

◎ 研究論文

內燃機關 크랭크軸系 縱振動에 관한 研究

(第1報 : 크랭크軸의 縱剛性係數와 縱自由振動計算)

全 孝 重* · 金 義 環**

The Axial Vibration of Internal Combustion Engine Crankshaft

(Part I . Calculation method of crankshaft axial stiffness and
its natural frequencies)

Hiojung Jeon, Uekan Kim

Abstract

Lately, due to increasing engine output by high supercharging, heavy crankshaft and propeller mass, as well as long engine strokes attended with the reduced crankshaft axial stiffness, the critical crankshaft axial vibration has frequently appeared in maneuvering range of the engine.

Some investigators have developed calculating methods of natural frequencies and resonant amplitudes for crankshaft axial vibrations. But their reliabilities are uncertain as the estimated crankshaft axial stiffness are incorrect.

The calculating procedure of these natural frequencies is practically analogous to the classical calculation of torsional vibration frequencies, except for an important difference due to the relationship of the axial stiffness of a crank and the angle between the crank and other, especially the adjacent, cranks.

In this paper, 6 calculation formulae of crankshaft axial stiffness already published and a theoretically-developed one by authors are checked by comparing their calculating results with those measured values of one model crankshaft and three full-scale actual crankshafts.

Also, the calculating methods of the crankshaft axial free vibration are investigated and their computer programs are developed.

Finally, those developed computer programs are applied to calculating one model crankshaft and two full-scale actual crankshafts of ship's propulsion engines and their calculated results are compared with those measured values.

* 正會員, 韓國海洋大學

**正會員, 現代엔진(株)

1. 머릿말

크랭크軸縱振動에 관한 最初의 研究報告는 1930年代 後半의 Dorey¹⁾의 것이 처음이며 그 以後로 數編의 論文이 보이기는 하나 이 方面의 研究가 가장 活發한 때는 1960年代 後半이다. 이는 1950年代의 大形디이젤機關 過給成功에 따른 出力增大와 잇다른 大形디이젤機關의 開發에 따라 크랭크軸系의 縱振動 共振點이 機關使用範圍內에 나타나게 되고 그로 因한 事故가 發生한 데 起因한다. 그러나 第1次 油類波動以後 大形디이젤機關의 需要激減으로 이 方面에 관한 研究가 한때 小康狀態를 繼續하다가 最近에 이르러 또다시 大形디이젤機關의 高過給에 의한 出力增大와 推進器直結 船用디이젤機關의 低回轉에 따른 行程의 增大는 크랭크軸의 縱剛性을 낮추고 한편으로는 크랭크軸質量 및 推進器質量이 커져서 過去에는 6시린더以上의 多시린더機關에서만 問題로 되든 크랭크軸系 縱振動이 시린더數가 적은 機關에서도 問題를 일으키게 됨에 따라 이 方面의 研究가 또다시 活發하게 되었다.

크랭크軸系 縱振動問題는 그間의 研究結果로 自由振動과 強制振動을 어느程度 解析할 수 있는 段階까지 到達하기는 하였으나 비틀림振動에 比하여 아직도 問題點이 많다. 現在 究明의 對象이 되고 있는 事項들로서는 크랭크軸縱剛性, 스러스트베어링剛性, 減衰力, 機關側 및 推進器側起振力等이 있으며 設計段階에서 좀더 正確한 縱振動을 解析하기 위해서는 앞으로의 研究에 期待하는 바가 크다.

本研究에서는 이런 問題들을 理論的 解析, 模型實驗, 實際軸의 實測等을 通하여 究明하고자 하여 本稿에서는 특히 크랭크軸의 縱剛性係數計算式과 縱自由振動 計算에 必要한 事項 및 計算方法에 대하여 檢討하고자 한다.

2. 크랭크軸縱스프링定數의 計算式

크랭크軸系의 縱自由振動을 解析하는데 있어 가장 重要한 要素가 되는 크랭크스로우 縱스프링

定數에 대하여서는 지금까지 數個의 式이 發表되었으나 아직도一般的으로 利用할 수 있는 式은 發表되고 있지않다. 이와같이 크랭크軸 縱스프링定數 計算式의 信賴性이 問題로 되는 理由는 비틀림스프링定數와는 달리 몇가지 다루기 困難한 要素를 包含하고 있기 때문이다. 이러한 要素中 가장 代表的인 것은 隣接크랭크스로우의 影響이다. 이 外에도 支持베어링의 剛性등이 있으나 그 影響의 程度가 別로 크지않는 것으로 보고있다.

本章에서는 지금까지 發表된 諸式을 整理하여 보이고 新로운 理論的 計算式을 提示하고자 한다. 다만, Poole의 式²⁾은 隣接크랭크스로우와의 接續角이 180°인 軸系에만 適用되기 때문에除外하였다.

2.1 크랭크軸縱스프링定數의 計算式

지금까지 公表된 7個의 計算式中에서 6個를 引用하였으며 結果를 比較하기 쉽도록 하기위하여 같은 單位와 記號로 統一하여 提示하였다. 각 式은 單位함에 의한 變位를 주고 있으므로 이것의 逆數가 스프링定數로 된다.

이들 式中에 導入된 隣接角이 하나일 경우에는 다음과 같이 다룬다.

① 크랭크스로우兩端에서 隣接스로우와 接續하는 接續角의 平均值를 取할 경우

② 크랭크스로우兩端의 各各의 隣接角度에 대하여 計算한 다음 그 結果를 平均하는 경우

①의 경우는 質點을 ザ야별 center에 設定할 때 便利하며 ②의 경우는 비틀림振動의 경우처럼 크랭크핀 center에 質點을 設定할 경우 便利하다. 縱振動의 特性으로 보아 크랭크날 center에 質點을 設定할 경우도 生観할 수 있으나 計算上の 困難때문에 實際로 그와같은 方法을 擇하는 경우는 沒有하는 것 같다.

(1) Dorey의 式¹⁾

$$f_i = R^2 \left(p_1 k_1 \frac{l_p}{EJ_p} + k_2 \frac{R}{EJ_1} \right) \quad (1)$$

여기서 全組立크랭크의 경우 $p_1=1.65$, 半組立크랭크의 경우 $p_1=1.625$

$$k_1 = 0.5 + \frac{\theta^0}{360}$$

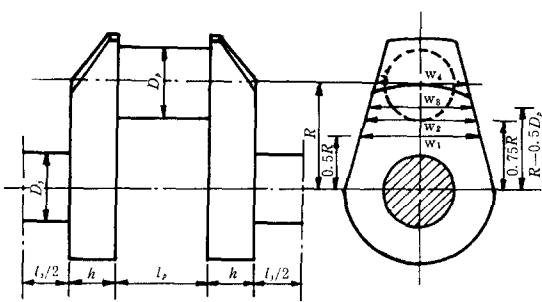


Fig. 1 Dimensions of a crank throw]

$$k_2 = 0.1667 + \frac{\theta}{360}$$

Dorey는 θ 로서 全軸系에 대한 平均角度를 利用하도록 하고 있으나 本論文에서는 각 크랭크에 대하여 個別的으로 適用하였다.

(2) Draminsky의 式³⁾

$$f_i = R^2 \left[\left(\frac{l_p}{EJ_p} + \frac{h}{3EJ_p} \right) \left(1 - \frac{k_3}{12} \right) + \frac{R}{EJ_3} \left(\frac{2}{3} - \frac{k_3}{2} \right) \right] + \frac{4(l_j + l_p)}{E\pi d^2} + \frac{2R}{Gw_3 h} \quad (2)$$

여기서 $d = (D_p + D_j)/2$, $k_3 = 1 + \cos \theta$

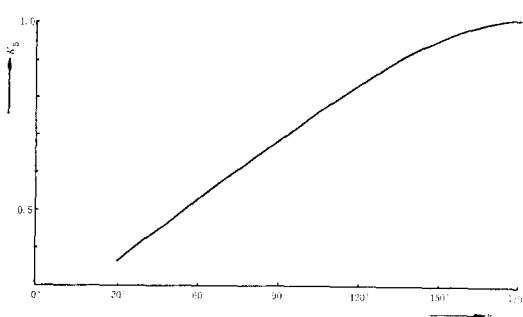
(3) Anderson의 式⁴⁾

$$f_i = R^2 \left[p_2 k_4 \frac{l_p}{EJ_p} + \left(\lambda_A^2 k_4 - \frac{\lambda_A^3}{3} \right) \frac{R}{EJ_1} \right] + \frac{4(l_p + l_j)}{E\pi d^2} + \frac{2(R-d)}{Gw_1 h} \quad (3)$$

여기서 全組立과 半組立크랭크에 대하여 $p_2 = 1.1$, $k_4 = 0.75 - 0.25 \cos \theta$, $\lambda_A = 1 - \frac{0.28d}{R}$, $d = (D_p + D_j)/2$

(4) Guglielmotti의 式⁵⁾

$$f_i = R^2 \left(k_5 \frac{l_p}{EJ_p} + 0.6 \times \lambda_C k_5 - \frac{R}{EJ_4} \right) \quad (4)$$

Fig. 2 Relationship between k_5 and θ

k_5 는 Fig. 2로부터 구하여지며 大略 $k_5 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cos \theta$ 이다. $\lambda_C = 1 - 0.44 \left(\frac{d}{R} \right)$, $d = (D_j + D_p)/2$

(5) Johnson의 式⁶⁾

$$f_i = R^2 \left(k_6 \frac{l_j}{EJ_j} + k_7 \frac{l_p}{EJ_p} + \frac{k_8 R}{EJ_1} \right) \quad (5)$$

여기서, $k_6 = \frac{1}{6} \cos \frac{\theta}{2}$, $k_7 = 1 - \frac{1}{6} \cos \frac{\theta}{2}$

$$k_8 = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \cos \frac{\theta}{2}$$

(6) B & W의 式

$$f_i = \frac{R^2 l_p}{EJ_j} (1 - 0.4k_9) + \frac{\lambda_B R^3}{2EJ_2} (1 - 0.8k_9) + \frac{\lambda_B^2 R^3}{6EJ_2} + \frac{R-d}{0.2 \times Ew_2 h} + \frac{3l}{\pi Ed^2} \quad (6)$$

여기서, $k_9 = \frac{1}{4} \left\{ \cos^2 \left(\frac{\theta_L}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{\theta_R}{2} \right) \right\}$ θ_L , θ_R 는 左, 右의 隣接角이며 크랭크先端은 $\theta = 180^\circ$, 中間지ing驅動部와 스러스트軸파의 連結部는 $\theta = 90^\circ$, $\lambda_B = 0.83$, $d = (D_j + D_p)/2$

k_9 의 값으로서 全體크랭크軸에 대한 平均值를 取하도록 하고 있으나 本論文에서는 각크랭크에 대하여 個別的으로 適用한다. 또한 이 式은 公表된 式이 아니며 現在 B&W機關의 크랭크軸系 縱振動計算에 利用하고 있는 것을 引用한것으로서 Anderson의 式을 若干 修正補完한 内容으로 되어 있다.

2.2 크랭크軸縱스프링定數의 새로운 計算式

2.1에서 보인 縱스프링定數計算式은 어느것이나 經驗值가 利用되고 있다. 따라서 特定 機關의 크랭크軸에 대하여서는 좋은 結果를 주더라도 機關이 달라지면 전혀 맞지않게 된다. 지금 Fig. 3과 같이 크랭크의 軸과 암의 中心線으로 基本치수를 表示하고 隣接크랭크軸에 의한 拘束모멘트를 左側 M_L , 右側 M_R 라한다. 이 拘束모멘트의 크기는 隣接크랭크와 接續角이 零일 때 最大이며 180° 일 때 零이 된다. 따라서 最大모멘트를 M , 隣接크랭크와의 左右接續角을 각각 θ_L , θ_R 라면 M_L , M_R 는 다음 式과 같이 된다.

$$M_L = M \left(\frac{1 + \cos \theta_L}{2} \right) \quad | \quad (6)$$

$$M_R = M \left(\frac{1 + \cos \theta_R}{2} \right) \quad |$$

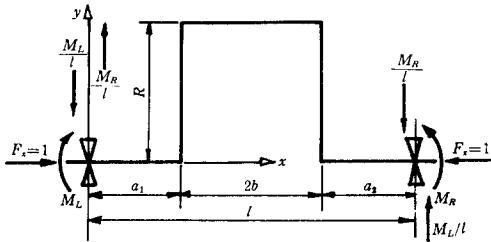


Fig. 3 Reduction of the crank throw

여기서 M 의 값은 B 점에 있어서 x 軸에 대한 垂直直交軸들에의 變形이 零이 되도록 固定하였을 경우의 抵抗모멘트와 같으므로 筆者が 이미 發表한 文獻⁷⁾으로부터 다음과 같이 求하여 진다.

$$M = \frac{\frac{2Rb(a_1+b)}{J_p} + \frac{R^2(a_1+b)}{J_2}}{\left[\frac{\frac{a_1^3 + l^3 - (a_1+2b)^3}{3J_p l} + \frac{(a_1+2b)^3 - a_1^3}{3J_p l}}{l} + \frac{R\{a_1^2 + (l-a_2)^2\}}{J_2 l} \right]}$$

만약, $a_1 = a_2 = a$, $J_p = J_2 = J^\circ$ 면 (7)

$$M = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{2b}{J} + \frac{R}{J_2} \right)}{\frac{l}{3J} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{J_2 l^2}} \quad (7')$$

지금 左右에 크랭크스로우가 接續된 狀態에서 $F_x=1$ 로 兩端을 밟나고 보고 이 때의 變形量을 구한 다음 이것의 逆數를 구하면 스프링定數가 된다. 크랭크스로우가 接續된 狀態이므로 左右에서 M_L , M_R , $F_x (=1)$ 가 同時에 作用한다. 이러한 경우의 變形量은 Castiglano의 定理를 利用하면 比較的 쉽게 求할 수 있다. 지금 變形量을 f_i 라하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{1}{EJ_j} \int_0^{a_1} \left(\frac{M_L}{l}x - \frac{M_R}{l}x - M_L \right)^2 dx \\ &+ \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left(\frac{M_L}{l}a_1 - \frac{M_R}{l}a_1 - M_L + y \right)^2 dy \\ &+ \frac{1}{EJ_p} \int_{a_1}^{a_1+2b} \left(\frac{M_L}{l}x - \frac{M_R}{l}x - M_L + R \right)^2 dx \\ &+ \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left(\frac{M_L}{l}a_2 - \frac{M_R}{l}a_2 + M_R - y \right)^2 dy \\ &+ \frac{1}{EJ_j} \int_{l-a_2}^l \left(\frac{M_L}{l}x - \frac{M_R}{l}x - M_L \right)^2 dx \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式을 計算한 다음 整理하면 다음과 같아 된다.

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{1}{EJ_j} \left[\frac{1}{3l^2} (M_L - M_R)^2 \{ a_1^3 + l^3 - (l-a_2)^3 \} \right. \\ &- \frac{M_L}{l} (M_L - M_R) \{ a_1^2 + l^2 - (l-a_2)^2 \} \\ &\left. + (a_1 + a_2) M_L^2 \right] + \frac{1}{EJ_2} \left[\frac{R}{l^2} \{ (M_L - M_R)^2 \right. \\ &\times (a_1^2 + a_2^2) - 2l(M_L - M_R)(M_L a_1 + M_R a_2) \\ &+ l^2(M_L^2 + M_R^2) \} + \frac{R^2}{l} \{ (M_L - M_R)(a_1 - a_2) \right. \\ &- l(M_L + M_R) \} + \frac{2}{3} R^3 \left. \right] + \frac{1}{EJ_p} \\ &\times \left[\frac{(M_L - M_R)^2}{3l^2} \{ (a_1 + 2b)^3 - a_1^3 \} \right. \\ &+ \frac{(M_L - M_R)}{l} (R - M_L) \{ (a_1 + 2b)^2 - a_1^2 \} \\ &\left. + 2b(R - M_L)^2 \right] \quad (9) \\ a_1 = a_2 = a, \quad J_p = J_2 = J^\circ \text{ 면} \\ f_i &= \frac{1}{EJ} \left[\frac{l}{3} (M_L - M_R)^2 - \frac{(M_L - M_R)}{l} \right. \\ &\times \{ M_L l^2 - R(a+2b)^2 + Ra^2 \} + 2aM_L^2 \\ &+ 2b(R - M_L)^2 \left. \right] + \frac{1}{EJ_j} \left[\frac{R}{l^2} \{ 2a(M_L \right. \\ &- M_R)^2 (a-l) + l^2(M_L^2 + M_R^2) \} - R^2(M_L \right. \\ &+ M_R) + \frac{2}{3} R^3 \left. \right] \quad (9') \end{aligned}$$

(7)~(9)式에서 크랭크암의 斷面2次モ멘트 J_2 에 대하여서는 $(R - \frac{d}{2})$ 인 곳의 값을 취한다. (Fig. 1 參照). 또한 隣接角度 θ_L , θ_R 에 대하여서는 크랭크先端의 경우 180° 로 取하고 캡軸驅動齒車나 체임設置部 및 스러스트軸과의 連結部는 90° 로 取하여도 無妨하나 隣接 쟈아밸 支持베이링 까지의 距離를 알 수 있을 경우는 다음과 같이 計算할 수 있다.

Fig. 4에서 C點의 支持베이링이 없고 C點에서 y 軸方向으로 $Y=1$ 의 힘이 作用할 경우 y 方向의 變位 f_y 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_y &= \frac{1}{EJ_j} \int_0^{a_1} \left(-\frac{l'}{l}x \right)^2 dx + \frac{1}{EJ_2} \\ &\times \int_0^R \left(-\frac{l'}{l}a \right)^2 dy + \frac{1}{EJ_p} \int_{a_1}^{a_1+2b} \left(-\frac{l'}{l}x \right)^2 dx \\ &+ \frac{1}{EJ_2} \int_0^R \left(-(a_1+2b) \frac{l'}{l} \right)^2 dy + \frac{1}{EJ_j} \end{aligned}$$

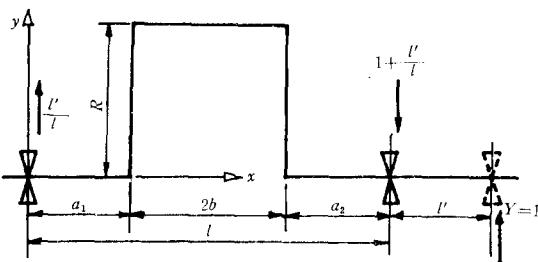


Fig. 4 Reduction of the crank throw attached with a shaft

$$\begin{aligned} & \times \int_{l-a_2}^l (-\frac{l'}{l}x)^2 dx + \frac{1}{EJ_j} \int_l^{l+l'} \left\{ -\frac{l'}{l}x \right. \\ & \left. + \left(\frac{l+l'}{l} \right) (x-l) \right\}^2 dx \\ & = -\frac{l'^2}{3EJ_j l^2} \{ a_1^3 + l^3 - (l-a_2)^3 \} + \frac{l'^3}{3EJ_j} \\ & + \frac{l'^2}{3EJ_p l^2} \{ (a_1+2b)^3 - a_1^3 \} \\ & + \frac{Rl'^2}{EJ_2 l^2} \{ a_1^2 + (a_1+2b)^2 \} \quad (10) \end{aligned}$$

다만,隣接軸의 지름은 크랭크축 쟈아널지름과 같다고 본다. 한편 $F_x=1$ 의 힘을 x 축방향으로 A 점에作用시키고 C 점에서 x 축방향으로支持할 경우 B 점의 角變位 Ψ_B 는

$$\Psi_B = \frac{2Rb(a_1+b)}{lEJ_2} + \frac{R^2(a_1+b)}{lEJ_2} \quad (11)$$

이때 C 점의 y 축방향變位 f'_y 는 $f'_y = l'\Psi_B$ 이다. 따라서 C 점을 베어링으로支持한状态下에서 $F_x=1$ 의 힘이作用할 경우 C 점의 y 方向作用力 Y 는 $Y = f'_y/f_y$ 이고 이 Y 에 의한 B 점들에反抗모멘트 M' 는 $M' = l'Y = l'(f'_y/f_y) = l'^2\Psi_B/f_y$ 이다. 따라서 M' 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} M' &= \frac{\frac{2Rb(a_1+b)}{lJ_p} + \frac{R^2(a_1+b)}{lJ_2}}{\left\{ \frac{1}{3J_j l^2} \{ a_1^3 + l^3 - (a_1+2b)^3 \} + \frac{l'}{3J_j} \right.} \\ &\quad \left. + \frac{1}{3J_p l^2} \{ (a_1+2b)^3 - a_1^3 \} + \frac{1}{J_2 l^2} \{ a_1^2 \right. \\ &\quad \left. + (a_1+2b)^2 \} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

$a_1=a_2=a, J_p=J_2=J$ 이면

$$M' = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{2b}{J} + \frac{R}{J_2} \right)}{\frac{(l+l')}{3J} + \frac{1}{J_2 l^2} \{ a^2 + (a+2b)^2 \}} \quad (12')$$

위의 M' 가 크랭크스로우의反抗모멘트이다.

(12)式과 (7)式을比較하여 보면 (12)式의分母가 $l'/3EJ$ 만큼크다. 따라서 $l=l'$ 일경우의 M' 와 $\theta=90^\circ$ 에대한 M 는 $M' > M$ 의관계로된다.

위의 f_i 는 크랭크핀과 쟈아널의壓縮變位, 크랭크암의剪斷變位가包含되어있지않으므로必要에따라 다음값을加算할必要가있으나그값은작다.

$$f_s = \frac{12(R-d)}{5Gwh} + \frac{4(l_i+l_p)}{\pi Ed^2} \quad (13)$$

한편 지금까지各크랭크스로우에直接接續하고있는隣接크랭크스로우의反抗모멘트만을考慮하였으나實際로는餘他의크랭크스로우에의한反抗모멘트도影響을미친다고생각해야할것이다. 다만, 그크기는急激히줄어들며작은값이기때문에無視하더라도큰誤差는생기지않는다.⁸⁾

2.3 各計算式에 의한 計算值와 實測值와의比較

從來의式과새로誘導한式的信賴性을確認하기위하여模型크랭크의實測值및實際크랭크축의實測值와各種計算式에의한計算值를比較하여본다.

(1) 模型크랭크에 대한 實測

Fig. 5 (A)는模型크랭크스로우를보여주고있으며隣接크랭크스로우와의接續angle이 120° 인3個의크랭크스로우로形成되어있다. Table 1에各部의치수를보인다.

크랭크암과 쟈아널및핀은끼워맞춤으로結合한 다음熔接으로固定되었으며메인베어링의크랭크支持部는칼날模樣으로加工하여理想狀態에接近시켰다.變形計測은 10^{-2}mm 의精度를갖는다이알제이지와2kg의무게를갖는錘를利用하여行하였다. 또한計測은크랭크의位置를바꾸어가면서7回計測한값의平均値이다.

(2) 實際크랭크축에 대한 實測

이들 實測值는文獻(9)에서引用한것이다.

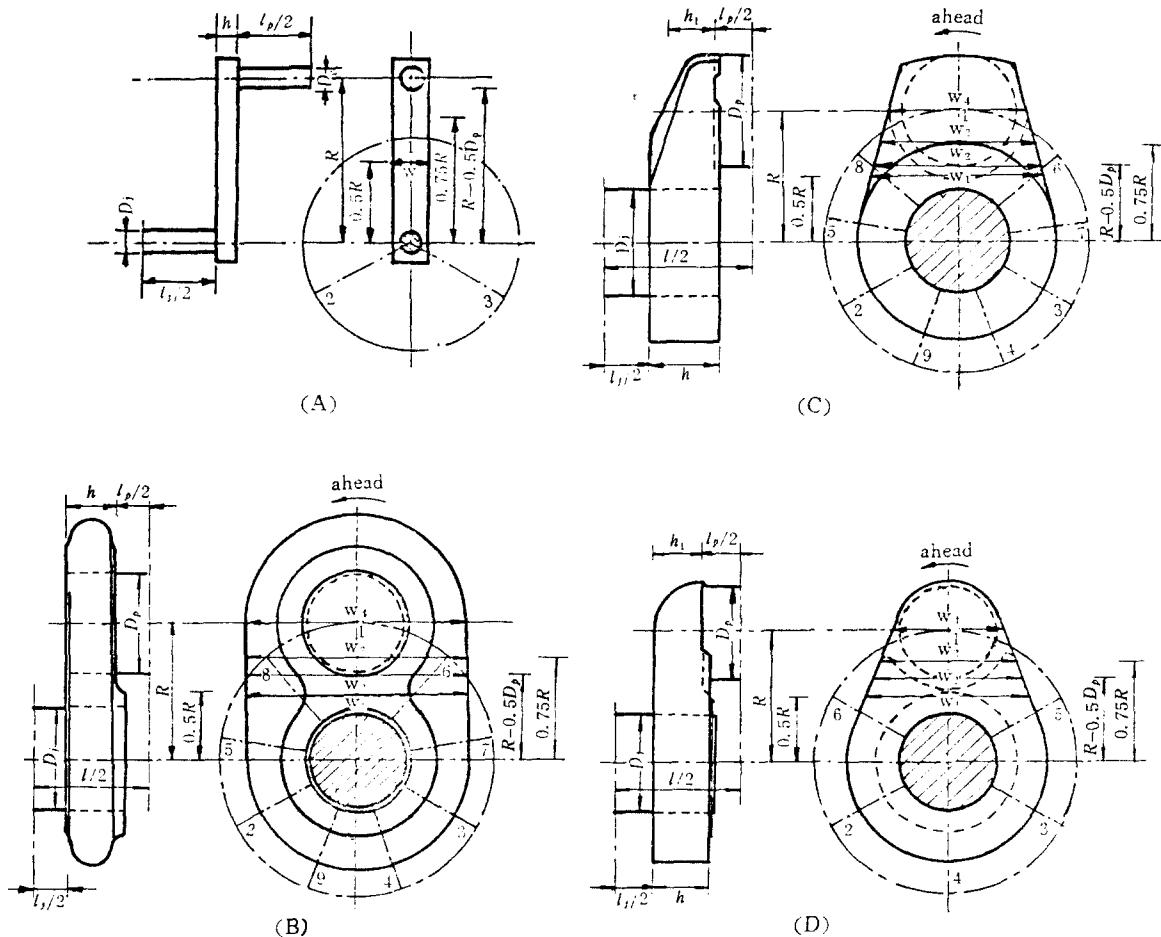


Fig. 5 Dimensions of A, B, C and D crankshaft

Fig. 5(B), Fig. 5(C), Fig. 5(D)와 Table 1에 실測한 軸의 形狀과 치수를 보였다. B軸은 工場에서 往復部分을 分解한 다음 油壓작크에 의하여 軸의 前後端에서 3段階로 8ton까지 負荷를 加하였으며 負荷의 크기는 스트레인계이지式이나 모터터로 計測하였다. 變位는 10^{-3} mm의 精度를 갖는 다이알계이지와 Hottinger式 變位피업을 併用하여 計測하였다.

또한 모든 計測은 크랭크의 位置를 세번 바꾸어서 計測한 平均값이다.

C軸도 B軸과 마찬가지로 工場에서 往復部分을 分解除去한 다음 負荷指示器가 있는 油壓작크를 利用하여 計測한 값이다. 軸方向負荷는 스러스트베어링에 의하여 支持되며 變位는 0~28

ton을 3段階로 加하면서 計測되었다. 負荷를 減하면서 절경우는 일단 最大負荷에서 1ton을 더增加한 다음 負荷를 減少하면서 計測하였고 크랭크位置는 처음 位置에서 120° , 240° 로 바꾸어서 計測하였다.

D軸은 工場내에서 외팔보지렛대와 손압작크를 利用하여 計測하였으며 0~15ton까지 4段階로 負荷를 變動시키면서 計測하였다. 荷重은 스러스트베어링으로 支持하였으며 計測은 크랭크位置를 120° 씩 바꾸면서 4回 行하였다.

(3) 模型크랭크와 實際軸의 計算值 및 實測值

本研究에서 誘導된 式과 B&W의 式에 있어서는 크랭크스로우兩端의 隣接角을 分離해서 計算하였으며 其他の 式에 있어서는 이들 兩端

Table 1. Dimensions of measured crankshafts

Items	Symbol	Unit	Crank A (Model)	Crank B	Crank C	Crank D
Length of crank journal	l_j	cm	9.00	37.00	50.00	40.50
Length of crank pin	l_p	cm	9.00	37.00	42.60	40.50
Length of crank throw	R	cm	10.00	80.00	77.50	77.50
Thickness of crank arm	h	cm	1.00	29.00	40.50	29.50
Width of crank arm at 0.5R	w_1	cm	1.60	99.90	100.00	93.00
at $R-D_p/2$	w_2	cm	1.60	99.90	95.00	83.40
at 0.75R	w_3	cm	1.60	99.90	89.00	75.70
at R	w^4	cm	1.60	99.90	77.50	60.70
Dia. of journal	D_j	cm	1.00	59.00	62.00	55.00
Dia. of crank pin	D_p	cm	0.90	59.00	62.00	55.00
1/2 length of journal	a	cm	5.00	33.00	45.25	35.00
Length of crank pin	2b	cm	10.00	66.00	83.10	70.00
Length between cylinders	l	cm	20.00	132.00	173.60	140.00
No. of crank throw	n		3	9	9	6
Built-up method			welding	full built	semi-built	semi-built

Table 2. Total elasticities of the crankshaft

Crankshaft	Meas. (cm/kg)	Calculated by the formulae (cm/kg)						
		Author	B&W	Dorey	Draminsky	Anderson	Guglielminotti	Johnson
A	3.36×10^{-1}	3.30	3.00	5.97	3.53	4.37	3.78	4.46
B	4.82×10^{-6}	5.36	6.16	7.47	6.02	5.74	3.73	7.94
C	3.51×10^{-6}	3.83	3.96	3.77	3.72	2.96	3.81	3.70
D	4.07×10^{-6}	4.26	5.11	4.72	5.53	3.75	3.60	4.62

Table 3. Measured and calculated elasticities of the cranks of crankshaft A

Table 4. Measured and calculated elasticities of the cranks of crankshaft B

Table 5. Measured and calculated elasticities of the cranks of crankshaft C

Table 6. Measured and calculated elasticities of the cranks of crankshaft D

隣接角의 平均值를 利用하였다. 또한 模型크랭크 A에 있어서는 No. 3 크랭크스로우와 다음 支持點까지의 치수가 주어졌기 때문에 接續된 單純 支持軸의 反抗모멘트를 考慮하여 (10)式으로 變形을 計算하였다. B, C, D軸은 마지막 크랭크스로우의 다음 支持點까지의 치수가 不明하였기 때문에 $\theta=90^\circ$ 로 하여 計算하였다.

Table 2는 全體 크랭크變形의 實測值와 計算值를 比較한 것이다.

Table 3~Table 5는 各 크랭크軸의 크랭크變形의 實測值와 計算值를 보여주고 있다.

또한 Table 7은 各 計算式에 의한 計算結果의

實測值에 대한 百分率을 보여주고 있다.

Fig. 6(A), (B), (C), (D)는 이들을 그림으로 表示한 것이다.

위의 結果를 檢討하여 보면 筆者의 式을 除外하고는 너무나 誤差가 커서 實際로 使用하기에는 問題點이 있음을 알수 있다. 또한 實測值에 있어서도 隣接크랭크스로우에 의한 影響이 明白하게 나타나고 있으며 Johnson과 Dorey의 式은 그 影響이 너무 적게 Draminsky의 式은 너무 크게 反影하고 있다. 한편 筆者의 式은 이 問題에 있어서도 相當히 正確하게 나타내고 있다. 다만 隣接크랭크스로우의 影響이 한쪽에만 미치

Table 7. Relationship between calculation and measurement values of crankshafts in percentage

Crankshaft	Author	B&W	Dorey	Draminsky	Anderson	Guglielmotti	Johnson
A	98	89	178	105	130	113	133
B	111	128	155	125	119	77	165
C	109	113	107	106	84	109	105
D	105	126	116	183	92	88	114

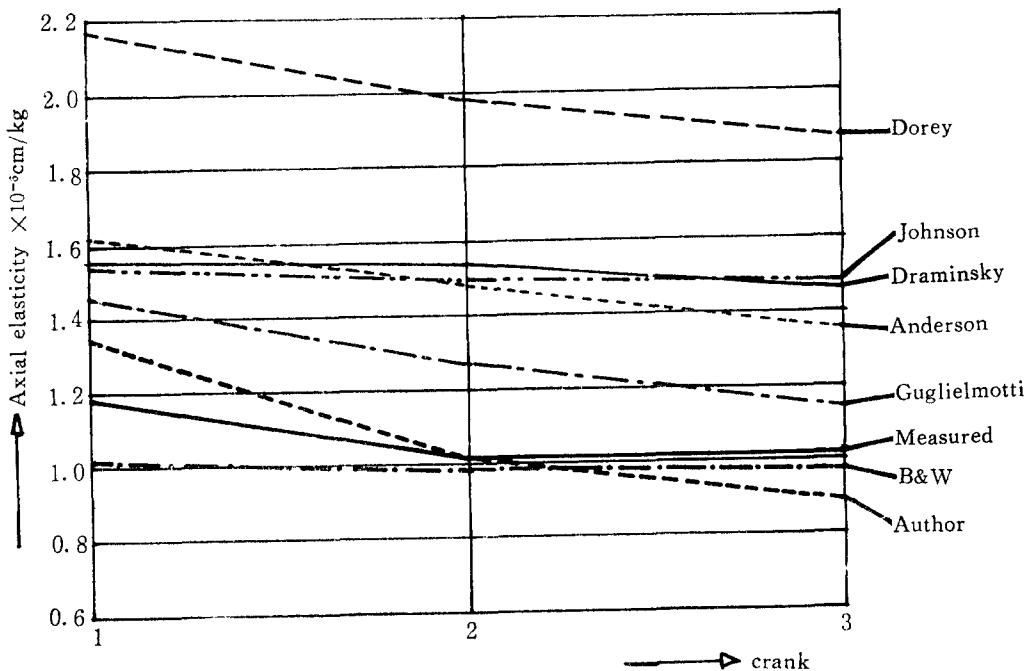


Fig. 6. (A) Crankshaft A (model crank): Results of measurement and calculation.

는 先端크랭크스로우에 있어 實測值와 計算值의 差가 큰데 이는 베어링의 幅을 無視하고 베어링

中央點에서 베어링間隔 없이 支持하고 있는 것으로 看做하고 있는 데 起因한 것으로 생각된다.

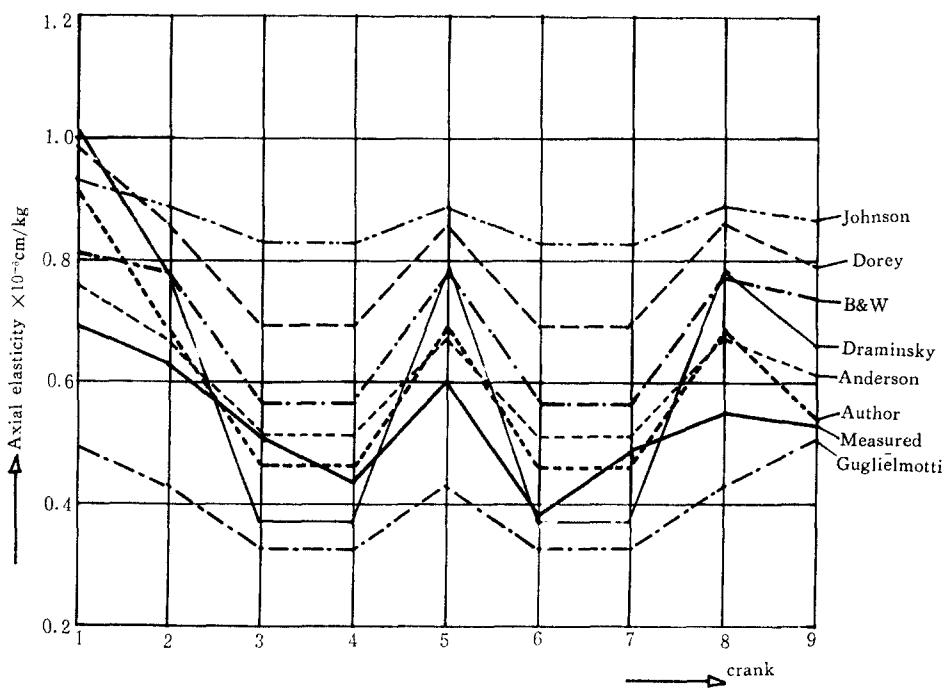


Fig. 6(B) Crankshaft B: Results of measurement and calculation.

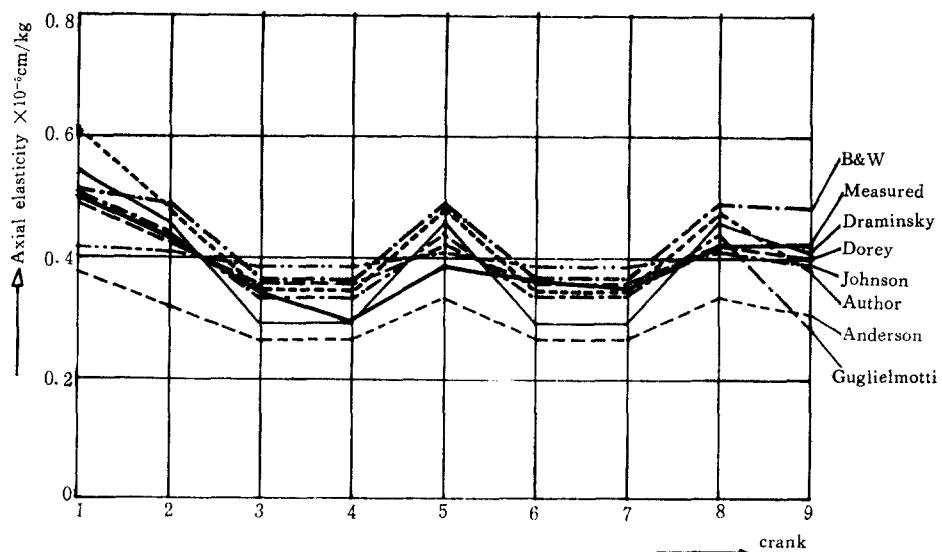


Fig. 6(C) Crankshaft C: Results of measurement and calculation.

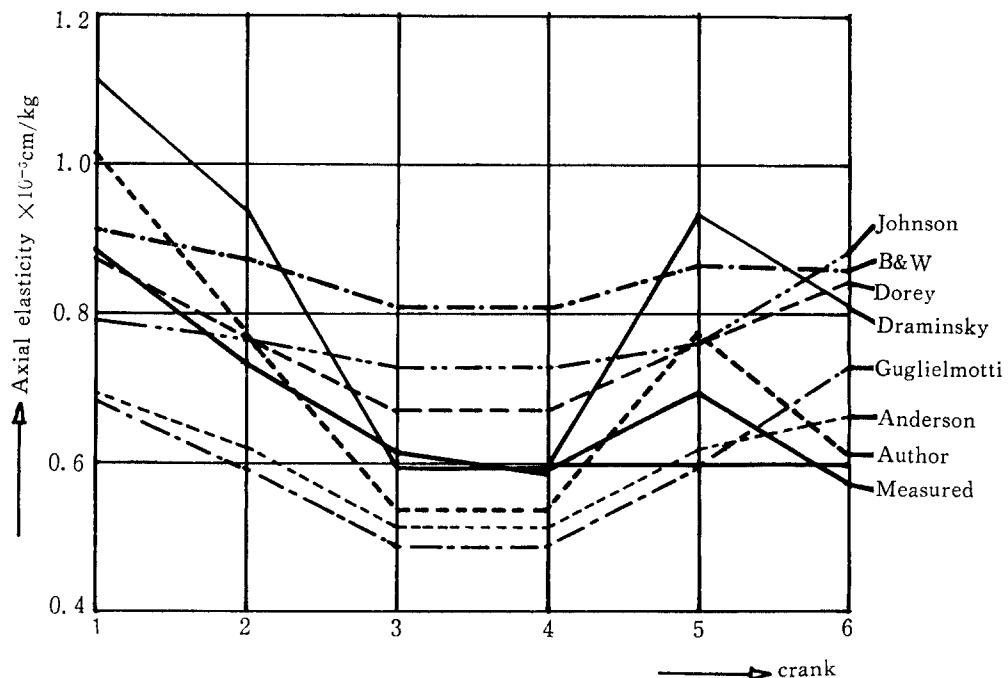


Fig. 6(D) Crankshaft D: Results of measurement and calculation

3. 크랭크軸縱自由振動의 計算

3.1 스프링定數와 振動質量

(1) 軸系의 스프링定數

크랭크軸系 縱自由振動計算을 위해서는 크랭크軸, 스러스트軸, 中間軸 및 推進器軸의 스프링定數外에 스러스트베어링의 스프링定數가 必要하다. 이들中 크랭크軸의 스프링定數에 관해서는 앞서 2·2에서 提示한 方法으로 計算할 수 있다. 스러스트軸, 中間軸 및 推進器軸과 같은 單純丸棒의 縱스프링定數는 다음 式으로 計算된다.

$$f_i = \frac{4 \sum l_i}{\pi E} \quad (14)$$

여기서 l_i , d_i 는 各質點間의 軸의 길이와 지름이며 f_i 는 單位荷重에 의한 總變位量이므로 스프링定數는 이 f_i 의 逆數로 計算된다.

(2) 스러스트베어링의 스프링定數

크랭크軸系의 縱振動特性이 비틀림振動特性과

根本的으로 다른 點은 이 스러스트베어링에 起因한다. 特히 船用內燃機關크랭크軸系는 스러스트베어링에 의하여 推進器의 推力이 船體에 傳達되기 때문에 스러스트베어링을 支持點으로 하여 前後方向으로 發生하는 振動이 가장 弱은 次數의 振動이 된다. 또한 機關의 爆發力뿐만 아니라 推進器의 推力變動이 縱振動의 原因이 되기도 한다.

스러스트베어링의 스프링定數에 관해서는 그 동안 相當히 많은 研究가 行하여져 왔으나 아직 理論的으로 納得할 만한 數式等은 提示되지 않고 있다.^{21), 22)}

一部에서는 有限要素法에 의한 方法이 有力하다고 主張하고 있으나 아직 普遍化되지 못하고 있으며 특히 스러스트베어링이 機關과 一體로製作되는 경우는 問題가 있다.²³⁾ 現段階에서 가장 밀을 수 있는 方法은 機關과 一體로 되어 있는 경우 試運轉臺에서 얻은 振動記錄을 利用하여 스러스트베어링의 스프링定數를 推算하는 方

法이다. 振動記錄으로부터 스프링定數를 推算하는 方法에 대하여서는 이미 筆者가 發表한 바 있다.⁷⁾ 같은 機種中 시린더直徑이 同一한 機關은 스러스트베어링構造가 同一하므로 船舶의 種類나 시린더數에 關係없이 같은 스러스트스프링定數를 利用할 수 있을 것이다.

스러스트베어링이 別個로 船體에 設置되는 경우에는 油壓작크로 實測한다. 이 경우는 同一스트레스트베어링이라도 船體에 固定하는 方法이나 基礎의 構造에 따라 달라지므로 船型이 달라지면 그때마다 實測할 必要가 있다.

機關製作會社들은 스러스트베어링의 스프링定數를 計算할 수 있는 數式이나 圖表, 또는 具體的인 數值等을 提示하고 있으나 實測值와 比較하여 볼때 아직도 信賴性이 不足하다.

지금까지 提示된 스러스트베어링의 스프링定數는 시린더直徑 50~90cm 範圍內에서 大體로 $0.2 \times 10^7 \sim 0.4 \times 10^7 \text{ kg/cm}$ 의 넓은 分布를 보이고 있다.^{13), 14), 15), 16)}

(3) 軸系의 振動質量

振動質量의 計算은 通常 크랭크자아릴 中心에兩側 크랭크스로우切半의 質量을 集中시키며 이 경우 往復質量은 無視한다. 一部 論文에서^{10), 11), 12)} 往復質量이 크랭크軸 縱振動에 영향을 미칠 수 있는 可能性에 대하여 言及하고 있으나 아직 具體的인 實驗이나 研究調査는 없다. 筆者の 見解로 써는 往復質量의 영향은 微少하며 確認되지 않고 있을 뿐더러 이것을 考慮하는 것이 實際로 매우 困難하기 때문에 本 研究에서는 이 영향을 無視하였다. 餘他 丸棒部의 振動質量은 任意點에 質量을 集中한다.

(4) 推進器의 附加水質量

推進器의 質量은 附加水의 影響을 考慮할 必要가 있는데 縱振動의 경우에는一般的으로 空氣中 質量의 50~60%를 加算하는 것이 慣例로 되어 있다. 最近에 이르러 同一치수와 形狀을 갖는 推進器라도 그의 材料에 따라 이들의 값에 差異가 생기는 點을 들어 一定比率을 附加水效果로서 加算하는 것은 不合理하다고 보고 理論적으로 附加水質量效果를 計算하는 方法이 提示되고 있다.

이들中 縱振動에 대하여서는 Schwancke¹⁷⁾, Schuster¹⁸⁾, Thomsen¹⁹⁾, Burill-Robson²⁰⁾等에 의하여 計算式과 計算方法이 發表되고 있다. 이들 가운데서 Schwancke의 式과 Schuster의 式은 推進器의 重要치수로부터 計算할 수 있으며 Thomsen과 Burill-Robson의 方法은 推進器의 詳細圖가 必要하다.

Schwancke의 式 :

$$0.2812 \times (\pi \rho / z) D^3 (A_E / A_0)^2 \quad (15)$$

Schuster의 式 :

$$\frac{\rho \pi^3 D^3}{32} \left\{ \frac{1 - (P/D)^2 / 4}{1 - b_0} \left(\frac{A_E}{A_0} \right)^2 \frac{1}{z} \right\} \quad (16)$$

여기서,

ρ : 물의 密度(海水의 경우, 0.10451×10^{-5}

$\text{kg sec}^2 \text{cm}^4$)

z : 推進器날개數

A_E / A_0 : 推進器의 展開面積比

D : 推進器直徑(cm)

P : 推進器efficiency(cm)

b_0 : 推進器의 보스比

Thomsen의 方法과 Burill-Robson의 方法은 内容이 꼭 같으며 修正係數가 若干 틀릴 뿐이다. Schwancke의 式이나 Schuster의 式으로부터 얻은 값은一般的으로若干 큰 값이 되기 때문에 Thomsen이나 Burill-Robson의 修正係數로 修正할 것을 勸奨하고 있다.

Thomsen의 修正係數式은 다음과 같다.

Thomsen의 修正係數式 :

$$K_T = \frac{1}{1.05 + \frac{9.6}{z^2} (A_E / A_0)^2} \quad (17)$$

다음에 Schwancke의 式과 Schuster의 式을 檢討하여 보기 위하여 重要치수가 알려져 있는 數個의 推進器에 대하여 縱振動 附加水質量을 計算하여 보면 다음과 같다.

計算結果를 檢討하여 보면一般的인 傾向으로서 展開面積比가 0.6以上이거나 Ni-Al-Br같은 가벼운 材質인 경우는 空氣中 質量의 70%程度, 展開面積比가 0.5內外이면 60%程度, 展開面積比가 0.45內外이면 50%程度를 加算하면 될 것 같다.

Table 8. Principal dimensions of propellers

Items	A ship	B ship	C ship	D ship	E ship	F ship
Diameter(mm)	5,150	5,800	5,900	3,150	5,200	6,600
Pitch(mm)	3,510	4,669.5	3,900	2,320	3,685	4,610
Pitch ratio	0.6816	0.8050	0.7087	0.7365	0.7087	0.7683
Disc area(m^2)	20.8308	26.4210	27.3200	7.7931	21.2372	28.2744
Developed area(m^2)	13.7483	12.3680	15.4080	5.0655	11.6805	16.2861
Dev. area ratio	0.6599	0.4670	0.5639	0.6499	0.5500	0.5670
Boss ratio	0.1748	0.2410	0.1745	0.1778	0.1769	0.1847
Max. width ratio	0.3814	0.2930	0.3169	0.3769	0.3099	0.3270
Blade Thick. ratio	0.0690	0.0490	0.0533	0.0571	0.0615	0.0517
No. of blade	4	4	4	4	4	4
Material	Mn·Br	Mn·Br	Mn·Br	Mn·Br	Mn·Br	Ni·Al·Br
Turning direction	Right	Right	Right	Right	Right	Right
Propeller weight(kg)	14,710	17,080	18,966	3,100	12,850	16,593
Bonnet weight(kg)	250	200	300	82	319	125
Mass moment of inertia (kg. cm. sec ²)	190,040	259,087	314,202	15,700	152,800	250,714
Type	solid	build-up	solid	solid	solid	solid

Table 9. Added mass calculated by Schwanecke's and Schuster's formula

Name of ship	A	B	C	D	E	F
Weight in air (kg)	14,710	17,293	18,966	3,100	12,850	16,593
Mass in air (kg. sec ² . cm ⁻¹)	15.01020	17.64575	19.35347	3.16327	13.11224	16.93163
60% of mass(kg. sec ² . cm ⁻¹)	9.00612	10.58745	11.61208	1.89796	7.86734	10.15898
By Schwanecke's formula	Added mass	13.72906	9.397732	15.07382	3.04711	9.81744
	Percentage to mass	92	53	78	96	75
	Revised mass	10.46982	7.95847	12.14859	2.33777	7.97196
	Percentage to mass	70	45	63	74	61
By Schuster's formula	Added mass	16.12860	11.36883	17.51329	3.51170	11.43952
	Percentage to mass	108	64	90	111	87
	Revised mass	12.29983	9.62769	14.11466	2.69421	9.28912
	Percentage to mass	82	55	73	85	71
Revised factor by Thomsen K _T		0.76261	0.84685	0.80594	0.76721	0.81202
						0.76348

3.2 크랭크軸縱自由振動의 計算方法과 計算例

(1) 自由振動의 計算方法

① Holzer表에 의하는 方法：縱自由振動은 비틀림振動의 경우와 마찬가지로 Holzer表에 의하여 計算하는 것이 可能하다. 그러나 計算順序는 약간 다르다. 먼저 크랭크軸先端에서부터 計算을 始作한다. 스러스트베어링分岐點의 比振幅을 x_T 라하고 스러스트베어링 스프링常數를 k_T 라면 스러스트베어링反力은 $k_T \cdot x_T$ 가 되고 따라서 크랭크軸先端부터 스러스트베어링까지의 惯性力を $k_T \cdot x_T$ 에서 減한 것이 아직 計算이 進行되지 않은 곳으로부터 받는 惯性力이다. 따라서 이 값은 基礎로하여 Holzer表의 作成을 繼續하고 末端(推進器)의 惯性力이 零이 될 때까지 固有角振動數를 假定하여 計算을 反復한다.

② 固有值計算에 의하는 方法：質量매트릭스와 刚性매트릭스를 求한 다음 이로부터 固有值를

計算하고 固有值로부터 固有角振動數를 구한다. 또한 이 때의 固有ベクトル가 比振幅이 된다.

縱振動의 경우 質量매트릭스는 正方對角매트릭스로, 刚性매트릭스는 對角線上에 3列로 配置되는 正方매트릭스로 된다. 이 경우 스러스트베어링의 스프링定數는 連結되어 있는 質點의 主對角스프링定數項에 合算한다.

一般的으로 分岐를 갖는 振動系(蒸氣터빈軸系等)는 같은 要領으로 다룰 수 있다.

固有值의 計算方法에는 여러 가지 있으나 本研究에서는 야고비法(Jacobi rotation method)을 利用하였다. 自由振動뿐만 아니라 強制振動의 計算도 必要할 경우는 Holzer表에 의하는 方法보다 이 方法이 有利하다.

(2) 自由振動의 計算例

위의 두 가지 計算方法에 대한 電算프로그램을 開發하고 이들을 3個의 軸系에 대하여 適用한 結果를 다음에 보인다.

① 計算한 軸系의 明細

要 目	M	N	S
用 途	模型크랭크用	貨物船用	貨物船用
主機型式	—	2사이클單動크로스헤드	2사이클單動크로스헤드
시린더數一直徑×行程(mm)	3-0×10	8-720×1250	9-740×1600
出力×回轉數(PS×RPM)	—	6100×137	8000×110.5
制動平均有效壓力(kg/cm ²)	—	5.98	6.50
着火順序	1-2-3	1-8-3-4-7-2-5-6	1-8-3-6-5-4-7-2 -9
三回三軸 型式	鍛鋼 熔接組立	鍛鋼 半組立×2	鍛鋼 全組立×2
推進器 直徑×翼數(mm)	140φ×3翼	5100φ×4翼	5800φ×4翼
推力베어링	볼베어링·스프링支持	機關本體接續固定	機關本體接續固定
平 衡 鐘	各 스크로우	없 음	No. 1, 4, 5, 8 스크로우

② 計算한 軸系의 要目

M軸의 크랭크치수는 Fig. 5(A)에, N軸과 S軸의 크랭크치수는 Fig. 7에 表示하였다.

1. M 軸 치 수(mm)

기 호	질점거리	크랭크 핀길이	자아널 길이	스로우	자아널 외경	자아널 내경	크랭크핀 경내	크랭크핀 경외	암 폭	암두께
	l	$2b$	a	R	D_{j0}	D_{ji}	D_{po}	D_{pi}	w_2	h
No. 1~No. 2	200	100	50	100	10	—	9	—	16	10
No. 3~No. 4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 4~No. 5	460	—	—	—	10	—	—	—	—	—

2. N 軸 치 수(mm)

No. 1~No. 2	1350	600	375	625	490	0	490	0	830	295
No. 4~No. 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 5~No. 6	550	—	—	—	490	0	—	0	—	—
No. 6~No. 7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 9~No. 10	1350	600	375	625	490	0	490	0	830	295
No. 10~No. 11	1655	—	—	—	490	—	—	—	—	—
No. 11~No. 12	—	—	—	—	—	395	—	—	—	—
No. 16~No. 17	7650	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 17~No. 18	7540	—	—	—	470	—	—	—	—	—

3. S 軸 치 수(mm)

No. 1~No. 2	1320	660	330	800	550	220	550	220	91	27
No. 5~No. 6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 6~No. 7	1480	—	—	—	550	220	—	—	—	—
No. 7~No. 8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 10~No. 11	1320	660	330	800	550	220	550	220	91	27
No. 11~No. 12	395	—	—	—	550	220	—	—	—	—
No. 11~No. 12	1965	—	—	—	500	0	—	—	—	—
No. 12~No. 13	780	—	—	—	500	—	—	—	—	—
No. 12~No. 13	4820	—	—	—	435	—	—	—	—	—
No. 13~No. 14	9000	—	—	—	435	—	—	—	—	—
No. 17~No. 18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
No. 18~No. 19	7460	—	—	—	500	—	—	—	—	—

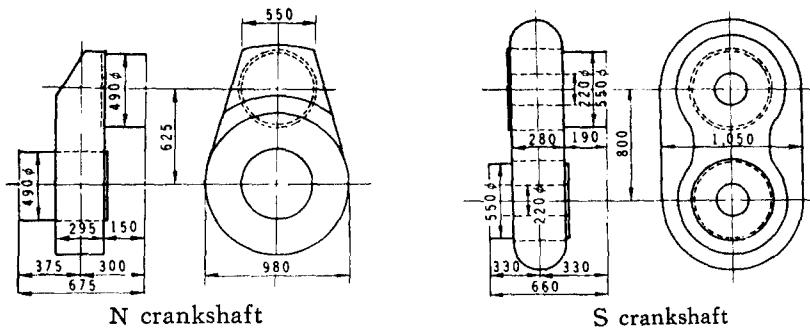


Fig. 7 Dimensions of N and S crankshaft

③ 計算한 軸系의 質量과 스프링定數

1. M軸

質點番號	質量($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1}$)	스프링定數(kg/cm)
1	0.05484×10^{-2}	0.73877×10^2
2	0.10279	0.95480
3	0.10279	1.11799

質點番號	質量($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1}$)	스프링定數(kg/cm)
4	0.33382×10^{-2}	52.35989×10^2 (스리스트베어링 스프링定數)
5	0.03496	

2. N 軸

質點番號	質量($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1}$)	스프링定數(kg/cm)
1	0.40347×10^1	0.12809×10^7
2	0.58867	0.14747
3	0.58867	0.23001
4	0.58867	0.23257
5	0.37291	7.20015
6	0.37291	0.22950
7	0.58867	0.23257
8	0.58867	0.14747
9	0.58867	0.19832
10	0.16378	2.13875
11	1.11696	0.34265
(스리스트베어링) 스프링定數		(0.90000)
12	0.79653	0.34265
13	0.79653	0.34265
14	0.79653	0.34265
15	0.79653	0.34265
16	0.79653	0.34265
17	0.89806	0.50814
18	2.20408	

3. S 軸

1	0.51695×10^1	0.10961×10^7
2	1.10102	0.11362
3	0.87245	0.08377
4	0.87245	0.15825
5	1.32959	0.12527
6	0.58622	2.83174
7	0.58622	0.15421
8	0.87245	0.11362
9	0.87245	0.16905
10	1.10102	1.98129
11	0.70577	1.98193
12	0.75976	0.60341

質點番號	質量($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1}$)	스프링定數(kg/cm)
(스리스트베어링) 스프링定數	(0.90000)	(0.17500)
13	0.96972×10^1	0.34677×10^7
14	1.14040	0.34677
15	1.14040	0.34677
16	1.14040	0.34677
17	1.14040	0.34677
18	1.20556	0.60527
19	0.34587	

④ 各軸系의 計算과 實測에 의한 縱自由振動數

1. M 軸(스리스트베어링) 스프링定數

$$= 0.2353 \times 10^3 \text{kg}/\text{cm})$$

포오드	實測值 (CPM)	計算值 (CPM)	計算值/實測值 (%)	備考
0 節	1248	1315	1.02	
1 節	2622	2686	1.02	
2 節	—	4119	—	實測值 없음

2. N 軸 (스리스트베어링) 스프링定數

$$= 0.9000 \times 10^7 \text{kg}/\text{cm})$$

0 節	985	983	1.00	
1 節	1064	1052	0.99	
2 節	—	3186	—	實測值 없음

3. S 軸 (스리스트베어링) 스프링定數

$$= 0.1750 \times 10^7 \text{kg}/\text{cm})$$

0 節	513	515	1.00	
1 節	765	781	1.02	
2 節	—	1596	—	實測值 없음

M軸은 模型軸으로서 크랭크軸端에 스트레인
계이지지를 附着한 銅青銅板을 接觸시키고 手製電
磁石를 利用하여 發振시켜서 共振點을 오시로 그
래프에 記錄시켰다. 따라서 模型推進器의 質量
은 空氣中의 減免를 측하여 計算하였다.

實際軸에 대한 計測은 文獻(24)에 招介되어 있으며 크랭크軸에 스트레인계이지를 附着시켜 FM테레미터에 의하여 應力を 計測하고 이로부터 共振點을 推定하였다.

0節이라함은 스러스트베어링을 支點으로 하여 前後方向으로 振動하는 振動型이며 軸系内에 節이 2개가 上에 이와같이 規定하였다.

計算結果와 實測結果를 對比시켜 보면 大體의 으로 計算值과 實測值보다는 값을 주는 경향이 있으나 그 誤差範圍는 비틀림振動과 같은 程度로서 滿足스러운 結果이다.

4. 結論

지금까지 크랭크軸 縱方向스프링定數와 縱自由振動의 計算方法에 관하여 살펴 보았다. 그 結果를 要約하면 다음과 같다.

① 지금까지 公表된 7個의 크랭크軸 縱方向스프링定數 計算式中適用이 困難한 한個를除外하고 6個의 式을 利用하여 模型軸, 實際軸의 縱스프링定數를 計算하고 實測值와 比較하여 본 結果 어느 것이나 信賴할 만한 結果를 주지 못하였다.

② 本研究에서 유도한 새로운 스프링定數計算式은 實測值와 大體로一致된 값을 주며 이미 公表된 式보다 훨씬 安定되고 信賴할 수 있는 값을 주고 있다.

③ 크랭크軸 비틀림振動計算에 利用하고 있는 Holzer表나 固有值計算方法으로 크랭크軸縱方向自由振動數 및 比振幅을 計算할 수 있다.

④ Holzer表에 의하는 方法과 固有值計算方法에 의하여 크랭크軸 縱自由振動을 計算하는 電算프로그램을 開發하고 本研究에서 유도한 스프링定數를 利用하여 模型軸 및 實際軸의 自由振動을 計算하여 實測值와 比較한 結果 크랭크軸 비틀림振動計算에 있어서 나타나는 誤差率과 大同少異하며 滿足할만 하였다.

謝辭

本研究는 韓國科學財團의 研究費支援에 의하여 이루어졌으며 研究를 도와 주신 崔在星教授에게 謝意를 表하는 바입니다.

參考文獻

- (1) Dorey S.F., Strength of Marine Engine Shafting, Trans. NEC Inst., Vol. 55, pp. 203~294, 1939.
- (2) Poole. R., The Axial Vibration of Diesel Engine Crankshaft, Pro. Ints. Mech Eng., 1941, pp. 176~182.
- (3) Draminsky P. et al., Axialschwingungen von Kurbelwellen, MTZ, H. 2, 1942, S. 49~53.
- (4) Anderson G. et al, Axial Vibrations and Measurement of Stresses in Crankshaft, Int. Shipb. Prog., 1963/7.
- (5) Guglielmotti A., et al., Recherches Experimentales pour L'étude des Vibrations Axiales des Vilebrequins, CIMAC Conference, 1962, pp. 633~692.
- (6) Johnson A., Machinery Induced Vibrations, Trans. Inst. Mar. Eng., 1963, pp. 121~167.
- (7) Jeon, H. et al., Theoretical Analysis of Coupled Torsional-Axial Undamped Vibrations of Marine Diesel Engine Shafting, Japan Shipb. Marine Eng., Vol. 4, No. 5, 1959.
- (8) 王之錫, 크랭크軸 縱方向스프링常數의 近似的 計算方法에 關한 研究, 韓國海洋大學 大學院 論文集, 第1輯, pp. 233~259.
- (9) Visser N., et al., The Axial Stiffness of Marine Diesel Engine Crankshafts Part I, Int. Shipb. Prog., Vol. 14. No. 160, pp. 452 ~466.
- (10) Van der Linden C.A.M., et al., The Axial Stiffness of Marine Diesel Engine Crankshafts Part II, Netherlands Ship Research Centre TNO, Report No. 103M, 1967, pp. 7~17.
- (11) Kleiner A., Axial Vibration of the Crankshaft and Propeller Shafting of Motorships, Int. Shipb., Vol. 11, 1964/1, pp. 36~42.
- (12) Van Der Linden C.A.M., et al., Torsional-Axial Vibrations of a Ship's Propulsion System Part I, Netherlands Ship Research Centre TNO, Report No. 116M, pp. 5~15

- (13) 遠藤巖, 船用2サクル大形ディーゼル機関のクランク軸系の縦振動について(第1報), 日本海事協会技術研究所報告書, 1964/11.
- (14) 同上(第2報) 1965/11.
- (15) 同上(第3報) 1967/5.
- (16) Iseki Y. et al., Axial Vibrations in Crankshafts of Large Marine Diesel Engines, Japan Shipb. Marine Eng., 1967/1, pp. 13~27.
- (17) Schwanecke H., Gedanken zur Frage der hydrodynamischerregten Schwingungen des Propellers und der Wellenleitung, STG Jahrbuch, Bd. 57, 1963, S. 252.
- (18) Schuster S., Über den Einfluss des Propellers auf die Längs- und Drehschwingungen in der Wellenleitung, Schiff und Hafen, H. 6, 1961.
- (19) Thomsen P., Dynamische Modellmessungen bei Propellerschwingungen, Schiff und Hafen, Jahrgang 13, H. 2, 1961, S. 89.
- (20) Burill L.C. et al., Virtual Mass and Moment of Inertia of Propellers, Trans. of NEC Ints., Vol. 78, 1962, pp. 325~350.
- (21) Couchman A.J., Thrust-Block Seating Stiffness. Empirical Relationships, BSRA Report No. 50, 1964.
- (22) Saunders A.J. et al., Summary of Data on Shaft Axial Vibrations, BSRA Report NS. 194, 1968.
- (23) Vassilopoulos L. et al., Longitudinal Stiffness Analysis for the Propulsion Shafting Systems of the Polar Class Icebreaks, Naval Engineers Journal, 1980/4, pp. 179~195.
- (24) 全孝重他, クランク軸系振動の實船計測結果について, 日本船用機関學會誌, 第5卷 第12號, 1970/12