

# 工業製品の 質的 向上을 爲한 實驗計劃의 應用事例

(A Case study to Improve the Quality of Industrial Products cising An Experimental Design)

김 유 송\*  
이 명 주\*

## Abstract

An Application of Experimental Designs to Improve the quality of Industrial product: optimization Methodology of statistical model.

The primary object of this paper is to aid scientists and Engineers, in applying response surface procedures to obtain operating conditions for many technical fields, particularly for industrial manufacturing processes.

The problem considered in this paper is to select technically and scientifically some important factors affecting the quality of products through the experimental design and analysis of response surface.

Even though the mathematical model is unknown these statistical analysis can be applicable to control the quality of industrial products and to determine optimum operating conditions for many technical fields, particularly, for industrial manufacturing processes.

This paper proposes a method to obtain the optimum operating condition, and how to find the condition by using table of orthogonal array experiments, and optimization methodology of statistical model.

## I. 序 論

最適化技法 (optimization technique)은 製品の 質, 供給原料의 量, 操業의 安全性등의 操業의 制約條件 하에서 生産性, 收率, 最適工程條件, 또는 操業費用과 같은 目的函數를 最大 또는 最小로 하고자하는 문제들을 해결하는 技法이다.

이 論文에서는 數學모델에 구애를 받지 않고 어떠한 시스템이나 공정에서도 적용될 수 있는 最適工程技法을 모색하고, 總括的인 實驗計劃法으로 工業的 處理過程에서 발생하는 문제들을 다루었다. 그리하여 이 分析에서 統計的 模型을 중심으로 하는 最適化實驗에 있어서 다음 3가지 경우의 接近方法으로 最適解를 얻고자 하였다. 즉 그것은

(1) 原因變數 (獨立變數) 와 結果變數 (從屬變

數) 간의 函數關係를 규명하여 原因變數들의 값의 變化에 따르는 從屬變數의 結果量이 어떻게 變動하는가를 豫測하는 경우.

(2) 어떠한 값들의 原因變數가 結果變數인 反應量을 最適化하는가의 最適化過程을 說明하는 경우.

(3) 結果變數와 原因變數간의 函數關係를 규명하는 경우, 어떠한 實驗計劃法을 適用함으로써 가장 효율적인 情報를 얻을 수 있는가의 경우이다.

이 3가지 경우의 接近方法을 統計的 分析을 통해서 해결할 수 있다면 이는 工業적인 측면에서 生産品の 質的 向上 및 品質標準化 면에 효과적으로 적용될 수 있을 것이다.

이 論文에서는 이 3가지 경우의 接近方法에 의하여 첫째로, 多因子 小水準 및 實驗으로 最適工程條件을 결정하는데 적용되는 直交 列表

\* 동국대학교 공과대학 산업공학과

로 實驗하였고 둘째로 그 最適工程分析에 대한 衝擊要因 (factor of impulse)을 Box-Wilson 法을 보완한 回轉中心合成計劃 (Rotatable central composite Design)으로 最適點을 찾아가는 것을 다루었으며 셋째로, 이들 統計的 모델의 最適化技法을 工業製品의 質的改善에 實證적으로 응용하기 위한 實驗과 事例를 구체적으로 例證하고자 하였다.

II. 理論 model의 構成

I-1 直交配列表를 利用한 最適條件의 決定 因子 (factor)의 數가 많을 경우에, 커다란 綱을 쳐서 主效果 (main effect)와 技術的으로 있을 것 같은 2 因子의 交互作用 (interaction) 效果를 검출하고 실험회수를 감소시키는 것이 直交表實驗이다.

I-2 反應表面分析의 最適化 및 特性 決定 실험자가 興味領域에서 2次多項回歸 模型이 합당할 것이라 생각하여 最小 자승법으로 적합된 反應表面을 구하면 다음과 같다.

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j \dots \dots \dots (1)$$

最小자승법에 의한 과정을 行列로 나타내면

$$Y = X\beta + k\epsilon \dots \dots \dots (2)$$

로 나타낼 수 있다. 또 b를  $\beta$ 의 最小자승법에 의한 推定量으로 表示하면

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y \dots \dots \dots (3)$$

로 되고 (1)式을 行列로 표현하면

$$y = b_0 + x^T b + x^T Bx \dots \dots \dots (4)$$

로 된다.

위의 式이 적합한가는 分散分析表<sup>D</sup> (ANOVA)를 통하여 알 수 있다. 따라서 定常點을  $x_s$ 라 표시하면

$$x_s = -B^{-1} b/2 \dots \dots \dots (5)$$

에 의하여 얻어질 수 있다.

定常點  $x_s$ 의 값은 (5)式에 의하여 구할 수 있으나, 反應表面形態를 (4)式으로 부터 推測하기란 매우 어려운 일이며, 等高線을 그리는 것도 용이한 일은 아니다. 그래서 正準分析 (canonical Analysis)은 많은 자료를 제공해 주고 있다.

2次模型에 대하여 2次回歸曲面의 形狀은  $\lambda_i$ 의 부호에 의하여 다음 4 가지 중에 하나가 될

것이다.

- a)  $\lambda_i$ 가 모두 음(-)으로 되는 경우 定常點  $x_s$ 에서 response가 최대로 된다.
- b)  $\lambda_i$ 가 모두 양(+)으로 되는 경우 定常點  $x_s$ 에서 response가 최소로 된다.
- c)  $\lambda_i$ 가운데 몇개는 양(+)이고 몇개는 음(-)인 경우 鞍點 (saddle point)이 된다.
- d) 1개 이상의  $\lambda_i$ 가 0에 가까운 경우  $\lambda \approx 0$ 에 대응하는 軸에 일치하여 曲面이 가늘고 길게 되어 尾根 (ridge)을 갖는다.

I-3 回轉中心合成計劃 (Rotatable Central Composite Design)

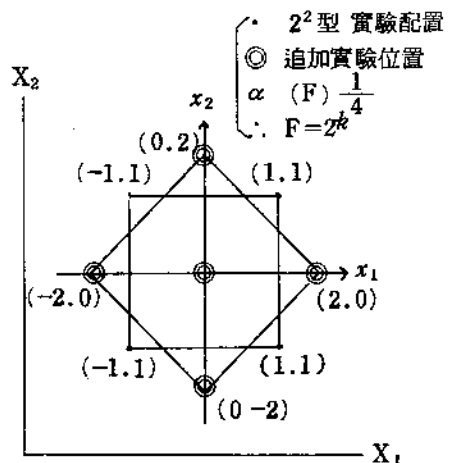
實驗區域의 중심점 좌표를 (0, 0, ..., 0)라고 하자, 그리고 2次式 反應表面에 적합시키고 P 點에서 推定된 反應值  $y_p$ 가 다음과 같은 式으로 표현된다고 하자.

$$y_p = b_0 x_p + \sum_{i=1}^k b_i x_{ip} + \sum_{i < j} b_{ij} x_{ip} x_{jp} + \epsilon$$

여기에서 誤差  $\epsilon$ 는  $E(\epsilon) = 0$

$Var(\epsilon) =$  이며 관측치사이에 相關關係가 없다고 가정한다. 回轉可能<sup>2)</sup>한 反應表面計劃은 중심점에서 같은 거리에 있는 모든 點에서 똑같은 標準誤差의 分散값을 갖도록 한 것이다. 또한 이는 直交配列表의 일종이며, 실험이 커지는 것을 막기 위해 直交性을 일부 희생시키는 方法이다.

例를 들어 2 因子 回轉中心合成計劃을 그림으로 그려보면 그림 1가 된다.



(그림 1) 回轉中心合成計劃 (2 因子)

註 1) cf, 1980年度 文敎部 學術研究報告論文「工業製品의 質的向上을 위한 實驗計劃과 그 應用」

註 2) cf. 上揭書 p. 20 (그림 3 표 4)

### III: 實驗(1)-結果 및 判定

電動用 로울러 체인 (Transmission Roller chains) 의 生産工場에서 로울러 링크판 (Roller link plate) 의 均일한 硬度를 얻기 위하여 連續光輝 熱處理爐 (mesh belt type continuo-

us hardenin & tempering furnace) 로 燒入 (Quenching) 및 燒戻 (tempering) 를 하고 있는 공정이다.

上記 手段으로는 直交配列表 (orthogonal array table) 와 最適化手法 (optimization method) 으로 實驗計劃 및 分析 檢討를 하였다.

[表 1] 回轉中心合成計劃을 이루는 그 값

k	F	T	N	$\alpha$
2	4	6	10	1.4142
3	8	8	16	1.6818
4	16	10	26	2.0000
5	32	12	44	2.3784
$\frac{1}{2}$ Rep	16	12	28	2.0000
6	64	14	78	2.8284

#### III-1 實驗

連續光輝 熱處理爐中 技術的으로 問題點이 甚 多인 Quenching 工程의 主效果 4 因子와 交互作用 效果 2 因子를 經濟的 技術的으로 充分히 검토하여 그 水準係  $L_8(2^7)$  直交表로 簡便하게 實驗한 DATA 는 다음과 같다.

#### III-2 實驗<sup>4)</sup>

實驗(1)에서 얻은 DATA 를 活用하여 技術的으로 水準을 變更한 다음 熱處理爐의 全體工程 (燒入 및 燒戻) 을 主效果 7 因子와 交互作用 4 因子를 2 水準係  $L_{16}(2^{15})$  直交表로 簡便하게 實驗한 DATA 는 다음과 같다.

(1)  $L_8(2^7)$  直交表實驗 DATA<sup>3)</sup>

因子記號	A	B	C	D	E	A×D	A×E
因子內容	燒入溫度 (°C)	oil 冷却溫度 (°C)	Feeder 높이 (cm)	部品名 (#)	燒入時間 (No)		
第 1 水準	820 ± 5	60 ± 5	1	#60	7		
第 2 水準	860 ± 5	40 ± 5	2	#50	8		
列 番	1	2	3	5	7	4	6

(2) 分散分析表

Source	S	f	v	Fo	S'	$\rho$
A	30.63	1	30.63	10.41**	27.46	11.7
B	40.40	1	48.40	16.46**	45.46	19.3
C	19.60	1	19.60	6.66*	16.66	7.1
D	24.03	1	24.03	8.17**	21.08	8.9
A×D	13.23	1	13.23	4.50**	10.28	4.4
e (poding)	100	34	2.94		114.72	48.6
I	235.89	39			235.89	100

註 3) 實驗(1)의 結果值 값은 同 研究報告書 p. 25

註 4) 實驗(2)의 結果值 값 및 ANOVA 표는 同 研究報告書 p. 31. 33.

(1) L<sub>16</sub> (2<sup>16</sup>) 直交表 實驗 DATA

因子記號	A	B	C	D	E	F	G	A×D	B×C	C×D	F×G
因子內容	部品名 (#)	Feeder 높이 (cm)	燒入速度 (No)	燒入溫度 (°C)	oil 溫度 (°C)	燒炭時間 (No)	燒炭溫度 (°C)				
第1水準	60	1.5	7	830±5	60±5	7	350±5				
第2水準	50	2	8	860±5	70±5	8	370±5				
列番	2	6	1	8	3	11	5	10	7	9	14

(2) 分散分析表는 分析結果 有意差를 발견하지 못하므로 모든 因子를 經濟的 技術的으로 檢토하여 最適條件을 선택하였다. 따라서 大綱을 쳐서 實驗한 結果 有意差를 발견할 수 없으므로 다시금 最適化 手法를 利用하여 最適點을 구하고자 하였다.

IV. 實驗(3)-結果 및 判定

IV-1 實驗

위의 實驗에서 水準間의 差가 없으므로 기술적 境界적인 面을 고려하여 燒入溫도와 oil 冷却溫度만을 택하여 回轉中心合成計劃인 8 各型 實驗計劃法을 利用하였다. 實驗 data는 다음과 같다.

實驗	燒入溫度 (°C)	oil 冷却溫度 °C	Design	matrix	y
順率	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	n = 5
2	840	60	0	0	58.9
3	850	50	1	-1	58.5
1	830	50	-1	-1	58.8
6	850	70	1	1	58.9
5	840	60	0	0	56.2
4	830	70	-1	1	58.6
8	840	60	0	0	56.5
7	826	60	-√2	0	55.0
9	840	46	0	-√2	57.0
11	840	60	0	0	59.7
10	840	76	0	√2	60.1
12	854	60	-√2	0	59.2

實驗時間을 단축키 위하여 連續光輝熱處理爐中 燒入爐에서 나오는 data를 活用하기로 했다.

回轉中心 合成計劃의 8 各型인 data 行列式으로 풀기 위해 變數變換을

$$X_1 = (\text{燒入溫度} - 840^\circ\text{C}) / 10 \dots\dots\dots (2)$$

$$X_2 = (\text{oil 冷却溫度} - 60^\circ\text{C}) / 10$$

로 하였다.

IV-2 結果 및 判定

$$y = 57,825 + 0.724 X_1 + 0.573 X_2 - 0.144$$

$$X_1^2 + 0.581 X_2^2 + 0.15 X_{12}$$

filter model이 回歸模型에 적합 여부를 분

散分析을 통해서 알 수 있다. 따라서 分散分析한 結果 適合缺如가 有意하지 않으므로 回歸模型이 적절함을 알 수 있고 定常點을 구할 수 있다. 따라서

$$X_s = X_{1s} = -2.1734$$

$$X_{2s} = -0.1504 \text{이다.}$$

이 點에서 y<sub>s</sub> = 55.52이 된다. 그러므로 실제 原因變數의 값은

$$-2.1734 = (\text{燒入溫度} - 840^\circ\text{C}) / 10$$

$$-0.1504 = (\text{oil 冷却溫度} - 60^\circ\text{C}) / 10$$

로부터 燒入溫度는 약 818.27°C 이고 oil 冷却溫度는 약 58.5°C 이다. 이 最適條件에서 硬

도는 55.5 HRC 까지 도달될 수 있다.

이제 正準分析을 이용하여 이를 자세히 살펴 보고 또한 反應表面의 性質을 알아 보기 위해 B 行列의 特性根을 구해 보면  $\lambda_1 = 0.589$   $\lambda_2 = -0.152$  이 된다. 그러므로 (8) 式으로 부터  $y = 55.52 + 0.589 W_1 - 0.152 W_2$  을 얻어 질 수 있다. 따라서  $W_1$  과  $W_2$ ,  $X_1$  과  $X_2$  關係를 규명하기 위하여 (10) 式을 이용하여 行列 M 을 구하면

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.102 & 0.994 \\ 0.995 & 0.106 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 + 2.1734 \\ X_2 + 0.1504 \end{bmatrix}$$

을 얻게 된다.

等高線의 모양은  $\lambda_1 > 0$   $\lambda_2 < 0$  되므로 [그림 1] (c)에 대응하는鞍點이 된다. 따라서 定常點  $[-2.1734, -0.1504]$  에서 燒入溫度 818.3°C, oil 冷却溫度도 현재 설치된 순환 펌프로 가능하며 裝入量의 2cm 정도까지는 최적인 것으로 증명되었다. 또한 再現實驗結果 管理值인 硬度가  $57 \pm 2$  HRC 로 일치되는 것이 확인되었으며 連續光輝熱處理爐의 作業標準化를 다음과 같이 設定하였다 (단 材質中 # 50 # 60 의 開發品에 限함)

- 1) 燒入溫度 818°C  $\pm$  5
- 2) 燒入速度 No. 8
- 3) oil 冷却溫度 58.5  $\pm$  5
- 4) 燒戻時間 No 8
- 5) 燒戻溫度 350°C  $\pm$  5

## V. 結 論

지금까지 첫째로, 實驗計劃을 통하여 實驗對象의 最大 또는 最小의 主要原因이 되는 原因變數의 最適條件을 求하고 둘째로, 그 反應에서 얻어지는 結果變數의 推定值들이 어떤 等高線表를 갖는가를 실제의 實驗을 통하여 실증적으로 分析하였다.

더우기 等高線表의 研究는 反應과 原因變數간의 相互關係를 說明하는데 유의한 資料를 제공한다. 셋째로 이러한 相互依存性이라는 函數關係를 說明하는데 正準分析 또는 直交配列表에 의하여 大綱을 펴서 기여도가 큰 要因을 抽出함으로써 反應表面을 分析하여 最近工程條件을 추구하였다.

그리하여 이 論文에서는 直交配列表와 回轉中心合成計劃 및 統計의 모델에 의하여 실증적으로 論證하였다.

그 結果 이 分野에 있어서 理論的 모델과 실제의 實驗의 結果는 거의 誤差가 없음을 實驗的 論證으로 하는데 韓國에서는 처음으로 시도된 것으로서 앞으로 工業製品의 品質改善에 많은 기여를 할 것으로 믿는다.

## 參 考 文 獻

1. Box, G. E. P. and J. Stuart Hunter, "multifactor Experimental Design for Exploring Response Surface" *Annals of Mathematical Statistics*, 28(1) 195-197, 1957.
2. Box, G. E. P. and K. B. Wilson, "on the Experimental Attainment of optimum Conditions," *Journals of Royal Statistical Society Series B*, 28, 195-241, 1957.
3. Hunter, J. S., "Design of Experiment Course for Response Surface Methodology," (sixth printing), 1977.
4. Myers, H. R., "Response Surface Methodology," Allyn and Bacon Inc., Boston, 1976.
5. Park, S. H., "An Application of Response Surface Experimental to Control the quality of Industrial Products; model Fitting and Prediction for Response," *Journal of the ksQc*, Vol No 1 1978.