韓國 軍事運營分析 學會誌
第 8 卷 第 2 號, 1982, 12

砲隊의 適正配置 方案

(On an Optimal Artillery Deployment Plan)

尹 相 允*
金 聖 植*

ABSTRACT

This paper offers an optimal artillery deployment scheme for the defending unit when two forces are confronted at a military front line. When proposed gun sites, types and number of guns as well as targets are given, the solutions of the two models in this paper direct each (unit of) guns to a certain location. The aim of the models is to maximize the number of guns which can hit important targets. Unlike widely used target assignment models, these models are formulated using the set covering problem concept. These models do not contain probabilities and time.

Thus they are simple as models, easy in implementation, and yield tractable solutions.

The dynamic and probabilistic feature of battle situations is implicitly reflected on the models. The first model is for the case that enemies' approaching route is clearly predictable, while the second model is for the unpredictable approaching route case.

I. 序 論

두 개의 세력이 대치하여 休戰狀態에 놓여 있는 경우 現戰線을 防禦線 유지로 삼고 있는 측은 敵 侵攻時 인원, 장비, 시설을 방어선 유지라는 目的에 맞추어 적절히 배치하여야 한다. 兩軍이 방어선에서 對峙하는 경우 어떠한 특정지역은 특정부대가 담당하게 되고 이 부대에는 포병부대가 배속하게 된다. 배속된 포병부대에는 그 數에 있어서 限定된 여러가지 종류의 砲가 있고 포는 種類에 따라 1回 發射時 火力과 발사속도, 射程距離가 다르다. 또한 포를 배치시킬 수 있는 場所(이하 후보지역)는 적의 항공기 및 포의 공격을 용이하게 할 수 없는 자리라야 한다. 또한 地形上 砲의 접근이 용이한 곳이어야 하기 때문에 그 數 및 넓이에 있어 제한을 받게 된다. 砲의 配置가 가능한 자리라고

(*) 高麗大學校 產業工學科

하여도 각 大砲는 사정거리가 정해져 있기 때문에 후보지에 따라서는 그 장소에 배치될 수 없는 大砲도 있다. 본 연구는 이러한점 들을 고려하여 적에게 가능한 한 많은 피해를 주기 위하여 주어진 후보지들에 어느 종류의 大砲를 몇 대 배치할가 하는 문제를 수식으로 모델化하여 그 해를 구하는데 주안점을 두고 있다. 戰鬪狀況은 일종의 stochastic process 이다.

이는 敵의 攻擊場所, 공격규모 및 방법,적과 아군의 피해 상태들은 전투가 벌어지기 전에는 豫測할 수 없으며 예측될 경우 이는 확률 분포로서 예측되고 (probabilistic feature) 또한 이는 시간에 따라 계속적으로 변화기 (dynamic feature) 때문이다. 그러나 전투에서 일어날 수 있는 모든 상황을 state space 로 하는 stochastic process 를 modeling 하는 것은 이론적으로는 가능할지 모르나 state space, 관련 transition probability 들의 수가 너무나 많고 복잡하기 때문에 전투의 극히 일부 狀況만 모델化 하거나 상당히 非現實的인 가정이 첨부되지 않는 한 실제로 거의 불가능하다. 이러한 난점을 극복하기 위하여 자주 사용되는 기법이 War game simulation 이다. 그러나 simulation 의 결과는 주어진 확률 분포하에서 얻어지는 결과이므로 상황이 전혀 기대하지 않은 방향으로 벌어졌을 경우 simulation 의 결과로 제시된 배치 방법이 열등한 방법이 될 가능성도 있다. 또한 simulation 사용시 고려되어야 할 사항 (적의 공격 형태, 규모, 피해등) 이 상당히 많기 때문에 시간과 노력이 상당히 필요하게 된다는 문제점도 있다. 본 연구는 모델에서 확률을 배제하고 또한 모델을 간단한 형태로 만들기 위해 다음과 같은 개념하에서 수학적 모델을 형성하였다.

일단 戰爭이 시작될 경우 아군 (방어측) 의 砲隊는 적의 포격 및 항공기의 공격을 받아 손실을 입더라도 침입하는 적에게 계속적인 타격을 주어 이를 격퇴시킬 수 있어야 한다. 이렇게 하기 위해서는 주어진 지역을 담당하고 있는 단위부대는 이미 보급되어 있고 그 수가 한정된 여러 종류의 대포를 적절히 배치하여 주요 목표 (표적) 를 포격할 수 있는 대포의 수를 가능한 한 많게 해주어야 한다. 그 이유는 특정지역을 포격할 수 있는 大砲中 그 일부가 적의 先制 공격에 의하여 파괴된다 하더라도 다른 장소에 배치되어 그 특정지역을 포격할 수 있는 대포가 적에게 계속적인 피해를 주어 敵侵을 저지할 수 있는 확률이 증가되기 때문이다. 이러한 개념의 도입으로 본 연구는 砲隊位置決定 문제를 확정형인 지역담당모델 (set covering problem model) 로 형성하여 가능한 한 많은 大砲를 중요 표적에 포격할 수 있도록 배치하는데 목적을 두었다. 砲隊에 관련된 연구는 여러 문헌에서 많이 발견할 수 있으나 이들은 대개 표적 할당 문제 (target assignment) (일반적인 경우 Manne [3], denBroeder et, al [1]; 미사일의 경우 Miercort [5]; 폭격기의 경우 Rice, et. al [6], 등) 와 이와 관련된 표적 피해 측정 (Jarnagin,, DiDonato [2], McNolty [4], Schroeter [7]) 등에 관한 것이다. 그러나 포대 위치 선정 문제는 표적의 위치 및 크기가 dynamic 하게 확률을 가지고 변하는 상황하에서 고려되어져야 하므로 위의 모델들과 같이 제한된 시점 및 표적에 촛점을 맞춘다는 것은 그 응용에 있어서 제한을 받는다. 본 연구에서의 모델은 일반적인 표적 할당 문제와는 달리 확률을 고려하는 대신 중요 표적에 도달할 수 있는 무기의 수를 최대로 하는데 목적을 둔 확정형 지역 담당 모델로서 이는 다음 절에서 볼 수 있듯이 발생할 수 있는 모든 전투 상황의 확률과 시간에 따른 변화를 포괄적으로 고려하게 된다. 본 연구는 두 가지 형태의 모델을 제시한다. 첫째 모델 (이하 모델 I) 은 敵의 主攻擊 方向이 地形, 情報分析 등의 結果로 거의 확실하게 알려져 있을 경우의 모델이며, 두번째 모델 (이하 모델 II) 은 敵의 주공격 방향의 예측이 어려울 경우의 모델이다. 모델 I 은

0-1 Integer Programming에 의해, 모델 II는 Integer Programming에 의하여 그 해가 구해지게 된다.

II. 모델 구성

아래에 제시된 모델들은 戰鬪勃發에 對備한 休戰狀態에서의 大砲의 適正配置問題를다루고 있다. 따라서 戰鬪開始時에 大砲들이 적절한 位置에 놓여있도록 모델이 이루어져야 하며 여기에서 고려되는 전투 상황은 戰鬪開始時의 狀況이 된다. 이러한 이유로 戰鬪開始時 狀況을 定義할 必要가 생긴다. 본 연구에서는 적이 그들의 위치에서 출발하여 아군의 最前方 防禦線까지 도착하는 동안 일어나는 상황을 戰鬪開始時의 狀況으로 보았고 그동안 이미 배치된 대포들의 위치는 변하지 않는다고 가정하였다. 물론 大砲들의 위치는 狀況에 맞추어 적절히 변화시켜야 하나 일반적으로 現配置된 위치에서 어느 정도 作戰任務를 수행한 후에 이동시켜야 할 상황이 전개되므로 본 연구는 이와같이 戰鬪開始狀況을 定義하며 이를 기초로 大砲의 最適位置를 결정하도록 모델을 구성하였다. 이와 더불어 모델 구성시 다음과 같은 일반적인 가정이 추가되었다.

0.1 특정 지역을 담당하고 있는 單位部隊를 지원하는 砲隊들의 任務는 被支援部隊의 담당 지역내에 存在하는 표적에만 사격한다. 즉 타 부대의 담당 지역에는 지원을 하지 않게 된다. 實戰의 경우 타 부대가 담당한 지역으로만 적이 오게 되면 타 부대의 지원이 가능하겠지만 砲隊의 우선적인 任務는 담당 지역에 대한 火力支援에 있으므로 타 지역을 지원하는 경우는 고려에서 제외하였다.

0.2 모든 砲隊는 계획된 主防禦線에서 종류에 따라 일정 거리보다 먼 후방에는 배치되지 않는다. 이는 주방어선의 붕괴는 피하여야 하기 때문에 이곳에서의 交戰時 모든 포대가 지원해 줄 수 있어야 하기 때문이다. 여기에서 일정 거리라 함은 대략적인 有效射距離를 말한다.

0.3 모든 砲隊는 주방어선 붕괴시 次後任務遂行을 위해 충분한 시간을 가질 수 있도록 하기 위하여 주방어선으로부터 주어진 최소한의 거리 이상은 떨어져 있어야 한다. 따라서 주방어선으로부터 후방으로 일정거리 사이에는 배치 가능 후보지가 고려되지 않는다.

0.4 모든 후보지에 최대로 배치될 수 있는 포대의 수는 정해져 있다. 이는 지역의 특성에 따라 空間的으로 제한을 받기 때문에 고려될 뿐만 아니라 한 지역에 대포들이 集中配置되어 있을 경우 적의 집중 공격 목표가 되어 1회의 공격으로부터 많은 피해를 받게 되기 때문이다. 이러한 가정들은 현실에서도 적용하고 있는 가정이며 이미 이러한 가정하에 후보지들이 정해져 있다고 생각하여서 본 연구의 모델에 직접 반영되어 있지는 않다.

用語 및 記號

I ; 담당 지역내의 모든 목표물로 이루어진 표적의 수

L ; 예상 침입로상에 존재하는 목표물로 이루어진 표적의 수

W_i ; 標的 i의 軍事的 重要度 $i = 1, \cdots, I$ 표적은 戰略的 또는 戰術的 價値에 따라 重要度가 정해진다. 아군에게 큰 위협을 줄 수 있는 표적은 다른 표적에 비해 相對的으로 중요도가 더 크다. 또한 동일한 형태의 표적이라 할지라도 표적이 존재하는 위치에 따라 중요도가 달라진다. 모델에서 중요도는 旣知의 값으로 한다.

$$e_{jk} \begin{cases} 1 \text{ ; 포대 } j\text{가 후보지 } k\text{에 배치 가능하면} \\ 0 \text{ ; 배치 불가능 하면} \end{cases}$$

$$j = 1, \cdots, m \qquad k = 1, \cdots, n$$

砲隊는 種類에 따라 배치되어야 할 위치가 다르다. 모델에서는 旣知의 값으로 한다.

$$a_{ijk}\begin{cases}1\ ;\text{포대 } j\text{가 후보지 } k\text{에서 표적 } i\text{에 사격 가능하면}\\0\ ;\text{사격을 할 수 없으면}\end{cases}$$

$i \in I$ 혹은 $i \in L$

$j = 1, \cdots, m \qquad k = 1, \cdots, n$

a_{ijk}의 값은 표적과 포대간의 거리에 의해 결정된다. 그러나 포대 j의 사격 가능 범위가 방향상으로 제한을 받게 되면 $a_{ijk} = 1$이 되기 위해서는 표적 i가 후보지 k에 있는 포대 j의 거리 및 방향상으로 사격 가능 범위내에 존재하여야 한다.

t_j ; 포대 j가 차지하는 空間上의 단위 면적 포대는 종류에 따라 차지하는 면적이 각각 다르므로 후보지의 容量에 制限이 있을 경우 각 포대가 후보지의 용량을 채우는 데 기여하는 度가 각각 다르기 때문에 주어진 것이다.

g_k ; 후보지 k의 最大收容能力 $k = 1, \cdots, n$

모델 I

이 모델은 情報分析에 의하여 적의 침공로를 거의 확실하게 알고 있을 경우, 즉 적의 主攻方向에 대해 아군이 충분히 탐지하고 있을 경우에 적용되는 모델로서 목표에 提供되는 火力을 충분하게 하며 동시에 주요 표적에 사격할 수 있는 포대의 수를 가능한 한 많게 하기 위한 목적에 맞도록 구성하였다. 모델을 구성하기에 앞서 前述한 가정외에 다음과 같은 가정이 추가된다.

1.1 1회 사격시 사격발수는 最適効果를 낼 수 있는 범위 내로 제한된다. 이는 전투시 주위에 포탄이 떨어지면 호속으로 숨거나 대피하게 되어 동일한 지점에 계속하여 사격을 한다 하더라도 사격한 포탄의 양에 비해 적의 피해 효과는 크게 증가하지 않기 때문에 동일한 표적에 지속적으로 일정 발수 이상을 사격한다는 것은 포탄의 낭비밖에 되지 않는다. 따라서 동일한 표적에 1회의 사격발수는 적절한 범위내로 제한을 받는다. 모델에서는 旣知의 값으로 하였다.

1.2 적의 후방 진지에서 일정량 이상의 火力을 集中시킬 수 있어야 한다. 이는 최초 적이 공격할 때 포격할 경우 적의 초기 피해가 커진다는 의미뿐만 아니라 적의 후방까지 포격을 가능하게 하기 때문에 담당 지역내의 주경로가 아닌 곳에 출현하는 표적에 대해서도 항상 사격을 할 수 있어야 한다는 砲隊配置의 基本原則을 만족시키기 위한 것이다.

1.3 침입로상의 표적에 대해서는 우리가 원하는 피해 효과를 내기에 충분한 양의 火力을 集中시킬 수 있어야 한다. 그런데 어떤 표적에 사격할 수 있는 포들이 적의 공격으로부터 피해를 받아 支援이 不可能하게 되었을 경우 아군이 要望하는 적의 피해 효과를 내기 위해 필요한 양의 火力을 集中시킬 수 없는 사태가 發生하기도 하나 그 피해량은 時間과 狀況에 따라 변하고 또한 예측도 힘들어 이런 점을 수식화 하기에는 문제점이 있다. 따라서 이 모델에서는 위와 같은 가정을 표시하기 위해 가정을 우리가 보유한 砲가 전혀 피해를 받지 않았을 경우에는 侵入路上의 全目標에 일정 시간에 걸쳐 필요량 이상의 火力이 집중되어야 한다고 하였다. 이러한 가정들과 더불어 모델 I을 구성하기 위해 다음과 같은 記號가 추가로 정해진다.

d_i ; 표적 i에 아군이 요망하는 피해효과를 내기 위해 필요한 火力의 量

$i \in L$

이를 산출하는 方法은 여러가지가 있으며 모델에서는 旣知의 값으로 한다.

S_j ; 포대 j의 1회 射擊時의 火力

$j = 1, \cdots, m$

이는 大砲의 종류에 따라 각각 다르며 1개 표적에 지속적으로 사격하여 最適効果를 낼 수 있는 1회 사격시의 火力

N_j ; 포대·j가 單位時間당 사격 가능 횟수

$j = 1, \cdots, m$

이는 실제로 사격하는 시간과 1개 표적에 사격후 다음 표적에 사격하기 위하여 준비하는 시간을 포함하여 구해진다. 여기에서 單位時間이라 함은 적의 공격 形態가 변화하지 않고 維持되는 시간이다. 예를 들면 적의 제1제대가 어떤 형태로 공격하여 실패하면 제2제대가 같거나 또는 相異한 形態로 공격하거나 제1제대를 增援하게 되어 戰線의 形態가 변화를 가져올 수 있다. 이러한 경우 첫번째 공격 시간과 두번째 공격 시간 사이를 단위 시간이라 볼 수 있다. 이 단위 시간은 地形, 敵戰術, 敵能力등을 고려하여 전문가에 의하여 정해질 문제이다. 본 모델에서는 기지의 값으로 간주하였다.

x_{jk} $\begin{cases} 1 \text{ ; 포대 } j \text{가 후보지 } k \text{에 배치되면} \\ 0 \text{ ; 배치되지 않으면} \end{cases}$

$j = 1, \cdots, m \qquad k = 1, \cdots, n$

y_{ij} ; 포대 j가 표적 i에 사격하는 횟수

$i \in L, \quad j = 1, \cdots, m$

이 횟수는 단위시간내에 가능한 횟수를 나타낸다.

以上과 같은 가정과 定義한 記號에 의하여 모델 I을 구성하면 목적함수는 重要度(W_i)를 고려하여 침입로상에 存在하는 목표들에 사격할 수 있는 포대의 수($a_{ijk} \cdot x_{jk}$)를 최대로 하기 위하여 아래와 같이 표시한다.
목적함수

$$\text{Maximize } \sum_{i \in L} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} W_i \, a_{ijk} \, x_{jk}$$

가 되고 제약식은

(1) $\sum_{k=1}^{n} e_{jk} \, x_{jk} = 1 \qquad j = 1, \cdots, m$

으로서 모든 포대는 배치되며 각 포대는 1개의 후보지에만 배치되어야 함을 나타낸다.

(2) $\sum_{j=1}^{m} t_j \, e_{jk} \, x_{jk} \leq g_k \qquad k = 1, \cdots, n$

이는 가정 0. 4의 반영으로서 후보지의 용량이 한정되어 있기 때문에 각각의 후보지에 배치되는 포대의 수에 대한 제약을 나타낸다.

(3) $\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} S_j \, a_{ijk} \, x_{jk} \, y_{ij} \geq d_i \qquad i \in L$

이는 가정 1. 2와 1. 3의 반영이다. 즉 $i \in L$인 모든 목표물에는 요구량 이상의 火力이 提供되어야 하며 목표물에는 적의 후방 공격 진지도 포함되어 있어야 한다.

(4) $\sum_{i \in L} y_{ij} \leq N_j \qquad j = 1, \cdots, m$

포대 j가 각 표적에 사격하는 횟수는 포대 j의 단위시간내 사격 가능 횟수 N_j를 초과할 수 없음을 나타낸다.

(5) $x_{jk} = 0$ 혹은 $1 \qquad j = 1, \cdots, m$
$k = 1, \cdots, n$
$y_{ij} \geq 0$ 정수 $\quad i \in L \quad j = 1, \cdots, m$

따라서 이들을 정리하면 모델 I은

모델 I $\quad \text{Maximize } \sum_{i \in L} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} W_i a_{ijk} x_{jk}$

subject to

$$\sum_{k=1}^{n} e_{jk} \, x_{jk} = 1 \qquad j = 1, \cdots, m \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{m} t_j \, e_{jk} \, x_{jk} \leq g_k \qquad k = 1, \cdots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} S_j \, a_{ijk} x_{jk} y_{ij} \geq d_i \qquad i \in L \quad (3)$$

$$\sum_{i \in L} y_{ij} \leq N_j \qquad j = 1, \cdots, m \quad (4)$$

$$x_{jk} = 0, 1 \quad j = 1, \cdots, m$$
$$k = 1, \cdots, n \qquad (5)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad \text{정수} \quad i \in L, \; j = 1, \cdots, m$$

모델 I 에서 결정변수는 두가지 형태로서, x_{jk} 는 二進變數이고 y_{ij} 는 非負整數이다. 제약식 (3)은 二進變數와 非負整數의 곱의 형태가 되어 非線型이다. 따라서 모델 I은 제약식 (3) 때문에 쉽게 해를 구하기가 어렵다. 그러나 $x_{jk} \cdot y_{ij}$ 와 같이 二進變數와 非負整數의 곱의 형태를 單一變數로 치환 가능하므로 모델 I은 線型 모델로 전환이 가능하다. 제약식 (4)에서 볼 수 있듯이 y_{ij} 가 가질 수 있는 값은 N_j 를 초과할 수 없으므로 y_{ij} 를 二進값을 갖는 다른 변수로 대체하면 $x_{jk} \cdot y_{ij}$ 는 二進變數들의 곱의 형태로 전환되어 모델 I은 二進整數計劃問題(0-1 Integer Programming Problem)에 의해 最適解를 구할 수 있다.

그러나, 제약식 (3)에서 볼 수 있듯이 가용 포대의 火力으로 모든 목표물에 원하는 만큼의 화력을 제공할 수 없는 경우에는 가능해가 얻어지지 않는다.

따라서 이 경우 가능해를 얻기 위해서는 표적중 중요도가 낮을 것을 고려 대상에서 제외하면서 가능해를 얻으면 된다. 단 이때 최후방 목표는 표적에 항상 포함되어 있어야 한다. 가능해가 얻어지지 않을 경우는 前述한 바와 같이 제약식 (3)에서 볼 수 있듯이 아군이 요망하는 적의 피해 효과를 얻기 위해 필요한 火力의 량이 아군이 실제 가용한 火力의 量보다 크기 때문에 발생된다. 이러한 경우 즉 가능해가 얻어지지 않았을 경우 제약식 (3)을 만족하여 가능해를 얻기 위해 추가적으로 얼마만큼의 火力이 더 요구되어야 하는가를 분석하거나, 現火力 범위내에서 적에게 피해를 준다면 그 피해량은 어느 수준으로 해야 하는가를 분석하여 전투에 필요한 추가적인 資料를 얻을 수 있게 된다.

모델 II

모델 II는 敵 主功擊路의 豫測이 어려울 경우 각 砲隊의 位置를 決定하는 문제이다. 적 주공격로의 예측이 어려울 경우 아군이 취할 수 있는 가장 效果的인 方案은 重要 目標物들에 가능한 한 많은 포대가 사격을 할 수 있도록 하여 적이 어떠한 形態로 공격을 하여도 적에게 큰 피해를 주도록 각 포대를 배치하는 것이다. 이 경우 모델 I 에서와 같이 모든 목표에 요구되는 量의 火力을 단위 시간내에 集中시킨다는 것은 배치된 포대의 수가 언제나 限定되어 있으므로 현실적으로 불가능하다. 따라서 이러한 경우 목표 지점에 提供되는 火力의 量은 일차적으로 고려에서 제외하고 단지 중요한 목표에 사격할 수 있는 포대의 수를 가능한한 많게 하는데 目的을 둔다. 그러면 결과적으로 중요 지점에 많은 火力을 集中시킬 수 있는 가능성도 높아지고 아군 포대의 일부가 피해를 받아 사격을 하지 못하는 포대가 發生하더라도 나머지 砲隊가 持續的으로 중요 지점에 사격을 실시하게 되어 火力의 空白은 감소하게 된다. 이러한 이유로 모델 II에서는 모델 I 에서 고려한 각 포대별 支援火力의 量은 除去하고 대신 목표물은 作戰地域內 모든 지점으로 확대하게 된다. 모델 II를 구성하기 위해 모델 I 에서 使用하였던 記號를 修正하고 추가한다.

nt_j : 종류 j 인 포대의 수 $j = 1, \cdots, m$

x_{jk} : 決定變數로서 후보지 k 에 배치되는 종류 j 인 포대의 수

$$j = 1, \cdots, m \qquad k = 1, \cdots, m$$

따라서 모델 II는

$$\text{목적함수} \quad \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} W_i \, a_{ijk} \, x_{jk}$$

로서 중요도(W_i)가 큰 표적에 사격할 수 있는 포대의 수를 최대로 하며 제약식으로서

$$(1) \quad \sum_{k=1}^{n} e_{jk}' \, x_{jk} = nt_j \qquad j = 1, \cdots, m$$

으로서 주어진 각 종류별 포대는 모두 배치되어야 하며

(2) $\sum_{j=1}^{m} t_j \cdot e_{jk} \cdot x_{jk} \leq g_k \quad k=1, \cdots, m$

으로서 각 후보지에 배치되는 종류별 포대는 후보지의 수용 능력을 초과할 수 없다.

(3) $\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} a_{ijk} \cdot x_{jk} \geq 1 \quad i \in I$

이는 現實的으로 모든 목표는 1개 이상의 포대로부터 담당되어야 하므로, 즉 實戰時 어느 지역에도 적의 출현이 가능하므로 제약식(3)이 필요하게 된다. 제약식(3)이 추가됨으로써 가능해가 얻어지지 않을 경우가 있다. 이러한 경우는 선정된 표적이 아군 砲兵의 사정거리 밖에존재하므로 인해서 발생된다. 이때에는 그 표적을 포병 사격으로 제압하는 것은 불가능하므로 고려 대상에서 제외하고 나머지 표적에 대해서만 문제를 푼다.

모델Ⅱ의 목적함수와 제약식에서 결정변수 x_{jk}를 二進變數로 하고 첨자 j를 각 포대별 일련 순서라 하면 지역 담당 모델화되어 二進整數計劃問題에 의해 해를 구할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 종류별로 성능이 동일한 설비가 여러개 있을 경우 각 후보지의 수용 능력 범위내에서 1개의 후보지에 다수 설비를 배치할 수 있으므로 二進整數計劃問題보다 變數의 수를 줄여 整數計劃問題에 의해서 최적해를 구할 수 있다. 모델Ⅱ를 다시 정리하면

$$\text{Maximize} \quad \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} w_i \, a_{ijk} \, x_{jk}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k=1}^{n} e_{jk} \cdot x_{jk} = nt_j \quad j=1, \cdots, m$$

$$\sum_{j=1}^{m} t_j \cdot e_{jk} \cdot x_{jk} \leq g_k$$

$$k=1, \cdots, n$$

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} a_{ijk} \cdot x_{jk} \geq 1$$

$$i \in I$$

$$x_{jk} \geq 0, \text{정수} \quad j=1, \cdots, m$$

$$k=1, \cdots, n$$

모델Ⅱ는 본 연구에서 다루는 포대의 배치 뿐만 아니라 일반적인 設備 및 시설의 배치 문제에도 적용될 수 있다. 예를 들면 種類에 따라 性能이 相異하고, 同一한 종류의 설비는 똑같은 성능을 발휘하는 多數種類(multi-type)의 설비를 配置하는 문제에 적용될 수 있다.

Ⅲ. 適用例題

그림(3-1)은 ○○部隊가 담당하고 있는 作戰地域의 狀況圖이다. ○○部隊는 A와B를 연하는 선을 최종 방어선으로 선정하였으며 情報分析에 의하여 적의 主攻擊路는 그림의 화살표 방향으로 판단하고 있다. ○○부대가 계획한 중요표적은 총 26개로서 이중 16개는 주공격로상에 존재하고 나머지 10개는 기타 지역에 존재한다. ○○부대가 보유하고 있는 포대의 수는 15개로서 이중 3개 포대는 종류1, 3개 포대는 종류2, 나머지 9개 포대는 종류3이다. 각 종류별 포대의 단위시간당 사격 가능 횟수는 종류1이 7회 종류2가 10회 종류3이 15회이며 1회 사격의 효과는 각각 3, 2, 1이다. ○○부대가 선정한 후보지는 14개로서 이들후보지에 보유한 15개 포대를 적절히 배치하여 戰鬪時 가장 효과적인 火力支援이 가능하도록 하고자 한다.

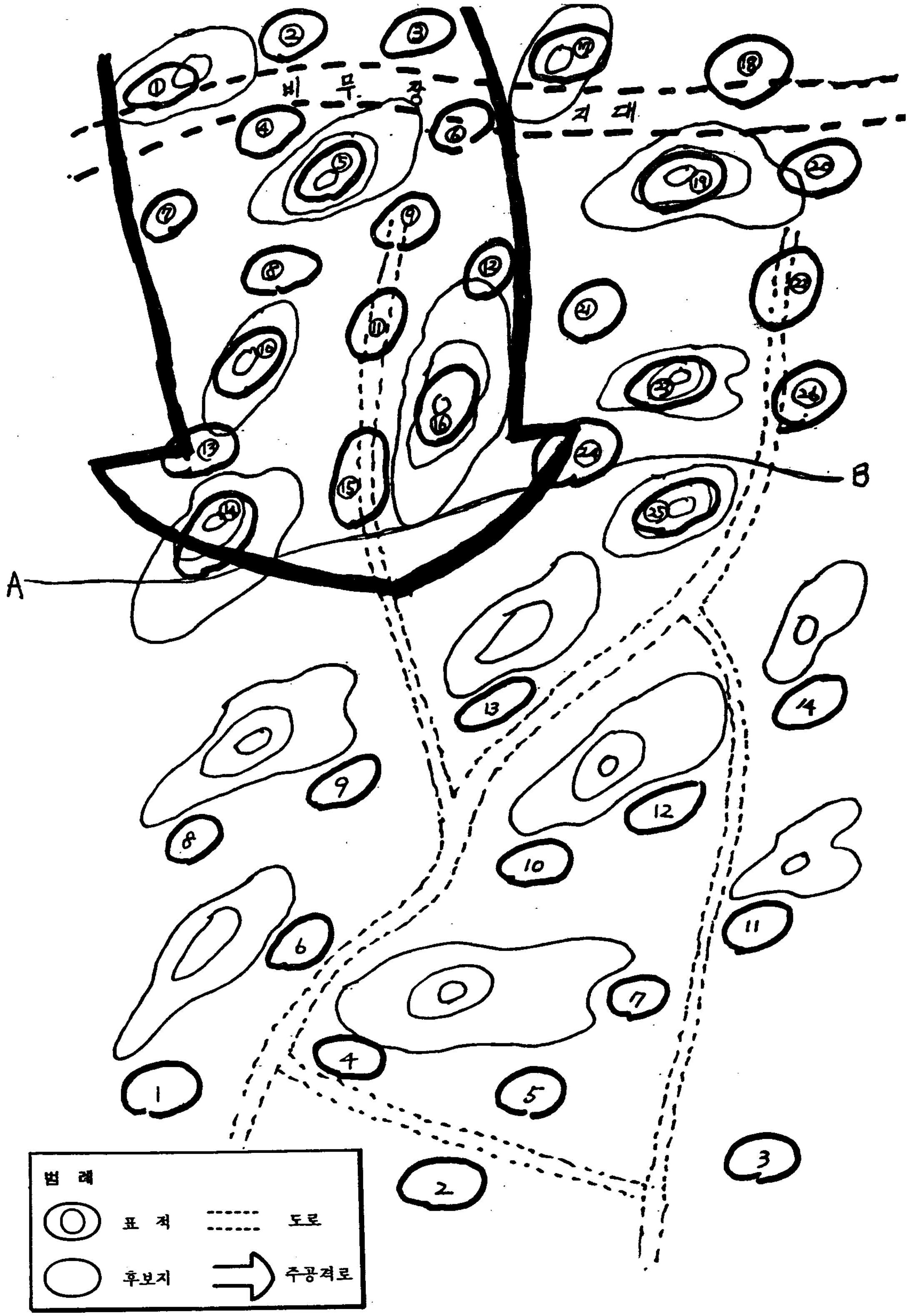


그림 3-1 ○○부대 상황도

1. 모델 I 에 의한 각 포대 위치 결정

모델 I 은 主攻擊路上에 存在하는 16개 표적에 대해서만 고려한다. 狀況設明에 記述된 資料와 旣知의 資料를 정리하면 아래와 같다.

〈표 3-1-1〉 각 포대의 배치 가능 후보지(e_{ik})

후보지 k / 포대 j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1 - 3	1	1	1	1	1									
4 - 6	1			1	1	1	1							
7 - 9						1			1	1		1		
10 - 12								1	1	1			1	
13 - 15							1				1	1	1	1

〈표3-1-2〉 후보지의 수용능력(g_k)

후보지(k)	1	2	3	4	5	6
수용능력 (g_k)	10	9	10	9	9	9

후보지(k)	7	8	9	10	11	12	13	14
수용능력 (g_k)	6	5	3	4	6	3	4	3

〈표3-1-3〉 포대별 1회 사격의 화력(S_j),사격 가능횟수(N_j), 차지하는 단위면적(t_j)

포대(j)	화력 (S_j)	사격횟수(N_j)	단위면적(t_j)
1 - 3	3	7	3
4 - 6	2	10	2
7 - 9	1	15	1
10 - 12	1	15	1
13 - 15	1	15	1

〈표 3-1-4〉 각 포대의 배치 가능 후보지에서 각 표적에 사격 가능 여부(a_{ijk})

포대(j)	후보지(k) \ 표적(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 - 3	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	3	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4 - 6	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7 - 9	6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	9	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	10	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	12	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

포대(j)	후보지(k) \ 표적(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
10-12	8	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	9	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	10	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	13	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13-15	7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	11	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	12	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	13	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	14	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

〈표 3-1-5〉 표적의 중요도 (W_i), 표적에 제공되어야 할 화력의 량 (d_i)

표 적 (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
중 요 도 (W_i)	8	9	10	7	10	10	6	8	10	10	10	8	8	10	10	9
화력의 량 (d_i)	12	15	18	9	15	18	12	15	18	18	18	12	12	21	21	15

2. 모델Ⅱ에 의한 각 포대 위치 결정

모델Ⅱ는 作戰地域內 存在하는 모든 표적에 대해서 고려하게 되고 각 후보지에 배치되는 種類別 砲隊數를 決定하게 된다. 狀況說明에 記述된 資料와 旣知의 자료를 정리하면 아래와 같다.

〈표 3-2-1〉 포대의 종류별 배치가능 후보지 (e_{jk})

종류(j) \ 후보지(k)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	1	1	1	1									
2	1			1	1	1	1							
3							1	1	1	1	1	1	1	1

〈표 3-2-2〉 배치가능 후보지에서 각 표적에 사격 가능여부 (a_{ijk})

종류(j)	후보지(k) \ 표적(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	3	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

후보지(k) \ 표적(i) 종류(j)		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
2	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	5	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	8	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
	9	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0
	10	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	11	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	12	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	13	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	14	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

〈표 3-2-3〉 표적의 중요도 (W_i)

표적(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
중요도 (W_i)	8	9	10	7	10	10	6	8	10	10	10	8

표적(i)	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
중요도 (W_i)	8	10	10	9	9	8	10	9	7	10	10	8	10	9

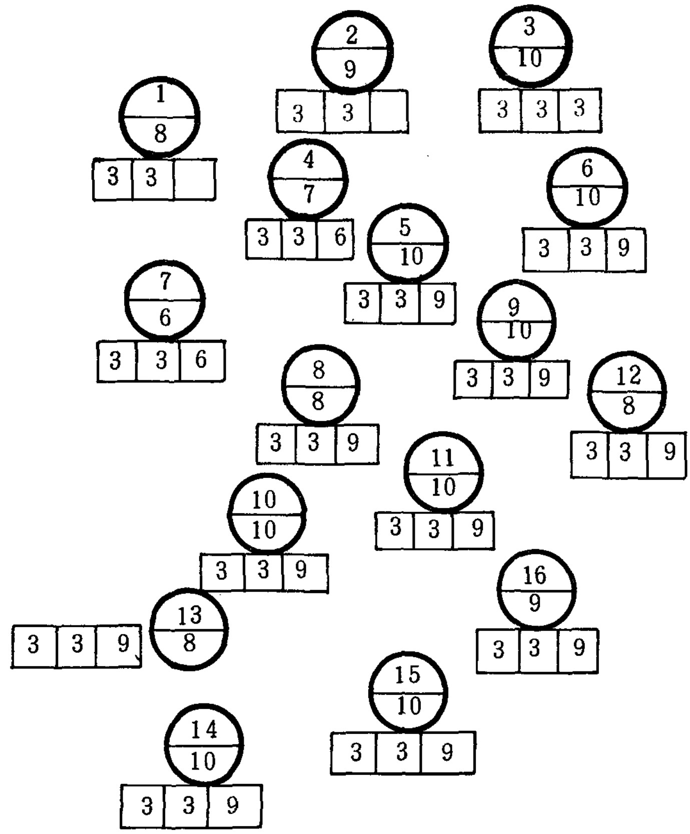
〈표 3-2-4〉 종류별 포대수 (nt_j), 차지하는 단위면적 (t_j)

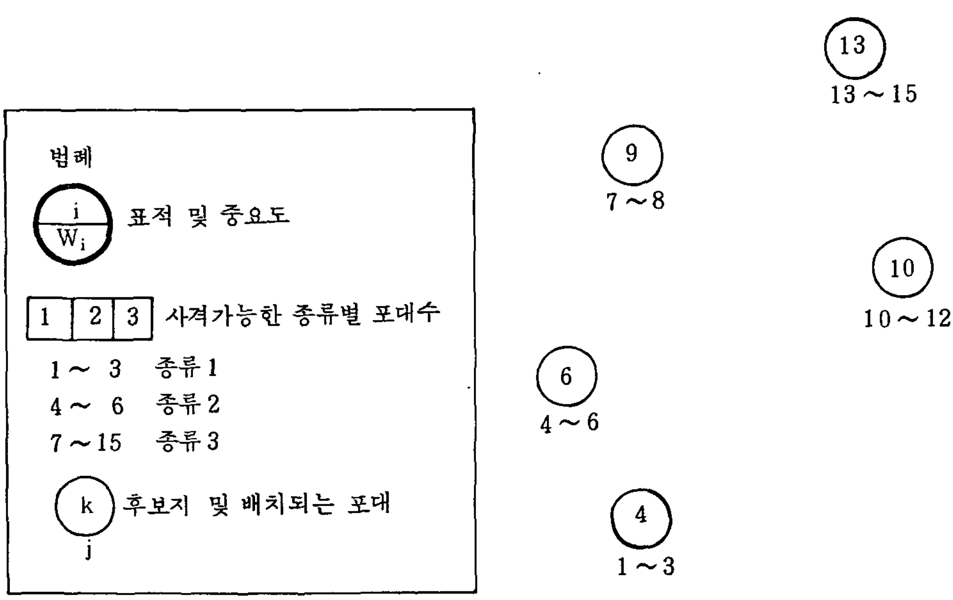
종 류 (j)	포대수 (nt_j)	단위면적 (t_j)
1	3	3
2	3	2
3	9	1

〈표 3-2-5〉 후보지의 수용능력 (g_k)

후보지(k)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
수용능력 (g_k)	10	9	10	9	9	6	6	6	3	4	6	3	4	3

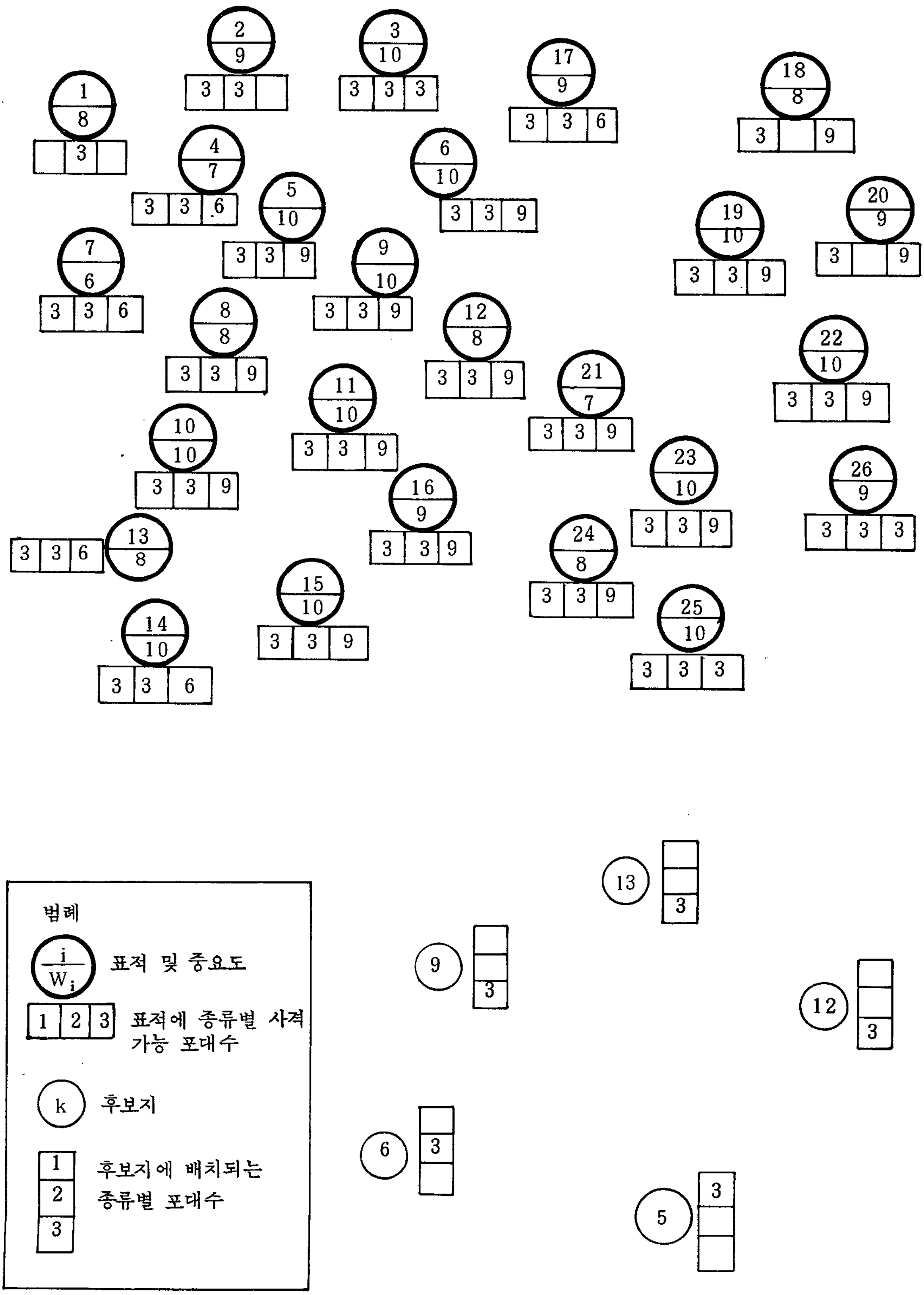
모델 I에 의한 결과





범례
표적 및 중요도
사격가능한 종류별 포대수
1 ~ 3 종류 1
4 ~ 6 종류 2
7 ~ 15 종류 3
후보지 및 배치되는 포대
13 ~ 15
7 ~ 8
10 ~ 12
4 ~ 6
1 ~ 3

모델Ⅱ에 의한 결과



Ⅳ. 結　論

본 연구는 전투의 stochastic 상황을 가능한 한 단순화하여 시간에 관계없이 포괄적으로 전투 상황을 고려하여 비교적 간단한 모델을 형성하여 쉽게 응용하고자 하는데 주안점을 두었다. 물론 실제 전투시 양상은 본문에서 제시된 가정보다 더욱 복잡하게 일어나게 되겠지만 중요한 점들은 대부분 여기서 고려되어 졌다고 생각한다. 그러나 전투시 타 부대의 지원은 자주 발생할 수 있는 상황으로 이 점까지 고려하는 모델이 개발되어져야 할것이다. 또 실제문제의 해를 구할 경우 모델Ⅰ에서는 0－1 Integer Programming으로 해결하기 위해 추가의 제약 조건이 더해지게 되어 제약식의 수가 급증하게 되고 모델Ⅱ의 경우 정수계획법으로 해결시 정수계획법의 문제인 계산 시간이 많이 걸린다는 점과 해결 가능한 제약식의 수에 한정을 받게 되는 점이 문제가 되었다. 이 모델들만을 위한 계산 방법(heuristic포함)의 개발도 연구되어야 할 문제로 보여진다.

參　考　文　獻

1. denBroeder, G.G., R.E. Ellison and L. Emerling; "On Optimum Target Assignment", Opns. Res., Vol. 7, 1958, pp.322-326.
2. Jarnagin, M.P. and A.R. DiDonato; "Damage to A Circular Target by A Gaussian Distributed Warhead with Uniformly Distributed Bomblets", Opns. Res., Vol. 14, 1966, pp.1015-1023.
3. Manne, A.S.; "A Target-Assignment Problem", Opns. Res., Vol. 6, 1958, pp.346-351.
4. McNolty, F.; "Kill Probability for Multiple Shots", Opns. Res., Vol. 15, 1967, pp.165-169.
5. Miercort, F.A. and R.M. Soland; "Optimal Allocation of Missiles Against Area and Point Defences", Opns. Res., Vol. 19, 1971, pp.605-617.
6. Rice, E.W., J. Bracken and A.W. Pennington; "Allocation of Carrier-Based Attack Aircraft Using Nonlinear Programming", N.R.L.Q., Vol. 18, 1971, pp.379-393.
7. Schroeter, G.; "Expected Coverage of a Randomly Located Target by Multiple Independent Salvos", Opns. Res., Vol. 28, No. 6, 1980, pp.1299-1318.