

破壞試驗 計數型 샘플링檢査의

經濟的 試料 크기 決定에 관한 研究

(A Study on the Determination of the Economic Sample Size of the Attribute Acceptance Sampling Plans for Destructive Testing)

金 炳 在*

Abstract

This study intends to decide the economic sample size based on the cost of sampling inspection for destructive testing.

The marginal percent defective is used as the lot tolerance percent defective (LTPD), and the Newton's iterative method is adopted to calculate the optimum sample size (n), given by the consumer's risk (β -risk) and the acceptance number (c).

1. 序 論

破壞試驗 샘플링檢査는 試料을 破壞하게 되므로 試料의 크기를 크게 할 수 없다. 그러나 試料의 크기가 적어지면 生産者의 危險은 減少되지만 消費者의 危險이 增加되는 까닭에, 試料의 크기를 定할 때 는 破壞試驗으로 인한 損失費用 뿐만 아니라 生産者 및 消費者 危險을 가능한 한 줄일 수 있도록 해야 한다.

一般的으로 消費者의 危險은 生産者의 危險에 비하여 計量化的 危險性이 크다.

따라서 本研究에서는 消費者의 危險을 一定하게 維持하는 샘플링檢査 方式 들을 구하여, 이들 가운데서 破壞試驗으로 인한 損失과 生産者의 危險損失을 最小化할 수 있는 샘플링檢査 方式을 決定하도록 하였다.¹⁾

한편, 로트許容不良率(LTPD)의 推定值로써 臨界不良率을 使用하였으며, 消費者의 危險을 一定하게 維持하는 여러 가지 샘플링檢査 方式들을 計算할 때에는 번거로운 試行錯誤의 方法 代身에 Newton의 方法을 適用함으로써 몇 회 以內的 反復計算이 의하여 試料의 크기를 計算할 수 있다.

2. 費用模型의 設定

샘플링檢査에 관계되는 費用項目을 보면,

- 1) 破壞試驗의 實施로 인한 費用
- 2) 좋은 品質의 로트가 不合格됨으로써 發生되는 生産者의 損失費用(α -risk)
- 3) 나쁜 品質의 로트가 合格됨으로써 發生되는 消費者의 損失費用(β -risk)

의 3가지가 主要項目이 된다.²⁾

이 가운데서 項目 1과 2의 경우는 計量化가 비교적 容易하지만, 項目 3의 消費者 損失費用의 경우는 不良製品이 消費者에게 미치는 損失의 幅이 項目 1과 2에 비하여 相對的으로 크다고 볼 수 있으므로 이들 1, 2, 3 모두를 포함하는 費用模型은 3)을 포함하지 않는 費用模型에 비하여 信賴度가 크게 낮아질 危險이 있다.

따라서 本研究에서는 消費者의 危險을 一定水準以下로 制限하여 保證品質을 維持하는 同時에, 破壞試驗 費用과 生産者 損失費用의 合計인 總費用을 費用模型으로써 設定하기로 한다.

2·1 記號說明

샘플링檢査의 로트合格率 計算과 費用模型에서 使

* 明知大學 工業經營學科 專任講師

1) J. Mandelson, "Sampling plans for destructive or expensive testings", Industrial Quality Control, Mar., 1967, 440~450.

2) 金光燮·李京學, 「受入檢査의 經濟性에 관한 研究 ; 計數型 샘플링檢査를 中心으로」 品質管理學會誌, Vol. 7, No1, 1979, pp. 26~35.

用되는 記號는 다음과 같다.

- N : 로트의 크기
- n : 試料의 크기
- P_a : 로트 合格確率
- P : 로트 平均 不良率
- P_t : 로트 許容 不良率의 上限(LTPD)
- β : 消費者 危險率(보통 0.10으로 使用)
- U : 製造費用
- I : 檢査費用
- S : 不合格된 로트의 製品 殘存價値
- W : 檢査 合格된 로트의 良好品 1個로 因하여 消費者가 얻게되는 利益의 期待值
- V : 檢査 合格된 로트의 不良品 1個로 因하여 消費者가 입게되는 損失費用의 期待值
- C : 合格 判定個數

2-2 費用模型

앞에서 列擧한 費用을 보면, 破壞試驗으로 因한 損失費用은

$$(U+I) \times n$$

이 되고, 生産者 危險 損失費用은

$$(U-S) \times (N-n) \times (1-P_a)$$

가 된다.

따라서, 샘플링檢査 總費用을 T라 놓으면,

$$T = (U+I)n + (U-S)(N-n)(1-P_a) \dots ①$$

가 된다.

3. P_t 및 試料크기의 算出

3-1 P_t 의 推定

消費者의 危險을 一定水準 以下로 保證하는 샘플링檢査方式(n, c)의 가능한 粗를 求하기 위해서는 P_t (LTPD)와 β 를 選定해야 한다. 그런데, P_t 가 미리 定해지지 않는 境遇에는 이를 推定해서 使用하지 않을 수 없다.

여기서는 消費者 損益分岐의 臨界不良率을 P_t 의 推定值로 使用하는 問題를 檢討하기로 한다.

消費者는 샘플링檢査에서 合格된 로트 속에 包含되어 있는 良好品으로 因하여 利益이 發生되는데 反해서, 不良品으로 因해서는 損失이 發生된다. 例로써, 軍에서 使用하는 火炮 등에서 볼 수 있다.

따라서

消費者 利益=良好品으로 因한 利益 - 不良品으로 因한 損失費用

$$\begin{aligned} &= W \times (N-n) \times (1-P) - V \times (N-n) \times P \\ &= (N-n) \{ W(1-P) - VP \} \\ &= (N-n) (W+V) \left\{ \frac{W}{W+V} - P \right\} \end{aligned}$$

消費者 利益 ≥ 0 이 되려면

$$\frac{W}{W+V} - P \geq 0$$

이 되어야 한다.

즉, 損益分岐가 되는 臨界不良率은

$$\frac{W}{W+V}$$

가 된다.

위에서 求한 臨界不良率은 消費者의 最小限의 益을 保證하는 不良率의 上限이라 볼 수 있으므로 이를 P_t 의 推定值로 使用하기로 한다.

$$P_t \doteq \frac{W}{W+V} \dots \dots \dots ②$$

3-2 試料 크기의 決定

1回 샘플링檢査를 實施할 때 合格確率 P_a 는 음과 같다. ③)

$$P_a = \sum_{m=0}^c \frac{\binom{N \cdot P}{m} \binom{N-N \cdot P}{n-m}}{\binom{N}{n}}$$

$$\doteq \sum_{m=0}^c \binom{N \cdot P}{m} \left(\frac{n}{N}\right)^m \left(1-\frac{n}{N}\right)^{N \cdot P - m} \dots \dots \dots ④$$

②에서 求한 P_t 의 값을 ④에 代入하면 다음 같다.

$$P_a = \beta \doteq \sum_{m=0}^c \binom{N \cdot P_t}{m} \left(\frac{n}{N}\right)^m \left(1-\frac{n}{N}\right)^{N \cdot P_t - m} \dots \dots \dots ⑤$$

주어진 N, P_t , β 와 $c=0, 1, 2, \dots$ 에 대한 1의 값을 求해서 求解야 한다. 이를 계산하기 위해

$$x = \frac{n}{N}, \quad M = N \times P_t$$

라 하자.

⑤를 약간 變形시켜서

$$f(x) = \sum_{m=0}^c \binom{M}{m} x^m (1-x)^{M-m} - \beta \dots \dots ⑥$$

라 하고

$$f(x) = 0 \dots \dots \dots ⑦$$

로 할 때 ⑥을 滿足하는 解 x^* 를 구하기 위하여 Newton의 反復法을 適用하기로 한다.

Newton의 反復法 公式은 다음과 같다. ④)

- 3) H. F. Dodge & H. G. Romig, Sampling Inspection Tables, 2nd ed., New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959.
- 4) Erwin. Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1979, pp.762 ~ 769.

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})} \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

$i = 1, 2, 3, \dots\dots$

⑤에서 $f(x)$ 를 x 에 관하여 一次 微分하여 ⑦에 代入하면 다음과 같다.

$$f'(x) = \sum_{m=0}^c \binom{M}{m} x^{m-1} (1-x)^{M-m-1} (m-Mx) \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

$$x_i = x_{i-1} - \frac{\sum_{m=0}^c \binom{M}{m} x_{i-1}^m (1-x_{i-1})^{M-m} - \beta}{\sum_{m=0}^c \binom{M}{m} x_{i-1}^{m-1} (1-x_{i-1})^{M-m-1} (m-Mx_{i-1})} \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

단, $i = 1, 2, 3, \dots\dots$

⑨를 사용함으로써, $c = 0, 1, 2, \dots\dots$ 에 대한 解 x^* 를 反復의 計算에 依據하여 求할 수 있다.

즉, 初期值 x_0 를 ⑨에 代入하여 x_1 를 求하며, 이 x_1 를 다시 ⑨에 代入하여 x_2 를 求한다. 이렇계수 차례 反復計算을 行하는 동안에 近似解로써 x^* 를 얻게 되며, $n = N \times x^*$ 이므로, 合格判定갯수 $c = 0, 1, 2, \dots\dots$ 에 대한 試料의 크기를 求할 수 있다.

4. 例 示

例로써, 로트크기 $N = 6600$, 로트 平均不良率 $P = 0.01$, 消費者 危險 $\beta = 0.10$ 에 對한 試料의 經濟의 크기를 決定해 보기로 한다.

費用係數로써 $U = 1.0$, $I = 2.0$, $S = 0.3$, $W = 0.05$, $V = 1.0$ 이라고 假定하면, 1에서

總費用

$$T = 3.0 \times n - 0.7 \times (6600 - n) \times (1 - P_a) \dots\dots\dots \textcircled{1'}$$

이 된다.

2에서

$$P_t = 0.048$$

즉,

$$LTPD = 4.8\% \text{를 얻는다.}$$

또한

$$M = N \times P_t = 6600 \times 0.048 = 317$$

가 된다. P_t 와 M 을 ⑨에 代入하면,

$$x_i = x_{i-1} - \frac{\sum_{m=0}^c \binom{317}{m} x_{i-1}^m (1-x_{i-1})^{317-m} - 0.10}{\sum_{m=0}^c \binom{317}{m} x_{i-1}^{m-1} (1-x_{i-1})^{316-m} (m-317x_{i-1})} \dots\dots\dots \textcircled{9'}$$

⑨'에서는 c 가 變數이다.

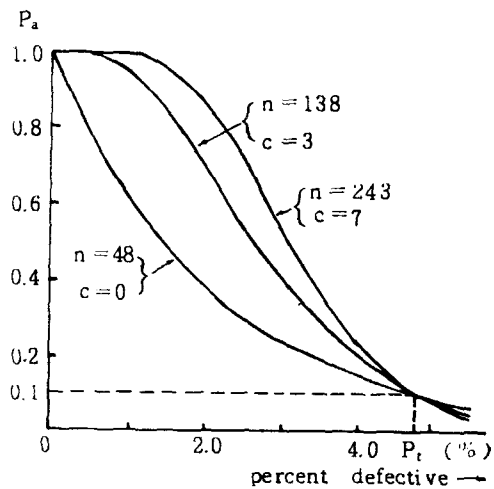
따라서, $c = 0, 1, 2, \dots\dots$ 에 對하여 각각의 解 x^* 를 구하여 試料크기 n 을 計算하면 다음과 같다.

$$c = 0, x^* = 0.0072, n = 48$$

$$c = 1, x^* = 0.0122, n = 81$$

$$c = 2, x^* = 0.0167, n = 110$$

이 結果를 利用하여 OC曲線을 그리면 <그림-1>과 같다.



<그림-1> OC Curve

그리고, 위의 計算結果를 使用하여 각각에 對한 샘플링檢査 費用을 ①'에 依據하여 比較하면 <표-1>과 같다.

<表-1> 샘플링檢査 方式의 費用比較

C	n	P_a	總費用	備 考
0	48	0.618	1,145.2	
1	81	0.806	748.9	
2	110	0.902	584.4	
3*	138*	0.950*	543.2*	最小費用
4	165	0.975	559.4	
5	192	0.988	606.8	
6	218	0.994	669.3	
7	243	0.997	736.6	
...	

<표-1>에서 보면, ($n = 138, c = 3$)인 샘플링檢査 方式에서 最小費用이 된다. 이는 ($n = 48, c = 0$)인 方式에 比해서 거의 50% 가량 費用이 적게 들고 있다.

따라서 求하는 샘플링 檢査 方式은 試料크기 138 個, 合格判定個數 3 個인 것으로 決定할 수 있다.

5. 結 論

本研究에서는 샘플링 檢査의 試料크기를 決定함에 있어서 檢査費用的 側面에서 檢討하였다. 消費者의 危險을 一定한 確率로써 保證品質을 維持할 수 있는 샘플링 檢査 方式(n, c)의 여러 가지 組 가운데서 破壞試驗 費用과 生産者 危險費用的 合計가 最小化되는 (n, c)의 값을 샘플링 檢査 方式으로 決定하였다.

OC 曲線에 重要한 影響을 주는 LTPD의 推定值로써는 臨界不良率을 計算하여 適用하였고, 合格判定個數가 주어질 때의 試料크기의 計算에는 Newton의 反復法을 使用함으로써 計算回數를 줄였다.

次後의 研究課題로서 Newton의 反復法에 있어서

初期值의 값을 有效하게 豫測하는 方法의 開發이 要하다고 判斷된다.

參 考 文 獻

- 1) 金光燮·李京學, 「受入檢査의 經濟性에 關한 研究: 計數型 샘플링 檢査를 中心으로」, 品質管理學會誌, Vol. 7, No 1, 1979.
- 2) Dodge, H.F., and H.G. Romig, Sampling Inspection Tables, 2nd ed., New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959.
- 3) Erwin, Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics, New York: John Wiley & Sons Inc., 1979.
- 4) Mandelson, J., "Sampling plans for destructive or expensive testings", Industrial Quality Control, Mar., 1967.