, 문제호. "소결 금속의 링압축에 관한 연구" 한국과학기술원 기계공학과 석사학위논문 1982.

國際學術大會案內

第1回 國際塑性技術學術大會

(1st International Conference on Technology of Plasticity)

日 時 : 1984 年 9 月 3 日 ~ 7 日

場 所 : 日本 東京

主 管 : 日本塑性加工學會
日本精機學會

連絡處 : The Japan Society for Technology of Plasticity,
Torikatsu Building,
5-2-5, Roppongi,
Minato-Ku, Tokyo 106,
Japan