

〈論文〉

動的計劃法에 의한 用水供給施設の 最適化에 관한 研究

—Optimal Sequencing of Water Supply Projects by Dynamic Programming—

裴	相	根*
Sang	Keun	Bae
李	舜	鐸**
Soon	Tak	Lee

ABSTRACT

This study is aimed at optimal sequencing of water supply projects for water demand from the application in water resources field of dynamic programming because a minimum present cost strategy for investment in water supply projects plays an important part of installation of some projects,

In analysis, the relationships of the future water demand and numerous possible independent projects that are expected to meet water requirements up to some future data in Daegu city were used and future water demand were estimated from the exponential function method, the method used by the Water Works Bureau of Daegu City government which is a kind of geometric progression method and the mean value of these two methods.

The results showed that the optimal sequencing of water supply projects using Dynamic Programming was reasonable and the changing of the estimation method of future water demand made a difference among optimal sequence of projects while the changing of annual rate of interest had influenced on present value cost only.

In general, the best sequence for constructing the seven projects was the order of D—E—G—F—C—B—A, with the corresponding period for 33~38 years.

要 旨

本 研究은 用水供給施設の 最適建設順序 및 最適建設年을 時間—用水需要의 關係로 부터 決定함에 있어서 動的 計劃法에 의한 解析으로부터 動的 計劃法의 水資源分野에 대한 應用可能性을 살펴 보며 그 適用을 보이하고자 하였다.

分析에 있어서는 大邱市의 上水道擴充計劃 資料중 建設可能 Projects를 採擇하였으며 用水推定方法을 指數函數式, 大邱市推定值 및 두 方法의 平均値의 3가지 方法으로 하여 動的 計劃모델에 適用시켰으며 그 結果 需要曲線의 變化가 optimal sequence에 變化를 가져왔고 代替적으로 D—E—G—F—C—B—A의 順序로 向後 33—38年 期間內에 建設되어야 함을 發見하였다. 그리고 利率의 變動은 present value cost에만 影響이 있었으며 動的 計劃모델에 의한 用水供給施設の 最適化가 妥當함을 보여 주었다.

* 正會員 · 安養工業專門大學 專任講師
 ** 本學會 理事 · 嶺南大 工大 教授(工博)

1. 序 論

물 需要는 一般의 으로 將來의 어떤 期間에 대한 期待되는 需要의 增加에 根據하여 推定한다.

普通 將來의 어떤 期間의 需要에 對處할 수 있는 Project는 많다. 이들 各 Project는 주어진 資源으로부터 利用 可能한 물의 物理的 制約과 利用 可能한 크기에 대한 建設의 經濟性 때문에 建設費用과 容量과의 關係가 一致할 때라야 建設될 것이다. 만약 時間需要 曲線이 線形이며 모든 Project가 거의 같은 最大容量을 가지고 있다면 가장 적은 費用으로 建設할 수 있는 Project를 먼저 建設하는 것이 妥當하게 된다. 그러나 需要를 線形으로 볼수 없을 때나 Projects간의 關係가 전혀 없을 때 Optimal Sequence는 간단하게 抽出할 수 없게된다. 이때 이 Optimal Sequence를 위한 여러가지 數學的 模型들을 고려할 수 있으나 一般의 으로 動的計劃法(DP)¹⁾²⁾을 適用하는 것이 가장 妥當한 것으로 생각된다.

DP는 Richard Bellman³⁾⁴⁾과 RAND 研究所의 研究員에 依해 처음 紹介되었고 發展 되었으며 最適化의 原理에 基礎를 두고 經營學 分野에서 주로 많이 應用되어 왔다.

水資源시스템 分野에 있어서는 最近에 몇몇 사람들에 依하여 그 適用 및 模型들이 開發된 바 있다. 즉, Buras⁶⁾에 의하여 水資源開發에 있어서의 DP의 適用에 關한 紹介와 Butcher⁷⁾등에 의한 DP의 適用이후 여러 形態의 模型들이 開發되었다. Kaplan 및 Haimes⁸⁾는 下水處理場의 最適容量擴張을 위한 DP모델을 開發하였으며 Heidari 및 Chow⁹⁾등은 水資源 시스템의 最適化를 위한 DDDP(Discret Differential Dynamic Programming) 模型을 開發한 바 있다. 또한 Larson^{10), 11), 12)} 및 Keckler^{13), 14)}는 水資源 시스템의 調節을 위한 DP의 各種 應用모델을 紹介함과 동시에 SIDP(State Increment Dynamic Programming) 模型을 開發하였다. 그외 이 DP모델로서 確率制約 DP모델(Chance Constrained Dynamic Programming) 模型이나 推計學的 DP모델(Stochastic Dynamic Model) 등이 開發되고 있다. 이와같이 DP의 基本原理에 基礎를 둔 여러가지 形態의 模型들이 水資源의 問題中 貯水池調節, 물配分, 施設容量決定問題등의 各 分野에 걸쳐서 應用, 開發되고 있다. 그러나 線形計劃法(LP)¹⁵⁾과는 달리 그 標準알고리즘이 있는 것이 아니고 各 分野마다 獨特한 알고리즘을 開發해야 하는 것이 DP의 特徵이다.

한편 우리나라에 있어서는 水資源分野에 대한 이 DP

모델의 應用이나 開發은 거의 없으며 대개 在來의 最適化理論을 쓰고 있는 實情이다.

따라서 여기서는 用水供給의 施設을 最適化하고 用水需要에 따른 施設 建設順序를 決定함에 있어서 이 DP모델에 의한 解析으로부터 DP의 水資源分野에 대한 應用可能性을 살펴보고 그 適用을 보이고자 하였다.

2. 最適建設計劃을 위한 動的計劃 模型

물供給 Projects는 댐등과 같이 永久的이며 費用은 대개 建設할 때 所要되므로 어떤 社會集團의 需要에 對處하기 위하여 建設되는 諸般 施設과는 다르다.

現存하는 Project가 對處할 수 있는 需要를 超過하는 年度 以上이되면 이 現存하는 Projects의 容量을 超過하는 需要만큼에 對處할 다른 Projects를 建設할 必要가 있다고 생각한다. 또한 充足시키지 못하는 需要에 對處하기 위하여 添加되는 施設의 費用은 다른 需要所와 獨立이며 어떤 期間에 單一 Project로써 需要에 對處한다면 費用의 節減을 가져올 수 있다고 생각된다. 어떤 地域의 물 需要는 各 Project의 建設費用이 C_i 이며 容量이 Q_i 인 n 개의 Projects로 어떤 一定한 期間까지 對處할 수 있다고 假定한다. 同一 時間領域까지의 물需要-時間 曲線은 增加函數 $D=D(t)$ 가 되며 D 와 Q 는 同一單位(t/day)이다.

q 를 建設될 Projects의 供給能力이라 하면 이 變數는 $0 \leq q \leq \sum_{i=1}^n Q_i$ 의 모든 값이 될 수 있다. 여기서 變數 i 는 特定 project를 지칭하나 建設되는 Project의 順序와는 無關하다. 供給能力 q 는 $D=D(t)$ 로 부터 얻어지는 時間 $t=\psi(q)$ 에 建設을 完了하는 時間부터 需要의 一部分이 全部에 對處할 수 있다.

여기서 $t=\psi(q)$ 는 q 의 函數이다. q 의 모든 값에 대한 建設列의 最適化 問題를 푼 結果는 全體 需要量에 對處할 수 있는 最適建設計劃을 求하는 것이 된다.

費用變數(Cost variable)는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} g^i(q) &= 0 && \text{단 } q=0 \\ g^i(q) &= C_i && \text{단 } q \leq Q_i \\ g^i(q) &= \infty && \text{단 } q > Q_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

지금 r 을 利子率, $K_j(j=1, 2, 3, \dots, n)$ 를 一連의 Project에 대한 建設順位(Construction Sequence)라 하고 $f_j^{k^j}(q)$ 를 順位 K_j 에서 建設된 j Project의 順位로 需要에 對處하기 위하여 提供하는 容量의 最小費用이라 하며, 먼저 供給容量이 $0 \leq q \leq \sum_{i=1}^n Q_i$ 와 같을 때 可能한 Project중 1개 만을 建設하여 需要에 對處할 때를 생각해 보면

$$f_1^{k^1}(q) = \min[g^i(q)] \dots\dots\dots(2)$$

$$0 \leq q \leq \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$i=1, 2, 3, \dots, n.$$

式(2)는 g 의 不連續函數이며 需要에 對處하는데 要되는 費用을 最小로 하는 q 의 값에 대한 Project(定變數 i)를 選擇한다. 비록 容量 Q_i 가 固定된 값이라 할지라도 q 는 連續變數로서 取扱되며 1段階 System은 $t=0$ 에서 建設되어야 한다. 函數 $f_1^{k1}(q)$ 를 決定한 후 函數 $f_2^{k2}(q)$ 를 計算하며 式은 다음과 같다.

$$f_2^{k2}(q) = \min [g^i(q_2)(1+r)^{-t_2} + f_1^{k1}(q-q_2)] \dots (3)$$

$$0 \leq q_2 \leq q$$

$$0 \leq q \leq \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$i=1, 2, 3, \dots, n. \quad \text{그러나 } i \neq K_1$$

式 (3)에서 函數 $t=\psi(q)$ 이므로 다음 式 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$f_2^{k2}(q) = \min [g^i(q_2)(1+r)^{-\psi(q-q_2)} + f_1^{k1}(q-q_2)] \dots \dots \dots (4)$$

$$0 \leq q_2 \leq q \leq \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$i=1, 2, 3, \dots, n. \quad \text{그러나 } i \neq K_1$$

K_2, i, K_1 모두가 q 의 函數 일 때는

$$K_2(q) = \min(q) + K_1(q) \dots \dots \dots (5)$$

式 (4)로 부터 一般의 recursive relationship을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_n^{k2}(q) = \min [g^i(q_n)(1+r)^{-\psi(q-q_n)} + f_{n-1}^{k2}(q-q_n)] \dots \dots \dots (6)$$

$$0 \leq q_n \leq q \leq \sum_{i=1}^n Q_i$$

$i=1, 2, 3, \dots, n.$ i 는 K_{n-1} 에 包含되지 않고

$$K_n(q) = i \min(q) + K_{n-1}(q) \dots \dots \dots (7)$$

가 된다.

式 (6)이 計算되면 建設列에서 마지막 Project를 建設해야 하는 建設順位 K_n 과 建設年 t_n 이 決定된다. $(q-q_n)$ 이 既知이기 때문에 그 앞 Project의 $K_{n-1}(q-q_n)$ 를 알 수 있고 또한 $t_{n-1}=\psi(q-q_n-q_{n-1})$ 로써 알 수 있다.

이와 같이 해서 建設하고자 하는 모든 Projects의 建設順位와 建設年이 決定된다.

3. 用水供給施設の 最適建設計劃 分析

3.1 分析資料

分析資料^{16), 17)}로 는 大邱市의 上水道 擴充計劃 資料를 採擇하였다.

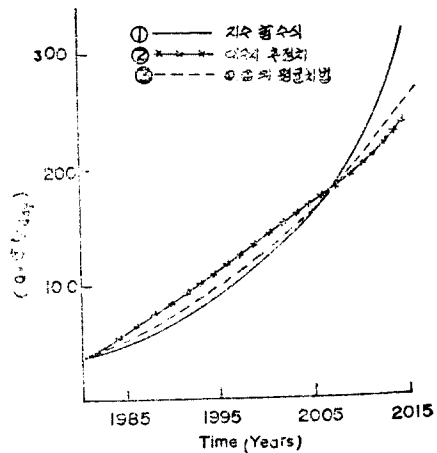


그림-1. Water supply curves for each estimation method

人口 및 全體 1人 1日當 上水 需要量 推定은 첫째, 1次線形式, 指數函數式, 2次曲線式을 使用하여 2015年 까지 推定하여 본 結果 指數函數式이 現在까지 가장 近似하게 接近되어 왔으므로 이 方法에 의한 推計가 가장 適合性이 있다고 생각하여 이 方法을 採擇하였다. 둘째, 大邱市에서 上水道 擴充計劃時 使用한 2000年 까지의 等比級數法에 의한 推定值 및 이를 같은 方法으로 2015年까지 延長하여 使用하였으리(이하 大邱市推定值라 함), 또한 셋째로 앞의 두 方法의 平均値法을 使用하였다. 年度別로 위의 各 方法에서 推定한 人口 및 全體 1人 1日當 上水需要量으로부터 總用水 需要量을 推定하였으리 그 結果는 表-1과 같고 各 推定方法別 물 需要를 그림으로 나타내면 그림-1과 같다.

建設 Projects는 大邱市에서 調査한 것을 使用하기로 하였으리 上水道系統 Project의 建設可能地點, 日平均 生産量 및 所要工事費는 다음 表-2와 같다.

3.2 動的計劃모델의 適用

表-2의 Projects를 全部 建設하는 것으로 假定하고 3·1절에서 求한 年度別 用水需要量과의 關係에 DP모델을 適用함에 있어서 利子率은 現在使用되는 利子率 0.075와 利子率을 0.05-0.10까지 變化시키면서 最適化 計算을 다음과 같이 하였다.

表-2 Projects의 各各의 容量을 萬 t/day를 1 unit로 하고 建設 價格은 10억 원을 基本單位로 하였다. 모든 Projects를 建設하면 最大需要 246 units까지 對處할 수 있게 된다. 즉, $\sum_{i=1}^n Q_i=246$ units가 된다. 그리고 建設年 T 는 用水推定方法—指數函數式, 大邱市 推

表-1. 各 推定方法에 依한 2015년까지의 1人 1日當 給水量, 總用水需要量 및 人口

推定方法 推計內容 年	① 指數 函 數 式			② 大邱市 推 定 值			③ ①②의 平均值總用 水需要量 (千t/day)
	人口(千人)	1人 1日 當給水量(L)	總用水需要量 (千t/day)	人口(千人)	1人 1日 當給水量(L)	總用水需要量 (千t/day)	
1 9 7 9	1539	210		1554	206	300	
1 9 8 0	1602	215	344	1624	217	331	338
1 9 8 1	1667	221	368	1697	229	365	367
1 9 8 2	1734	226	392	1773	242	403	398
1 9 8 3	1805	232	419	1853	254	442	431
1 9 8 4	1878	238	447	1936	267	486	467
1 9 8 5	1955	244	477	2023	279	537	507
1 9 8 6	2034	250	508	2115	293	589	549
1 9 8 7	2117	257	544	2210	307	645	595
1 9 8 8	2203	263	579	2309	322	706	643
1 9 8 9	2292	270	619	2413	336	770	695
1 9 9 0	2385	277	644	2522	350	847	746
1 9 9 1	2482	284	705	2598	361	900	803
1 9 9 2	2583	291	752	2676	373	958	855
1 9 9 3	2688	299	804	2756	384	1016	910
1 9 9 4	2797	306	856	2839	396	1079	968
1 9 9 5	2911	314	914	2924	407	1154	997
1 9 9 6	3029	322	975	3011	411	1200	1088
1 9 9 7	3153	330	1040	3102	414	1246	1143
1 9 9 8	3281	339	1112	3195	418	1295	1204
1 9 9 9	3414	347	1185	3291	421	1344	1265
2 0 0 0	3553	356	1265	3390	422	1412	1339
2 0 0 1	3697	365	1349	3492	429	1468	1409
2 0 0 2	3847	374	1439	3596	432	1522	1481
2 0 0 3	4004	384	1537	3704	436	1583	1560
2 0 0 4	4166	394	1642	3815	439	1641	1642
2 0 0 5	4336	404	1752	3930	443	1706	1729
2 0 0 6	4512	414	1868	4048	447	1773	1821
2 0 0 7	4695	425	1996	4169	450	1839	1918
2 0 0 8	4886	436	2130	4294	454	1910	2020
2 0 0 9	5085	447	2273	4423	457	1981	2127
2 0 1 0	5291	458	2423	4556	461	2058	2241
2 0 1 1	5506	470	2588	4693	465	2139	2364
2 0 1 2	5730	482	2762	4833	468	2217	2490
2 0 1 3	5963	494	2946	4978	472	2303	2625
2 0 1 4	6206	507	3146	5128	475	2387	2767
2 0 1 5	6458	620	3358	5282	479	2479	2919

定值, 두 方法의 平均值法에 따라 各各 33年, 38年, 34年이 된다.

函數 $g^i(q)$, $i=1,2,3, \dots, 7$ 이 式 (1)에 따라 計算되며 예로써 $q > 58$ 이면 $f_1(q) = \infty$ 가 된다. (여기서 ∞ 는 需要에 對處할 수 없음을 나타낸다) 왜냐하면 어느 Project든 單一 Project로는 이 需要에 對處할 수 없

기 때문이다.

두개의 Project를 建設할 때는 2段階($n=2$)가 되며 式 (3)으로 最適化 決定을 얻는다.

各 需要에 對應하는 時間(年)은 그림-1에 나타난 $t = \Psi(q)$ 의 關係로 얻는다. $q=59$ units일때를 살펴보면 하나의 Project로는 이 需要에 對處할 수 없으므로 다음

表-2. 建設可能 上水系統 Projects

位 置	日平均所 要 生 產 量 工 事 費 (萬t/ (10여 日) (10여 萬 圓)		備 考
	日 平 均 所 要 生 產 量 (萬t/day)	工 事 費 (10여 萬 圓)	
A 公山댐	4.0	6.0	既存
B 冷泉댐	6.0	13.1	上水道
C 大川댐	30.0	60.0	施設用量
D 江亭取水場 約 1.2km上流	33.2	14.2	=335,000
E Project G의 近接上流	56.5	42.2	t/day
F 龜尾工團의 近接上流	58.3	68.3	
G 江亭取水場 約 1km上流	58.3	43.0	

과 같은 식이 된다.

$$f_2^{k_2}(59) = \min [g^i(q_2)(1+r)^{-\psi(59-q_2)} + f_1^{k_1}(59-q_2)] \dots \dots \dots (3a)$$

$$0 \leq q_2 \leq 59 \quad i \neq K_1 \quad i=1, 2, 3, \dots, 7$$

式 (3a)를 다음과 같이 하여 計算한다.

$$f_2^{k_2}(59) = \min_{\substack{i \neq K_1 \\ i=1, 2, \dots, 7}} \begin{cases} g^i(0)(1+r)^{-\psi(59)} + f_1^{k_1}(59) \\ g^i(1)(1+r)^{-\psi(58)} + f_1^{k_1}(58) \\ g^i(2)(1+r)^{-\psi(57)} + f_1^{k_1}(57) \\ \vdots \\ g^i(58)(1+r)^{-\psi(1)} + f_1^{k_1}(1) \\ g^i(59)(1+r)^{-\psi(0)} + f_1^{k_1}(0) \end{cases}$$

위에서 $f_2^{k_2}(59)$ 의 값이 最小가 되는 列을 찾으며 그 列의 값이 $f_2^2(59)$ 의 最小 Present Value Cost이며 그 列에 該當하는 $f_1^{k_1}(q)$ 의 Project와 $g^i(q_2)(1+r)^{-\psi(59-q_2)}$ 의 Project가 各各 첫번째 및 두번째 建設해야

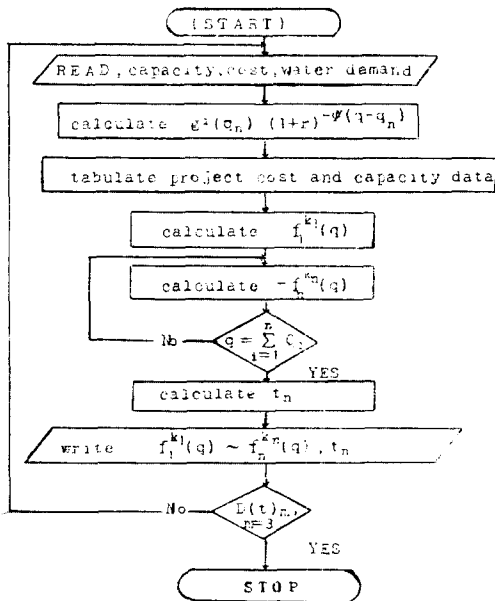


그림-2. FLOW CHART

하는 最適 Project가 되며 이 Project의 容量을 需要 曲線에 맞추면 最適建設期間(years)을 얻는다.

이렇게 하여 $q=246$ units까지 計算하면 모든 Projects의 最適建設順序와 最適建設期間(years)을 求할 수 있게 된다.

위의 最適化 計算을 컴퓨터에 依存하였으며 그 計算 過程은 그림-2와 같다.

3.3 結果의 考察

3. 1절에서 求한 需要에 對處하기 위하여 表-2의 建設可能한 Projects의 建設時期와 順序를 決定하는데 있어서 DP모형을 適用하여 可能한 順位를 나열하고 各 Project의 建設時期를 決定하기 위하여 需要曲線에 各 順位를 맞추어 各 順位의 Present Cost를 決定하고 Present Cost가 가장 最小인 Project를 그 段階의 建設最適 Project로 軸出하였다. 用水 需要의 推定方法이 다르므로 해서 DP모형을 適用하여 解析한 結果 指數函數式으로 求한 需要에 DP모형을 適用시키면 最適順位(Optimal Sequence) 및 各各 지금부터의 最適建設期間은 ① D Project(지금)→② E Project(11年後)→③ G Project(20年後)→④ F Project(26年後)→⑤ A Project(30年後)→⑥ C Project(31年後)→⑦ B Project(33年後)였으며 大邱市推定值로 求한 用水需要에 DP모형을 適用시키면 最適 順位 및 各各 지금부터의 最適建設期間은 ① D Project(지금)→② G Project(8年後)→③ E Project(18年後)→④ F Project(27年後)→⑤ C Project(35年後)→⑥ B Project(38年後)→⑦ A Project(38年後)였으며 두 推定值의 平均値法으로 求한 用水需要에 DP모형을 適用시키면 最適順位 및 各各 지금부터의 最適建設期間은 ① D Project(지금)→② E Project(9年後)→③ G Project(19年後)→④ F Project(27年後)→⑤ C Project(32年後)→⑥ B Project(34年後)→⑦ A Project(34年後)였으며 이의 結果가 表-3 및 그림-3에 나타나 있다.

利率을 變化시킨 結果 最適順位에는 變動이 없었으며 Present Value Cost에만 變化가 있었다. 위의 結果에서 需要曲線의 變化에 따라 最適順位가 달라지므로 해서 用水需要의 正確한 推定이 DP모형의 適用 結果에 影響을 준다고 보여진다.

어느 用水需要量推定方法이던 缺陷을 가지고 있으며 더구나 長期豫測時에는 推定이 困難한 뿐만 아니라 豫期치 못한 큰 誤差가 생길 수 있으므로 위의 結果에서 모든 用水推定方法에 對하여 처음 建設해야 할 Project가 D Project이므로 D Project의 需要充當 最小可能 期間인 大邱市 推定值로 8年이 經過하기 1~2年前에 다시 用水需要量을 推定하고 DP모형을 適用하여

表-3. 各 推定方法에 따른 Optimal Sequence, Optimal Construction years 및 Total Present Cost

需要推定方法	① 指數函數式							② 大邱市推定值							③ ①, ②의 平均值法							
	利子率	0.05	0.06	0.07	0.075	0.08	0.09	0.10	0.05	0.06	0.07	0.075	0.08	0.09	0.10	0.05	0.06	0.07	0.075	0.08	0.09	0.10
optimal sequence 및 optimal construction years	①	D (1)	"	"	"	"	"	"	D (1)	"	"	"	"	"	"	D (1)	"	"	"	"	"	"
	②	E (11)	"	"	"	"	"	"	G (8)	"	"	"	"	"	E (9)	"	"	"	"	"	"	
	③	G (20)	"	"	"	"	"	"	E (18)	"	"	"	"	"	G (19)	"	"	"	"	"	"	
	④	F (26)	"	"	"	"	"	"	F (27)	"	"	"	"	"	F (27)	"	"	"	"	"	"	
	⑤	A (30)	"	"	"	"	"	"	C (35)	"	"	"	"	"	C (32)	"	"	"	"	"	"	
	⑥	C (31)	"	"	"	"	"	"	B (38)	"	"	"	"	"	B (34)	"	"	"	"	"	"	
	⑦	B (33)	"	"	"	"	"	"	A (38)	"	"	"	"	"	A (34)	"	"	"	"	"	"	
Total Present cost (단위 10 억원)		91.1	77.3	66.3	61.7	57.6	50.5	44.8	92.6	79.7	69.5	65.2	61.3	54.8	92.4	79.1	68.5	64.0	60.0	53.2	47.6	

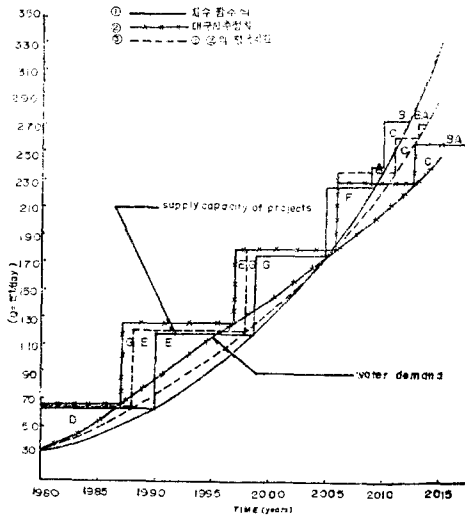


그림-3. SUPPLY and demand for water under optimal sequence of construction

最適順位를 求하고 다시 처음 建設해야 할 Project를 建設한 후 需要充當 最小可能期間이 끝나기 1~2年前에 다시 上水需要量을 推定하여 DP모델에 適用하는 方法을 反復하면 相當히 正確한 計劃이 되리라 믿는다. 그리고 7個의 建設可能 Project로 求한 各 需要曲線에 대한 最適順位를 살펴보면 F Project를 중심으로 해서 D, E, G Projects는 그 以前에 A, B, C Project는 그 以後에 最適順位로 나타났으며 첫번째 列과

4번째 列이 모든 推定方法에 있어서 D Project와 F Project로 같은 것은 D Project와 F Project의 始點은 各各 1980年과 2005年에 各 上水 推定方法의 始點이 一致하여 推定方法에 커다란 變化가 없기 때문임을 알 수 있다.

4. 結 論

以上과 같이 DP모델에 의한 用水供給施設의 最適化를 研究, 檢討한 結果 본 DP모델에 間한 最適化가 妥當함을 보여주었으며 本研究에서 資料로 使用한 大邱市 用水供給施設의 分析結果로 부터 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 需要曲線의 變化가 Optimal Sequence에 變化를 가져오지만 需要曲線의 變化가 적을 때는 Optimal Sequence에 影響이 없음을 알 수 있다.

2) 用水需要量의 推定方法에 따라 Optimal Sequence 및 最適建設期間은 다소 差異가 있으나 대체적으로 D Project가 最初이고 E,G,F,C,B,A의 順으로 向後 33~38년까지 建設되어야 하는 것을 알 수 있었다.

3) 用水需要量의 推定方法에 의한 Optimal Sequence의 差가 클 때는 最初 Project의 結果는 같으므로 最小의 最適建設期間 滿了前에 다시 諸方法에 依하여 用水需要量을 推定하고 DP모델에 適用하여 Optimal Sequence를 求하는 方法을 反復함이 妥當함을 알 수 있다.

4) 利子率의 變動에 따른 Optimal Sequence의 影

響은 發見할 수 없었으나 Present Value Cost에는 相當한 差를 주고 있다.

參 考 文 獻

1. Jelen, F.C : *Cost and optimization Engineering* : Mc Graw-Hill p. 272—280, 1970.
2. Robert, J. Thierauf and C. Klekamp : *Decision making through operations Research* : p. 493—519, 1975.
3. Bellman, R. : *Dynamic Programming* : Princeton University Press 1957.
4. R. Bellman : *Adaptive Control Processes* : Princeton University Press 1961.
5. Bellman, R. and S. Dreyfus : *Applied Dynamic Programming* : Princeton University Press 1962.
6. Buras, N. : *Dynamic Programming in water resources development* : Advances in Hydrosience, Vol. 5, p. 367—409, 1974.
7. Butcher, W.S. Y.Y. Haimes and W.A. Hall : *Dynamic Programming for the optimal sequencing of water supply projects* : water resources research. Vol. 5 No. 6 December 1969.
8. Kaplan, M.A. and Y.Y. Haimes : *Dynamic programming for optimal capacity expansion of wastewater treatment plants* : American water resources association, Vol. 11, No. 2 April 1975.
9. Hejdari, M., V.T. Chow, P.V. KoKotovic and D.D. MERedith : *Discrete Differential Dynamic Programming Approach to water Resources Systems optimization* : Water resources research Vol. 7, No. 2, April 1971.
10. Larson, R.E. : *State Increment Dynamic Programming* : American Elsevier, New York 1968 American Elsevier, New York 1967
11. Larson, R.E. : *A Survey of Dynamic Programming Computational Procedures* : IEEE Trans. A.C., A.C.—12, No. 6, 767—774, December 1967.
12. Larson, R.E. : *Computational aspects of dynamic programming* : 1967 IEEE Int. Con. Rec. Part 3, March 1967.
13. Keckler, W.G. : *Optimization about a single trajectory by means of dynamic programming* : at SIAM 2nd Int. Computing Methods in Optimization Problems, San Remo, Italy, September 1968.
14. Larson, R.E. : and W.G.Keckler : *Applications of Dynamic Programming to the control of water resource Systems* : Automatica. Vol. 5 p. 15—26. Pergamon Press 1969.
15. Hiller and Lieberman : *Introduction to operations research* : Holden-day. Inc. p. 248—279, 1974.
16. DAE gu city : DAE GU water supply project 1980.
17. 大邱市統計年譜, 1979.