

<論文>

多次數모델에 의한 日流量의 推計學的 模擬發生

—Synthesis op Daily Streamflow by Multilag Modcl—

嚴 泰 奎*

Eom, Tae-Kyu

李 舜 鐸**

Lee, Soon-Tak

—ABSTRACT—

This study attempts to examine and establish a simulation model from the stochastic analysis of daily streamflow. Daily streamflow records obtained at the main gauging stations along the Han, Nakdong and Geum River were used in the analysis. The following results were obtained.

From the analysis of time series of streamflow by the correlogram and spectral density, The serial component of one-year periodicity, serial correlation and irregular or random component were found. The coefficient of determination R^2 of multilag model remaine a plateau at log-two, so that second order multilag model was Known to fit in the simulation of daily streamflow, Consequently, multilag and revised Markov model of the sewnd order give the best results in the simulation of daily streamflow. But the former generally gives better results than the latter.

And theoretical markev model is unfit in the simulation of daily series without modifacation.

要 旨

本 研究는 河川日流量을 推計學的으로 分析하여 그 特性을 究明하고 이에 適合한 模擬發生 모델을 設定하여 檢討하는데 目的을 두고 있다.

漢江, 洛東江 및 錦江流域의 主要觀測地點의 日流量으로 부터 統計學的 特性인 Correlogram 및 Spectrum 分析에 依한 時系列 特性을 求하였으며 模擬發生모델의 결정을 위해 Markov 모델의 Correlogram을 原資料의 그것과 比較한 結果에 따라 模擬發生 모델의 適合度를 豫測할 수 있었으며, 또한 多次數모델의 決定係數 R^2 에 對한 解析으로 부터 多次數 모델의 次數를 결정했으며, 模擬發生에 있어서 修正 Markov 모델과 多次數 모델을 適用한 結果 大體으로 2次 修正 Markov모델과 2次 多次數모델이 最適의 結果를 보여 주었다.

가 必要하게 되었다. 따라서 水資源의 研究에 있어서 基本이 되는 設計水文量이 合理的으로 計算되어야 하며 또한 比較的 短期間의 資料를 얻을 수 있는 流域에 對해서 보다 正確하고 長期間의 資料를 얻을 수 있는

1. 序 言

産業의 高度成長과 全國上의 開發로 水資源의 利用이 極大化되어 水資源의 保存과 이에 對한 깊은 研究

*正會員·蔚山工業專門大學 助教授

**本會理事·嶺南大 工大 教授·工博

方法이 檢討되어야 하는 데 그 方法으로서 原資料의 推計學的 特性을 基礎로 하여 模擬發生모델에 依한 模擬發生方法이 널리 使用되어 왔다.

이 模擬發生에 對한 研究은 지금까지 많이 進行되어 왔으며 우리나라 河川水文學의 模擬發生에 對해서도 李舜鐸⁸⁾·李舜鐸·李義浩⁹⁾ 諸氏에 依하여 月水文學을 對象으로 李舜鐸·安慶洙¹⁰⁾ 諸氏에 依하여 年水文學을 對象으로 한 研究가 있었으며 또한 李舜鐸·李曾錫¹¹⁾ 諸氏에 依하여 Gamma모델의 適用 研究도 있었다.

日水文學을 對象으로 한 研究에 있어서는 Rafael G Quimpo¹²⁾는 河川日流量에 對한 모델로 Markov 모델을 提示했으며 Yakowitz, S.J.¹³⁾ 등의 研究가 있었으나 우리나라에 있어서는 지금까지 거의 없었다.

使用된 日流量資料로서는 洛東江의 主要 觀測所 中 比較의 長期間의 記錄이 있는 倭館 및 玄風, 漢江 流域에서는 人道橋, 錦江에서는 公州 및 石花 地點을 擇하여 이 地點들의 河川日流量을 分析하여 그 時系列의 構造를 究明하고 이로부터 修正 Markov 모델과 多次數모델을 適用하여 河川日流量의 模擬發生을 위한 最 適의 모델을 設定하고자 하였다.

2. 推計學的 解析 및 模擬發生모델

2.1. 推計學的 解析

一般的으로 任意時間(t)에 있어서 時系列(X_t)는 長期變動成分, 週期 혹은 季節成分, 持續 혹은 相開成分, 不規則 혹은 偶然成分으로 構成되어 있는데 이들 各成分을 解析하는 方法으로서 여러가지가 있으나 여기서는 Correlogram* 및 Spectral density¹⁴⁾를 求하여 解析하는 自己相關分析法 및 Variance Spectrum 分析法를 使用하였다. 한편 日水文學資料의 標準化, 즉 定常時系列化를 위하여서는 Young-Pisano의 變換法¹⁵⁾인 2次 變換에 依하여 原資料의 時系列 特性을 檢討하도록 하였다.

위의 時系列 特性으로 부터 模擬發生 모델을 決定하기 위하여 理論的인 Markov 모델의 Correlogram¹⁶⁾을 原資料의 그것과 比較 檢討하도록 하였으며 또한 모델의 次數(Lag)를 決定하여 주는 決定係數(Coefficient of Determination)¹⁷⁾을 求하여 多次數 모델(Multilag Model)을 適用토록 하였다. (그림 1, 3)

여기서 時系列의 模擬發生에 對한 理論的인 Correlogram¹⁸⁾은 다음과 같다. 1次 理論 Markov過程 모델(1ST ORDER T.M.M.) $X_t = \rho_1 X_{t-1} + \epsilon_t$ 의 Correlogram은 다음과 같으며

$$\rho_k = \rho_1^k \dots \dots \dots (1)$$

2次 理論 Markov 過程 모델(2ND ORDER T.M.M.) $X_t = \theta_1 X_{t-1} + \theta_2 X_{t-2} + \epsilon_t$ 의 경우는 다음과 같다.

$$\rho_k = a_0 \cdot \rho_{k-1} + a_1 \cdot \rho_{k-2} \dots \dots \dots (2)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots \dots$$

여기서 $\rho_{-k} = \rho_k$, $\rho_0 = 1$ 이다. 그리고 3次 理論 Markov過程 모델(3RD ORDER T.M.M.)의 경우는

$$\rho_k = a_0 \cdot \rho_{k-1} + a_1 \cdot \rho_{k-2} + a_2 \cdot \rho_{k-3} \dots \dots \dots (3)$$

이 된다.

分析에 使用한 日流量의 時系列의 樣相은 一般的으로 우리나라의 경우 一年中 濕期(Wet Period)인 6~9 月에 最大의 값을 갖는 變動을 보이고 있으며 그 變動率이 높다고 믿어지는 바와같이 表-3의 日流量의 基本 統計值의 特性을 보면 2次 모멘트의 값이 平均値에 比하여 過大함을 알 수 있다.

이들 流量資料를 使用하여 그 Correlogram 및 Spectral density를 求해 보면 그림-1의 實線(Historical data)와 같으며 次數를 長期的으로 하였을 때의 代表的인 Correlogram은 그림-2와 같다. 이로부터 日流量 時系列의 各成分을 分析해 보면 使用資料의 短期性으로 因하여 長期變動成分의 發見은 어려웠으며 一般的으로 河川日流量 系列의 이 長期變動成分이 없다고 믿어지므로¹⁹⁾ 여기에서도 長期變動成分은 없다고 假定하였다. 週期成分에 있어서는 그림-2에서 볼 수 있는 바와 같이 日流量에 있어서도 月流量에 있어서와 마찬가지로²⁰⁾ 대략 1年(365日)을 週기로 하여 變動하는 週期成分이 있음을 알 수 있으며 또한 이들 Corrglogram 및 Spectral density의 次數에 따른 變動이 次數의 增加에 따라 95% 信賴限界內로 收斂해 감은 이들 時系列의 偶然變動成分이 있음을 말해 주고 있다.

그리고 그림-1의 Correlogram 및 Spectral density를 살펴보면 Correlogram에서는 대개 次數가 약 50日以後부터는 거의 95% 信賴限界 範圍內로 들어 오게 되며, (人道橋의 境遇는 次數 50日 부터) Spectral density에 있어서는 특별한 Harmonics는 發見할 수 없고 Correlogram과 같이 95% 信賴限界 범위내로서 標準化됨을 알 수 있다.

다음 이들 日流量 資料의 標準化를 爲하여 앞에서 言及한 바와 같이 Young Pisano法에 依하여 原資料를 變換시켜 이 變換資料에 對한 Correlogram 및 Spectral density를 求해서 比較한 結果 原資料의 그것과 거의 一致하였다.

이상과 같은 時系列 構造에 適合한 模擬發生 모델을

*Auto-correlogram으로서 以下 correlogram으로 통칭함.

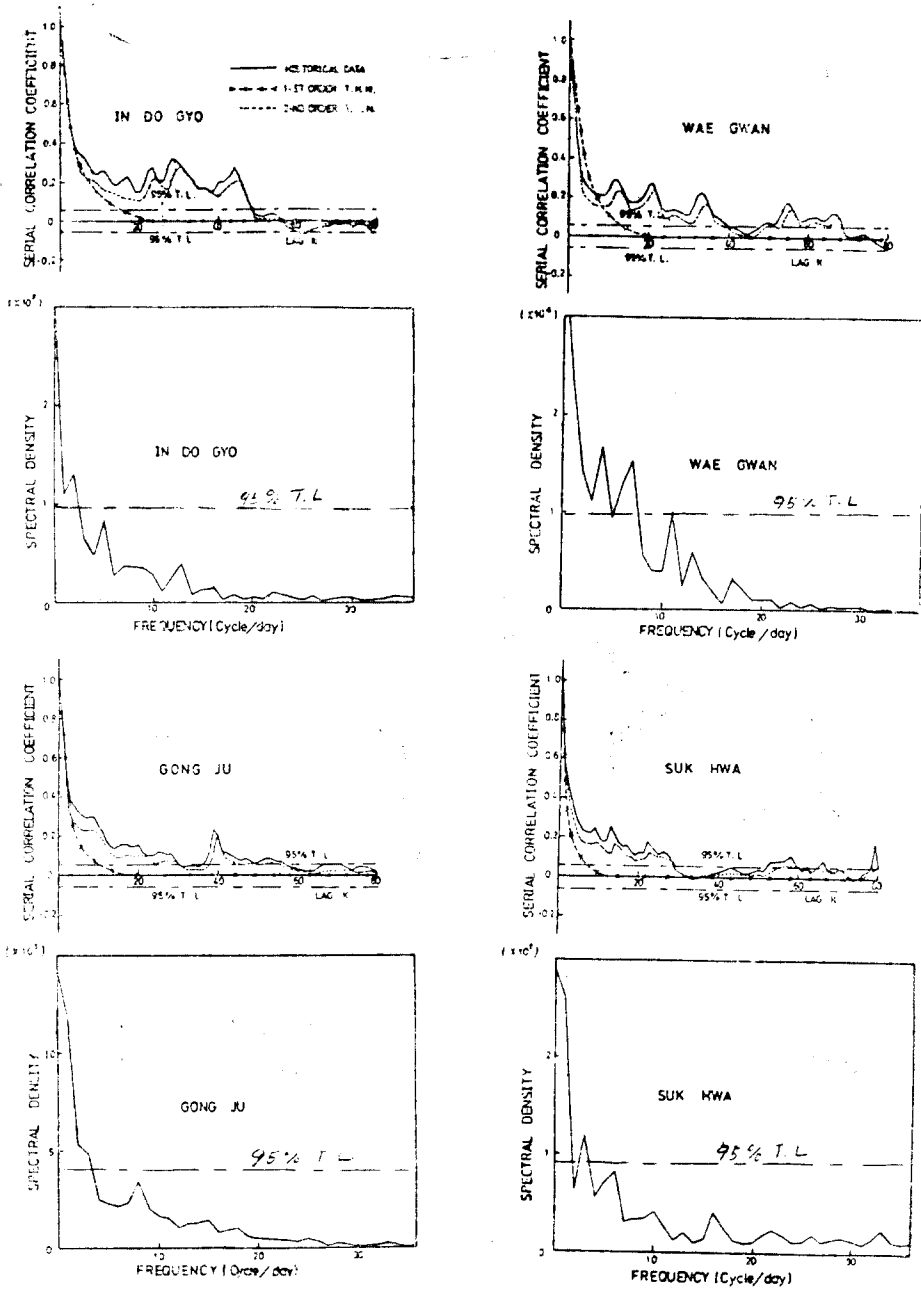


그림 1. Correlogram & Spectral Density of Historical

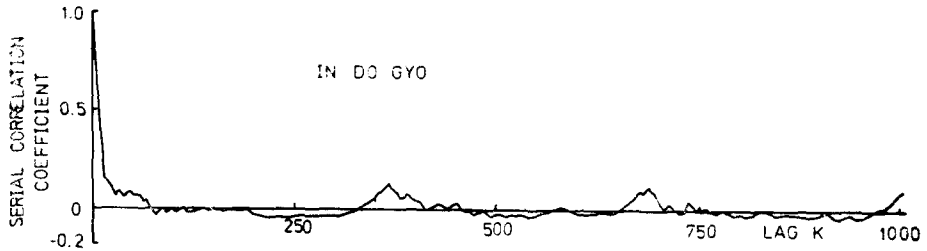


그림 2. Correlogram in Streamflow

決定하기 爲하여 이들 Correlogram上에 1次 및 2次 理論 Markov 모델의 Correlogram을 중첩시켜 보았다. (그림-1) 그림 1에서 알 수 있는 바와 같이 1次 理論 Markov 모델은 原資料의 變動과 상당한 差異를 보여 주고 있으며 2次 理論 Markov 모델이 原資料의 Correlogram과 大略 비슷한 樣相이로 變動하고 있음을 發見할 수 있음으로 해서 2次 Markov 모델이 더 適合함을 알 수 있다.

또한 2次 모델의 適合性은 多次數 모델의 適用여부에 對한 檢討의 必要性을 보여 주므로 다음과 같이 決定

係數 R^2 (The Coefficient of Determination)¹²⁾의 解析으로 부터 多次數 모델의 型을 決定토록 하였다. 이 多次數 모델의 一般的인 式型은 다음과 같이 定義된다.

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_{t-1} + \beta_2 \cdot X_{t-2} \cdots \beta_m \cdot X_{t-m} \cdots \cdots (4)$$

이때 여기서 回歸係數 $\beta_0, \beta_1, \beta_2 \cdots \beta_m$ 에 對應하는 $b_0, b_1, b_2 \cdots b_m$ 을 求하면

$$\hat{X}_t = b_0 + b_1 \cdot X_{t-1} + b_2 \cdot X_{t-2} \cdots b_m \cdot X_{t-m} \cdots \cdots (5)$$

이 되며 여기서 原資料의 X_t 값과 \hat{X}_t 값 사이의 關係를 決定係數 R^2 (The Coefficient of Determination)으로서 다음과 같이 定義된다.

$$R^2 = \frac{\left[\sum_{t=i+1}^n X_t \cdot \hat{X}_t - \frac{1}{n-i} \left(\sum_{t=i+1}^n \hat{X}_t \right) \left(\sum_{t=i+1}^n X_t \right) \right]^2}{\left[\sum_{t=i+1}^n X_t^2 - \frac{1}{n-i} \left(\sum_{t=i+1}^n X_t \right)^2 \right] \left[\sum_{t=i+1}^n \hat{X}_t^2 - \frac{1}{n-i} \left(\sum_{t=i+1}^n \hat{X}_t \right)^2 \right]} \cdots \cdots (6)$$

表 1. The Linear Regression of Markov Model

觀 測 所	1ST Order Markov Model	2ND Order Markov Model		3RD Order Markov Model		
	a_0	a_0	a_1	a_0	a_1	a_2
人 道 橋	0.78351	0.88555	-0.13025	0.89592	-2.20055	0.07932
倭 館	0.80533	1.10961	-0.37785	1.21404	-0.68438	0.27624
玄 風	0.86285	1.15742	-0.34138	1.23985	-0.62102	0.24258
公 州	0.73189	0.83073	-0.13503	0.85731	-0.29904	0.10402
石 花	0.59177	0.48159	0.18619	0.16744	0.14292	-0.20753

表 2. The Linear Regression of Multilag Model and the Co Efficle of Determination

觀 測 所	1-ST ORdel Multilag Model			2-ND Order Multilag Model			
	b_0	b_1	R_2	b_0	b_1	b_2	R_2
人 道 橋	334,000	0.78939	0.62300	100,555	0.90389	-0.14508	0.63089
倭 館	40,663	0.80537	0.64852	51,749	1.10937	-0.37744	0.69854
玄 風	27,335	0.86015	0.73976	26,117	1.14534	-0.33149	0.76826
公 州	32,177	0.73193	0.53565	31,453	0.83066	-0.13477	0.54395
石 花	11,947	0.59129	0.34931	14,814	0.48152	0.18635	0.37262

이 R^2 의 값은 모델에 의하여 說明되는 原資料에 對한 變量의 比率로서 一般적으로 次數의 增加에 따라 대부분 그 값이 크거나 유지되는 데 典型的인 R^2 의 값은 처음 몇 개의 次數에 對하여 급속하게 增加했다가 平衡을 이루는 데 이 때의 次數를 選擇하여 그 때의 決定係 R^2 과 回歸係數 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ 의 값을 使用하면 다음과 같다.

$$X_t = b_0 + b_1 \cdot X_{t-1} + b_2 \cdot X_{t-2} \dots$$

$$b_m \cdot X_{t-m} + \gamma_t \cdot \sigma(1-R^2)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (7)$$

여기서 σ 는 原資料의 標準偏差이며 γ_t 는 推計學的 成分인 Random 成分으로서 平均의 零이며 單位分散의 값을 가진다.

2.2. 模擬發生모델

模擬發生모델에 있어서 理論 Markov모델 型은 그림-1에 나타난 바와 같이 理論 2次 Markov型의 Correlogram이 原資料의 그것과 變動樣相이 비슷함으로 해서 適合性을 알 수 있었으나 理論 Markov모델을 그대로 使用時 表-3에 나타난 것처럼 그 統計值가 原資料의 그것과는 과대한 差異를 보임으로 해서 修正이 不可避하다. 그래서 Young-Pisano Residual¹⁵⁾의 값을 理論 Markov 모델의 一般式에 代入하여 修正하였으며 修正된 2次 修正 Markov모델(2-ND ORDER R.M.M.)⁸⁾은 다음과 같다.

$$X_t = X_t + a_1(X_{t-1} - X_t) + a_2(X_{t-2} - X_t) + \gamma_t \cdot (1 - \rho_1^2)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (8)$$

여기서 X_t 는 日流量의 變量이며 X_t 는 X_t 의 t 일에 對한 平均이고 ρ_1 는 1次 系列 相關係數(Serial Correlation Coefficient)이며 a_1, a_2 는 自己回歸係數(Auto Regressive Coefficient)이며 γ_t 는 不規則 혹은 偶然成分이다.

한편 多次數모델(Multilag Model)에 있어서는 決定係數 R^2 가 그림-3에 나타난 바와 같이 2次에서 부터 平衡함으로 해서 2次 多次數모델(2-ND ORDER M.M.)

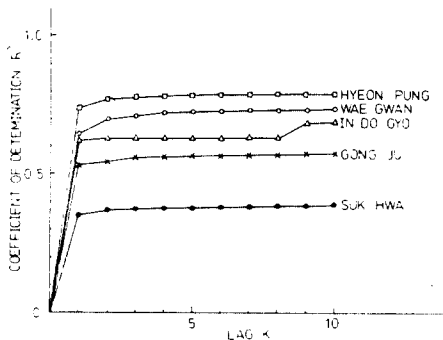


그림 3. Multiple Correlogram in Streamflow

에 適合함을 볼 수 있으므로 앞의 式(7)에 依해 다음과 같이 定義된다.

$$X_t = b_0 + b_1 \cdot X_{t-1} + b_2 \cdot X_{t-2} + \gamma_t \cdot \sigma \cdot (1-R^2)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (9)$$

또한 2次的 修正 Markov모델과 多次數모델의 適合性을 比較 檢討키 위해 1次的 修正 Markov모델과 多次數모델(1-ST ORDER R.M.M. and 1-ST ORDER M.M.)⁸⁾¹²⁾을 導入하였다. 1次 修正 Markov모델은 다음과 같이 定義되며

$$X_t = X_t + \rho_1(X_{t-1} - X_t) + \gamma_t \cdot (1 - \rho_1^2)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (9)$$

1次 多次數모델은 다음과 같다.

$$X_t = b_0 + b_1 \cdot X_{t-1} + \gamma_t(1-R^2)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (10)$$

1次 및 2次 修正 Markov모델의 各 變數는 表-1에 있으며 1次 및 2次 多次數모델의 變數는 表-2에 明示되어 있다.

3. 結果의 考察

앞에서 設定된 1次 및 2次 Markov型의 理論, 修正 및 多次數모델의 記錄值로부터 얻어진 各 變數值들을 使用하여 長期間의 日流量을 模擬發生하여서 그 基本 統計值 및 Correlogram과 Spectral density를 求하여 各 모델을 比較 檢討하여 보았다.

먼저 記錄值의 統計值와 模擬發生資料의 統計值를 比較하여 본 結果 表-3과 같으며 여기서 알 수 있는 바와 같이 理論 Markov모델은 日流量의 記錄值와의 差가 過大함을 볼 수 있으므로 해해 修正함이 없이 그대로 模擬發生모델로 使用하는 것은 不適合함을 알 수 있다.

修正된 Markov모델에 있어서 2次 修正 Markov모델이 1次 修正 Markov모델보다 더 優秀한 結果(3~10%의 百分率 差)를 보여 줌이 證明되었으며, 多次數 모델에 있어서는 決定係數 R^2 로서 次數(Lag)를 豫見할 수 있는 그림-3에 依하여 2次 多次數모델이 가장 適合함을 볼 수 있었으며 實際로 1次 多次數모델을 求하여 2次 多次數모델과 比較 檢討하여 본 結果 1次 多次數모델이 더 좋은 地點이 있으나 대개 2次 多次數 모델(3~9%의 百分率 差)이 더욱 適合함이 證明됨으로서 日流量에 대한 多次數모델의 適合性이 判明되었다. (그림-4A~E 參照)

한편 多次數모델과 修正 Markov모델과의 適合性에 對해 比較 檢討해 보면 大體적으로 多次數모델이 더 좋은 結果를 보여 줌이 발견된다.

表 3. Statistic of Historical & Synthetics Streamflow

觀測所	Statistics			Mean		Standard Diviation		Skewness		Kurtosts	
	Model										
人 道 橋	Historical			416.83	%	1040.895	%	4,355	%	26,311	%
	1ST	Order	T.M.M.	17630.3	4129.28	7927.559	661.81	-0.4676	110.74	2,362	91,022
	2ND	Order	T.M.M.	0.9305	99.78	12,344	98.81	19,104	339.49	419.44	1494.16
	3RD	Order	T.M.M.	0.8526	99.80	11,762	98.87	20,070	360.85	462,275	1656.96
	1ST	Order	R.M.M.	482,961	15.86	1030.112	1.04	-0.291	106.68	2,600	90.12
	2ND	Order	R.M.M.	475,618	14.10	1049,373	0.82	-0.016	100.37	2,598	90.13
	1ST	Order	M. M.	1651,604	296.05	1029.677	1.08	-0.023	100.53	2,665	89.87
	2ND	Order	M. M.	476,703	14.35	1039.014	0.18	-0.002	100.05	2,674	89.84
倭 館	Historical			193,090	%	451,458	%	5,104	%	32,918	%
	1ST	Order	T.M.M.	-3016.222	1662.08	3133.916	594.18	-0.629	112.32	3,081	90.64
	2ND	Order	T.M.M.	0.4012	99.79	6,318	98.60	16,663	226.47	336,218	921.37
	3RD	Order	T.M.M.	0.3458	99.82	5,9905	98.67	17,456	242.01	382,434	1096.78
	1ST	Order	R.M.M.	173,375	10.22	447.03	0.98	0.046	99.10	2,719	91.74
	2ND	Order	R.M.M.	179,705	6.93	489,279	8.38	0.106	97.92	2,724	91.72
	1ST	Order	M. M.	199,157	3.14	441,016	2.31	0.065	98.73	2,616	92.05
	2ND	Order	M. M.	186,952	3.18	453,170	0.38	0.048	99.06	2,703	91.79
玄 風	Historical			140,409	%	264,465	%	5,135	%	38,795	%
	1ST	Order	T.M.M.	-55,524	139.54	1694.96	540.90	-0.502	109.78	2,56	93.40
	2RD	Order	T.M.M.	0.377	99.73	5,742	97.83	13,161	156.30	221,488	470.92
	3RD	Order	T.M.M.	0.310	99.78	5,431	97.95	13,526	163.41	245,634	533.16
	1ST	Order	R.M.M.	130,407	7.12	258,851	2.12	0.068	98.68	2,89	93.07
	2ND	Order	R.M.M.	133,079	5.22	278,406	527	0.068	98.68	2,699	93.04
	1ST	Order	M. M.	181,202	29.05	261,185	1.24	0.054	98.91	2,695	93.05
	2ND	Order	M. M.	130,900	6.77	263,121	0.51	0.068	98.68	2,700	93.04
公 州	Historical			103,571	%	257,899	%	6,345	%	54,010	%
	1ST	Order	T.M.M.	-2242.349	226.50	2051.818	295.60	-0.603	109.50	3,067	94.32
	2ND	Order	T.M.M.	0.1107	99.89	3,041	98.82	14,492	128.40	305,487	465.61
	3RD	Order	T.M.M.	0.066	99.94	2,5484	99.01	14,861	134.22	355,996	559.13
	1ST	Order	R.M.M.	98.99	4.42	254,671	126	0.054	99.15	2,658	95.08
	2ND	Order	R.M.M.	99,625	3.81	259,018	0.46	0.048	99.24	2,689	95.02
	1ST	Order	M. M.	112,244	8.37	254,999	1,124	0.047	99.26	2,668	95.06
	2ND	Order	M. M.	99,624	6.71	257,008	0,345	0.051	99.20	2,692	95.02
石 花	Historical			44,577	%	122,265	%	6,484	%	69,153	%
	1ST	Order	T.M.M.	422,351	847.42	1254.055	925.69	-0.498	107.80	2,491	96.40
	2ND	Order	T.M.M.	0.011	99.97	1,439	98.82	3,938	39.26	64,597	6.07
	3RD	Order	T.M.M.	-0.009	100.03	1,040	99.15	0.038	99.41	3,000	95.66
	1ST	Order	R.M.M.	41,733	6.38	182,174	0.08	0.032	99.51	2,731	96.05
	2ND	Order	R.M.M.	41,078	7.85	123,302	0.85	0.029	99.25	2,706	96.09
	1ST	Order	M. M.	26,792	39.9	121,565	0.57	0.082	98.74	2,837	95.90
	2ND	Order	M. M.	41,607	6.67	120,817	1.18	0.053	99.18	2,801	95.95

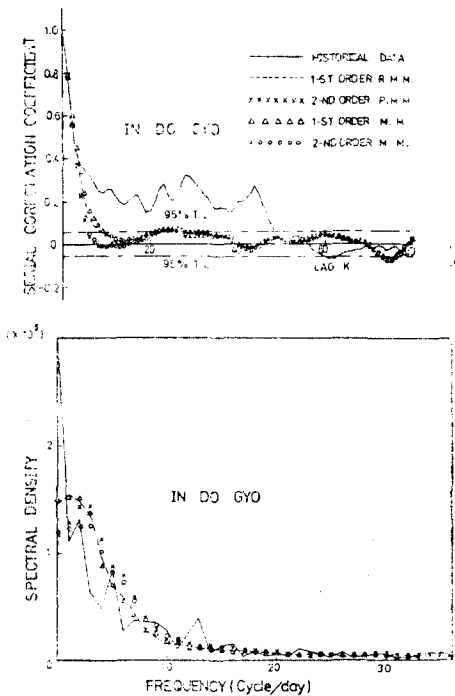


그림 4A. Correlogram & Spectral Density of Historical & Synthetic Data in Streamflow

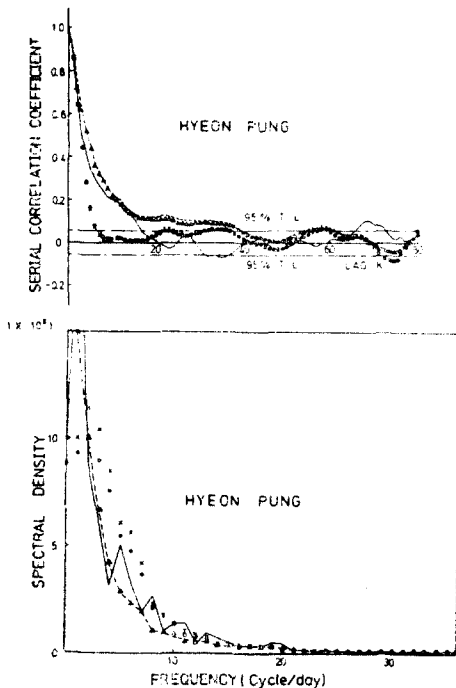


그림 4C. Correlogram & Spectral Density of Historical & Synthetic Data in Streamflow

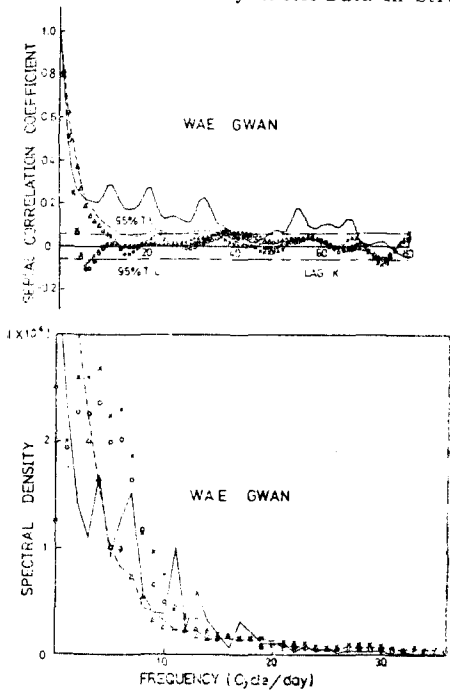


그림 4B. Correlogram, & Spectral Density of Historical & Synthetic Data in Streamflow

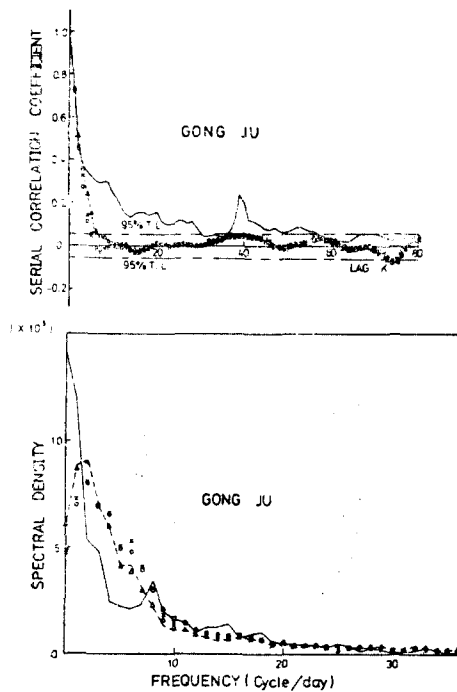


그림 4D. Correlogram & Spectral Density of Historical & Synthetic Data in Streamflow

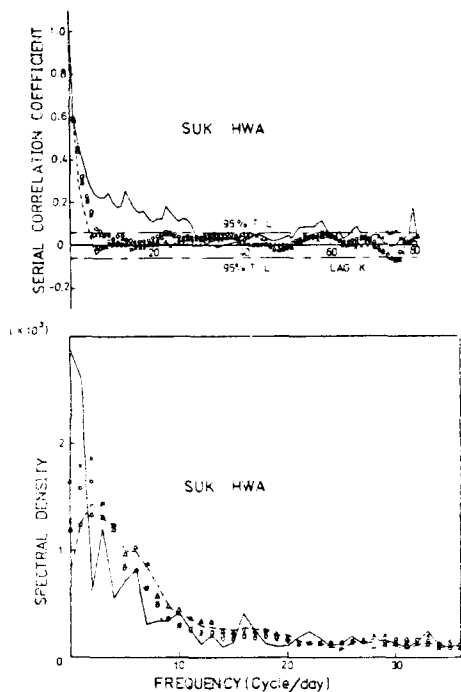


그림 4E. Correlogram & Spectral Density of Historical & Synthetic Data in Streamflow

4. 結 論

多次數모델에 의한 日流量의 推計學的 模擬發生에 對한 分析 結果를 要略하면 다음과 같다.

- 1) 日流量의 時系列은 大略 1년(365日)을 週기로 하는 季節成分 혹은 週期成分이 밝혀졌다.
- 2) 日流量에 對한 多次數모델의 決定係數 R^2 는 2次에서 거의 일정한 값을 같은 사실로부터 2次 2次모델이 適合함을 알 수 있었다.
- 3) 日流量의 模擬發生에 있어서 2次 多次數모델 및 2次 修正 Markov모델이 가장 優秀한 結果를 보여 주었으며 大體적으로 2次 多次數모델이 더 優秀함이 發見되었으며 理論 Markov모델은 修正없이 그대로 模擬發生모델로 使用함은 不適合하다.

參 考 文 獻

1. Rafeal G. Quimpo: *Stochastic Analysis of Daily*

Riverflows, Journal of the Hydraulics Division Paper NB, HYI, ASCE January, 1968.

2. Payne, K & et alia: *Daily Streamflow Simulation*, J. Hy. Div. ASCE, HY4, Jul. 1969.
3. Hino M: *Correlation, Spectrum and Coherence of Daily Rainfall and Runoff*, Technical Report No. 6.
4. Yevzevich V.: *Stochastic Process in Hydrology*, Water Resources Publication, Fort Collins Colorado, 1972.
5. McMahon T.A. et alia: *Stochastic Generation of Streamflow Data*, Civil Engineering Research Report, No. 2, Monash University Australia, Mar., 1972.
6. Rafeal G. Quimpo: *Autocorrelation & Spectral Analysis in Hydrology*, Journal of the Hydraulics Division, March, 1968.
7. Matalas M.C.: *Time Series Analysis Water Resources Research*, Vol. 3, pp.817~827, 1967.
8. 李舜鐸: 常流川月流量의 推計學的 模擬發生모델, 大韓土木學會誌, 第23卷, 第2號, 1975. 12.
9. 李舜鐸·李義洛: 廣域의 月水文量의 時系列 解析 및 그 Simulation, 嶺南大學校 大學院, 1975.
10. 李舜鐸·安慶洙: 年水文量의 推計學의 特性과 Simulation, 嶺南大學校 大學院, 1976.
11. 李舜鐸·李曾錫: Gamma모델에 依한 月流量의 Simulation 모델, 韓國水文學會誌, 第13卷, 第4號, 1980. 12.
12. Fiering, M.B. & B.B. Jackson: *Synthetic Streamflows*, America Geophysical Union, Washington, D.C. 1971.
13. Naylor T.H. et alia: *Computer Simulation Techniques*, pp.43~122, John Willy and Sons, INC N.Y. 1966.
14. Yakowitz, S.J.: *A Stochastic Model for Daily River Flows in an Arid Region*, Water Resources Research, Vol. 9, No. 5, Oct. 1973.
15. Young G.K. & W.C. Pisano: *Operation Hydrology using Residuals*, J. Hy. Div. ASCE, HY4, July, 1968.