

# Fuzzy Logic Controller에 의한 船舶의 制御

金 煥 秀\* · 李 哲 榮\*\*

## Application of Fuzzy Logic Control to Ship's Steering System

*Hwan-Su Kim · Cheol-Yeong Lee*

### 〈目 次〉

#### Abstract

1. 序 論
  2. Fuzzy Logic Control을 爲한 數學的 準備
    - 2.1. Fuzzy 集合論
    - 2.2. Fuzzy Reasoning과 制御
  3. Fuzzy Logic Control에 의한 操舵系의 制御
    - 3.1. 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control
    - 3.2. 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzz Logic Control
  4. 計算機 시뮬레이션 및 考察
  5. 結 論
- 參考文獻  
附 錄

### Abstract

Many studies have been done in the field of fuzzy logic theory, but it's application is not so much, and particularly, there isn't any application to the ship's steering system, until now.

This paper is to survey the effect of application of fuzzy logic control to the ship's steering system. The controller is made up of a set of Linguistic Control Rules which are conditional linguistic statements connecting the inputs and the output, and take the inputs derived from the errors, that is, deviation angle and it's angular velocity. These two variables together give information about the state of the steering system, and the Linguistic Control Rules are implemented on the digital computer.

The characteristics of this system were investigated through the computer simulation and satisfactory results compared with that of the conventional PD controller were obtained.

\* 正會員, 韓國海洋大學 助教

\*\* 正會員, 韓國海洋大學 助教授

## 1. 序 論

船舶의 自動操舵裝置는 船舶의 針路를 自動으로 維持하도록 하는 裝置이며, 지금까지 이러한 裝置를 設計하기 爲하여 많은 研究가 行해져 왔다.

自動操舵裝置는 1920年代 Sperry社에 依해 最初로 製品으로 만들어졌으며, 그後 1922年 Minorsky는 船舶이나 航空機의 自動操縱에 關한 研究를 行하고 當時에 使用되던 角加速度制御方式 代身에 微分比例制御方式의 必要性을 밝혔다.

1949年 Schiff는 船體運動의 解析에 있어서 比例制御方式의 境遇와 比例·微分制御方式의 境遇에 對한 評價를 行했으며, 그뒤 船舶이 針路를 安定하게 維持할 수 있도록 通常의인 補償器를 導入하여 制御系를 構成하는 方式, 즉 PD 또는 PID制御器를 導入한 自動操舵裝置가 廣範圍하게 採擇되기에 이르렀다.<sup>1)</sup>

最近에는 最適制御理論이 發展함에 따라 파라메타 最適化(Parameter optimization) 또는 2次形式의 評價函數에 依한 動的인 最適化가 研究되기 始作하여, 模型 또는 實船實驗에 依해 「船體運動과 抵抗」이라던가 「經濟的인 觀點」에서 評價函數를 決定하여 自動操舵裝置를 最適으로 設計하고자 하는 研究 結果가 多數報告되어 있으며<sup>2),3),4),5),9),10)</sup>, AR(Auto Regressive)形의 Auto Pilot 및 適應制御方式를 導入한 研究 等도 많이 報告되고 있다.<sup>11)</sup>

그러나 이러한 研究들은 너무 理論的이고 論理的인 點을 重視하여 人間의 오랜 經驗과 知識을 視하고 있는 境遇가 많다. 따라서 本 論文에서는 現在까지 進行되어온 以上과 같은 研究結果에 人間의 經驗 및 知識을 附加한 새로운 制御方式 —Fuzzy Logic Control方式—을 船舶操舵系에 導入하는 問題를 다루고자 한다.

Fuzzy Logic Control은, 境界가 確實하지 않은 애매한 일이나 現象을 量的으로 說明하기 위해 Membership函數의 概念을 導入한 Fuzzy集合論이 L. A. Zadeh<sup>11)</sup>에 依해 提唱된 以來, Mamdani<sup>12),13)</sup>에 依해 最初로 Steam Engine의 制御問題에 應用되었으며, 그 後 오늘날까지 여러가지 分野에 應用되어 注目할 만한 研究結果들이 報告되고 있다.

Fuzzy Logic Control은, 人間의 直觀, 六感, 經驗 및 知識에 依해 認識된 시스템의 學動과 그 物理的 性質을 綜合한 뒤, 이들을 Linguistic Control Rule(以下에서는 LCR이라 表記함)로 論理化하여 Algorithm을 構成하고, 이 Algorithm을 計算機로 處理함으로써 對象을 制御하고자 하는 方法이다.

人間은, 우리가 잘 아는 바와 같이, 複雜한 問題를 大局의으로 把握할 수 있는 能力을 지니고 있으며, 綜合的인 判斷, 意思決定 및 質의 評價가 可能하고, 事物을 패턴으로 認識할 수 있으며, 創造, 想像, 類推, 學習이 可能할 뿐만 아니라, 直觀, 六感 等에 依해 部分的인 事物의 性質을 合成할 수 있는 能力을 지니고 있어서 環境에 適應하면서 시스템을 制御할 수 있는 長點을 지니고 있다. 한편, 機械는 大容量記憶能力, 情報의 高速大量處理能力, 論理演算能力, 空間的인 問題의 處理能力, 分析能力 等の 長點을 지니고 있다.

Fuzzy Logic Control方式은, 앞에서 說明한 人間과 機械가 지닌 長點을 同時에 살릴 수 있으므로, 從來의 制御方式으로는 包容할 수 없는 對象까지도 다룰 수 있는 特徵을 지니고 있다.

本 論文에서 다루고자 하는 船舶操舵系는 非線形的인 特性을 가지고 있고 또한 制御 파라메터는 船舶의 積貨狀態에 따라 變하는 等, 制御系의 制御方式을 狀況에 따라 바꾸어 주어야 제 機能을 發揮할 수 있는 性質을 지니고 있다. 그리고 船舶은 船舶運航에 從事하는 人間 一例를 들어 航海士 또는 Quarter Master—에 依해 制御可能하다는 點을 勘案하면, 船舶制御系에 對한 여러가지 研究結果와 人間の 經驗을 同時에 考慮하여 LCR을 構成하고, 이 LCR을 必要에 따라 修正 또는 變更하는 方式을 통해 손쉽게 制御系의 設計 自體를 바꿀 수 있는 Fuzzy Logic Controller를 導入함으로써 커다란 成果를 올릴 수 있을 것으로 期待된다.

本 論文에서는 이러한 點을 勘案하여, Fuzzy Logic Controller를 船舶操舵系에 導入하는 問題를 提案하고 計算機 시뮬레이션을 통해 的 有效성을 檢證하고자 한다.

本 論文은 다섯개의 章으로 構成되며, 第2章에서는 먼저 Fuzzy Logic Control을 爲한 準備段階로 Fuzzy 集合論과 Fuzzy Reasoning에 對하여 說明하고, 第3章에서는 Fuzzy Logic Control을 船舶의 操舵系에 導入하는 具體的인 方法으로서 偏角에 注目한 境遇와 偏角 및 偏角速度에 注目한 境遇에 對해 各各 記述하며, 第4章에서는 計算機 시뮬레이션을 통해 本 論文에서 提案한 Fuzzy Logic Controller의 有效성을 確認하여 그 結果에 對한 檢討를 行한다.

## 2. Fuzzy Logic Control을 爲한 數學的 準備

### 2.1. Fuzzy 集合論

Fuzzy Logic Control을 行하기 爲해서는, 먼저 論理的으로 表現된 情報을 機械 즉 計算機가 다룰 수 있도록 定量化하지 않으면 안된다. 그런데 人間이 지니고 있는 情報에는 人間の 主觀性이 많이 內包되어 있기 때문에 매우 애매한 點이 많아서 從來의 定量化方法으로는 處理하기 힘든 性質의 것이 大部分이다. 따라서 이러한 問題를 處理할 수 있는 새로운 數學的 方法 —Fuzzy 代數理論—이 必要하게 된다. 以下에서는 먼저 準備로써 Fuzzy集合에 對해 說明하기로 한다.

普通的 集合論에서는, 確定된 對象物이 모인 것을 集合이라 하고, 그 集合을 構成하는 個個의 對象을 要素 또는 元(element or member)이라 한다. 여기에서 確定된 對象物이란 뜻은, 지금 任意로 「어떤 對象」이 주어졌을 境遇, 그것이 이 集合의 要素인가 아닌가의 어느쪽인가를 確實히 判定할 수 있다는 뜻이다.

그러나, 우리들이 자주 接하는 大部分의 對象은 그것이 임의의 集合에 屬하는가 아닌가를 判定하기 힘든 境遇가 있어서, 普通的 集合論이란 觀點에서 볼 때에는 어떤 集合을 構成하고 있는가가 不明確한 境遇가 많다. 그러나 人間の 思考에 關한 限 이러한 애매한 概念이 매우 重要한 役割을 하게 되며, Fuzzy 集合論은 이러한 애매한 概念을 表現하는데에 매우 有效하다.

Fuzzy集合이란 다음과 같이 定義된다.  $X$ 를 空間(Space),  $x$ 를 要素라 하자. 즉,  $X = \{x\}$ . 이때 空

間  $X$ 에 있어서의 Fuzzy集合  $A$ 란 다음과 같은 membership function  $\mu_A$ 에 의해 定義되는 集合이다.

$$\mu_A : X \rightarrow M \quad (2.1)$$

단,  $M = [0, 1]$

便宜上  $A$ 는 다음과 같이 表現한다.

$X$ 가 有限集合  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  일때

$$A = \sum_{i=1}^n h_A(x_i) / x_i \quad (2.2)$$

$X$ 가 無限集合일 때

$$A = \int_x h_A(x) / x \quad (2.3)$$

集合  $X$ 는 Fuzzy集合  $A$ 의 台集合이라 불린다. /의 오른쪽은 台集合의 要素이고 왼쪽은 그 要素의 Membership值이다.

$X$ 가 無限集合일 때 Fuzzy集合의 合, 積, 補는 各各 다음과 같이 定義된다.

$$A \cup B = \int h_A(x) \vee h_B(x) / x \quad (2.4)$$

$$A \cap B = \int h_A(x) \wedge h_B(x) / x \quad (2.5)$$

$$A^c = \int (1 - h_A(x)) / x \quad (2.6)$$

bounded sum  $\oplus$  와 bounded difference  $\ominus$ 는 各各 다음과 같다.

$$A \oplus B = \int 1 \wedge (h_A(x) + h_B(x)) / x \quad (2.7)$$

$$A \ominus B = \int 0 \vee (h_A(x) - h_B(x)) / x \quad (2.8)$$

集合  $X$ 와  $Y$ 의 直積  $X \times Y$ 의 Fuzzy 部分集合

$$R = \int_{x \times y} h_R(x, y) / (x, y) \quad (2.9)$$

는 特別히 Fuzzy 關係라 불린다.

$A \subset X$ 와  $R \subset X \times Y$ 의 다음의 연산을 合成이라 하고  $Y$ 의 Fuzzy部分集合을 構成한다.

$$A \circ R = \int_Y \text{SUP}_{x \in X} [h_A(x) \wedge h_R(x, y)] / y \quad (2.10)$$

2個의 Fuzzy集合  $A \subset X$ ,  $B \subset Y$ 의 直積

$$A \times B = \int_{X \times Y} h_A(x) \wedge h_B(y) / (x, y) \quad (2.11)$$

은 Fuzzy 關係의 代表的인 例이다.

台集合이 有限할 때 Fuzzy集合과 關係를 벡터 및 行列을 使用하여 表示하면 合成演算에 便利한 境遇가 많다. 즉,  $A = \{a_i\}$ ,  $a_i = h_A(x_i)$ ,  $R = \{r_{ij}\}$ ,  $r_{ij} = h_R(x_i, y_j)$ ,  $A \circ R = \{b_j\}$ ,  $b_j = h_{A \circ R}(y_j)$ 라고 하면,

$$b_j = \bigvee_i (a_i \wedge r_{ij}) \quad (2.12)$$

(단,  $\bigvee$ 는 Maximum,  $\wedge$ 는 Minimum)

다음에 Linguistic Proposition에 對하여 說明하기로 한다.

$F$ 를 Fuzzy 部分集合形의 命題,  $P$ 를 Linguistic Proposition이라 하고,  $x \in X$ 이라 하면,  $P$ 는  $P = x$  is  $F$ 로 나타낼 수 있다. 例를 들어  $P = "x$  is small integer"를  $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 에 對해 表現하면,

$$\begin{aligned} \text{small integer} &= 1./1 + 1./2 + .8/3 + .6/4 + .4/5 + .2/6 \\ &+ .1/7 + .0/8 + .0/9 + .0/10 \end{aligned} \quad (2.13)$$

으로 나타낼 수 있다.

두 個의 Linguistic Proposition  $P = x$  is  $F$ ,  $Q = y$  is  $G$ ,  $F \subset X$ ,  $G \subset Y$ 가 주어졌을 때, 그 合成命題는 一般的으로  $(P, Q) = (x, y)$  is  $R$ ,  $R \subset X \times Y$ 라고 表示된다.

Fuzzy 關係  $R$ 의 構成法은 Compositional Rule이라 하고 다음 3가지가 그 基本을 이루고 있다.

$$"x \text{ is } F \text{ and } y \text{ is } G" \rightarrow R = F \times G \quad (2.14)$$

$$"x \text{ is } F \text{ or } y \text{ is } G" \rightarrow R = \overline{F} \cup \overline{G} \quad (2.15)$$

$$"if x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G" \rightarrow R = \overline{1 - F} \oplus \overline{G} \quad (2.16)$$

여기서,  $\overline{F}$ 는  $F \subset X$ 의 Cylindrical extension이라 불리는  $X \times Y$ 의 Fuzzy 部分集合인데,  $h_F(x, y) = h_F(x)$ ,  $\forall y \in Y$ 라 定義된다.

## 2.2. Fuzzy Reasoning과 制御

Fuzzy Logic Control을 實現하기 爲해서는 人間の 經驗으로 부터 制御實現을 爲한 法則을 만들고 이 法則을 Linguistic Proposition으로 表現한 뒤, 各 Linguistic Proposition의 Linguistic Variable을 Fuzzy量으로 表現한다. 그리고 各 Linguistic Proposition에 對한 Fuzzy關係를 求한 뒤, 이들의 結合으로 全體 LCR에 對한 Fuzzy 關係를 求하고, 이에 對해 Fuzzy Reasoning을 行하여 制御入力에 對한 出力을 求하며 이 制御出力인 操作量으로 시스템을 制御하게 된다.

上記 過程中 다른 部分에 對해서는 3章에서 船舶의 制御 問題를 實際로 다루면서 詳細히 說明하기로 하고 여기에서는 Fuzzy Reasoning에 對해서만 說明하기로 한다.

Fuzzy Reasoning이란, 條件付命題 "if  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$ "와 " $x$  is  $A'$ "로부터 " $y$  is  $B'$ "를 推論하는 것을 말한다. 즉 條件付命題 "if  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$ "를 " $(x, y)$  is  $R$ "로 表現하고 命題 " $x$  is  $A'$ "를 주었을 때  $B' = A' \circ R$ 에 依해 " $y$  is  $B'$ "를 推論하는 것이다. 이것은 Compositional Rule of Inference라 불린다.

以下에서는 前述한 바와 같은 條件付命題(implication)을 簡單히 "if  $A$  then  $B$ ",  $A \rightarrow B$ 等으로 表現하고, 또  $R$ 을  $R_{A \rightarrow B}$ ,  $R_{AB}$  等으로 表現하기로 한다.  $A, B$ 等은 勿論 Fuzzy集合이다.

Compositional Rule of Inference에서 우리들이 期待하는 바는  $A' \approx A$ 일 때  $B' \approx B$ 로 되는 點이다.

勿論 그 以上の 것이  $A \rightarrow B$ 로 부터 期待될 可能性이 있다면 그것으로 足하다.

一般的으로 條件付命題 그 自體가 確實하다고 만든 말할 수 없는 境遇도 있다. 例를 들어 「달무리가 지면  $\rightarrow$  내일은 비가 온다.」等은 결코 眞이라고 만든 말할 수 없는 要素를 가지고 있다. 그러나 우리는 이러한 애매하기만 한 條件付命題로부터도 매우 有效한 推論을 하여 行動할 수도 있다.

여기에서는  $A \rightarrow B$  自身の 애매성(Fuzziness)에 對해서는 너무 깊이 追求하지 말고, 다만 Fuzzy關係를 利用하여 그것을 表現하는 方法에 對해서만 생각해 보자.

예를들어,

$$A = 1./x_1 + \cdot 6/x_2 + \cdot 3/x_3$$

$$B = \cdot 2/y_1 + \cdot 4/y_2 + \cdot 7/y_3 + \cdot 9/y_4$$

라 하면 式 (2.11)로 부터

$$R_{A \rightarrow B} = \left( \begin{array}{cccc} \cdot 2 & \cdot 4 & \cdot 7 & \cdot 9 \\ \cdot 2 & \cdot 4 & \cdot 6 & \cdot 6 \\ \cdot 2 & \cdot 3 & \cdot 3 & \cdot 3 \end{array} \right)$$

이 된다. 여기에서, 만일  $A' = \cdot 7/x_1 + \cdot 5/x_2 + \cdot 4/x_3$ 라 하면, 式(2.10)으로부터  $B' = \cdot 2/y_1 + \cdot 4/y_2 + \cdot 7/y_3 + \cdot 7/y_4$ 로 되어 妥當한 結果가 얻어진다. 確認하기 爲하여  $A \circ R_{AB}$ 를 求하면  $A \circ R_{AB} = \cdot 2/y_1 + \cdot 4/y_2 + \cdot 7/y_3 + \cdot 9/y_4$ 가 되어  $B$ 와 一致한다. 이 關係를 그림으로 表示하면 Fig.1과 같다.

條件이 하나 더 增加하여 “if A then if B then C” =  $A \rightarrow B \rightarrow C$ 의 境遇에는,  $R = A \times B \times C$ 로 되어  $A'$ ,  $B'$ 가 주어지면 Fuzzy 推論의 結果  $C'$ 는 다음과 같이 된다.

$$C' = B' \circ (A' \circ R_{A \rightarrow B \rightarrow C}) \quad (2.17)$$

또한 2個의 implication  $A_1 \rightarrow B_1$  or  $A_2 \rightarrow B_2$ 의 or, and 結合은

$$A_1 \rightarrow B_1 \text{ or } A_2 \rightarrow B_2 \Rightarrow R = R_{A_1 \rightarrow B_1} \cup R_{A_2 \rightarrow B_2}$$

$$A_1 \rightarrow B_1 \text{ and } A_2 \rightarrow B_2 \Rightarrow R = R_{A_1 \rightarrow B_1} \cap R_{A_2 \rightarrow B_2} \quad (2.18)$$

이 된다.

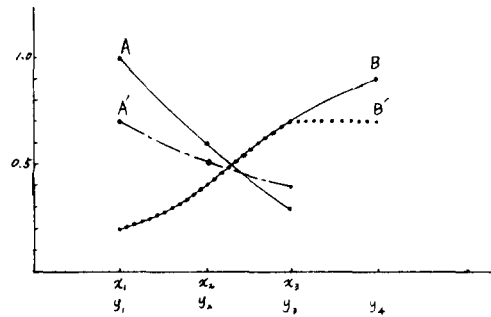


Fig.1. Compositional Rule of Inference.

### 3. Fuzzy Logic Control에 依한 操舵系의 制御

船舶이 自動操舵로 航海할 境遇, 船舶自動操舵系를 構成하는 要素로서는 自動操舵機, 操舵機, 舵 및 船舶, Compass 등이 있다. 自動操舵가 아니고 人間에 依한 操舵의 境遇에는 自動操舵機 代身 Quarter Master가, 本論文에서 다루고자 하는 Fuzzy Logic Controller에 依한 操舵의 境遇에는 Fuzzy Logic Controller가 들어가게 된다. 이들 操舵系를 block線圖로 나타내면 Fig.2와 같다.

Fig.2의 Block線圖에 있어서 各各의 要素에 對하여 살펴보기로 한다.

船舶의 運動方程式은 一般的으로 다음의 2階線形微分方程式으로 表現할 수 있다.<sup>1)</sup>

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\theta}{dt} + \dot{\theta} = T_2 \delta + T_3 T_3 \frac{d\delta}{dt} \quad (3.1)$$

단,  $T_1, T_2, T_3$ ; 操縱性能指數,  $T_i$ ; 操縱利得定數

$\dot{\theta}$ ; 偏角速度,  $\delta$ ; 舵角,  $\frac{d\delta}{dt}$ ; 舵角速度

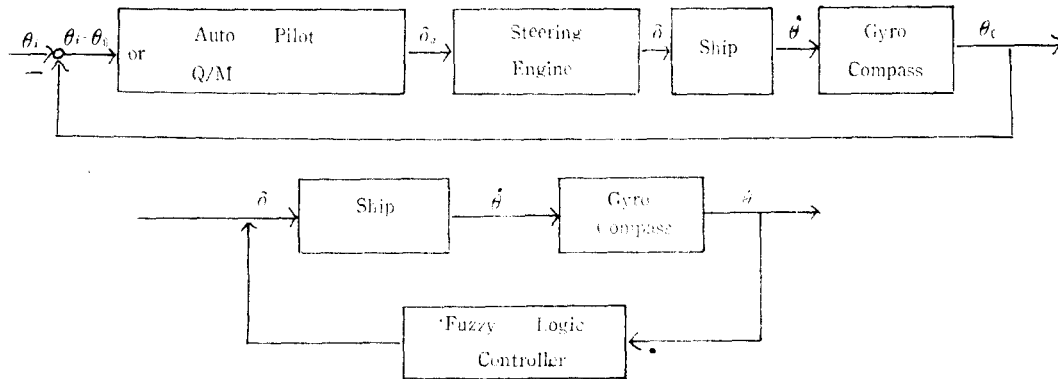


Fig. 2. Block diagram of ship's steering system.

Auto Pilot에 의한 Course-Keeping의 境遇, 操作量인 舵角은 PD制御의 境遇에는  $\delta_o = -k_p\theta - k_d\dot{\theta}$ 로, P. I. D制御의 境遇에는  $\delta_o = -k_p\theta - k_d\dot{\theta} - k_i\int\theta dt$ 로 各各 주어지며, 이 舵角이 Steering Engine을 통하여 舵에 加해지면, 舵에 舵壓이 發生하여 船舶을 廻頭시키고자 하는 偏角速度  $\dot{\theta}$ 가 發生하고, 이  $\dot{\theta}$ 를 積分하면 出力인 偏角을 얻게되며, 이 出力을 Feed Back시켜 船舶의 針路를 自動으로 制御하게 된다.

Q/M의 境遇에는 舵角  $\delta_o$ 를 經驗에 依해 適切하게 줌으로써 船舶의 針路를 安定하게 制御하게 되며, 이때 Q/M는 지금까지의 蓄積된 經驗에 依해서 偏角의 크기, 偏角의 變化速度, 外亂에 依한 Lee Way 등을 考慮해 가면서 操船하게 된다. 즉, 偏角에 대강 比例하여 반대 面으로 舵角을 주며, 偏角이 增加하면 반대 面으로 더 많은 舵角을 준다든지 한다.

Fuzzy Logic Controller의 境遇에는 이와 같은 Q/M의 經驗과 理論的인 研究結果들로 부터 LCR을 作成한 뒤, 이 LCR에 對한 Fuzzy關係를 求하고, 前述의 Fuzzy 推論에 依해 制御入力인 舵角  $\delta$ 를 決定하여 船舶을 制御하게 된다.

以下에서는 制御 實現方法을, 偏角에 注目한 境遇와 偏角 및 偏角速度에 注目한 境遇에 對해 各 各 살펴 보기로 한다.

### 3.1 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control

本 節에서는 Q/M의 經驗에 비추어 偏角의 크기에 대강 比例하여 반대 面으로 舵角을 줌으로써 船舶을 制御할 수 있다는 생각을 基礎로 LCR을 作成하고, 이를 利用하여 Fuzzy Logic Control을 實行하는 方法에 對해 說明하고자 한다.

먼저 Fuzzy Variable을 決定한다. 이는 經驗에 依해 決定하면 되며 船舶操舵口令調를 利用할 수 있다. 여기에서는 制御量인 偏角에 對해서는, Starboard Big, Starboard Medium, Starboard Small,

Starboard Zero, Port Small, Port Medium, Port Big의 7個로, 操作量인 舵角에 對해서는 Hard Port, Port, Port Easy, Zero, Starboard Easy, Starboard, Hard Starboard의 7個로 各各 定한다.

그 다음, Fuzzy Variable의 台集合은 구간 [-27.5, 27.5]로 定한다.

다음에는, Fuzzy Variable을 確定하기 爲해 Membership Function을 決定한다. Membership Function은 台集合을 離散化하여 決定할 수도 있고, 規格化하여 適當한 函數形態로 表現할 수도 있으나, 여기서는 台集合을 離散化하여 다음 Table 1과 같이 附與하기로 한다.

Table 1. Membership Function of fuzzy variables in the case of considering on deviation angle.

	-27.5	-25	-22.5	-20	-17.5	-15	-12.5	-10	-7.5	-5	-2.5
SB(HP)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
SM(PP)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
SS(EP)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.3
SO(ZE)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.2	.3	.7
PS(ES)	.0	.0	.0	.1	.3	.5	.7	.8	1.0	.8	.7
PM(SS)	.0	.1	.2	.3	.7	1.0	.7	.3	.2	.1	.0
PB(HS)	1.0	.8	.6	.4	.2	.1	.0	.0	.0	.0	.0

	0	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20	22.5	25	27.5
SB(HP)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.2	.4	.6	.8	1.0
SM(PP)	.0	.0	.1	.2	.3	.7	1.0	.7	.3	.2	.1	.0
SS(EP)	.5	.7	.8	1.0	.8	.7	.5	.3	.1	.0	.0	.0
SO(ZE)	1.0	.7	.3	.2	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
PS(ES)	.5	.3	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
PM(SS)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
PB(HS)	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

Table 1에 對해 說明해 보면, 例를 들어, Starboard Medium이란 偏角이 約 15° 程度 Starboard로 생긴 것으로, Port란 約 15° 程度 왼편으로 舵角을 주는 것으로 하여 Membership Function을 定한 것이다.

다음은 制御法則인 LCR의 構成인데, 偏角이 Starboard Big이면 舵를 Hard Port로 하고 Starboard Medium이면 Port Rudder로 한다는 등의 Q/M의 經驗을 組合하여, 다음 Table 2와 같이 構成한다.

Table 2. Linguistic Control Rule in the case of considering on deviation angle.

or	if DE = SB then RU = HP	단, DE ; Deviation Angle	RU ; Rudder Angle
or	if DE = SM then RU = PP	SB ; Starboard BIG	HP ; Hard Port
or	if DE = SS then RU = EP	SM ; Starboard MEDIUM	PP ; Port Rudder
or	if DE = SO then RU = ZE	SS ; Starboard SMALL	EP ; Port Easy
or	if DE = PS then RU = ES	SO ; Starboard ZERO	ZE ; ZERO Rudder
or	if DE = PM then RU = SS	PS ; Port SMALL	ES ; Starboard Easy
or	if DE = PM then RU = SS	PM ; Port MEDIUM	SS ; Starboard Rudder
or	if DE = PB then RU = HS	PB ; Port BIG	HS ; Hard Starboard

上記 LCR에서의 制御量과 操作量은 勿論 Fuzzy量이다.

다음에는 Fuzzy Logic Controller의 入出力關係를 記述하는 Fuzzy Relation을 決定하는 方法에 對해 說明하기로 한다. 먼저 各 Linguistic Proposition에 對한 Fuzzy Variable을 Fuzzy量으로 나타내고



이들에 對한 Fuzzy關係를 (2.11)式에 依해 求한다.

例를 들어, Fuzzy Variable SB(HP)를 Fuzzy量으로 나타내 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 SB(HP) = & \cdot 0/-27.5 + \cdot 0/-25 + \cdot 0/-22.5 + \cdot 0/-20 + \cdot 0/-17.5 + \cdot 0/-15 \\
 & + \cdot 0/-12.5 + \cdot 0/-10 + \cdot 0/-7.5 + \cdot 0/-5 + \cdot 0/-2.5 + \cdot 0/0 \\
 & + \cdot 0/2.5 + \cdot 0/5.0 + \cdot 0/7.5 + \cdot 0/10 + \cdot 0/12.5 + \cdot 1/15 \\
 & + \cdot 2/17.5 + \cdot 4/20 + \cdot 6/22.5 + \cdot 8/25 + 1.0/27.5
 \end{aligned}$$

Fuzzy 關係  $R_{SB-HP}$ 를 求해 보면 다음 Table 3과 같다.

Table 3. Fuzzy Relation,  $R_{SB \rightarrow HP}$

.0	.0																																				
.0	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.2</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.4</td><td style="padding: 2px;">.4</td><td style="padding: 2px;">.4</td><td style="padding: 2px;">.4</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.4</td><td style="padding: 2px;">.6</td><td style="padding: 2px;">.6</td><td style="padding: 2px;">.6</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.4</td><td style="padding: 2px;">.6</td><td style="padding: 2px;">.8</td><td style="padding: 2px;">.8</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">.1</td><td style="padding: 2px;">.2</td><td style="padding: 2px;">.4</td><td style="padding: 2px;">.6</td><td style="padding: 2px;">.8</td><td style="padding: 2px;">1.0</td></tr> </table>	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.2	.2	.2	.2	.2	.1	.2	.4	.4	.4	.4	.1	.2	.4	.6	.6	.6	.1	.2	.4	.6	.8	.8	.1	.2	.4	.6	.8	1.0
.1	.1	.1	.1	.1	.1																																
.1	.2	.2	.2	.2	.2																																
.1	.2	.4	.4	.4	.4																																
.1	.2	.4	.6	.6	.6																																
.1	.2	.4	.6	.8	.8																																
.1	.2	.4	.6	.8	1.0																																

다음, 各 Linguistic Proposition에 對한 Fuzzy關係를 위와 같이 求한 뒤, 全體 LCR에 對한 Fuzzy 關係  $R$ 을 (2.18)式에 依해 求한다.

$$\begin{aligned}
 \text{즉, } R = & R_{SB-HP} \cup R_{RM-PP} \cup R_{SS-EP} \cup R_{SO-ZE} \\
 & \cup R_{PS-ES} \cup R_{PM-SS} \cup R_{PB-HS}
 \end{aligned}$$

다음에, Fuzzy Logic Controller의 舵角은 上記  $R$ 로부터 推論하여 다음과 같이 求한다.

어떤 時刻에 있어서의 入力(Rudder Angle)을  $\widehat{RU}$ 라 하면 (2.10)式으로 부터,

$$\widehat{RU} = A(DE) \circ R \tag{3.2}$$

이때  $\widehat{RU}$ 의 台集합을  $\Delta RU = \{\Delta ru\}$ 라 하면, 時刻  $n$ 에 있어서의 船舶에의 具體的인 舵角인  $\delta_n$ 은 다음과 같다.

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta ru^*, \quad h_{\Delta ru}(\Delta ru^*) = \max h_{\Delta ru}(\Delta ru) \tag{3.3}$$

여기에서 問題가 되는 sampling 間隔  $\tau$ 는 다음과 같이 決定한다.<sup>2)</sup>

$$\tau = \frac{1}{20f_{\max}} \quad (f_{\max} = \text{Spectrum의 最高周波數})$$

그런데, 船舶의 境遷  $f_{\max}$ 는 약  $0.5c/s^2$ 이므로  $\Delta = 0.1 \text{ sec}$  程度이다. 그러나 船舶의 時定數는 매우 크므로 實用上  $0.2 \text{ sec}$  程度로도 充分하다.

그런데 (3.2)式에 있어서의  $A(DE)$ 는 偏角을 Fuzzyfication한 것이다. 例를 들어  $DE = \text{Starboard } 10^\circ$ 라 하면,

$$A(DE) = \begin{pmatrix} -27.5 & -25 & 7.5 & 10 & 12.5 & 25 & 27.5 \\ .0 & .0 & \dots & .0 & 1.0 & .0 & \dots & .0 & .0 \end{pmatrix}$$

와 같이 Non Fuzzy量으로 나타낼 수도 있다. 그러나, 計測上  $DE=10^\circ$ 라고 하는 明確한 形態로 決定되는 境遇는 거의 없으며, 또한 台集合의 要素數를 줄인다고 하는 觀點에서도 이 값을 Modifier Nearly形態로 Fuzzyfication하여 處理하는 것이 매우 便利하다.

註) 어떤 命題를 “if A is m 10°”라 表現할 때 m을 modifier라 하고 이 때의 값의 變化에 對해서는 適當히 使用할 必要가 있다. 즉, Fig.3과 같이 주면 10° 以外에서도 값을 갖는 Vector로 表現할 수 있다.

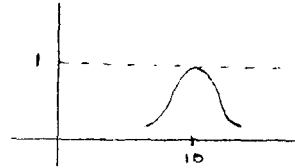


Fig. 3, Fuzzyfication of nearly 10.

### 3.2 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Control

一般的으로 Quarter Master는 偏角의 크기 뿐만 아니라 偏角의 變化量도 同時에 考慮하여 操舵한다. 다시 말해 PD Controller에 對應되는 役割을 한다. 本節에서는 이러한 點을 考慮하여 LCR를 構成하고 이를 船舶制御에 應用하는 過程에 對해 說明하고자 한다. 먼저 偏角에 對한 Fuzzy Variable로는 偏角만을 考慮한 Fuzzy Logic Control의 境遇와 同一한 것을 使用하고, 偏角의 變化量에 對해서는 Big Increase, Small Increase, Zero, Small Decrease, Big Decrease의 다섯個, 操作量인 舵角에 對해서는 Hard Port, Port Nearly 22.5°, Port, Port Nearly 10°, Port Easy, Port Nearly 5°, Zero, Starboard Nearly 5°, Starboard Easy, Starboard Nearly 10°, Starboard, Starboard Nearly 22.5°, Hard Starboard의 13個를 各各 使用하기로 한다.

다음, Fuzzy Variable의 台集合은, 偏角과 舵角에 對해서는 區間  $[-27.5, 27.5]$ 로, 偏角의 變化量  $\theta(T+1) - \theta(T)$ , 시간단위 : 초)에 對해서는, 實船舶의 境遇 偏角의 變化量은 아주 큰 境遇라야 約 1.5°/sec 程度 된다는 點을 勘案하여, 區間  $[-1.5, 1.5]$ 로 한다.

다음, Membership Function은, 偏角에 對해서는 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇와 同一한 값을 가지며, 偏角의 變化量에 對해서는 Table 4, 舵角에 對해서는 Table 5와 같은 값을 가진다.

Table 4. Membership Function of angular velocity of deviation angle in the case of considering on deviation angle and it's angular velocity.

	-1.5	-1.2	-0.9	-0.6	-0.3	0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5
B.I	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.2	.4	.7	1.0
S.I	.0	.0	.0	.0	.2	.4	.7	1.0	.7	.4	.2
Z.I	.0	.2	.4	.7	.8	1.0	.8	.7	.4	.2	.0
S.D	.2	.4	.7	1.0	.7	.4	.2	.0	.0	.0	.0
B.D	1.0	.7	.4	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

**Table 5.** Membeship Function of rudder angle in the case of considering on deviation angle and it's angular velocity.

	-27.5	-25	-22.5	-20	-17.5	-15	-12.5	-10	-7.5	-5	-2.5
HP	1.0	.8	.6	.4	.2	.1	.0	.0	.0	.0	.0
P22.5	.4	.7	1.0	.7	.4	.2	.0	.0	.0	.0	.0
PP	.1	.2	.3	.7	1.0	.7	.3	.2	.1	.0	.0
P10	.0	.0	.0	.0	.0	.2	.7	1.0	.7	.2	.0
EP	.0	.0	.0	.1	.3	.5	.7	.8	1.0	.8	.7
P5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.2	.7	1.0	.7
ZE	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.3	.5	.7	.8
S5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
ES	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.3
S10	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
SS	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
S22.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
HS	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

	0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20	22.5	25	27.5
HP	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
P22.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
PP	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
P10	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
EP	.5	.3	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
P5	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
ZE	1.0	.8	.7	.5	.3	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0
S5	.2	.7	1.0	.7	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
ES	.5	.7	.8	1.0	.8	.7	.5	.3	.1	.0	.0	.0
S10	.0	.0	.2	.7	1.0	.7	.2	.0	.0	.0	.0	.0
SS	.0	.0	.1	.2	.3	.7	1.0	.7	.3	.2	.1	.0
S22.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.1	.4	.7	1.0	.7	.4
HS	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.2	.4	.6	.8	1.0

다음, LCR은 Q/M의 經驗과 船舶操舵系의 最適制御<sup>1)</sup>에 對한 研究結果를 考慮하여 만들었으며, Table 6과 같이 構成하였다.

**Table 6.** Linguistic Control Rule in the case of considering on deviation angle and it's angular velocity.

	if DE = S B then if CDE = B I then RU = HARD PORT
or	if DE = S B then if CDE = S I then RU = HARD PORT
or	if DE = S B then if CDE = Z I then RU = HARD PORT
or	if DE = S B then if CDE = S D then RU = PORT NEARLY 22.5
or	if DE = S B then if CDE = B D then RU = PORT RUDDER
or	if DE = S M then if CDE = B I then RU = HARD PORT

```

or
if DE = S M then if CDE = S I then RU = PORT NEARLY 22.5
or
if DE = S M then if CDE = Z I then RU = PORT RUDDER
or
if DE = S M then if CDE = S D then RU = PORT NEARLY 10.
or
if DE = S M then if CDE = B D then RU = PORT EASY
or
if DE = S S then if CDE = B I then RU = PORT RUDDER
or
if DE = S S then if CDE = S I then RU = PORT NEARLY 10
or
if DE = S S then if CDE = Z I then RU = PORT EASY
or
if DE = S S then if CDE = S D then RU = PORT NEARLY 5
or
if DE = S S then if CDE = B D then RU = ZERO RUDDER
or
if DE = S O then if CDE = B I then RU = PORT EASY
or
if DE = S O then if CDE = S I then RU = PORT NEARLY 5
or
if DE = S O then if CDE = Z I then RU = ZERO RUDDER
or
if DE = S O then if CDE = S D then RU = STARBOARD NEARLY 5
or
if DE = S O then if CDE = B D then RU = STARBOARD EASY
or
if DE = P S then if CDE = B I then RU = ZERO RUDDER
or
if DE = P S then if CDE = S I then RU = STARBOARD NEARLY 5
or
if DE = P S then if CDE = Z I then RU = STARBOARD EASY
or
if DE = P S then if CDE = S D then RU = STARBOARD NEARLY 10
or
if DE = P S then if CDE = B D then RU = STARBOARD RUDDER
or
if DE = P M then if CDE = B I then RU = STARBOARD EASY
or
if DE = P M then if CDE = S I then RU = STARBOARD NEARLY 10
or
if DE = P M then if CDE = Z I then RU = STARBOARD RUDDER
or
if DE = P M then if CDE = S D then RU = STARBOARD NEARLY 22.5
or
if DE = P M then if CDE = B D then RU = HARD STARBOARD
or
if DE = P B then if CDE = S D then RU = HARD STARBOARD
or
if DE = P B then if CDE = B D then RU = HARD STARBOARD

```

단, CDE ; Change in Deviation Angle

BI ; Big Increase

SI ; Small Increase

ZI ; Zero

BD ; Big Decrease

SD ; Small Decrease

따라서, Fuzzy Logic Controller의 入力은 다음과 같이 決定된다. 어떤 時刻에 있어서의 入力(Rudder Angle)을  $\widehat{RU}$ 라 하면, (2.17)式으로 부터

$$\widehat{RU} = B(CDE) \circ (A(DE) \circ R) \quad (3.3)$$

이 때  $\widehat{RU}$ 의 台集合을  $\mathcal{A}RU = \{Aru\}$ 라 하면, 時刻  $n$ 에 있어서의 具體的인 舵角  $\delta_n$ 은 다음과 같이

求해 진다.

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta ru^*, \quad h_{\delta}(\Delta ru^*) = \max h_{\delta}(\Delta ru) \quad (3.4)$$

Sampling 間隔  $\tau$ 는 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇와 同一한 값을 사용하면 된다.

(3.3)式에서  $A(DE)$  및  $B(CDE)$ 는 各各 偏角 및 偏角速度의 Fuzzy量이다. 이 境遇에도  $DE$ 와  $CDE$ 는 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇와 마찬가지로 Modifier Nearly를 使用하여 處理한다.

#### 4. 計算機 시뮬레이션 및 考察

3章에서 考察한 船舶操舵系에 對한 Fuzzy Logic Control을 實用化하기 爲해서는, 船舶에 Micro Processor를 設置하여 實驗해 보는 方法이 바람직하겠으나, 實船舶에 計算機를 裝置하는 問題는 經費 및 새로운 計測機器의 設置 等の 부차적인 問題가 따르기 때문에, 本 研究에서는 計算機 시뮬레이션을 통해 制御結果를 檢討해 보기로 한다.

前述의 두가지 Fuzzy Logic Control의 境遇와 從來의 PD Control의 境遇를 比較해 볼 수 있도록 시뮬레이션을 實施하였으며, 시뮬레이션 過程과 結果를 紹介하면 다음과 같다.

操舵에 依한 船舶의 運動方程式은 (3.1)式과 같이 表現된다. 시뮬레이션은 船舶의 運動方程式을 Runge-Kutta方法을 導入하여 實施하였으며, 이를 爲해 (3.1)式을 狀態方程式으로 表現하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B\delta \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (4.1)$$

단, 
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -(T_1 + T_2)/T_1 T_2 & 1 \\ 0 & -1/T_1 T_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ T_3 T_3 / T_1 T_2 \\ T_2 / T_1 T_2 \end{pmatrix}$$

$X' = (\theta, \theta', x_3)$  ( $' = \text{transpose}$ ),  $C = (1 \ 0 \ 0)$

Gyro Compass의 出力인 偏角을 Error로 使用하였으며, 偏角速度는 偏角의 變化量으로부터 構成하였다.

Main Program은 아래의 Flow Chart와 같으며, 그 內容은 다음과 같다.

먼저 LCR에 使用된 Fuzzy Variables의 Membership Function의 값  $A_1(I), A_2(I), \dots, A_7(I), BS_1(I), B_2(I), \dots, B_3(I), C_1(I), C_2(I), \dots, C_{12}(I)$ 를 읽는다.

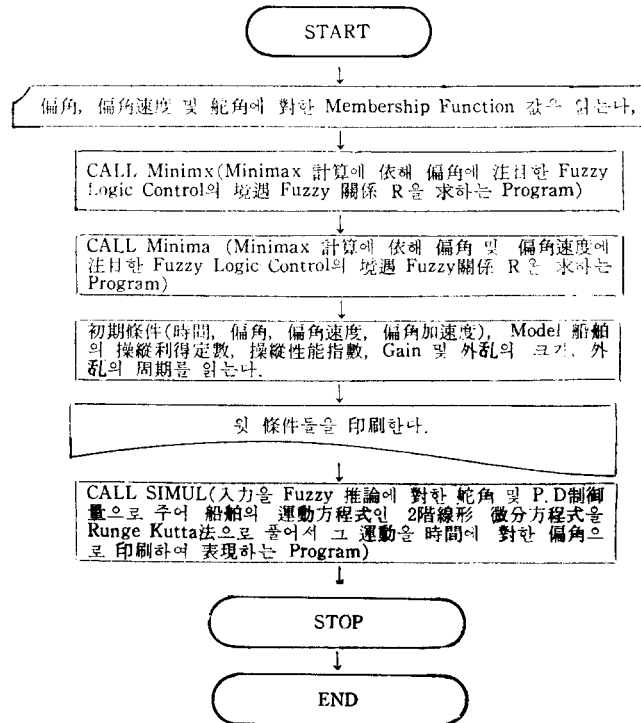
다음에 이들을 利用하여, 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Controller의 境遇의 Fuzzy 關係를 求하는 하ub Program Minimax와 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Controller의 境遇의 Fuzzy關係를 求하는 Sub Program Minima로부터 各 Fuzzy關係를 求한다.

그리고, 이들 두 Fuzzy Logic Controller의 入力인 舵角  $\delta$ 는, 위에서 求한 Fuzzy關係로부터  $\delta$ 를 推論하는 Sub Program Input로부터 各各 求하고, PD Controller의 境遇에는 舵角을  $\delta = -K_p \theta - K_d \dot{\theta}$

로 두어, 船舶의 運動方程式을 Runge--Kutta法으로 풀어 시뮬레이션을 行하는 Sub Program Simul을 통해 시뮬레이션을 實施한다.

이 시뮬레이션에서는 計算時間을 300秒(時間間隔 0.2秒)로 하고, 初期條件과 外亂의 크기를 各各 달리하는 다섯가지 境遇에 對한 計算을 하였다. (Program List는 附錄 참조)

### Main Program의 Flow Chart



시뮬레이션에 使用한 Model 船舶은 滿載貨物船이며, 그 船舶의 操縱性能指數  $T_1, T_2, T_3$ 와 操縱利得定數  $T_4$ 는 各各 다음과 같다.  $T_1=45, T_2=6, T_3=10, T_4=0.08$

PD Controller의 境遇 入力舵角은  $\delta = -K_b\theta - K_d\dot{\theta}$ 로 表現되며, 이 境遇의  $K_b, K_d$ 는 上記 Model 船舶이 Auto Pilot로 航海할 境遇에 對한 最適調整值를 使用하였으며, 그 값은 各各 다음과 같다.

$$K_b=1.0, K_d=5.0^{11}$$

各 境遇에 對한 시뮬레이션 結果는 다음과 같다.

Fig. 4. b는 初期偏角速度 및 外亂이 없는 「Case 1」의 結果인데, 原針路로 부터의 離脫量은 PD Control의 境遇에 比해, 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇에는 約  $2^\circ$ , 偏角 및 偏角速度에 注目한 境遇에는 約  $1^\circ$  程度 많지만, 布望針路로 찾아 들어가는 時間에 있어서는, 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇에는 約 130秒, 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇에는 約 128秒로서, PD Control의 160秒에 比해 훨씬 더 良好한 結果를 보이고 있다. 또한, 偏角에 注目한 境遇보다 偏角 및 偏角速度에 注目한 境遇가 더 良好한 結果를 보이고 있음을 알 수 있다.

「Case 1」; 初期의 偏角이  $20^\circ$ , 偏角速度가 0이고, 外亂이 없는 境遇

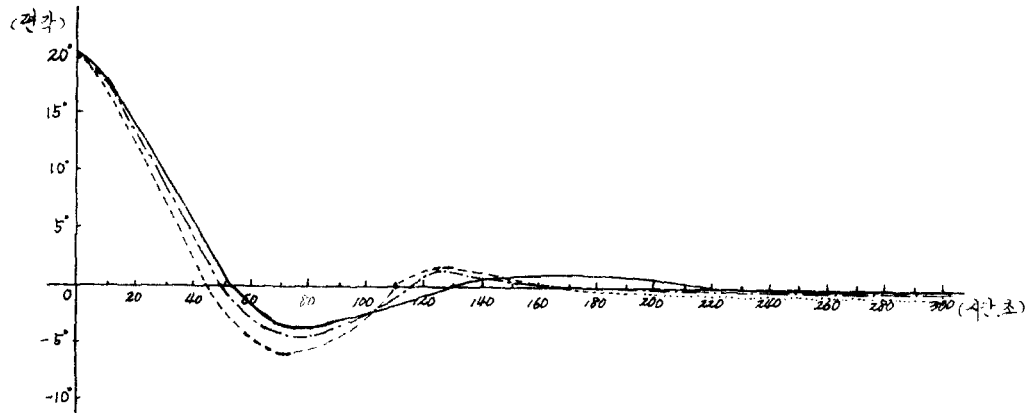


Fig. 4. Results of case 1.

단, — PD Controller  
 ..... 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Controller,  
 - · - 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Controller.

「Case. 2」; 初期의 偏角이  $20^\circ$ , 偏角速度가  $1.0^\circ/\text{sec}$ 이고, 外亂이 없는 境遇

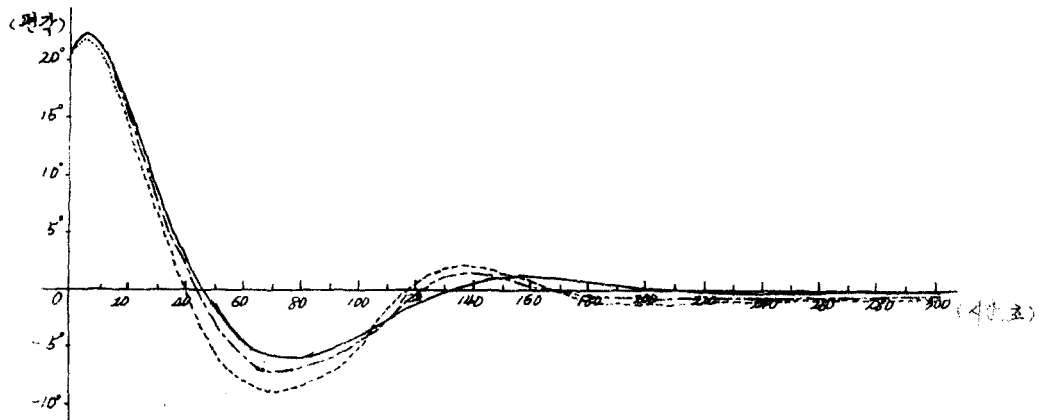


Fig. 5. Results of case 2.

단, — PD Controller,  
 ..... 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Controller,  
 - · - 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Controller.

Fig.5는 外亂은 없으나 偏角速度가 存在하는 「Case. 2」에 對한 結果인데, 이 境遇 原針路로부터의 離脫量은 PD Control의 境遇에 比해 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇에는 約  $2.6^\circ$ , 偏角 및 偏角速度에 注目한 境遇에는 約  $1.2^\circ$  程度 많은 반면, 布望針路로 찾아들어가는 時間에 있어서는, 두가지 Fuzzy Logic Control의 境遇 約 140秒로서, PD Controller의 約 160秒에 比해서 더 良好한 結果를 보이고 있다. 여기에서도 마찬가지로 全般的인 面에서 偏角에 注目한 境遇보다 偏角, 및 偏角速度에 注目한 境遇가 더 良好한 結果를 보이고 있다.

「Case. 3」; 初期의 偏角이  $20^\circ$ , 偏角速度가 0이고, 外亂이 120秒 및 240秒에, 各各  $-1^\circ/0/\text{sec}$ ,  $1^\circ/0/\text{sec}$ 로 存在하는 境遇.

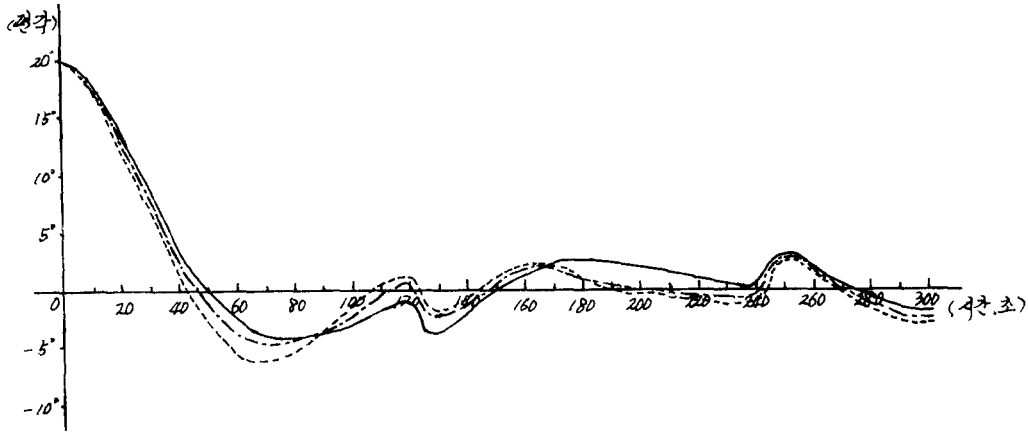


Fig. 6. Results of case 3.

단, — PD Controller.  
 ..... 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Controller.  
 - · - 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Controller.

Fig. 6은 外亂이 存在하는 「Case. 3」의 結果인데, 全般的인 面에서 偏角에 注目한 境遇보다 偏角 및 偏角速度에 注目한 境遇가 더 良好한 結果를 보이고 있음을 알 수 있다.

「Case. 4」 初期의 偏角이  $20^\circ$ , 偏角速度가 0이고, 外亂이 120秒 및 240秒에, 各各  $-1^\circ/0/\text{sec}$ ,  $1^\circ/0/\text{sec}$ 로 存在하는 境遇.

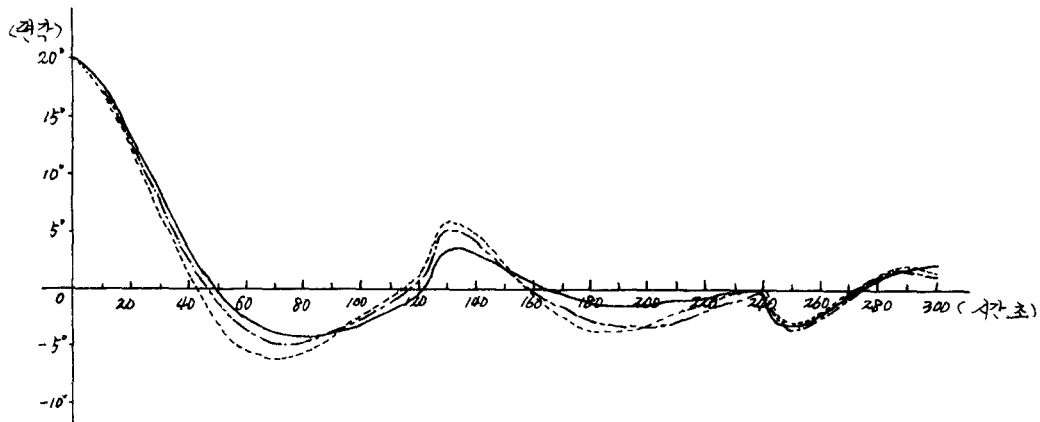


Fig. 7. Results of case 4.

단, — PD Controller.  
 ..... 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Controller.  
 - · - 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Controller.

위 結果를 보면, Fuzzy Logic Controller가 PD Controller에 비해 敏感한 反應을 보이고 있음을 알 수 있다. 이러한 敏感한 反應을 止揚하기 爲해서는 LCR을 修正해 줄 必要가 있다.



「Case. 5」; 初期의 偏角이  $20^\circ$ , 偏角速度가  $1^\circ.0/\text{sec}$ , 外亂이 120秒 및 240秒에, 各各  $1^\circ.0/\text{sec}$ ,  $-1^\circ.0/\text{sec}$ 로 存在하는 境遇

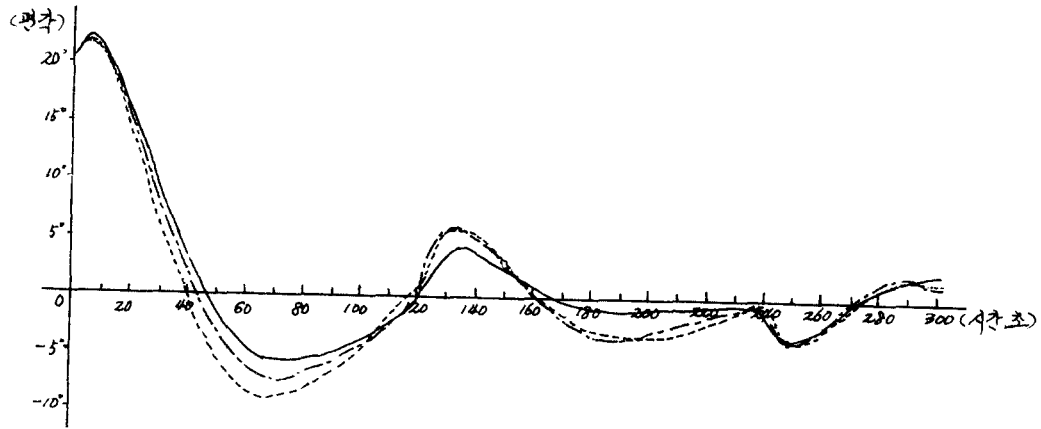


Fig. 8. Results of case 5

단, — PD Controller,  
 ..... 偏角에 注目한 Fuzzy Logic Controller,  
 - · - 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Controller.

「Case. 5」의 結果인 Fig. 8. 를 보면 「Case. 4」의 境遇와 비슷함을 알 수 있다.

## 5. 結 論

以上에서 船舶操舵系를 Fuzzy Logic Control 方式을 導入하여 制御하는 方法에 對해 說明하였으며 計算機 시뮬레이션을 通過 制御結果를 現用되고 있는 PD Controller와 比較하였다.

그 結果, 偏角 및 偏角速度에 注目한 Fuzzy Logic Control의 境遇 實用的으로 充分한 制御가 實現됨을 確認하였다. 아울러 Fuzzy Logic Control의 長點인 Soft Ware의 交換으로 손쉽게 制御設計를 修正하여 가버 對象을 制御할 수 있는 點을 考慮할 때, 이의 實用化가 크게 期待된다.

本 論文에서는 Quarter Master의 經驗에다 比較的 簡單한 研究 結果만을 導入해서 LCR을 構成하는 段階에 그쳤으나, System Behavior에 對한 物理的 性質을 繼續觀測, 把握하고 여기에다 現在 進行되고 있는 最適制御理論 및 適應制御方式 等の 理論的인 研究結果를 導入함과 同時에 學問을 通過 制御를 修正해 나간다면, 더욱 良好한 Controller의 設計가 可能하리라 豫想되며 이에 對한 앞으로의 研究가 期待되는 바이다.

아울러 偏角 및 偏角의 變化速度에 注目한 Fuzzy Logic Control에서 一步 前進하여, 偏角에 對한 積分量도 同時에 考慮하는 Fuzzy Logic Control에 對한 研究가 並行된다면, 刮目할 만한 研究成果가 나오리라 豫想된다.

### 參 考 文 獻

1. 李哲榮；船舶自動操舵系の最適調整에 關하여, Journal of Korea Maritime Graduate School, Vol.1, No. 7, pp.2~6, 1970.
2. 李哲榮；Optimal Design of Automatic Steering System of ships at Sea, Journal of Navigation, Vol.2. No.1, pp.35~47, 1980.
3. Ibid；船の閉ループ最適操舵系の設計法, 計測自動制御學會 論文集 Vol.8, No.3, pp.369~377, 1972.
4. 千原國宏外；最適操舵装置と海上實驗, システムと制御 Vol.18, No.1, pp.45~53, 1974.
5. 廣田實；保針操舵の評価關數(その 1), 日本造船協會論文集 135, pp.129~138, 1974.
6. 管野尊夫；あいまい集合と論理の制御への應用, 計測と制御, Vol.18, No.2, 1979.
7. 前畑幸彌 外；不規則中における自動操舵のシミュレーションと統計的 解析, 日本航海學會誌, pp.11~12, 1979.
8. Wiberg；State space and Linear Systems, Mcgraw-Hill Book Company, 1971.
9. H. F. Millers；Modern Control Theory Applied to Ship Steering, Proc. IFAC/IFIP Symp. on Ship Operation and Automation(Abbr. P. IFAC/IFIP Symp), Paper 9-2, 1973.
10. D. L. Brook；The Design of a New Automatic Pilot for the Commercial Ship, P. IFAC/IFIP Symp. Paper 9-4, 1973.
11. L. A. Zadeh；Fuzzy Logic and Approximate Reasoning, Synthesis, 30, pp.407-428, 1975.
12. E. H. Mamdani；Advances in the Linguistic Synthesis of Fuzzy Proposition, Proc. IEEE. Conf. on Design and Control, New Orleans, 1977.
13. T. J. Procyk and E. H. Mamdani；A Self Organizing Controller For Single-input Single-output Processes, Internal Report, Dept. of Electrical & Electric Eng., Queen Mary College, 1972.
14. M. Horigome et al.；Micro Processor based AR Autopilot System for Ship's Steering, SHIP OPERATION AUTOMATION ISSOA 79, 1979

## 附錄: Programming

```

C SIMULATION COMPAIRING FUZZY CONTROLLER WITH PD CONTROLLER OF SH
C IP'S STEERING SYSTEM THROUGH SOLVING THE THIRD ORDER DIFFERENTIAL
C EQUATION
REAL M1, M2, M4, M5, LW, LWT
DIMENSION FAA(21), FA(21), FAAA(21), DX(3), X(3), DY(3), Y(3), DZ(3), Z(3)
COMMON N, DT, T, TP, TD, T1, T2, T3, T5, LW, LWT, W(3)
COMMON FUZZ(23, 23), FUZZ1(23), FUZZY(23, 11, 23), FUZZY1(11, 23), FUZZY2(23)
COMMON W1, W2, Z1(600), YK1, YK2, KA1, KA2
COMMON A1(23), A2(23), A4(23), A4(23), A5(23), A6(23), A7(23),
1 B1(11), B2(11), B3(11), B4(11), B5(11)
COMMON C1(23), C2(23), C3(23), C4(23), C5(23), C6(23), C7(23), C8(23),
1 C9(23), C10(23), C11(23), C12(23), C13(23)
COMMON M4, M5
DO 702 I=1, 23
READ(7, 703) A1(I), A2(I), A3(I), A4(I), A5(I), A6(I), A7(I)
703 FORMAT(7F5.1)
702 CONTINUE
DO 706 I=1, 11
READ(7, 707) BI(I), B2(I), B3(I), B4(I), B5(I)
707 FORMAT(5F5.1)
706 CONTINUE
DO 710 I=1, 23
READ(7, 711) C1(I), C2(I), C3(I), C4(I), C5(I), C6(I), C7(I), C8(I), C9(I), C10(I), C11(I),
1 C12(I), C13(I)
711 FORMAT(13F5.1)
710 CONTINUE
LOAD MINIMX
CALL MINIMX
DELETE MINIMX
LOAD MINIMA
CALL MINIMA
DELETE MINIMA
RETURN=0.0
260 CONTINUE
READ(7, 261) N, DT, T, W(1), W(2), W(3), TP, TD, T1, T2, T3, T5, LW, LWT
261 FORMAT(I5, 12F5.2, F6.2)
WRITE(8, 2), T1, T2, T3, T5
2 FORMAT(1H1, 20X, 'MANEUVRABILITY INDICIES OF THE MODEL SHIP'/20X, 'T1
1 =', F5.2, 3X, 'T2=', F4.1, 3X, 'T3=', F4.1, 3X, 'T5=', F5.2//)

```

```

WRITE(8,3) TP,TD
3  FORMAT(20X,'GAIN',/20X,'TP=',F4.1,3X,'TD',F4.1//)
WRITE(8,4) T,W(1),W(2),W(3),LW,LWT
4  FORMAT(20X,'INITIAL CONDITIONS'/20X,'T=',1X,F4.1,3X,'X(1)=' ,1X,F4.1,
1  3X,'X(2)=' ,1X,F4.1,3X,'X(3)=' ,1X,F4.1,3X,'LEE WAY=' ,1X,F5.2,3X,'LEE
WAY TIME INTERVAL=' ,1X,F6.2 ///)
WRITE(8,8)
8  FORMAT(50X,'PRINT COMPUTER SOLUTIONS EVERY 5 SECONDS' ///)
WRITE(8,7)
7  FORMAT(18X,'PD CONTROLLER',15X,'FUZZY P CONTROLLER',12X,'FUZZY PD
CONTROLLER',///)
WRITE(8,6)
6  FORMAT(6X,'T',9X,'X(1)',6X,'X(2)',5X,'DA',9X,'Y(1)',5X,'Y(2)',5X,'YK1',
1  8X,'Z(1)',5X,'Z(2)',5X,'YK2' //)
LOAD SIMUL
CALL SIMUL
DELET SIMUL
RETURN=RETURN+1.0
IF(RETURN.GE.5.0) GO TO 263
GO TO 260
263 CONTINUE
STOP
END

```

```

C  SUBROUTINE SUBPROGRAM
SUBROUTINE MINIMX
REAL M1,M2,M4,M5,LW,LWT
COMMON N,DT,T,TP,TD,T1,T2,T3,T5,LW,LWT,W(3)
COMMON FUZZ(23,23),FUZZ1(23),FUZZY(23,11,23),FUZZY1(11,23),FUZZY2(23)
COMMON W1,W2,Z1(600),YK1,YK2,KA1,KA2
COMMON A1(23),A2(23),A3(23),A4(23),A5(23),A6(23),A7(23),B1(11),B2(11),
1 B3(11),B4(11),B5(11)
COMMON C1(23),C2(23),C3(23),C4(23),C5(23),C6(23),C7(23),C8(23),
1 C9(23),C10(23),C11(23),C12(23),C13(23)
COMMON M4,M5
DO 1 I=1,23
DO 1 J=1,23
M1=A1(I)
IF(A1(I).GT.C1(J)) M1=C1(J)
M2=A2(I)
IF(M2.GT.C3(J)) M2=C3(J)

```

```

IF(M1. LT. M2) M1 = M2
M2 = A3(I)
IF(M2. GT. C5(J)) M2 = C5(J)
IF(M1. LT. M2) M1 = M2
M2 = A4(I)
IF(M2. GT. C7(J)) M2 = C7(J)
IF(M1. LT. M2) M1 = M2
M2 = A5(I)
IF(M2. GT. C9(J)) M2 = C9(J)
IF(M1. LT. M2) M1 = M2
M2 = A6(I)
IF(M2. GT. C11(J)) M2 = C11(J)
IF(M1. LT. M2) M1 = M2
M2 = A7(I)
IF(M2. GT. C13(J)) M2 = C13(J)
IF(M1. LT. M2) M1 = M2
FUZZ(I, J) = M1
1 CONTINUE
RETURN
END

C SUBROUTINE SUBPROGRAM
SUBROUTINE MINIMA
REAL M1, M2, M4, M5, LW, LWT
COMMON N, DT, T, TP, TD, T1, T2, T3, T5, LW, LWT, W(3)
COMMON FUZZ(23, 23), FUZZ1(23), FUZZY(23, 11, 23), FUZZY1(11, 23), FUZZY2(23)
COMMON W1, W2, Z1(600), YK1, YK2, KA1, KA2
COMMON A1(23), A2(23), A3(23), A4(23), A5(23), A6(23), A7(23), B1(11),
1 B2(11), B3(11), B4(11), B5(11),
COMMON C1(23), C2(23), C3(23), C4(23), C5(23), C6(23), C7(23), C8(23),
1 C9(23), C10(23), C11(23), C12(23), C13(23)
COMMON M4, M5
DO 1 I=1, 23
DO 1 J=1, 11
DO 1 K=1, 23
M4 = A1(I)
IF(M4. GT. B1(J)) M4 = B1(J)
IF(M4. GT. C1(K)) M4 = C1(K)
M5 = A1(I)
IF(M5. GT. B2(J)) M5 = B2(J)
IF(M5. GT. C1(K)) M5 = C1(K)

```

IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A1(I)  
IF(M5.GT.B3(J) M5=B3(J)  
IF(M5.GT.C1(K)) M5=C1(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A1(I)  
IF(M5.GT.B4(J)) M5=B4(J)  
IF(M5.GT.C2(K)) M5=C2(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A1(I)  
IF(M5.GT.B5(J)) M5=B5(J)  
IF(M5.GT.C3(K)) M5=C3(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A2(I)  
IF(M5.GT.B1(J)) M5=B1(J)  
IF(M5.GT.C1(K)) M5=C1(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A2(I)  
IF(M5.GT.B2(J)) M5=B2(J)  
IF(M5.GT.C2(K)) M5=C2(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A2(I)  
IF(M5.GT.B3(J)) M5=B3(J)  
IF(M5.GT.C3(K)) M5=C3(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A2(I)  
IF(M5.GT.B4(J)) M5=B4(J)  
IF(M5.GT.C4(K)) M5=C4(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A2(I)  
IF(M5.GT.B5(J)) M5=B5(J)  
IF(M5.GT.C5(K)) M5=C5(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A3(I)  
IF(M5.GT.B1(J)) M5=B1(J)  
IF(M5.GT.C3(K)) M5=C3(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5  
M5=A3(I)  
IF(M5.GT.B2(J)) M5=B2(J)  
IF(M5.GT.C4(K)) M5=C4(K)  
IF(M4.LT.M5) M4=M5

$M5 = A3(I)$   
 $IF(M5, GT, B3(J)) \quad M5 = B3(J)$   
 $IF(M5, GT, C5(K)) \quad M5 = C5(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A3(I)$   
 $IF(M5, GT, B4(J)) \quad M5 = B4(J)$   
 $IF(M5, GT, C6(K)) \quad M5 = C6(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A3(I)$   
 $IF(M5, GT, B5(J)) \quad M5 = B5(J)$   
 $IF(M5, GT, C7(K)) \quad M5 = C7(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A4(I)$   
 $IF(M5, GT, B1(J)) \quad M5 = B1(J)$   
 $IF(M5, GT, C5(K)) \quad M5 = C5(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A4(I)$   
 $IF(M5, GT, B2(J)) \quad M5 = B2(J)$   
 $IF(M5, GT, C6(K)) \quad M5 = C6(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A4(I)$   
 $IF(M5, GT, B3(J)) \quad M5 = B3(J)$   
 $IF(M5, GT, C7(K)) \quad M5 = C7(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A4(I)$   
 $IF(M5, GT, B4(J)) \quad M5 = B4(J)$   
 $IF(M5, GT, C8(K)) \quad M5 = C8(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A4(I)$   
 $IF(M5, GT, B5(J)) \quad M5 = B5(J)$   
 $IF(M5, GT, C9(K)) \quad M5 = C9(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A5(I)$   
 $IF(M5, GT, B1(J)) \quad M5 = B1(J)$   
 $IF(M5, GT, C7(K)) \quad M5 = C7(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A5(I)$   
 $IF(M5, GT, B2(J)) \quad M5 = B2(J)$   
 $IF(M5, GT, C8(K)) \quad M5 = C8(K)$   
 $IF(M4, LT, M5) \quad M4 = M5$   
 $M5 = A5(I)$

IF(M5, GT, B3(J)) M5=B3(J)  
IF(M5, GT, C9(K)) M5=C9(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A5(I)  
IF(M5, GT, B4(J)) M5=B4(J)  
IF(M5, GT, C10(K)) M5=C10(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A5(I)  
IF(M5, GT, B5(J)) M5=B5(J)  
IF(M5, GT, C11(K)) M5=C11(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A6(I)  
IF(M5, GT, B1(J)) M5=B1(J)  
IF(M5, GT, C9(K)) M5=C9(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A6(I)  
IF(M5, GT, B2(J)) M5=B2(J)  
IF(M5, GT, C10(K)) M5=C10(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A6(I)  
IF(M5, GT, B3(J)) M5=B3(J)  
IF(M5, GT, C11(K)) M5=C11(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A6(I)  
IF(M5, GT, B4(J)) M5=B4(J)  
IF(M5, GT, C12(K)) M5=C12(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A6(I)  
IF(M5, GT, B5(J)) M5=B5(J)  
IF(M5, GT, C13(K)) M5=C13(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A7(I)  
IF(M5, GT, B1(J)) M5=B1(J)  
IF(M5, GT, C11(K)) M5=C11(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A7(I)  
IF(M5, GT, B2(J)) M5=B2(J)  
IF(M5, GT, C12(K)) M5=C12(K)  
IF(M4, LT, M5) M4=M5  
M5=A7(I)  
IF(M5, GT, B3(J)) M5=B3(J)



```

IF(M5.GT.C13(K)) M5=C13(K)
IF(M4.LT.M5) M4=M5
M5=A7(I)
IF(M5.GT.B4(J)) M5=B4(J)
IF(M5.GT.C13(K)) M5=C13(K)
IF(M4.LT.M5) M4=M5
M5=A7(I)
IF(M5.GT.B5(J)) M5=B5(J)
IF(M5.GT.C13(K)) M5=C13(K)
IF(M4.LT.M5) M4=M5
FUZZY(I, J, K) = M4
1 CONTINUE
RETURN
END

C SUBROUTINE SUBPROGRAM
SUBROUTINE SIMUL
REAL M1, M2, M4, M5, LW, LWT
DIMENSION FA(21), FAA(21), FAAA(21), DX(3), X(3), DY(3), Y(3), DZ(3), Z(3)
COMMON N, DT, T, TP, TD, T1, T2, T3, T5, LW, LWT, W(3)
COMMON FUZZ(23, 23), FUZZ1(23), FUZZY(23, 11, 23), FUZZY1(11, 23), FUZZY2(23)
COMMON W1, W2, Z1(600), YK1, YK2, KA1, KA2
T6=T
T7=T
T8=T
N1=N
N2=N
N3=N
DT1=DT
DT2=DT
DT3=DT
X(1)=W(1)
X(2)=W(2)
X(3)=W(3)
Y(1)=X(1)
Y(2)=X(2)
Y(3)=X(3)
Z(1)=X(1)
Z(2)=X(2)
Z(3)=X(3)
KAI=0

```

```
KA2=1
KA3=0
KA4=0
AA4=1.0
10 L=3
M=0
L1=3
M6=0
L2=3
M7=0
50 CONTINUE
IF(T8.EQ.(LWT*AA4)) GO TO 111
GO TO 222
111 KA4=KA4+1
IF(KA4.NE.2) GO TO 222
X(2)=X(2)+LW
Y(2)=Y(2)+LW
Z(2)=Z(2)+LW
AA4=AA4+1.0
KA4=0
LW=-LW
222 CONTINUE
LOAD RUNGE
CALL RUNGE(T6,DT1,N1,X,DX,FAA,L1,M6,JA,IGA)
DELETE RUNGE
LOAD RUNGE
CALL RUNGE(T7,DT2,N2,Z,DZ,FAAA,L2,M7,JB,IGB)
DELETE RUNGE
LOAD RUNGE
CALL RUNGE(T8,DT3,N3,Y,DY,FA,L,M,JC,IG)
DELETE RUNGE
IF(M.EQ.1) GO TO 10
GO TO(100,200,210),L
100 W1=Y(1)
W2=Z(1)
LOAD INPUT
CALL INPUT
DELETE INPUT
DY(1)=Y(2)
DZ(1)=Z(2)
DX(1)=X(2)
```

```

DY(2) = - (T1 + T2) * Y(2) / T1 / T2 + Y(3) + T3 * T5 * YK1 / T1 / T2
DY(3) = - Y(2) / T1 / T2 + T5 * YK1 / T1 / T2
DZ(2) = - (T1 + T2) * Z(2) / T1 / T2 + Z(3) + T3 * T5 * YK2 / T1 / T2
DZ(3) = - Z(2) / T1 / T2 + T5 * YK2 / T1 / T2
DA = - TP * X(1) - TD * X(2)
DX(2) = - (T1 + T2) * X(2) / T1 / T2 + X(3) + T(3) * T5 * DA / T1 / T2
DX(3) = - X(2) / T1 / T2 + T5 * DA / T1 / T2
GO TO 50
C PRINT RESULTS
200 Z1(KA1) = Z(1)
    KA1 = KA1 + 1
    IF(KA1.NE.(10*KA3+1)) GO TO 268
    WRITE(8,209)T8, X(1), X(2), DA, Y(1), Y(2), YK1, Z(1), Z(2), YK2
209 FORMAT(1X, F7. 3, 5X, F7. 3, 2X, F7. 3, 2X, F7. 3, 4X, F7. 3, 2X, F7. 3, 2X, F7. 3
    1 4X, F7. 3, 2X, F7. 3, 2X, F7. 3)
C TEST FOR TERMINATION
    KA3 = KA3 + 1
268 IF(T8.GE.300.0) GO TO 210
260 GO TO 50
210 CONTINUE
    RETURN
    END

C SUBROUTINE SUBPROGRAM
    SUBROUTINE INPUT
    REAL M1, M2, M4, M5, LW, LWT
    COMMON N, DT, T, TP, TD, T1, T2, T3, T5, LW, LWT, W(3)
    COMMON FUZZ(23, 23), FUZZ1(23), FUZZY(23, 11, 23), FUZZY1(11, 23), FUZZY2(23)
    COMMON W1, W2, ZI(600), YK1, YK2, KA1, KA2
    LOAD MAMA
    CALL MAMA(W1, K1)
    DELETE MAMA
    LOAD MAMA
    CALL MAMA(W2, K2)
    DELETE MAMA
    DO 601 J = 1, 23
    FUZZ1(J) = FUZZ(K1, J)
601 CONTINUE
    LOAD FAFA
    CALL FAFA(FUZZ1, M6)
    DELETE FAFA

```

```
DO 602 J=1, 11
DO 602 K=1, 23
FUZZY1(J, K) = FUZZY(K2, J, K)
602 CONTINUE
IF(KA1.GE.0.AND.KA1.LT.3) GO TO 301
IF(KA1.NE.(2*KA2+1)) GO TO 302
DD=Z1(KA1-1)-Z1(KA1-3)
KA2=KA2+1
GO TO 302
301 DD=0.0
302 CONTINUE
LOAD PAPA
CALL PAPA(DD, J1)
DELETE PAPA
DO 603 K=1, 23
FUZZY2(K) = FUZZY1(J1, K)
603 CONTINUE
LOAD FAPA
CALL FAPA(FUZZY2, M7)
DELETE FAPA
AK1=FLOAT(M6)
AK2=FLOAT(M7)
YK1=(AK1-12.0)*2.5
YK2=(AK2-12.0)*2.5
RETURN
END
```

```
C SUBROUTINE SUBPROGRAM
SUBROUTINE RUNGE(T, DT, N, Y, DY, F, L, M, J, IG)
DIMENSION DY(3), Y(3), F(21)
GO TO (100, 110, 300), L
100 GO TO(101, 110), IG
101 J=1
L=2
DO 106 K=1, N
K1=K+3*N
K2=K1+N
K3=N+K
F(K1)=Y(K)
F(K3)=F(K1)
106 F(K2)=DY(K)
```

```

GO TO 406
110 DO 140 K=1, N
    K1=K
    K2=K+5*N
    K3=K2+N
    K4=K+N
    GO TO(111, 112, 113, 114), J
111 F(K1)=DY(K)*DT
    Y(K)=F(K4)+0.5*F(K1)
    GO TO 140
112 F(K2)=DY(K)*DT
    GO TO 124
113 F(K3)=DY(K)*DT
    GO TO 134
114 Y(K)=F(K4)+(F(K1)+2.0*(F(K2)+F(K3))+DY(K)*DT)/6.0
    GO TO 140
124 Y(K)=0.5*F(K2)
    Y(K)=Y(K)+F(K4)
    GO TO 140
134 Y(K)=F(K4)+F(K3)
140 CONTINUE
    GO TO(170, 180, 170, 180), J
170 T=T+0.5*DT
180 J=J+1
    IF(J-4) 404, 404, 299
299 M=1
    GO TO 406
300 IG=1
    GO TO 405
404 IG=2
405 L=1
406 RETURN
    END

```

```

C SUBROUTINE SUBPROGRAM
  SUBROUTINE Fafa(A,K)
  DIMENSION A(30),B(30)
  AMAX=A(1)
  DO 55 I=1,23
    IF(AMAX,LE,A(I)) AMAX=A(I)
  55 CONTINUE

```

```
DO 77 I=1, 23
K=24-I
B(I)=A(K)
77 CONTINUE
K=24
DO 9 I=1, 23
K=K-1
IF(AMAX.EQ.B(I)) GO TO 66
9 CONTINUE
66 CONTINUE
KK=0
DO 88 J=1, 23
IF(A(J).EQ.AMAX) KK=KK+1
88 CONTINUE
KK=KK/2
K=K-KK
RETURN
END
```

```
C SUBROUTINE SUBPROGRAM
SUBROUTINE PAPA(D, J)
Q=-1.65
DQ=0.3
DO 50 I=1, 11
ZQ=Q+DQ
IF((D.GE.Q).AND.(D.LT.ZQ)) J=I
50 Q=Q+DQ
RETURN
END
```

```
C SUBROUTINE SUBPROGRAM
SUBROUTINE MAMA(C, K)
Q=-28.75
DQ=2.5
DO 50 I=1, 23
ZQ=Q+DQ
IF((C.GE.Q).AND.(C.LT.ZQ)) K=I
50 Q=Q+DQ
RETURN
END
```