

〈論文〉

論理 및 實驗에 의한 堤體의 浸潤線에 관한 研究

A Study on Seepage line of Dam body by Finite Element method and Experiment.

申	文	燮*
Shin,	Moon	Seup
安	相	鎭**
Ahn,	Sang	Jin

Abstract

In the hydraulic structure, Such as dam body or levee of river that is constructed with soil, We analyzed a top line of a free ground water table.

This study is based on the logical reason that the pressure on the free surface is atmospheric and the seepage line is a stream line.

In order to research for the unknown seepage line. We analyzed seepage water of steady flow through porous media by Finite Element method based on Galerkin Principle, and compared the computed value with experimental value.

The results show that the computed value was nearly equal to the experimental value.

Finally, it noticed that finite Element method was more practical than Experimental Method for Seepage line analysis.

要 旨

댐이나 堤防과 같이 흙으로 築造된 水理構造物에 있어서, 自由地下水面의 最上部 浸潤線을 解析하였다.

自由地下水面에 作用하는 壓力은 大氣壓이고, 浸潤線은 流線이라는 原理에 依하여 研究를 遂行하였다.

未知의 浸潤線을 解析하기 위하여 Galerkin原理에 基礎를 둔 有限要素法에 依하여 多孔體속을 흐르는 定流狀態의 浸透水를 解析하여 實驗値와 理論値를 比較하였고 그 結果 理論値와 實驗値가 거의 一致함을 알았다.

結論的으로 浸潤線解析에 있어서 有限要素法이 實驗的인 方法보다 더 實用的이라는 것을 알았다.

1. 序 論

흙으로 築造된 堤體나 河川堤防 等の 水工構造物에서 自由地下水面을 갖는 浸透水問題의 解析은 有限要素法을 適用함으로써 解를 얻을 수 있는데 이는 浸透

領域의 境界가 明確하게 定義되고 媒質이 透水性이며 均質이고 等方이면 流線網을 利用하여 解水할 수 있다.

그러나 透領域의 境界가 복잡하고 透水性 媒質이 非均質異方性인 경우에는 流線網을 利用하여 解를 求하는 方法은 非現實的이 되는 수가 많다.

\* 國立群山水産專門大學 專講

\*\* 忠北大學校 工科大學 助教授(工博)

그러므로 이러한 難點은 電子計算機를 利用한 Relaxation method<sup>1)</sup>와 有限階差法<sup>2)</sup> 등으로 解析이 可能하다.

그러나 實際問題의 解決에 適合한 有限要素法으로는 Zienkiewicz,<sup>3)</sup> 河野<sup>4)</sup> 등에 의하여 提案된 것이 있다.

有限要素法은 境界值 問題에 대한 하나의 近似解法이며, 試行函數(trial function)를 利用하여 近似解를 얻는 方法으로는 變分法(Variation method)<sup>5)6)</sup>에 의한 有限要素法과 加重誤差法(Weighted residual method)에 의한 有限要素法 등이 있으나 그중에서 가장 많이 利用되고 있는 有限要素法에는 變分原理에 의한 Rayleigh-Ritz<sup>7)</sup> 方法과 加重語差法에 의한 Galerkin<sup>8)9)</sup> 方法이 있다.

그래서 本 論文에서는 加重語差法에 의한 Galerkin 方法을 利用하여 任意의 透水係數에 대한 堤體의 浸潤線을 理論적으로 解決하고자 電算處理한 結果와 實驗室에서 模型을 製作하여 實驗한 模型別로 얻은 結果를 比較하므로써 定常流에 對한 浸潤線問題를 解決해 보 고자 한다.

2. 有限要素法에 의한 浸潤線 決定

2.1 基本方程式의 有限要素化

2.1.1 素化浸透水の 基本方程式

土中の 浸透水는 一般의 非壓縮性 流體로 取扱 되며 流體의 密度  $\rho$ 는 常數이고 粘性係數  $\mu$ 가 一定하 다고 하면 흐름領域  $R$ 內에서의 連續方程式은

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(1-1)$$

그리고 Darcy의 法則을 一般化하면

$$v_x = -k_x \frac{\partial u}{\partial x} \dots\dots\dots(1-2)$$

$$v_y = -k_y \frac{\partial u}{\partial y}$$

여기서,  $u$ : 水頭(potential)

$k_x, k_y$ :  $x$ 와  $y$ 方向의 透水係數

$v_x, v_y$ :  $x$ 와  $y$ 方向의 速度成分

式 (1-2)과 式 (1-2)를 종합하면 다음과 같은 Laplace's 方程式이 얻어진다.

$$k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots(1-3)$$

보통 自由地下水面을 갖는 浸透問題는 式 (1-3)을 Galerkin<sup>10)</sup> 方法에 따라 有限要素法을 使用하여 解를 求할 수 있다. 지금 Fig. 1과 같은 堤體에서 領域  $R$ 를 取할때 다음과 같은 境界條件을 얻을 수 있다.<sup>11)</sup>

(가) 貯留水와 接해 있는 境界面  $A, B, C$ 는

$$u = \left( \frac{p}{\rho g} + z \right) \dots\dots\dots(1-4)$$

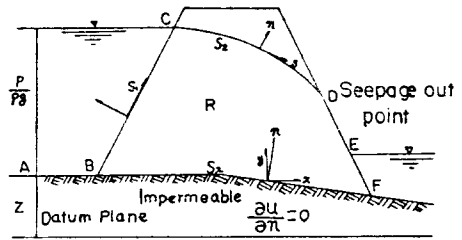


Fig. 1. Boundaries in Seepage

(나) 貯留水外 浸透水나 流出水가 있는 境界面  $AF$ 에 대한 境界條件은

$$q_n = -\left( \alpha_{nx} \cdot k_x \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_{ny} \cdot k_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) = q_n \dots(1-5)$$

여기서

$\alpha_{nx}, \alpha_{ny}$ :  $x$  및  $y$ 에 直向인  $n$ 의 方向餘院 境界面

$q_n$ : 境界面에 垂直인 速度成分

만일  $AF$ 가 不透水層이라고 하면

$$q_n = \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots(1-6)$$

(다) 浸潤面  $CD$ 의 境界條件은 浸潤面에서 壓力이 大氣壓과 같고 이 面에 垂直한 方向의 흐름은 0이므로 하나의 流線을 形成한다.<sup>12)</sup>

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots(1-7)$$

(라) 浸出面  $DE$ 에서는  $DE$ 面에 作用하는 壓力이 大氣壓이므로 일정하다.

그래서

$$u = y \dots\dots\dots(1-8)$$

이 境界는 等 Potential과 流線도 아니다.

앞에서 주어진 境界條件에서 式(1-3)의 解는 全體 흐름 領域에 취해진 汎函數(functional)를 最小로 하는 potential  $u$ 를 求하는 問題로 된다.

式 (1-3)이 이러한 境界條件을 갖는경우 Galerkin 形態로 쓰면

$$\iint \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \delta u dx dy$$

$$= \int_{AF} (q_n - \bar{q}_n) \delta u ds \dots\dots\dots(1-9)$$

式 (1-9)을 部分積分하면

$$\iint \left\{ k_x \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \delta u}{\partial x} + k_y \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \delta u}{\partial y} \right\} dx dy$$

$$- \int_{AF} \bar{q}_n \delta u ds = 0 \dots\dots\dots(1-10)$$

Fig. 1에서 주어진 領域  $R$ 를 Fig. 2와 같은 三角形 要素로 分割하였을때 全體要素에 대한  $u$ 에 관한 근사 값은<sup>10)</sup>

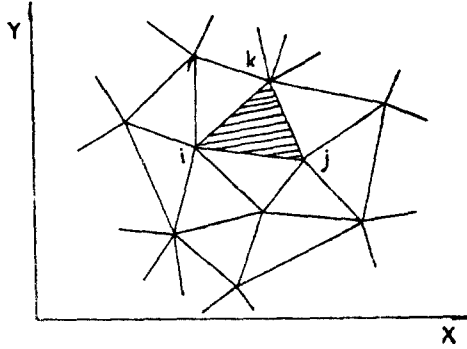


Fig. 2. Division of a two-dimensional region into triangular element

$$u = \phi_1 u_1 + \phi_2 u_2 + \dots + \sum_{i=1}^s \phi_i u_i = \phi^T u^n \dots \dots \dots (1-11)$$

여기서,

$$\begin{cases} u^n = u_1, u_2, u_3, \dots, u_s \\ \phi^T = \phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_s \end{cases}$$

$i=1, 2, 3, \dots, s$  : 要素全體에 대한 節點番號

(1-11)式을 공간변형하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= u_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + u_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial x} + \dots + \phi_x^T u^n \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= u_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + u_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial y} + u_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial y} + \dots + \phi_y^T u^n \end{aligned} \dots \dots \dots (1-12)$$

式 (1-11)과 式 (1-12)을 式 (1-10)에 代入하여 積分하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \delta u^n, {}^T k u^n - \delta u^n, {}^T M u^n - \delta u^n, {}^T p &= 0 \\ \text{즉} \\ (K - M) u^n &= p \dots \dots \dots (1-13) \end{aligned}$$

여기서 要素 matrix들은 다음과 같이 表示할 수 있다.<sup>10)</sup>

여기서

$k_x, k_y$  :  $x, y$ 方向의 투수계수  
 $\phi$  : 全水頭

$$\begin{aligned} K &= \iint_{A_e} (k_x \phi_{,x} \phi^T_{,x} + k_y \phi_{,y} \phi^T_{,y}) dA \\ K &= \iint_{A_e} \left( k_x \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi^T}{\partial x} + k_y \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi^T}{\partial y} \right) dA \\ M &= \iint_{A_e} \phi \phi^T dA \\ p &= \iint_{A_e} -p \phi dA + \int_{s_2} q \phi ds \end{aligned} \dots \dots \dots (1-14)$$

式 (1-13)에서  $i, j, k$ 를 節點으로 하는 하나의 三角形要素에 대하여  $u$ 의 函數式은 다음과 같이 된다.

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \dots \dots \dots (1-15)$$

이 값은 函要素內에서 線形的으로 變化하고 各要素마다 3개의 未知數가 생긴다. 이 未知數는 各節點의 節點值에 關係된다.

(1-15)式은 遇角節點에서 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix}$$

即

$$u^n = c \alpha \dots \dots \dots (1-16)$$

式 (1-16)에서  $\alpha_i$ 와  $u_i$ 의 相關關係의 逆은

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 2A_1^0 & 2A_2^0 & 2A_3^0 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{Bmatrix}$$

即

$$\alpha = c^{-1} u^n \dots \dots \dots (1-17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_i &= x_k - x_j, \quad b_i = y_j - y_k, \quad 2A_i^0 = x_j y_k - x_k y_j \\ i &= 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

$2A = b_1 a_2 - b_2 a_1$ 이며 삼각형 要素의 面積이다.

式 (1-17)에서  $\alpha$ 에 關하여 정리하면

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2A} [2A_1^0 u_1 + 2A_2^0 u_2 + 2A_3^0 u_3] \\ \alpha_2 = \frac{1}{2A} [b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3] \\ \alpha_3 = \frac{1}{2A} [a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_3 u_3] \end{cases} \dots \dots \dots (1-18)$$

式 (1-18)을 式 (1-15)에 代入하면

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2A} (2A_1^0 u_1 + 2A_2^0 u_2 + 2A_3^0 u_3) \\ &+ \frac{1}{2A} (b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3) x \\ &+ \frac{1}{2A} (a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_3 u_3) y \dots \dots \dots (1-19) \end{aligned}$$

式 (1-15) 및 式 (1-17)으로부터  $u$ 는 다음과 같이 할 수 있다.<sup>10)</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \alpha_2 = \frac{1}{2A} (b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3) = \frac{1}{2A} b^T u^n \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \alpha_3 = \frac{1}{2A} (a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_3 u_3) \\ &= \frac{1}{2A} a^T u^n \dots \dots \dots (1-20) \end{aligned}$$

上式中  $a^T$  및  $b^T$ 는 각각 다음의 값들이다.

$$a = \{a_1, a_2, a_3\} \quad b = \{b_1, b_2, b_3\}$$

따라서 式 (1-10)의 變分을 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{cases} \frac{\delta \delta u}{\delta x} = \frac{1}{2A} b^T \delta u^n \\ \frac{\delta \delta u}{\delta y} = \frac{1}{2A} a^T \delta u^n \end{cases} \dots \dots \dots (1-21)$$

한편 式 (1-10)으로 부터  $i, j, k$ 節點을 가지는 三角形要素內에서  $v_x$ 와  $v_y$ 는 Darcy의 法則으로 부터 다음과 같이 된다.<sup>13)</sup>

$$\left. \begin{aligned} v_x &= k_x \frac{\partial u}{\partial x} = k_x b^T u^n \\ v_y &= k_y \frac{\partial u}{\partial y} = k_y a^T u^n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-22)$$

또한  $u$ 의 函數는 式 (1-15) 및 式 (1-17)로부터

$$\left\{ \begin{aligned} u_i \\ u_j \\ u_k \end{aligned} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 2A_1^0 & 2A_2^0 & 2A_3^0 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix}$$

$$u = \phi_i u_i + \phi_j u_j + \phi_k u_k = \phi^T u^n$$

$$\delta u = \phi^T \delta u^n \dots\dots\dots (1-23)$$

여기서,

$$\phi_i = \frac{1}{2A} (2A_i^0 + b_i x + a_i y)$$

$$\phi_j = \frac{1}{2A} (2A_j^0 + b_j x + a_j y)$$

$$\phi_k = \frac{1}{2A} (2A_k^0 + b_k x + a_k y)$$

이다. 지금 式 (1-20), (1-21), (1-23)을 變化狀態인 式 (1-10)에 代入하면 式 (1-24)과 같이 된다.

$$\delta u^{n, T} \frac{1}{4A^2} \iint \{k_x b b^T + k_y a a^T\} dx dy u^n = \delta u^{n, T}$$

$$\int_{AF} \phi \hat{q}_n ds \dots\dots\dots (1-24)$$

또 式 (1-24)을 積分할때 그 왼쪽항은 아래와 같다.

$$K = \frac{1}{4A} \left\{ \begin{aligned} \delta u_1 & \delta u_2 & \delta u_3 \end{aligned} \right\} \left\langle k_x \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ & b_2^2 & b_2 b_3 \\ \text{sym} & & b_3^2 \end{bmatrix} \right\rangle$$

$$+ k_y \left\{ \begin{aligned} a_1^2 & a_1 a_2 & a_1 a_3 \\ & a_2^2 & a_2 a_3 \\ \text{sym} & & a_3^2 \end{aligned} \right\} \left\langle \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \right\rangle$$

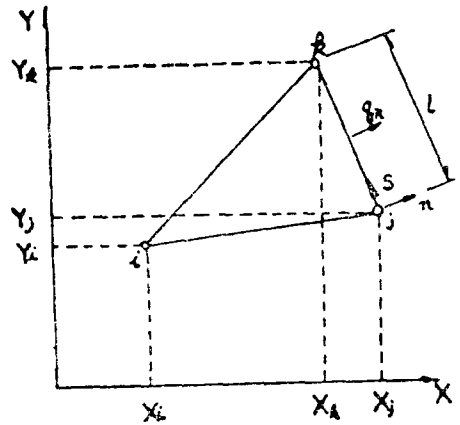
$$M=0$$

$$p = \delta u^{n, T} \int_{AF} \phi \hat{q}_n ds$$

三角形  $i, j, k$  세 점을 節點으로 하는 要素에 대하여 Fig. 3과 같이  $s$ 의 境界가  $j, k$ 변에 있다고 하면  $p$ 의 積分은  $j \sim k$  변에 따라  $x \sim y$  좌표계를  $s \sim n$  좌표계로 회전하여 積分하면 다음과 같다.

$$\int_0^l \phi \hat{q}_n ds = \frac{1}{2A} \int_0^l \begin{bmatrix} 2A_1^0 + b_1 x + a_1 y \\ 2A_2^0 + b_2 x + a_2 y \\ 2A_3^0 + b_3 x + a_3 y \end{bmatrix} \hat{q}_n ds \dots\dots\dots (1-25)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{1}{l} (b_1 s) + y_2 \\ y &= -\frac{1}{l} (a_1 s) + x_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-26)$$



s의 說明  
Fig. 1에서 알수 있듯이  
 $s_1$ : 上流側의 流線  
 $s_2$ : 低邊(불투수층)의 流線  
 $s$ : CD에서의 流線

Fig. 3. Triangular element

式 (1-26)을 式 (1-25)에 代入하면

$$\left. \begin{aligned} 2A_1^0 l + \frac{a_1 b_1}{l} \frac{l^2}{2} + b_1 x_2 l \\ - \frac{a_1 b_1}{l} \frac{l^2}{2} + a_1 y_1 l \\ 2A_2^0 l + \frac{a_1 b_2}{l} \frac{l^2}{2} + b_2 x_2 l \\ - \frac{a_2 b_1}{l} \frac{l^2}{2} + a_2 y_2 l \\ 2A_3^0 l + \frac{a_1 b_3}{l} \frac{l^2}{2} + b_3 x_2 l \\ - \frac{a_3 b_1}{l} \frac{l^2}{2} + a_3 y_3 l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-27)$$

여기서,

$$\left. \begin{aligned} 2A_1^0 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 & a_1 &= x_3 - x_2 \\ b_1 &= y_2 - y_3 \\ 2A_2^0 &= x_3 y_1 - x_1 y_3 & a_2 &= x_1 - x_3 \\ b_2 &= y_3 - y_1 \\ 2A_3^0 &= x_1 y_2 - x_2 y_1 & a_3 &= x_2 - x_1 \\ b_3 &= y_1 - y_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-28)$$

式 (1-28)을 式 (1-27)에 代入하면

$$= \left\{ \begin{aligned} 0 \\ \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1-29)$$

上記의 式을 총 종합하면

$$\frac{1}{4A} \left\{ \delta u_1 \delta u_2 \delta u_3 \right\} \left\langle k_x \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ & b_2^2 & b_2 b_3 \\ \text{sym} & & b_3^2 \end{bmatrix} + k_y \right\rangle$$

$$\begin{bmatrix} a_1^2 & a_1a_2 & a_1a_3 \\ & a_2^2 & a_2a_3 \\ \text{sym} & & a_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \bar{q}_n \begin{Bmatrix} 0 \\ l/2 \\ l/2 \end{Bmatrix} \dots\dots(1-30)$$

로 되며 이行列이 x,y 方向에 對하여 3行 3列이므로 式 (1-30)을 行列式으로 表示하면

$$[k]\{u^n\} = \{p^n\} \dots\dots\dots(1-31)$$

(3×3) (3×1) (3×1)

式 (1-30)을 全體要素에 對해 중첩하면 各 節點에서 u값을 얻을 수 있다.

**2.2 浸出點의 決定**

堤體內의 浸透流에 있어서 堤體下流側의 浸出點을 求하는 것은 浸透流量을 決定하기 위한 先決問題이다. 浸出點(Seepage-out point)은 自由地下水面上의 特別한 點으로써 浸出點의 위치를 決定하는데는 여러가지 方法이 있다. 浸透理論에 의한 方法이 있고 有限要素法에 의한 方法으로는 여러方法이 있으나 河野<sup>15)</sup>의 「2分法」은 Fig. 4에서  $\theta \leq 90^\circ$ 인 경우와  $\theta \geq 90^\circ$ 인 경우로 나누어진다.

여기서,  $\theta$ 는 浸出點이 생긴 斜面의 傾斜角이다.

- (1)  $\theta \leq 90^\circ$ 인 경우 浸出點 C가 만족하여야 할 조건
  - (가) 浸出點 C는 自由地下水面上의 點이어야 한다.
  - (나) 自由地下水面은 浸出點에 있어서 斜面에 接하여야 한다.

위의 (가)(나)의 條件을 만족하는 浸出點을 近似的으로 求하는 方法은 다음과 같다. Fig. 4에 節點  $T_3, T_2$ 를 연결하는 直線이 연장선 A와  $T_2$ 를 통과하고 斜面에 平行한 直線 B와 이루는 角을 2等分하고  $T_3$ 를 통과한 2等分線이 斜面과 交차하는 點 C를 浸出點이라고 한다.

- (2)  $\theta \geq 90^\circ$ 인 경우 浸出點 C가 만족하여야 할 조건
  - (가) 浸出點 C는 自由地下水面上의 點이어야 한다.
  - (나) 自由地下水面은 浸出點에 있어서 鉛直이어야 한다.

위의 (가), (나)의 條件을 만족하고 浸出點은 直線( $T_3-T_2$ )의 연장선 A와  $T_2$ 를 鉛直線 B와 2等分하고 이 2等分線이 斜面과 交차하는 點 C를 浸出點으로 한다.

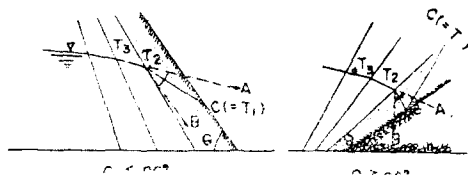


Fig. 4. Approximate determination of seepage out point.

**2.3 理論에 依한 適用例**

지금까지 유도한 理論에 對한 解析節次는 다음과 같

다.<sup>16)</sup>

- (1) 浸潤線을 假定하여 境界值를 취한다.
- (2) 흐름領域을 各 Model別로 Fig. 6.7.8.9과 같이 三角形要素網으로 分割한다.
- (3) Fig. 3과 같이 어느 方向이든 일정한 方向으로 節點番號를 붙인다.
- (4) 三角網體系는 三角形 要素를 重量하면 各 節點에서의 u값이 얻어지고 이렇게 하여 重量된 線形方程式은 다음 式으로 表示할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ s_{n1} & & & s_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \dots\dots(1-32)$$

[K] [U] = [P]

여기서,  $s_{ij}$ 는 構造解析에서 全體座標(Global Coordinate)에 對한 網性 마트릭스(Stiffness matrix)成分이다.

式 (1-32)에 의하여 求한 各 Model別 浸潤線의 結果를 얻기위하여 透水係數와 節點番號 및 境界條件을 入力資料로 넣어서 Computer로 處理하였으며 그 flow chart는 Fig. 5와 같고 이와같은 過程을 통하여 處理된 Output 結果는 Table 1과 같다.

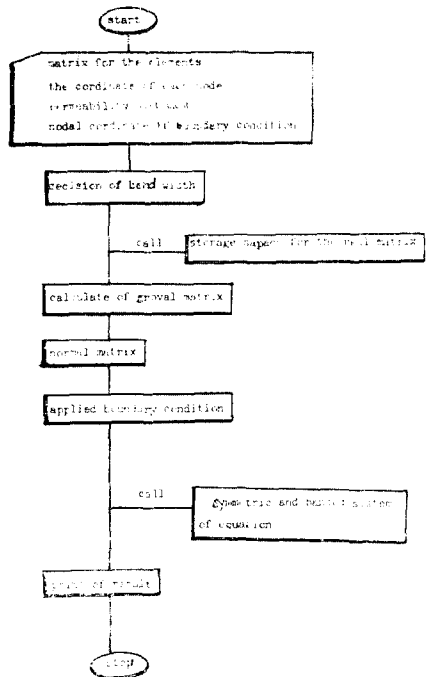


Fig. 5. flow chart

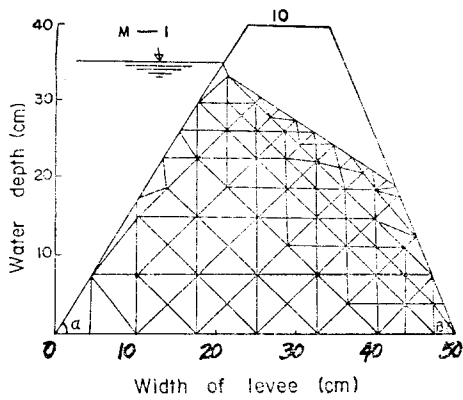


Fig. 6. Model of dam body for analysis ( $\alpha=60^\circ$ ,  $\beta=68^\circ$ )

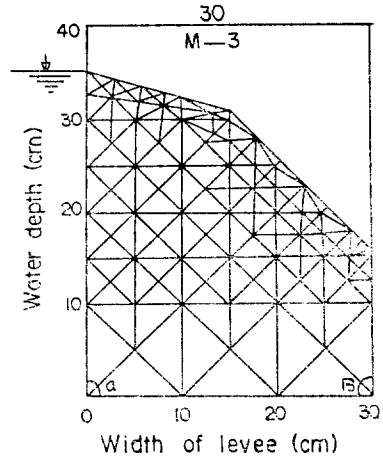


Fig. 8. Model of dam body for analysis ( $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=90^\circ$ )

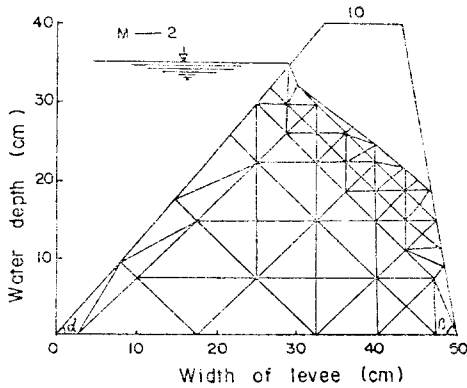


Fig. 7. Model of dam body for analysis ( $\alpha=50^\circ$ ,  $\beta=82^\circ$ )

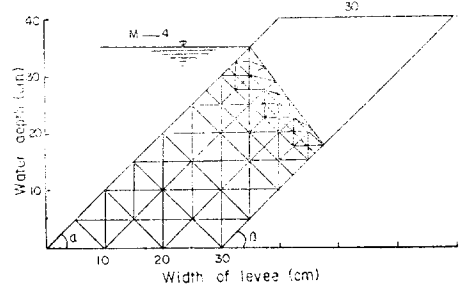


Fig. 9. Model of dam body for analysis ( $\alpha=45^\circ$ ,  $\beta=45^\circ$ )

Table 1. Calculated results for each model

Model	an. of slo.		Slope		Slope of seepage line													
	up. ( $\alpha^\circ$ )	do ( $\beta^\circ$ )	up. ( $s_1$ )	do ( $s_2$ )	nodal No.	19	20	27	36	45	49	57	60	67	76			
M-1	60°	68°	0.59	0.41	(x) : Coor.	20.7	21.3	25.7	27.8	29.7	32.0	34.5	37.0	39.0	42.5			
					(y) : no.va.	35.0	34.3	31.1	29.7	27.9	25.8	23.9	22.1	20.7	18.5			
M-2	50°	82°	0.83	0.17	nodal No.	16	18	29	37	44	49							
					(x) : Coor.	29.3	30.0	37.0	40.0	43.8	45.7							
					(y) : no.va.	35.0	33.7	27.4	24.7	21.3	19.9							
M-3	90°	90°	0	0	nodal No.	8	16	25	33	41	56	62	70	75	82	86	88	93
					(x) : Coor.	0.0	2.7	6.0	8.3	10.0	15.0	18.0	20.5	23.0	25.5	27.8	29.0	30.0
					(y) : no.va.	35.0	34.2	32.8	31.8	31.0	29.1	27.5	25.8	23.4	20.9	18.0	16.6	15.8
M-4	45°	45°	1	1	nodal No.	41	42	49	59	57	64	66	72					
					(x) : Coor.	35.0	36.3	37.5	39.7	41.3	43.5	47.5						
					(y) : no.va.	35.0	33.6	31.7	29.0	25.5	22.4	17.5						

Table 1과 같이 얻은 浸潤線의 傾斜를 表示하면 Fig. 10, 11, 12, 13과 같다.

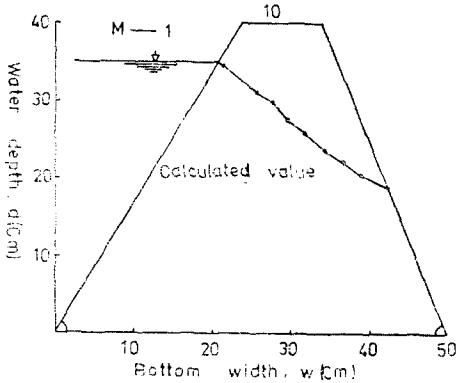


Fig. 10. Seepage line for model M-1

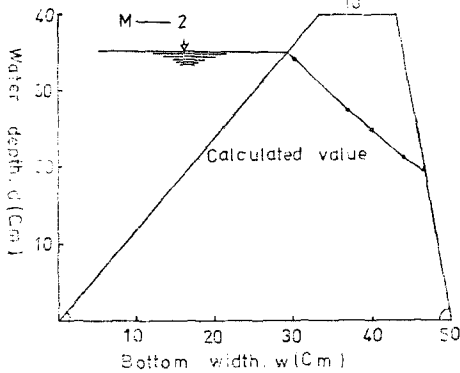


Fig. 11. Seepage line for model M-2

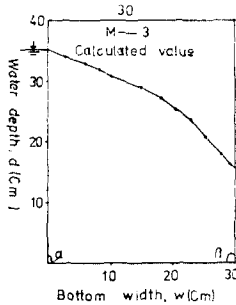


Fig. 12. Seepage line for model M-3

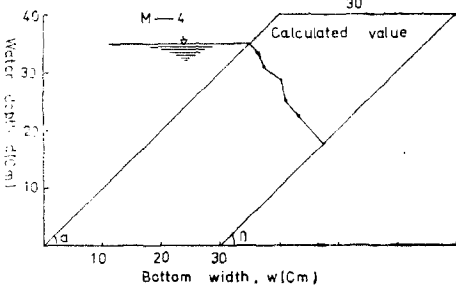


Fig. 13. Seepage line for model M-4

### 3. 實驗

理論值와 實驗值를 比較하고자 各 Model別로 浸透 實驗을 實施하였다.

#### 3.1 實驗裝置

本 實驗에 使用된 水槽는 135×45×45cm 尺寸로 製作 하였고 使用한 材料는 모래로서 그 粒度分布 結果는 Table 2와 같으며 이를 粒徑加積曲線으로 나타내면 Fig. 14과 같다.

本 實驗에 使用한 모래의 透水係數는  $k=3.5 \times 10^{-1}$  cm/sec였다.

Table 2. Results for sieve analysis of sample

sieve	res. sam. W.	amo. of. ecc.	pas. sam. W.	res. per. of acc.	per. of pas.
	(g)	(g)	(g)	(%)	(%)
No. 4	0	0	2,000	0	100
" 10	64	64	1,936	3	97
" 18	610	674	1,326	34	66
" 35	1,122	1,796	204	90	10
" 60	94	1,890	110	95	5
" 100	82	1,972	28	99	1
" 140	17	1,989	11	99	1
" 200	9	1,998	2	99	1
pan	2	2,000	0	100	
Total	2,000				

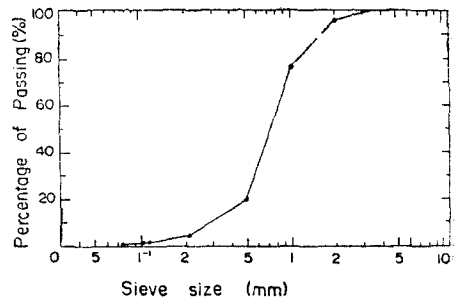


Fig. 14. Grain accumulation curve

#### 3.2 實驗方法

各 Model에 대하여 上流測 水位를 일정하게 35cm로 유지하면서 時間 變化에 따른 浸潤線을 測定하였고 浸潤線 測定을 빨간 잉크를 색소로 使用하였다.

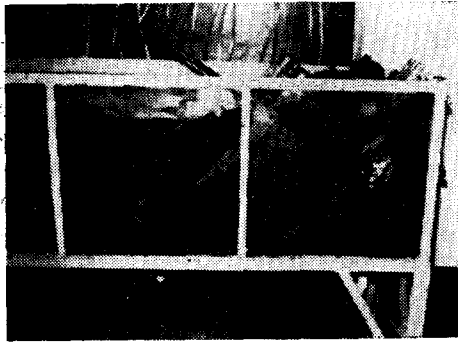
사진 1은 實驗室에서 浸潤線測定을 위하여 實驗하는 光景이다.

#### 3.3 實驗結果

浸潤線의 傾斜를 알기 위하여 各 Model別 浸潤線 傾斜를 Table 3과 같이 얻었다.

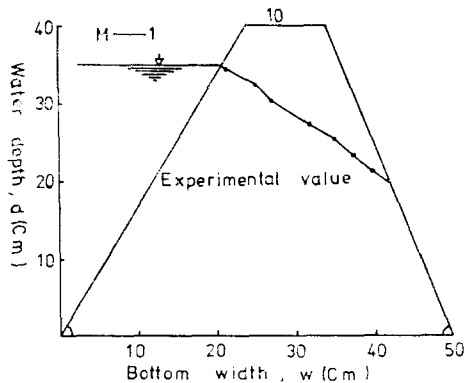
**Table 3.** Experimental results of each model

Model	Slope Seepage line(cm)									
	$W : x$									
M-1	$W : x$	20.1	20.3	25.0	27.0	32.3	35.0	37.3	40.0	42.0
	$D : y$	35.0	34.0	32.5	30.5	27.5	25.5	23.5	21.5	19.9
M-2	$W : x$	29.3	30.0	32.7	36.6	40.0	42.7	45.0	45.5	—
	$D : y$	35.0	34.9	31.5	28.0	26.0	22.0	21.0	20.0	—
M-3	$W : x$	0	5	7.5	12.5	17.5	20.0	22.5	27.5	30.0
	$D : y$	35.0	35.5	35.0	34.0	31.5	29.5	27.0	22.5	17.5
M-4	$W : x$	35.0	35.0	40.0	42.5	45.0	47.5	50.0	—	—
	$D : y$	35.0	37.5	33.0	30.5	27.5	24.5	19.5	—	—



**Photo. 1.** View of measurement for seepage line laboratory

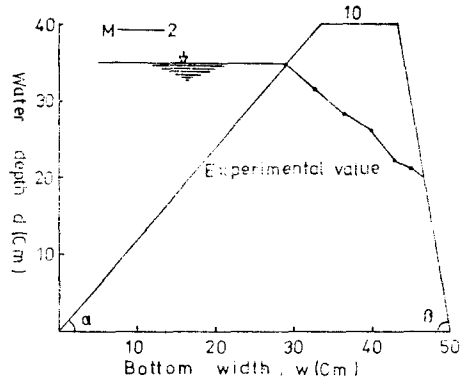
Table 3과 같이 얻은 浸潤線의 實驗結果를 Fig. 15, 16, 17, 18과 같이 表示하였다.



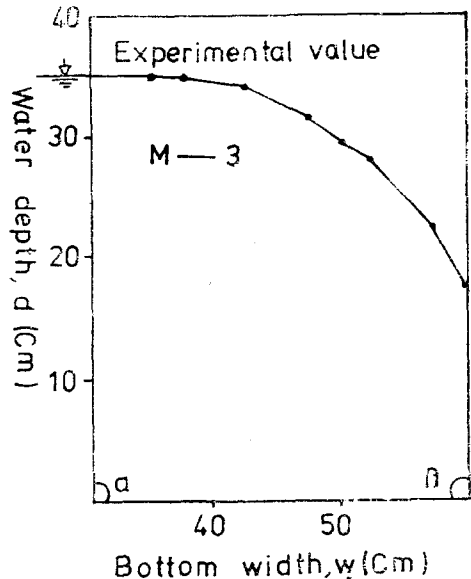
**Fig. 15.** Experimental seepage line of model M-1

4. 理論과 實驗에 依한 結果

堤體斷面의 境界條件을 定義하고 非粘性 흐름特性을 만족하고 塞體內部的 흐름領域을 變分原理에 기초를 둔 有限要素法으로 求한 各 Model別 浸潤線과 實驗에



**Fig. 16.** Experimental seepage line of model M-2



**Fig. 17.** Experimental seepage line of model M-3  
의하여 求해진 各 Model別 浸潤線을 表示하면 Fig.19, 20, 21 및 22와 같다.



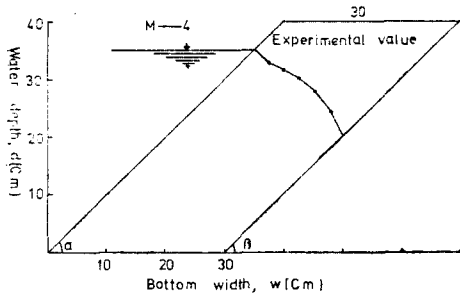


Fig. 18. Experimental seepage line of model M-4

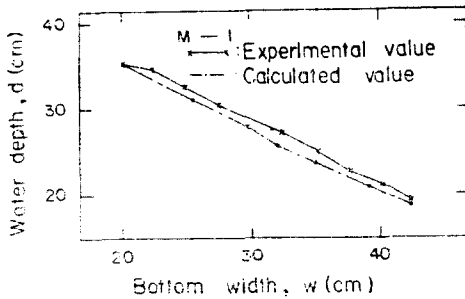


Fig. 19. Relationships of experimental vs calculated data of model M-1

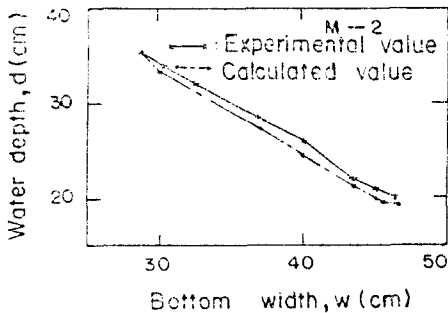


Fig. 20. Relationships of experimental vs calculated data of model M-2

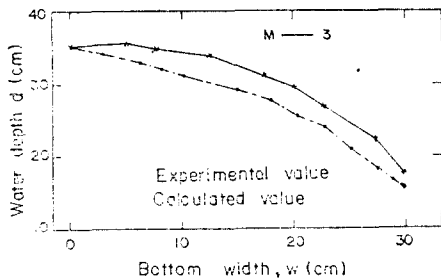


Fig. 21. Relationships of experimental vs calculated data of model M-3

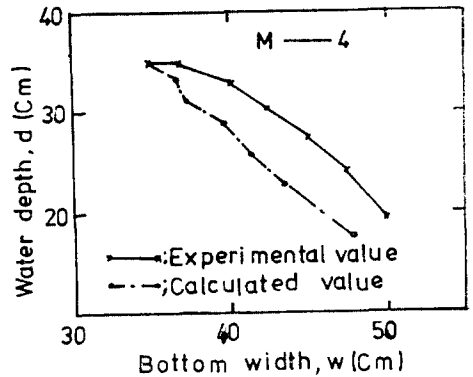


Fig. 22. Relationships of experimental vs calculated data of model M-4

### 5. 結 論

各 Model別 堤體斷面의 境界條件을 定義하여 이 境界條件의 흐름領域에서 方程式을 近似解法의 하나인 Galerkin 方法에 따라 有限要素法으로 解析하였으며 또한 實驗을 통한 堤體의 各 Model別 浸潤線을 求하여 計算值와 實驗值를 比較하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. Galekin近似法의 試行函數(trial function)를 1次 函數로 取하고 加重函數(weighting function)를 potential函數의 變分을 取하여 汎函數로 全領域에 대하여 積分하여 理論의으로 解를 求하는 과정은 복잡한 實驗에 의한 解析節次보다 상당히 편리한 것으로 판단된다.

2. 有限要素法에 의하여 求하여진 浸潤線의 傾斜와 實驗에 의한 浸潤線의 傾斜는 比較的 近似하다.

3. 河野의 2分法에 의하여 求하여진 浸出高과 實驗에 의하여 求하여진 浸出點은 약간의 차이가 있으나 比較的 近似하다.

4. 年限要素法에 의하여 흐름領域을 要素分割 할때는 流線과 等水頭線의 直交點을 要素의 節點(nodal-point)으로 한다.

지금까지 定義한 堤體의 주어진 境界條件에 따라 Galerkin 方法에 의한 有限要素法과 同一한 條件에서 實驗한 결과 이상과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

### 參 考 文 獻

1. Harr, M.E., *Ground water and seepage*, McGraw-Hill, pp.148~151.
2. Erwin Kreysing, *Advanced Engineering Ma-*

- thematics, fourth edition, wiley international Edition, 1977. pp.648~653.*
3. Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method in Engineering Science*, Third Edition McGraw-Hill, London, 1977. pp.423~449.
  4. 河野伊一郎, 有限要素法による堤體 浸透流 問題解析, 土と基礎, Aug., 1972.
  5. 吉武美孝, 加納敢, 有限要素 講座(浸透流解析と流體問題)農業土木學會誌, 第43卷 第3號, 1975.
  6. Nath, B., *Fundamentals of Finite Elements for Engineers*, The athlone press of the university of London, 1974, pp.264~265.
  7. Chung, T.J., *Finite Element Analysis in Fluid Dynamics*, McGraw-Hill, 1978. pp.36~39.
  8. Chandrakants, Desai, *Elementary Finite Element Method*, Prentice-Hall, Inc. 1979. pp.26~28, 67, 83.
  9. 沈淳輔, 李在炯, Galerkin 有限要素法에 의한 土堤體浸透解析, 忠北大學 論文集 18輯, 1979.
  10. Conner, J.J. and Brebbia, C.A., *Finite Element Techniques for Fluid Flow*, Newnes-Butterworths, 1976.
  11. 發電水力協會, 最新フィルダム工學, 發電水力協會, 1973, pp.286~295.
  12. Gallagher, R. H., oden, T.J., Taylor, C., Zienkiewicz, O.C., *Finite Element in Fluids*, Vol. 1, John Wiley and Sons, London, 1975.
  13. Lee, I.K., *Soil Mechanics*, Butterworths, pp.82~110.
  14. 秦柄益, 윤태훈: 有限要素法에 의한 堤體浸透解析의 開發研究, 大韓土木學會誌, 第23卷 第4號, 1975.12.
  15. 久保田敢一, 河野伊一郎, 宇野尚雄: 透水一設計へのアプローチ, 鹿島出版會, 1979.4, pp.57~65.
  16. 安守漢, 李正圭, 金東龍: 地下水解析에 관한 有限要素의 應用, 大韓土木學會誌, 第27卷 第4號, 1979.
  17. 申芳雄: 모래로 築造된 댐模型의 浸透에 관한 연구, 工學博士學位請求論文, 仁荷大學校, 1978.7.
  18. 秦柄益: Fill Dam의 浸透에 관한 實驗的 研究, 大韓土木學會誌, 創立 20周年記念 論文集, 1972.
  19. 李在璣: Fill Dam의 浸透에 관한 實驗的 研究, 碩士學位請求論文, 忠北大學校, 1977.12.