

# 자이로컴파스 追從系統의 最適調整

李 相 鍊\*

## Parameter Optimization of the Marine Gyrocompass Follow-up System

*Sang-Jib Lee*

Abstract	目 次
I. 序 論	Ⅲ. 系統의 最適調整
Ⅱ. 系統의 Model과 安定性	Ⅳ. 結 論

### Abstract

One of the main purposes of the marine gyrocompass follow-up system is to preserve the sensitive part from the wandering error due to the frictional or torsional torque around the vertical axis. This error can be diminished through the rapid follow-up action, which minimizes the relative azimuthal angular displacement between the sensitive and follow-up parts and shortens the duration of the same displacement. But an excessive rapidity of the follow-up action would result in a sustained oscillation to the system. Therefore, to design a new type of the follow-up system, the theoretical analysis of the problems concerned should be studied systematically by introducing the control theory.

This paper suggest a concrete procedure for the optimal adjustment of the gyrocompass follow-up system, utilizing the mathematic model and the stability informations formerly investiaged by the author.

For the optimal determination of the adjustable paramfter K, the performance index(P.I.), ITSE(Integral of the Time multiplied by the Squared Error) is proposed, namely,

$$P. I. = \int_0^{\infty} t \cdot e^2(t) dt$$

where  $t$  is time and  $e(t)$  means control error.

Then, the optimal parameter minimizing the performance index is calculated by means of

\* 正會員, 韓國海洋大學 副教授

Parseval's theorem and numerical computation, and the validity of the obtained optimal value of the parameter  $K_a$  is examined and confirmed through the simulations and experiments.

By using the proposed method, the optimal adjustment can be performed deterministically. But, this can not be expected in the conventional frequency domain analysis. While the  $M_p$ s of the original system vary to the extent of from 0.98 to 46.27,  $M_p$  of the optimal system is evaluated as 1.1 which satisfies the generally accepted frequency domain specification.

## I. 序 論

船舶用 gyrocompass 追從部の 主要目的은 船體運動이 있을 때 생기기 쉬운, 垂直軸에 關한 摩擦이 나 비틀림으로 因한 torque를 減縮시켜 不定誤差를 防止하는 것이므로 追從部는 主動部에 對하여 偏角이 거의 없는 狀態가 되도록 動作하는 것이 바람직하다.

특히 船體運動이 있는 境遇에 追從部는, 主動部와 追從部 間에 큰 偏角이 생기지 않도록 하고 偏角持續時間이 短縮되도록 하는 動作의 迅速性이 確保되어야 한다. 그러나 이 迅速性 確保에만 취중하면 系統이 持續振動을 하기 쉽다. 그러므로 gyrocompass 追從系統도 다른 制御系와 같이 制御工學的인 측면에서 다루어야 할 必要가 있다. 著者는 새로운 追從系統 設計를 위한 基礎研究로서 系統의 數學 model을 세우고 나아가서 系統의 定常特性과 安定性을 檢討한 바가 있다.

本 研究에서는 그 後續으로 系統의 過渡特性에 注目하여 制御誤差積分值를 最小로 하는 意味에서 系統을 最適調整하기로 한다. 系統의 過渡特性을 評價하는 基準으로 二乘誤差積分과 時間二乘誤差積分을 擇하여 그 각각의 값을 最小로 하는 可變 parameter의 값을 구하고 그 때의 系統을 比較하여 最適 parameter를 決定하며 그 結果를 分析하기로 한다.

## II. 系統의 model과 安定性

本稿가 研究의 對象으로 한 gyrocompass(Hokshin D-1) 追從系統은 ① 偏角檢出部(error detector), ② 電力增幅部(amplifier), ③ 追從電動機(servomotor), ④ 減速齒車(reduction gears) 및 ⑤ 追從外球(containe) 등으로 構成되어 있고, 이들 各 要素의 電氣的·機械的인 特性으로부터 구한 傳達函數와 要素間의 信號流動 및 入出力關係 등을 考慮하면 系統은 다음과 같은 block 線圖로 表示되며 따

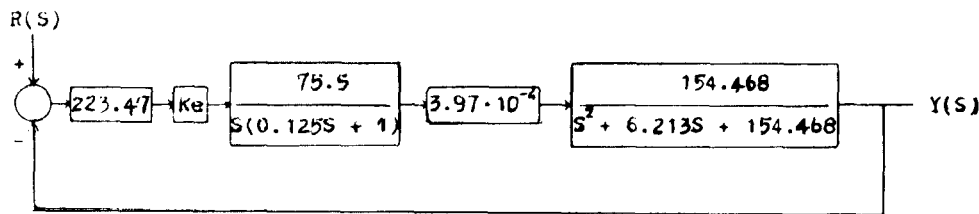


Fig. 1. Block diagram of the follow system.

라서 系統의 前向傳達函數  $G(s)$ 와 開 loop傳達函數  $G'(s) \cdot H(s)$ 는 式 (1)과 같다.

$$G(s) = G'(s) \cdot H(s) = \frac{A_5}{A_1 S^4 + A_2 S^3 + A_3 S^2 + A_4 S + A_5} \quad (1)$$

但,  $A_1 = 0.125$ ,  $A_2 = 1.776$ ,  $A_3 = 25.5$ ,  $A_4 = 12.4285$ ,  $A_5 = 1034.64 \cdot Ka$

한편 入力에 對한 出力의 比를 全系統의 閉 loop 傳達函數로 보면 傳達函數  $W(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} \\ &= \frac{A_5}{A_1 S^4 + A_2 S^3 + A_3 S^2 + A_4 S + A_5} \end{aligned} \quad (2)$$

式 (2)의 分母 分子를  $A_1$ 으로 나누어 整理하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{A_{(1)}}{S^4 + A_{(2)} S^3 + A_{(3)} S^2 + A_{(4)} S + A_{(5)}} \quad (3)$$

但,  $A_{(1)} = A_5/A_1$ ,  $A_{(2)} = A_4/A_1$ ,  $A_{(3)} = A_3/A_1$ ,  $A_{(4)} = A_2/A_1$

또 (3)式에 Hurwitz 安定判別法을 適用하여 絕對安定性이 確保될 條件을 檢討한 結果  $0 < Ka < 1.2$  (但,  $Ka$ 는 調整可能한 parameter의 값 즉 增幅部の 利得)이고 利得 · 位相을 計算하여 相對安定度를 檢討한 結果, 위에서 주어진  $Ka$  값의 範圍內에서  $Ka$ 가 增加할 수록 相對安定度는 나빠진다. 또 誤差定數法과 誤差級數法을 利用하여 系統의 整定時間短縮과 制御誤差의 減縮에 比重을 두고 良好한 定常特性이 維持되게 하려면  $0.3 < Ka < 0.7$  이어야 함이 밝혀졌다.<sup>2)</sup>

### Ⅲ. 系統의 最適調整

지금까지의 檢討로 부터 系統 自體가 바람직한 舉動을 보일 때  $Ka$ 가 어떤 範圍의 값을 取하는가 하는 점이 밝혀졌다. 다음에는 現實적으로 船舶에서 系統이 動作할 때 가장 좋은 狀態로 動作하게 하려면  $Ka$ 의 크기를 얼마로 하여야 하는가를 究明하기로 한다. 系의 安定性, 定常特性 및 適度特性 등을 廣範圍하게 考慮하여 系統의 舉動을 評價할 수 있는 指標를 選定하며, 얻어진 評價函數를 最小로 하는 意味에서 系統을 最適調整하고 이 狀態에서 갖는 系의 舉動을 simulation 및 實驗結果를 通하여 檢證함으로써 最適制御方法의 有効性을 確認하기로 한다.

#### 1) 評價方法

一般的으로 制御系의 性能을 代表하는 것으로서는 定常特性和 適度特성을 들 수 있다. 勿論 이때 安定度도 問題가 되나 系가 不安定한 境遇에는 檢討할 必要가 없으므로 以下에서는 追從系統의 安定度가 確保되는 範圍, 即 增幅部利得  $Ka$ 가  $0 < Ka < 1.2$  以內의 값을 取하는 境遇에 限하여 問題를 다루기로 한다.

系統의 適度特성을 評價하는 데에는 周波數領域에서 行하는 方法과 時間領域에서 行하는 方法이 있다. 前者는 그 評價基準을 經驗적으로 얻어진 一般基準에 依存함으로 어느 特定한 系가 一般基準 値를 滿足한다고 하더라도 그 系統이 最適으로 된다는 保障이 없을 뿐만 아니라 값 自體도 一義的으로 定해지지 않는다. 한편, 後者は 特定한 入力에 對한 適度應答의 波形을 評價하는 것으로,

- (1) 系統을 주로 二次系로 近似化하여 人間의 認識能力과 잘 符合하는 階段入力에 對한 應答特性을 利用하여 應答의 減衰率, overshoot, 整定時間 等を 基準으로 하여 評價하는 境遇와  
 (2) 階段入力에 對한 應答의 誤差積分值 또는 制御面積의 크기를 基準으로 하여 評價하는 境遇가 있다.

(1)의 境遇에는 이들 基準值를 直觀으로 認識하기는 容易하나 系統의 特性을 二次式으로 表現할 수 없는 境遇에는 엄밀한 評價를 하기가 곤란하며, 비록 二次式으로 表現된다고 하더라도 이들 基準值에 의한 調整이 最適이라고 하는 意味를 附與할 수 있는 理論的인 根據가 稀薄하다. 그러나 (2)의 境遇에는 確率論과 統計理論으로 嚴格히 定義된 函數가 基礎로 되어 있고 Parseval의 定理에 의하여 積分計算이 容易한 때가 많다. 만약 어느 한 系統에 階段入力を 加했을 때 過度應答의 誤差積分值가 最小가 되도록 調整하여 그것을 系統의 最適狀態로 본다면 理論的인 根據는 充分하다고 할 수 있다. 다만, 이 方法으로 系統을 調整하더라도 制振不足現狀이 간혹 일어나는 수가 있어 이 點을 補完하기 위하여 適當한 拘束項을 附加한 것을 評價函數로 하는 수가 있다. 그러나 正常稼動時의 追從系統에 있어서는 追從電動機에 加해지는 機械的인 負荷 및 電動機의 回轉角은 比較的 작은 편이므로 電力消耗가 작고 回轉加速時에 電機子에 適大한 電流가 흘러서 溫度가 크게 上昇되는 境遇는 거의 없으므로 動力消耗에 關聯된 點은 별도로 考憲할 必要가 없는 것으로 생각된다. 本 研究에서는 階段入力에 對한 應答의 適度特性을 評價하는 基準으로 i) 작은 誤差보다 比較的 큰 誤差에 比重을 두는 二乘誤差積分(Integral of the Squared Error ; ISE)과 ii) 初期의 큰 誤差보다는 長時間 持續되는 誤差와 整定時間에 더 比重을 두는 時間二乘誤差積分(Integral of the Time multiplied by the Squared Error ; ITSE)을 選定하고, 以下の 節에서는 이들에 對해 系統의 出力特性으로부터 얻은 overshoot, 整定時間과 같은 實際의 基準值와 追從外球의 角周波數  $\omega_n$  및 그 減衰率  $\xi$ 를 追加로 parameter로 假定했을 때의 基準值 等を 綜合的으로 分析·比較하고, 同時에 定常特性을 考慮하여, 追從系統의 性能을 보다 적절히 代表할 수 있는 쪽을 評價函數로 擇하여 最適調整을 行하는 問題를 다루기로 한다.

## 2) 評價函數의 選定 및 最適調整

系統에 單位階段入力이 加해질 境遇, 誤差函數 $E(S)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E(s) &= \frac{1}{1+G(S)} \cdot \frac{1}{S} \\ &= \frac{A_1 S^3 + A_2 S^2 + A_3 S + A_4}{A_1 S^4 + A_2 S^3 + A_3 S^2 + A_4 S + A_5} \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)의 分母를  $D_n(S)$ , 分子를  $N_n(S)$ 라 두면, Parseval의 定理에 의해 ITSE는 다음과 같아진다.

$$\begin{aligned} ITSE &= \int_0^{\infty} t \cdot e^2(t) dt \\ &= \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ -\frac{1}{4\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \left\{ \frac{N_n(s+\sigma)}{D_n(s+\sigma)} \cdot \frac{N_n(\sigma-s)}{D_n(\sigma-s)} \right\} ds \right] \end{aligned}$$

$$= H_1 - (H_2 + H_3 + H_4) / (2 \cdot H_5) + (H_6 + H_7) \cdot H_8 / (2 \cdot H_5^2) \quad (5)$$

但,  $H_1 = 1/4 \cdot (A_4/A_5)^2$

$$H_2 = 2 \cdot A_1^2 \cdot A_5 + 2 \cdot A_1 \cdot (A_3^2 - 2 \cdot A_4 \cdot A_2)$$

$$H_3 = A_3 \cdot (A_2^2 - 2 \cdot A_3 \cdot A_1) + A_2 \cdot (A_3 \cdot A_2 - 3 \cdot A_4 \cdot A_1)$$

$$H_4 = A_2 \cdot A_1 \cdot A_4 + (A_4 \cdot A_3/A_5) \cdot (A_3 \cdot A_2 - A_4 \cdot A_1) + (A_4^2/A_5) \cdot (A_3 \cdot A_1 + A_2^2)$$

$$H_5 = A_4 \cdot A_3 \cdot A_2 - A_4^2 \cdot A_1 - A_5 \cdot A_2^2$$

$$H_6 = (A_1 \cdot A_4)^2 + A_2^2 \cdot (A_3^2 - 2 \cdot A_4 \cdot A_2) + A_4 \cdot A_2 \cdot (A_2^2 - 2 \cdot A_3 \cdot A_1)$$

$$H_7 = (A_4^2 \cdot A_2/A_5) \cdot (A_3 \cdot A_2 - A_4 \cdot A_1)$$

$$H_8 = A_4 \cdot A_2 - 4 \cdot A_3 \cdot A_1 + A_3^2$$

한편, ISE는 같은 方法으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} ISE &= \int_0^{\infty} e^2(t) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |E(j\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E(j\omega)E(-j\omega) d\omega \\ &= (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) / F_5 \end{aligned} \quad (6)$$

但,  $F_1 = A_1^2 \cdot (A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 - A_5^2 \cdot A_2)$

$$F_2 = (A_2^2 - 2 \cdot A_3 \cdot A_1) \cdot A_1 \cdot A_4 \cdot A_5$$

$$F_3 = (A_3^2 - 2 \cdot A_2 \cdot A_1) \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_5$$

$$F_4 = A_4^2 \cdot (A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 - A_4 \cdot A_1^2)$$

$$F_5 = 2 \cdot A_3 \cdot A_1 \cdot (A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 - A_5 \cdot A_2^2 - A_4^2 \cdot A_1)$$

追從系統에 있어서의 parameter는 增幅部利得  $K_a$  뿐이므로 ITSE 및 ISE는  $K_a$ 만의 函數로 된다. 따라서, ISE 또는 ITSE를  $f(K_a)$ 라 두면, 函數  $f(K_a)$ 를 最小로 하는 意味에서의 最適値는 다음 식

$$\left. \frac{df(K_a)}{dK_a} \right|_{K_a=K_{a0}} = 0, \quad \left. \frac{d^2f(K_a)}{dK_a^2} \right|_{K_a=K_{a0}} > 0$$

但,  $K_{a0}$ 는 最適値

을 解析的으로 풀어서 얻을 수 있다.

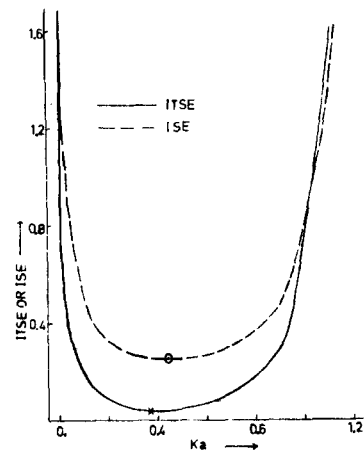
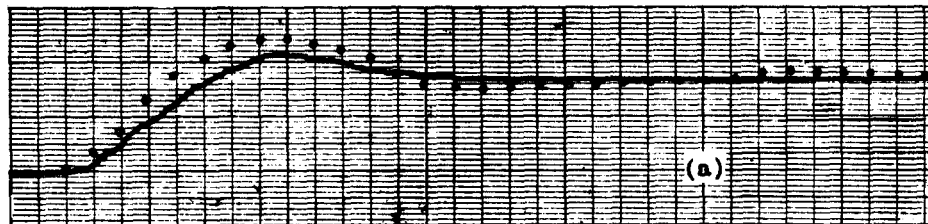
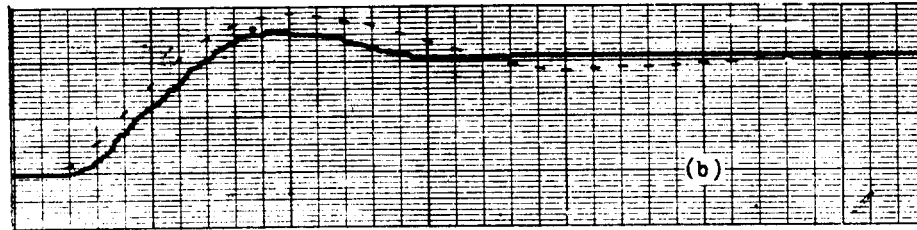


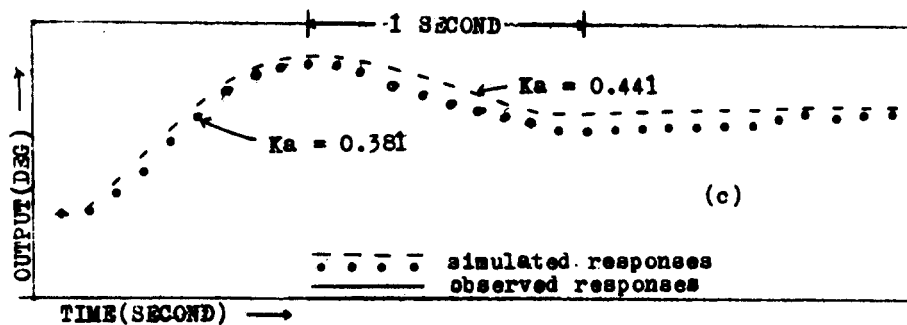
Fig. 2. Comparison of ITSE with ISE magnitudes.



(a) Indicial response of the simulation and that of the observation for  $K_a=0.381$ .



(b) Indicial response of the simulation and that of the observation for  $K_a=0.441$ .



(c) Simulated indicial responses for two selected  $K_a$ s.

Fig. 3. Indicial responses.

그러나, 函數 $f(K_a)$ 의 形이 매우 複雜하므로 數值計算으로 函數의 形態를 求해 보면  $K_a$ 의 變化에 따른  $f(K_a)$ 의 값은 Fig.2와 같아지며, 그 때의 最適値는 各各  $K_{a0}(ITSE)=0.381$ ,  $K_{a0}(ISE)=0.441$ 로 된다. 이 두 값은 定常特性으로부터 얻은 바람직한  $K_a$ 의 範圍,  $0.3 < K_a < 0.7$ 內에 들어 가므로 定常特性에서 要求하는 條件을 滿足하고 있다.

다음에 ISE와 ITSE 中 어느 것이 追從系統의 評價函數로서 더욱 適合한가를 檢討하기 위하여 追從系統의 出力特性을 調査한 結果를 Fig.3 및 Table 1.에 보인다.

Table 1. Overshoots and settling times of the simulated indicial responses for two selected  $K_a$ s.

performance index	$K_a$	overshoot(%)	settling time(sec)
ITSE	0.381	17	6
ISE	0.441	25	7

이 結果에 의하면, ITSE의 最適値를 取한 境遇가 ISE의 그것보다 整定時間도 짧고, overshoot도 작아서, 海上에서 빈번한 操舵運動이나 外亂의 作用 등에 의하여 系統에 加해지는 入力에 敏速하게 對應할 수 있음을 보여주고 있다. 한편, 評價函數의 適合性을 더욱 調査하기 위하여 다음에 着眼하여 檢討하기로 한다. 卽, gyrocompass를 長期間 使用하면 回轉動作 傳達裝置에 包含되어 있는 spring pinch와 追從外球 支持台의 部品에 機械的인 變動이 생겨서 비틀림 係數  $K_a$ 가 變하고 이로 인하여  $\omega_{n(s)}$ 의 값이 變할 可能性이 생긴다.

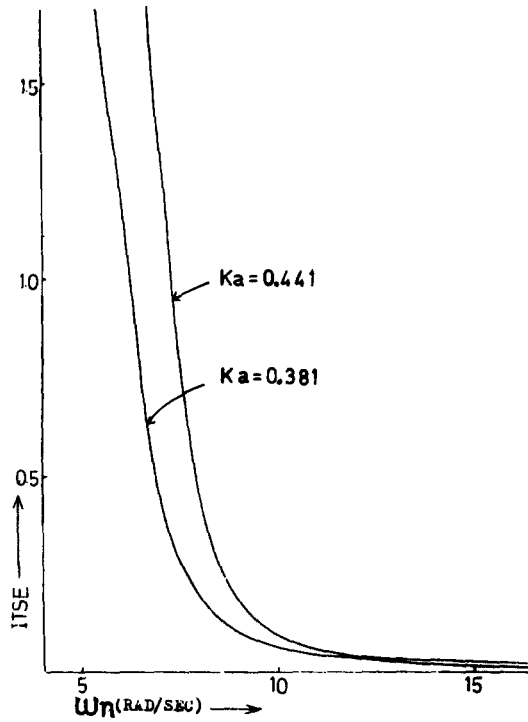


Fig. 4. ITSE vs.  $\omega_n$  for two selected  $K_a$ s.

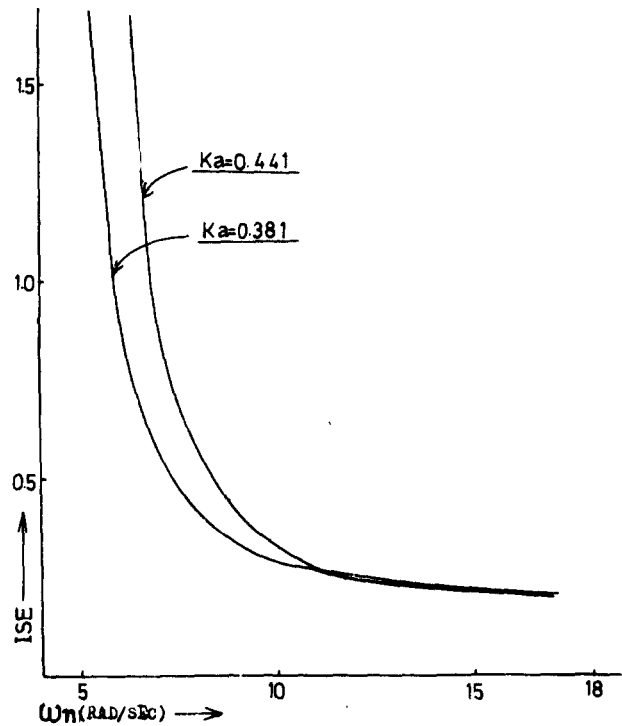


Fig. 5. ISE vs.  $\omega_n$  for two selected  $K_a$ s.

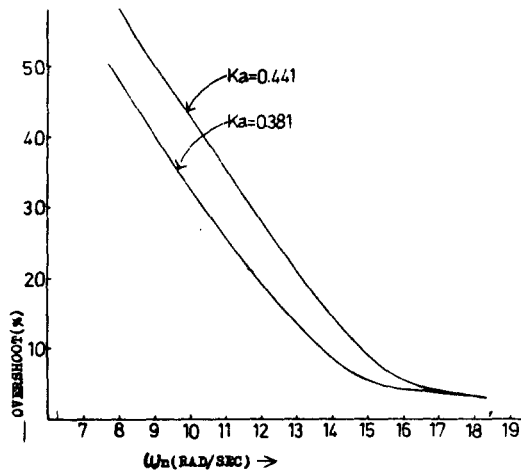


Fig. 6. Overshoot vs.  $\omega_n$  for two selected  $K_a$ s.

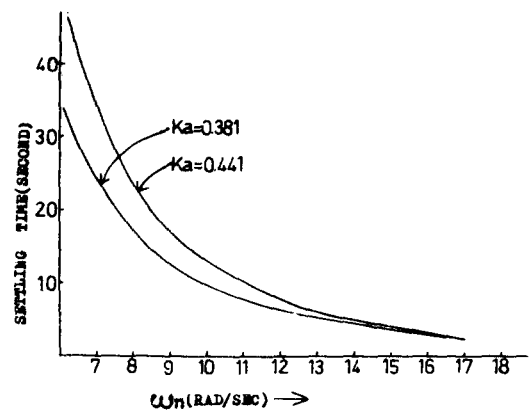


Fig. 7. Settling time vs.  $\omega_n$  for two selected  $K_a$ s.

實際에 있어서  $\omega_{n(5)}$ 의 값이 變하는 量은 無視할 수 있을 程度로 微小하나,  $\omega_{n(5)}$ 의 變動에 對한 두 評價函數의 舉動은 評價函數의 選定에 重要한 基準이 될 수 있으므로, 다음과 같이  $\omega_{n(5)}$ 을 變數로 하여 系統의 特性을 調査·分析하기로 한다.

(1)  $K_a$ 를 0.381 또는 0.441로 두고  $\omega_n$ 을 parameter로 하여 ITSE와 ISE의 값을 各各 計算한 結果

(Fig. 4, 5 參照),  $\omega_n$ 의 값이 約 13 以下이면 ITSE의 最適值의 쪽이 ISE의 最適值의 것보다 評價函數의 값이 작다. 이 때 값의 差異는  $\omega_n$ 가 減少함에 따라 커진다.

(2) (1)과 같은 條件下에서 overshoot 및 整定時間의 크기를 調査한 結果 Fig. 6, 7에서와 같이  $\omega_n$ 이 約 17 以下이면 ITSE의 最適值의 쪽이 보다 작은 값을 나타낸다. 一般的으로 正常的인 狀態에서의  $\omega_n$ 의 값은  $\omega_n \approx 12.4285$  程度이고,  $\omega_n$ 의 變化가 豫想되는 範圍가 매우 微小하다는 點을 考慮하면 ITSE가 追從系統의 性能을 더욱 잘 代表하고 있다고 생각된다.

以上の 考察로부터 追從系統의 性能을 代表하는 評價函數로서 ITSE를 選定하기로 한다.

### 3) 最適調整系의 特性

위에서 選定된 評價函數 ITSE에 對해 評價函數를 最小로 한다는 意味에서 系를 最適調整한 境遇, 追從系統이 어떠한 特性을 보이는가에 對해 檢討하기로 한다.

最適調整系의 性能을 把握하기 위하여  $M_r$ 值, 利得·位相餘裕, 階段型入力에 對한 出力特性 等을 調査·計算하여 調整前에 系가 가졌던 값과 比較하고(Fig. 8, 9, 10 參照), 同時に 階段入力以外的 入力에 對한 定常特性을 對比하였으며, 特히  $\omega_n$ 의 變化에 對한 最適調整系의 舉動을 살피기 위하여  $\omega_n$ 을 parameter로 하였을 때의 各 特性을 計算하였다. 以上の 結果를 要約하면 Table 2와 같다.

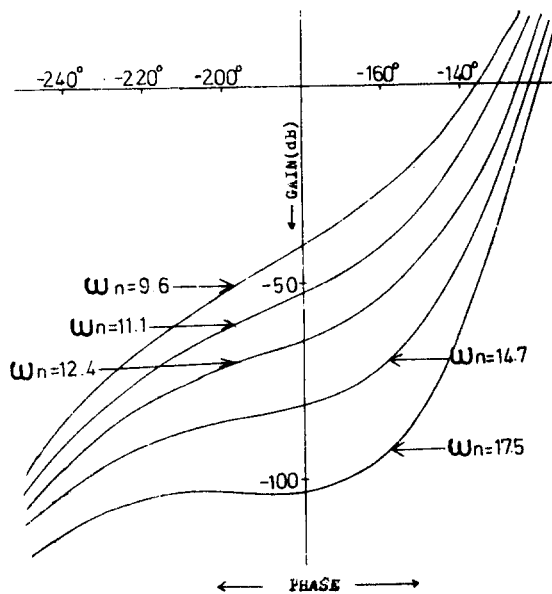


Fig. 8. Gain-phase diagram of the optimized system for the values of  $\omega_n$ .

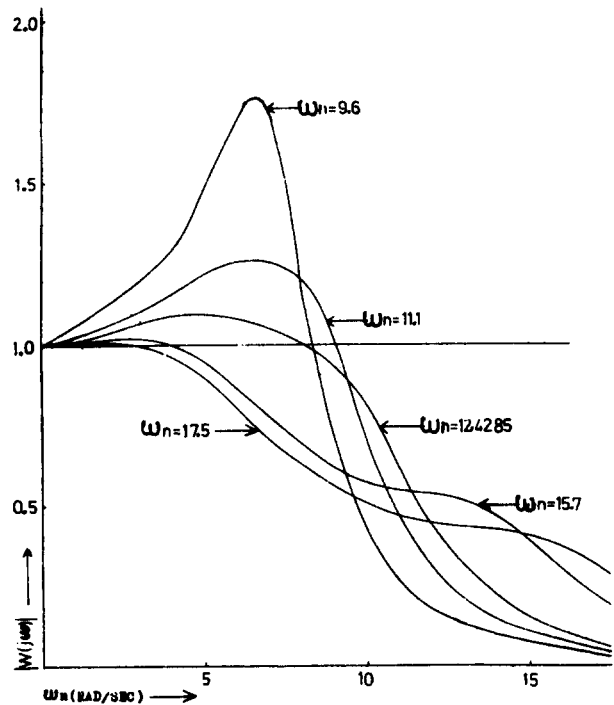


Fig. 9. Frequency transfer function magnitudes of the optimized system for the various values of  $\omega_n$ .



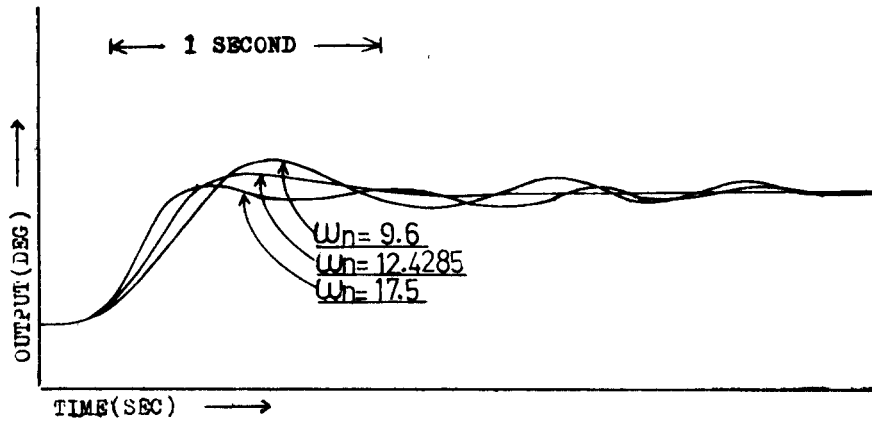


Fig. 10. Indicial responses of the optimized system for the various values of  $\omega_n$ .

Table 2. Criteria comparison of the optimized system with the non-optimized system.

criteria	$K_a$	$M_p$	relative stability		overshoot (%)	settling time (sec)	steady state	
			gain margin (dB)	phase margin (deg)			ramp (deg)	sinusoidal (deg)
non-optimized	0-1.2 ( $\omega_n = 12.4285$ )	0.8-46	170-0	90-0	0-57	5-60	22-0.03	0.08-0.13
optimized	0.381 ( $\omega_n = 12.4285$ )	1.1	65	54	17	6	0.25	0.08
	0.381 ( $9.6 < \omega_n < 17$ )	1.8-1	40-103	45-60	40-4	10-3	0.25	0.08

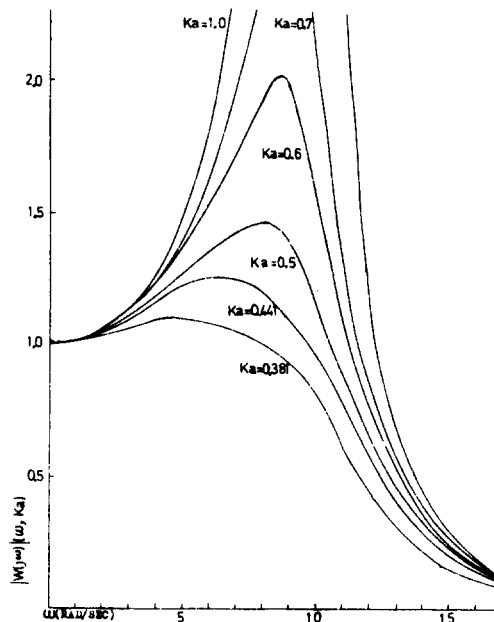


Fig. 11. Frequency transfer function magnitudes of the non-optimized system for the various values of  $K_a$ .

Table 2로부터 알 수 있는 바와 같이 最適調整系는 滿足할만한 相對安定度를 갖고 있고, overshoot 및 整定時間도 매우 바람직한 값을 保有하고 있다. 特히,  $M_p$ 值는 一般的으로 servo系를 設計할 때에 要望되는 基準值의 範圍( $M_p=1.1\sim 1.6$ )를 充足하고 있을 뿐만 아니라  $\omega_n$ 을 適度하게 人爲的으로 變動시켜도 크게 이 範圍를 離脫하지 않는 點 등으로 보아, 本 研究에서 提案한 最適制御方法이 매우 有効함을 알 수 있다.

한편, ramp 및 正弦波入力에 對한 定常誤差는 時間의 增加에 따라 消滅하지는 않으나(Table 2 參照), 대략  $K_a > 0.3$ 이면 그 크기가 充分히 작으므로 最適調整系에 있어서도 비록 階段入力 以外の 入力이 加해지는 境遇가 있다고 하더라도 그 制御誤差는 無視할 수 있을 程度이다. 參考로 調整前의 系統의  $M_p$ 值 計算結果를 Fig. 11에 보인다.

#### IV. 結 論

追從系統을 가장 좋은 狀態로 制御하기 위하여 系의 安定性, 應答特性 및 適度特性 등을 分析·檢討하였으며, 系統의 舉動을 가장 잘 代表할 수 있는 評價函數를 選定하고 最適調整하는 方法과 最適調整系의 特性에 對해 考察하였다. 그 結果,

- (1) 追從系統의 舉動, 즉 系統의 安定性, 定常特性 및 適度特性을 網羅한 系의 特性을 代表할 수 있는 評價函數로서는 ITSE가 가장 適合하고,
- (2) 從來의  $M_p$ 值를 基準으로 하는 周波數應答에서는 增幅部利得  $K_a$ 가 一義的으로 決定되지 않으나 本方法에 依하면 一義的으로 決定될 뿐만 아니라 그 理論的 根據가 明確하며,
- (3) 周波數應答法에 의한 設計의 基準에 있어서는 一般的인  $M_p$ 值는  $1.1\sim 1.6$ 이지만 本 系統에서는  $M_p=1.1$ 이 가장 適合하고  $\omega_n$ 의 變動을 考慮한다 하더라도  $M_p=1.1\sim 1.8$ 程度가 좋으며,
- (4) 最適調整系의 整定時間이 比較的 짧아 海上에서의 빈번한 操舵運動 또는 外亂에 對해 敏感하게 對應할 수 있을 뿐만 아니라, 階段型 以外の 外亂에 對해서도 그 制御誤差를 比較的 작은 값으로 制限할 수 있고,
- (5) 古典制御理論(周波數 應答法)과 現代制御理論(最適制御 등)을 相互融合하여 使用함으로써 追從系統의 制御에 實用性이 좋은 結果를 얻을 수 있다는 것을 알았다.

#### 參 考 文 獻

1. L. Sang Jib(1980) : System Representation for the Control System of the Follow-up Mechanism on the Marine Gyro Compass. The Korean Institute of Navigation, Vol. 4, No. 1, pp. 31~50.
2. L. Sang Jib(1981) : A study on the Follow-up control Characteristics of the Marine Gyrocompass, Korea Maritime University Report Vol. 16, pp. 441~459.
3. R. E. Kalman(1964) : When Is A Linear System Optimal? Trans. of ASME, Journal of Basic Engineers, Vol. 86, pp. 520~544.
4. E. Kreider and A. Jameson(1972) : Optimality of Linear Control System, IEEE Trans, Automatic Control, Vol. AC-17, pp. 349~351.
5. W. R. Pekins and J. B. Cruz(1972) : Feedback Properties of Linear Regulators. IEEE Trans, Automatic Control, Vol. AC 16, pp. 659~664.